

ひずみ軟化モデルによる地表面沈下予測の 適用性に関する研究

Study on The Application of Strain Softening Model to Predict The Surface Settlement

北川 隆¹・中山範一²・松長 剛³・芥川真一⁴・小西真治⁵

Takashi Kitagawa, Norikazu Nakayama, Takeshi Matsunaga,
Shinichi Akutagawa and Shinji Konishi

¹正会員 鉄道建設・運輸施設整備支援機構 新幹線部長 (〒231-8315 神奈川県横浜市中区本町6-50-1)

E-mail: tak.kitagawa@jrtt.go.jp

²正会員 鉄道建設・運輸施設整備支援機構 盛岡支社長 (〒020-0034 岩手県盛岡市盛岡駅前通1-41)

³正会員 パシフィックコンサルタンツ株式会社 トンネル部マネージメントチームリーダー (〒163-0730 東京都新宿区西新宿2-7-1)

⁴正会員 工博 神戸大学 工学部建設学科 助教授 (〒657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町1-1)

⁵正会員 工博 鉄道総合技術研究所 鉄道技術推進センター次長 (〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38)

Deformational mechanism of an urban NATM tunnel at shallow depth is often characterized by a set of unique kinematic movements in subsidence profile and crown settlement, etc. This paper proposes an improved computational scheme by which characteristic deformation behavior of a shallow tunnel is properly modeled. The new computational procedure, incorporating strain-induced anisotropy and strain softening, was applied to simulate a real shallow tunnel's settlement gradient. The results obtained showed that the new computational scheme could represent the settlement gradient and shear bands developing from tunnel shoulder.

Key Words : soil ground, strain softening, surface settlement, settlement gradient, shear strain

1. はじめに

都市部のトンネル施工では地表部における生活・交通機能の確保が重要であり、掘削による周辺環境への影響を事前の計画・設計で十分に検討しておく必要がある。一般に地表部への影響は沈下量で評価する 경우가多いが、地表構造物が対象となると建築物の傾きで管理することとなる。従来から沈下予測へはFEM解析が適用されているが、共下がりやせん断すべりによる急激な沈下を伴う土砂地山（特に砂質土山）への適用においては課題が残されていた。

そこで、筆者らは都市トンネルの沈下予測において有効な解析手法と期待されるひずみ軟化モデルについて検討^{1),2),3)}を進めている。

本論文では、現在施工中の東北新幹線六戸トンネルを対象とし、土砂地山トンネルへのひずみ軟化モデルの適用性について検討を行った結果を述べる。

2. 解析による沈下予測の現状

一般にトンネル掘削による地表面沈下や地表構造物変位の予測手法には、類似事例や統計データを参考とした手法や数値解析を適用した手法などがある。予測手法の代表的なものを表-1に示す。

最近では、複雑な地形・地質条件や掘削パターン、施工順序等を考慮できることから、FEM解析に代表される数値解析を適用した沈下予測が実施されることが多い。このFEM解析では、解析結果として地表面の沈下量や地表構造物の変位が詳細に得られるため、適切な解析条件を定めることで沈下量を比較的精度よく予測することができる。しかしながら、地盤定数や境界条件の設定次第で解析結果が変動しやすいため、解析結果の評価に際しては上記の類似事例による方法や簡易式による方法と組み合わせて総合的に判断する必要がある。

表-1 トンネル掘削に伴う地山変位の予測手法の分類⁴⁾

予測手法の分類		例	備考
類似事例による予測			類似の地山条件, 土被り, 形状, 工法の事例
統計データによる予測		Peck の式 ⁵⁾ , 横山らの式 ⁶⁾	沈下影響範囲, 沈下分布, 沈下勾配の予測
模型実験および統計データによる予測		島田の式 ⁷⁾	
解析手法による予測	数値解析	線形弾性 FEM, 非線形弾性 FEM 弾塑性 FEM 等	複雑な地層やトンネル形状, 施工順序が考慮可能
	弾性理論解析	Limanov の式 ⁸⁾	均一地層のみ, 円形断面のみ

また, FEM解析の場合には沈下の発生が広範囲に及び, 緩やかな沈下形態を示すため, 沈下量の絶対値が予測できても沈下勾配が過小評価されることがある。一般に, 地表構造物は沈下勾配やその差である変形角で管理されるため, このような場合には地表構造物に影響が発生することとなる。したがって, 土砂地山(特に砂質地山)特有の急激な沈下を評価できる予測手法が求められている。

まず, ひずみ軟化モデルの検討に先立ち, 当初設計で解析による沈下予測が適用された都市部山岳工法トンネルの事例⁴⁾を抽出し, 予測値と計測値の比較による分析を行った。本調査では「立地条件: 都市部および都市近郊」「地山条件: 未～低固結の堆積地山」を対象条件とし, 52トンネル・工区についてデータ収集および分析作業を行った。

図-1は, 当初設計におけるFEM解析の予測値と施工時の計測値(地表面沈下・天端沈下)を比較したものである。データにはばらつきもあるが, 計測値が予測値を下回る例が大部分であり, 設計では物性値やモデル化を安全側に評価することで施工に向けた安全性を確保していることが分かる。このように, 都市部の設計では沈下に対する配慮が重要視されており, 沈下を抑制することがトンネル建設成功の可否につながるものと考えられている。

一方, 都市部での低土被り, 未固結・低強度地山の場合には, トンネル掘削に伴って周辺地山にせん断すべり面を伴う緩み領域が発生し, 地表面沈下と天端沈下量が同程度となる共下がり現象が生じるといった特異な変形挙動が見られる場合がある。図-2, 図-3はせん断すべり面を伴う緩み領域が発生した現場計測事例である。図-2はワシントンD.C.地下鉄⁹⁾における地中変位計, 傾斜計の計測値最大せん断ひずみの分布を算定したものである。また, 図-3は習志野台トンネル¹⁰⁾における計測値を用いて行われた逆解析結果である。両図によるとトンネルの肩部辺りから地表面に向かって「ウサギの耳」が伸びるようにせん断すべりが発生していることがわかる。

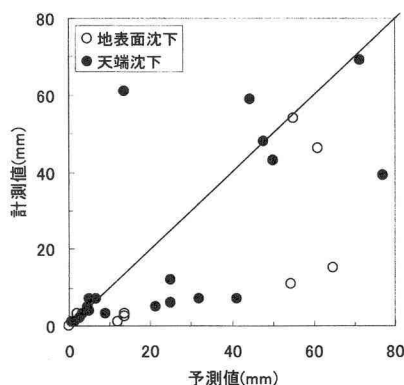
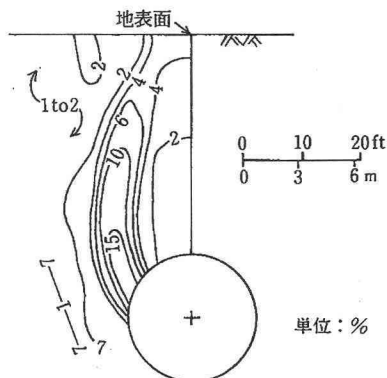
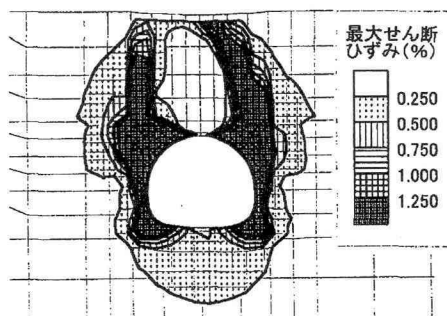


図-1 沈下予測と計測値

図-2 ワシントンD.C.地下鉄の計測結果⁹⁾図-3 習志野台トンネルの逆解析結果¹⁰⁾

一般に、このようなせん断すべりを伴う不連続な地山挙動を解析することはかなり困難である。せん断すべりが生じる位置がある程度事前に特定されている場合には、ジョイント要素という特殊な要素を配したFEM解析の適用が可能である。しかしながら、そうでない場合には、大変形FEMによるひずみ局所化解析、剛塑性FEM解析や個別要素法解析、有限差分法解析など、特殊かつ労力が膨大な解析手法が必要となる。

したがって、より容易で理解しやすく、トンネル掘削時のせん断すべりを伴う不連続な地山挙動をシミュレートできる解析手法の開発が望まれている。本研究では、このような解析手法の一つとして、せん断ひずみ量に応じたせん断剛性の低下（誘導異方性の発現）と強度定数の低下（軟化現象）を力学モデルに導入した非線形FEM解析（ひずみ軟化モデル）を土被りの浅いトンネルに用い、その手法の優位性について検討を行った。

3. ひずみ軟化モデルの概要

桜井ら^{1),2)}は「地山に生じるすべり挙動はせん断ひずみ量に応じたせん断剛性の低下で表せる」とし、応力 $\{\sigma'\}$ とひずみ $\{\varepsilon'\}$ の関係を x' 軸がせん断すべり線と一致する局所座標系 (x', y') で式(1)のように仮定している。

$$\{\sigma'\} = [D'] \{\varepsilon'\} \quad (1)$$

ここで、 $[D']$ はすべり線と一致する方向での局所座標系における応力ひずみマトリックスであり、2次元平面ひずみ状態では式(2)で与えられる。

$$[D'] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & 0 \\ \nu & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & m(1+\nu)(1-2\nu) \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 E は弾性係数、 ν はポアソン比である。この m は物理的にはせん断弾性係数と弾性係数の比 (G/E) であり、ゆるみによる損傷（せん断剛性低下、誘導異方性）を表現している。また、異方性損傷パラメータ d を用いた式(3)、式(4)のように、 m はせん断ひずみ γ の増大に伴って低下する。

$$m = \frac{1}{2(1+\nu)} - d \quad (3)$$

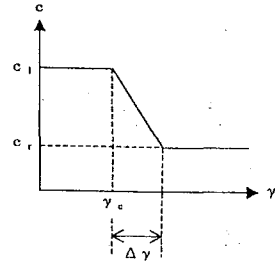


図-4 粘着力 c と最大せん断ひずみ γ の関係

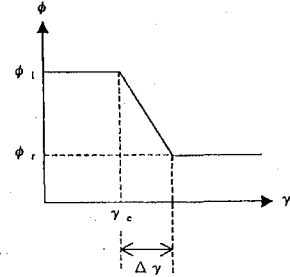


図-5 内部摩擦角 ϕ と最大せん断ひずみ γ の関係

$$d = (m_e - m_r) \{1 - \exp\{-100\alpha(\gamma - \gamma_e)\}\} \quad (4)$$

ここで、 γ_e は損傷の始まるせん断ひずみ、 m_e は m の初期値（弾性時には $1/\{2(1+\nu)\}$ ）、 m_r は m の残留値である。また、 α は異方性損傷パラメータ d の変化の度合いを表す係数である。

ここで提案する手法では、上記の方法に加え、図-4、図-5に示すように材料強度（粘着力 c 、内部摩擦角 ϕ ）が初期段階で定義される値から破壊後に順次低下して残留値に至るという概念を導入する。

また、解析においては、Sterpi¹¹⁾が提案する「 c 、 ϕ が初期値 (c_i, ϕ_i) から収束値 (c_r, ϕ_r) に下がる時のせん断ひずみ増分は材料ごとに一定の値 $\Delta\gamma$ であり、低減中の強度定数—せん断ひずみ関係は図-4、図-5のように線形関係である」という考え方を用いることとした。

本手法における強度低下の条件設定については、これまで損傷の始まるせん断ひずみ γ_e を室内実験で直接求めていた。しかしながら、設計時および施工時の実務において、ねじりせん断試験やリングせん断試験等の特殊な室内試験を実施することは困難であることから、解析ではせん断すべり線方向のせん断応力が破壊基準に達した時のひずみを損傷の始まるせん断ひずみ γ_e と設定することとした³⁾。また、破壊基準はせん断ひずみに依存するものとし、材料が塑性状態に入った時に内部摩擦角、粘着力を低下させて軟化特性を導入した。なお、低減中の $c-\gamma$ 、 $\phi-\gamma$ 関係は図-4、図-5に示す線形関係で仮定した。

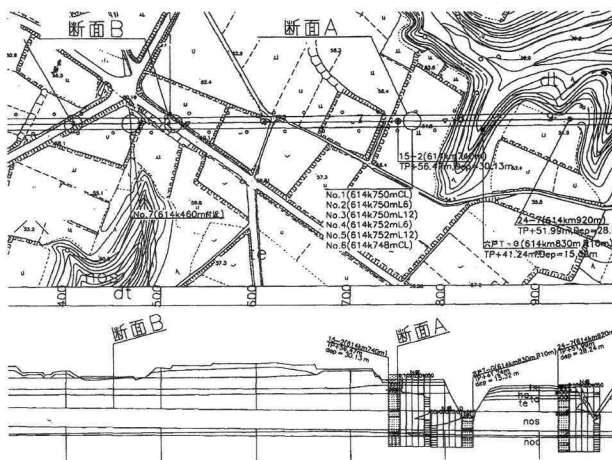


図-6 六戸トンネル平面・縦断面図

4. 研究対象トンネルの概要

研究の対象とした東北新幹線六戸トンネルは、洪積台地を通過する延長3,810mの山岳トンネルである。対象となる地盤は、新第三紀鮮新世～第四紀更新世に堆積した洪積砂層である。地下水位はトンネル天端～天端上部10mと高く、粘性土の介在により一部被圧している。六戸トンネルの平面・縦断面図を図-6、トンネル標準断面図を図-7に示す。

掘削は出口方坑口（図-6右側）から進め、野辺地砂層Nosと呼ばれる洪積砂層が切羽に出現している。野辺地砂層は細粒分含有率8～20%程度、均等係数平均14程度の、比較的バインダー分の少ない粒のそろった砂層である。表-2に六戸トンネル周辺の野辺地砂層の土質特性を示す。

地表面沈下および地中変位の計測位置としては、出口方坑口部から続いてきた沢部が終わり、地質・地形が比較的一様となる断面Aと、道路と交差する断面Bを選定した。土被りはいずれも約13mである。この両計測断面における地表面沈下や地中変位等の計測値を用いて、ひずみ軟化モデルによるシミュレーション解析を行うこととした。

両検討断面における掘削工法、支保パターン等の施工条件を表-3に示す。なお、本トンネルでは、砂質地山における切羽の安定性を確保するために、ディープウェルにウェルポイントを併用し、地下水位を低下させた上で掘削を行っている。

沈下のシミュレーション解析を実施する検討断面では、地表面沈下と地中変位（ワイヤー式沈下計、固定式傾斜計）を計測しており、断面Aでは更にせん断帯の存在を確認するためにパイプひずみ計を設置した。断面Aの計測概要を図-8に示す。

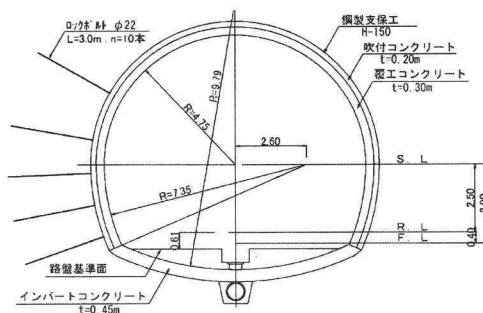


図-7 トンネル標準断面図

表-2 野辺地砂層 Nos の土質特性（代表値）

土粒子の密度 ρ_d	2.6～2.8 g/cm ³
間隙比 e	0.8～1.1
細粒分含有率 F_c	8～20 %
均等係数 U_c	平均 14
含水比 w_n	22～36 %
相対密度 D_r	100 % 以上
N 値	20～50 以上

表-3 検討断面の概要

	断面 A	断面 B
土被り	13m 程度	
地質	表層部：高館火山灰層 ta 天狗岳火山灰層 te 切羽部：野辺地砂層 Nos	
掘削工法	上半先進工法（ショートベンチカット） 水位低下工法（DW, WP）	
支保パターン	吹付け 200mm パターンボルト L=3m@10 本 鋼製支保工 150H@1m 先受け工（フォアボーリング）	
計測工（周辺地盤）	地表面沈下 地中変位 せん断帯測定	地表面沈下 地中変位
地表面沈下	最大 12mm	最大 53mm

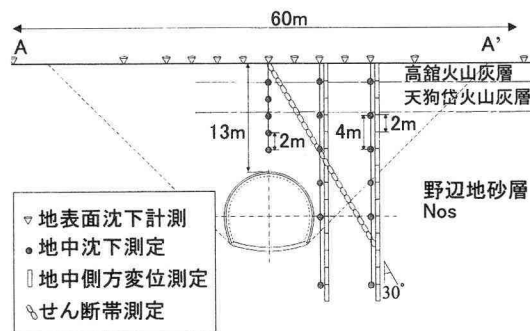


図-8 断面Aにおける計測工断面図

5. シミュレーション解析

(1) 解析条件の設定

a) 解析モデルの作成

既往の地質調査結果およびトンネル施工時に実施した三軸圧縮試験結果を参考に、地山の基本物性値を表-4のように設定した。解析モデルの例として、断面Aの解析メッシュ図を図-9に示す。

【地盤物性値の設定方法】

- ・単位体積重量・・・室内試験の平均値を採用
- ・初期変形係数・・・既施工区間において実施した内空変位（天端沈下と内空変位）のFEMによるシミュレーション結果より、孔内水平載荷試験（teは室内試験）の上限値を採用
- ・初期ポアソン比・・・同シミュレーション結果で得られた天端沈下と内空変位の比率より、側圧係数を $K_0=0.4$ と設定
- ・強度定数※・・・粘着力と内部摩擦角として三軸圧縮試験の平均値を採用

※表-4の強度定数は初期強度

なお、変形係数、ポアソン比については、表-4の試験値で事前解析を実施し、強度低下が発生する前の施工段階で計測値との同定を行った上で、シミュレーション段階において適宜見直しを図っている。

支保部材については、吹付けコンクリートと鋼製支保工を平面要素でモデル化し、ロックボルトおよび先受け工等についてはモデル設定を省略している。

b) 施工過程のモデル化

実施工における上半先進工法の施工過程を反映し、解析ステージを以下のように全7ステージと定めた。各ステージでは、掘削応力を2%ずつ解放させて非線形解析の収束判定を行った。なお、初期掘削解放率については、施工区間の先行変位を分析し、40%として設定した。

【解析ステージ】

- ①初期応力解析
- ②上半掘削・・・掘削解放率40%
- ③上半支保・・・掘削解放率60%
- ④下半掘削・・・掘削解放率40%
- ⑤下半支保・・・掘削解放率60%
- ⑥インバート掘削・・・掘削解放率40%
- ⑦インバート打設・・・掘削解放率60%

c) ひずみ軟化パターンの設定

前述のように、ひずみ軟化モデルではトンネル周辺地盤の強度は直線的に低下するものと仮定している。シミュレーション解析では、強度低下の発現状況および強度低下と沈下の関係を検討する目的で

表-4 入力地盤物性値

	①ta 高館 火山灰層	②te 天狗岳 火山灰層	③・④Nos 野辺地 砂層※
単位体積重量 γ (kN/m ³)	14.0	18.0	20.0
初期変形係数 Do(MN/m ²)	5.0	5.0	80.0 100.0
初期ポアソン比 ν	0.286	0.286	0.286
粘着力 c (kN/m ²)	30	45	30 50
内部摩擦角 ϕ (°)	0	0	35

※二段書き 上段:上部砂層 Nos1, 下段:下部砂層 Nos2

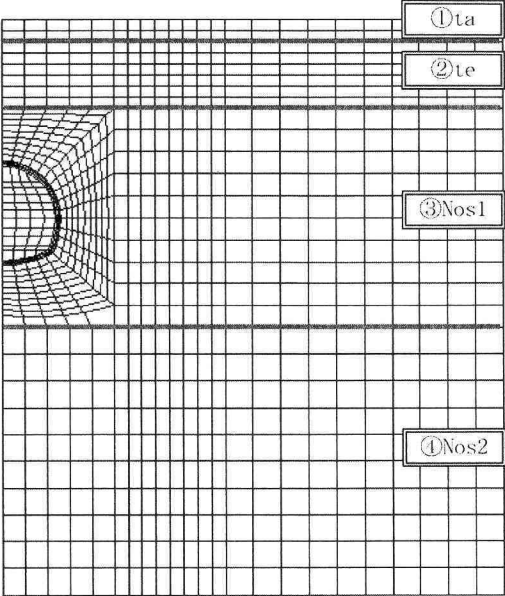


図-9 解析メッシュ図（断面Aの例）

表-5 ひずみ軟化パターン

		強度低下※		
		80%	60%	40%
強度低下時 ひずみ増分 $\Delta \gamma$	0.04	1	4	7
	0.02	2	5	8
	0.01	3	6	9

※初期強度(c_i, ϕ_i)に対する残留強度(c_r, ϕ_r)の割合

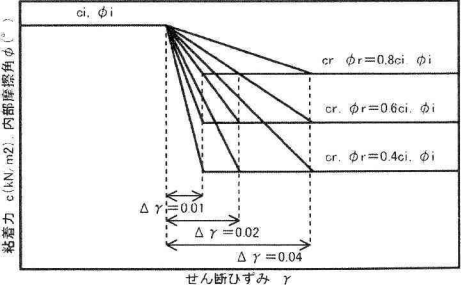


図-10 強度低下パラメータの設定

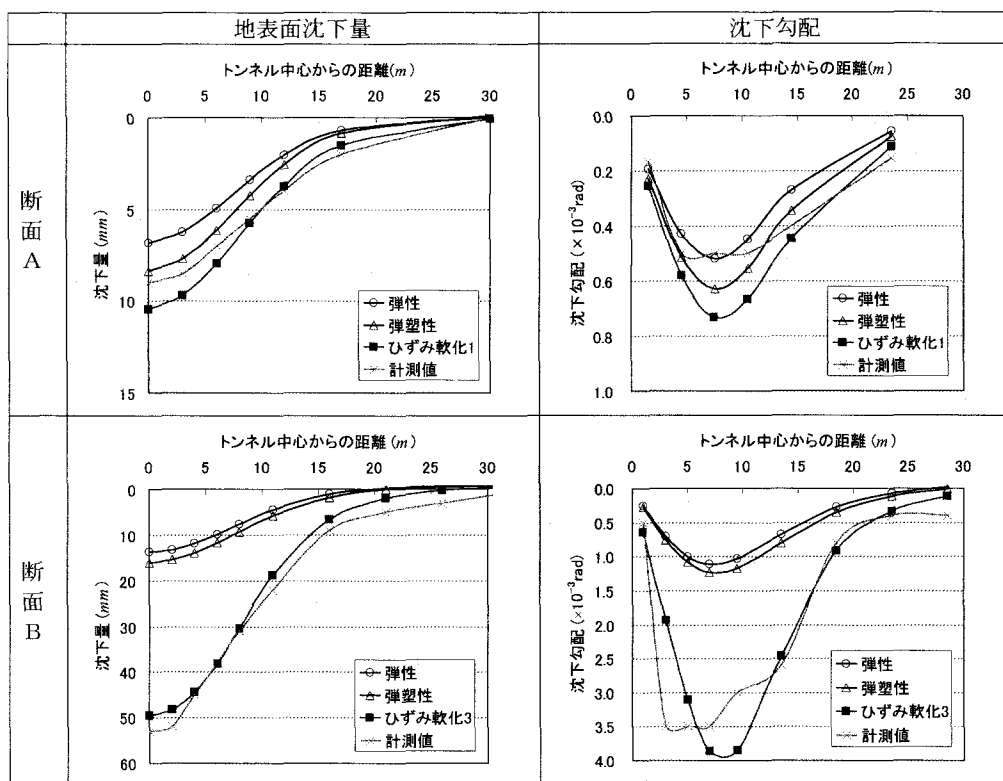


図-11 解析結果（地表面沈下量および沈下勾配）

強度低下および強度低下時のひずみ増分をパラメータとし、これまでの施工シミュレーション、逆解析等の実績¹⁾から表-5、図-10に示す9種類のパターンで設定した。なお、各軟化パターンを比較すると、表中矢印の方向に向かい、軟化傾向が強くなる（沈下が発生しやすい）こととなる。

d) 解析ケース

計測値に対するシミュレーションでは、従来手法として弾性モデルおよび弾塑性モデルについても解析を行い、ひずみ軟化モデルとの違いについて比較を行った。

(2) 解析結果

a) 地表面の沈下について

本検討の主目的である地表面の沈下について、計測値と解析結果を地表面沈下量と沈下勾配で図-11のように整理した。なお、図中のひずみ軟化モデルの解析結果では、計測値に最も近い軟化パターンの算定結果を示している。

両検討断面とも初期強度を80%に低下したパターンの解析結果が計測値に近く、強度低下時のひずみ増分も沈下量の大小に応じた傾向となった。したがって、本トンネルでは掘削に伴う強度低下が20%程度であったことが予想される。

また、両検討断面におけるシミュレーション結果を比較すると、地表面沈下量が10mm程度と小さかった断面Aでは、従来手法の弾性・弾塑性モデルでも計測値に近い傾向を示している。しかしながら、沈下が50mm程度と大きく発生した断面Bでは、ひずみ軟化モデルのみが実際の沈下傾向を再現する結果となった。したがって、沈下量および沈下勾配に関するシミュレーション結果から、断面Bでは掘削によって周辺地山にせん断ひずみが卓越するエリアが発生し、トンネル周辺から地表部にかけて急激な沈下が発生したものと推測される。このように、トンネル直上において急激な沈下が発生する場合には、ひずみ軟化モデルの特徴が表れやすく、地表面沈下予測においても有効なことが確認された。

b) 周辺地山の状態について

前述の地表面沈下および沈下勾配に関する解析結果から、沈下の小さな断面Aでは周辺地山が弾性的に挙動しているが、沈下の大きな断面Bでは砂質地山特有の非線形なせん断挙動としてせん断ひずみが卓越するエリアが発生していることが推測された。

次に、解析で得られた周辺地山の最大せん断ひずみ分布を図-12に整理した。ここでも同様に、計測値に最も近い軟化パターンの算定結果を示している。

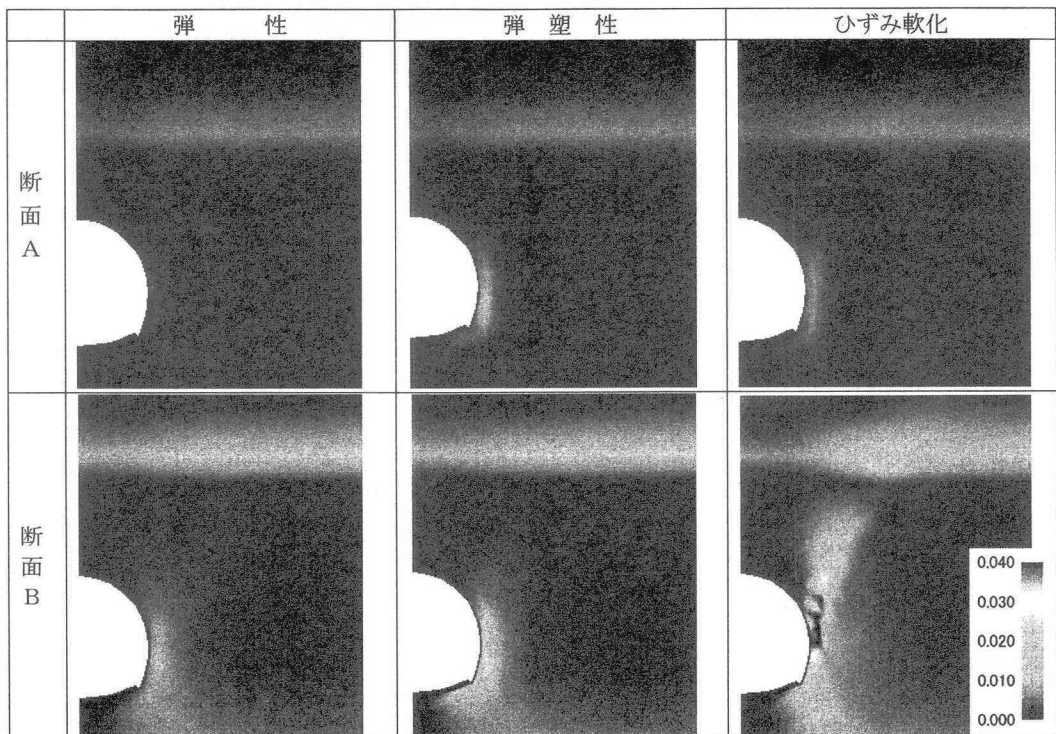


図-12 解析結果（最大せん断ひずみ分布）

最大せん断ひずみの分布状況から、沈下の小さかった断面Aではせん断ひずみが卓越するエリアが発生しておらず、実際の施工においても弾性に近い掘削挙動を呈していたと考えられる。

一方、沈下が大きかった断面Bでは、前述の事例（図-2、図-3）と同様にアーチ肩部に卓越したせん断ひずみが発生し、ひずみの卓越するエリアが地表部に向かって伸びていることが確認できる。周辺地山のせん断ひずみ分布から、断面Bではトンネル直上とトンネル側方上部の間に不連続なせん断挙動が発生し、トンネル直上で共下がりを引き起こしているものと推測される。このような掘削挙動によって、地表部のトンネルセンターから5～10m付近に卓越した沈下勾配が生じたものと考えられる。

断面Aで実施したせん断帯測定の結果を図-13に示す。前述のように、断面Aでは明確なせん断挙動が確認できなかったが、パイプひずみ計で測定された曲げひずみを拡大表示すると、断面Bの解析で得られたせん断挙動と同様の傾向が表れていることが

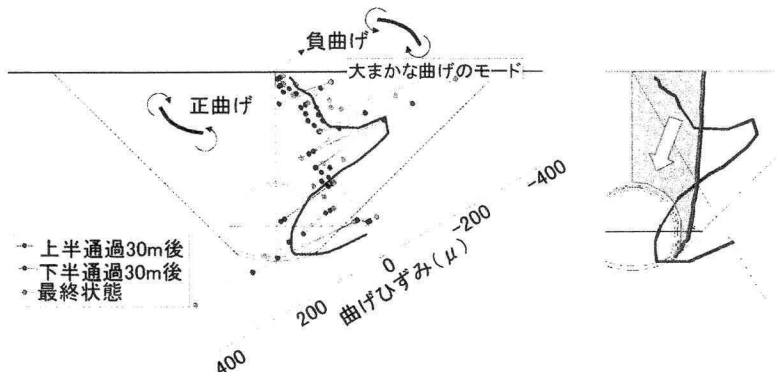


図-13 せん断帯測定結果

分かる。断面Aで計測された曲げひずみは小さな値であったが、断面Bにおける地表面沈下や地中変位等の計測結果や両断面の解析結果から判断すると、沈下が大きかった断面Bでは掘削に伴って卓越したせん断挙動が発生したのと考えられる。

以上、砂質地山特有のトンネル直上における急激な沈下の発現は、周辺地盤のせん断挙動と密接な関係にあることが解析において確認された。都市トンネルの沈下予測においては、このようなせん断挙動の評価が重要な技術的課題と考えられる。したがって、地山のせん断挙動が想定される地盤を対象としたトンネルの計画・設計においては、ひずみ軟化モデルの適用性が高いものと考えられる。

6. まとめ

未固結地山が対象となる都市トンネルでの沈下予測手法の開発を目的として、実トンネルでの計測値をシミュレートした検証解析を行い、ひずみ軟化モデルの特徴および従来手法からの優位性について検討した。その結果、ひずみ軟化モデルによる地表面沈下の評価および実施工時の地山挙動に関して、次のような知見、課題が確認された。

- ・ 地表面沈下および沈下勾配の計測結果から、沈下の小さな断面では掘削時に地山が弾性的な挙動を呈し、沈下の大きな断面では地山が非線形的なせん断挙動を呈してトンネル直上に共下がりが発生していることが確認された。
- ・ パラメータスタディの結果、沈下の大きな断面では、ひずみ軟化を考慮することで従来手法（弾性・弾塑性モデル）では再現が難しいせん断挙動の地表部への進行を評価することができ、地表面沈下の計測結果をより精度良く表現することができた。
- ・ ひずみ軟化モデルによる地表面沈下のシミュレーション解析によって、従来から確認されていたアーチ肩部から地表面にかけてのせん断ひずみの卓越するエリアを再現することができた。
- ・ 沈下の大きな断面で確認されたトンネル直上の卓越した沈下モードは、アーチ肩部から地表部に向かうせん断挙動によって発生したものと推測される。

以上、卓越した沈下勾配やせん断挙動の地表部への進行など、ひずみ軟化モデルによる沈下モードの再現性については優位性が確認された。しかしながら、一方で本検討では以下に示す課題も明らかとなった。

- ・ 地表面沈下を再現できたひずみ軟化パターンが、地中変位や坑内変位のシミュレーションにおいても再現性の高い条件設定になるとは限らず、1ケースの解析でトンネルおよび周辺地山の挙動をすべて再現することは非常に困難であった。
- ・ 類似した地盤条件においても、施工時の掘削挙動が大きく異なる場合があり、予測解析でひずみ軟化パラメータを設定することが非常に困難であるという課題が残った。

上記課題に対しては、検討断面の追加および逆解析によるアプローチ、また地山強度試験による軟化パラメータの標準化など、更なる検討を進めていくことを計画している。

謝辞：本研究は、「東北新幹線トンネル施工技術委員会」（足立紀尚委員長）における活動の一環として行ったものである。研究に対する助言や指摘を頂いた同委員会委員各位には、この場を借りて感謝の意を表します。また、本論文の作成にあたっては、神戸大学 堂場直樹氏、李在浩氏、鉄道総合技術研究所 野城一栄氏、大成建設 須藤敏明氏他の方々にも多大なるご助力を頂いた。関係各位に対する謝辞を表して結びとする。

参考文献

- 1) 芥川真一,松本憲典,長井寛之: 土被りが浅いトンネルの非線形挙動解析に関する一考察, トンネル工学研究論文報告集第10巻, pp.113-118, 2000.
- 2) S.Akutagawa,T.Kitani,K.matsumoto and Mizoguchi.S: Numerical modeling of a nonlinear deformational behavior of a tunnel with shallow depth, *Modern Tunneling Science and Technology*, (IS -Kyoto), Adachi et al eds, pp.111-114, 2001.
- 3) 松長 剛,木谷 努,小西真治,芥川真一,村上浩次: 沈下予測へのひずみ軟化モデルの適用性に関する検討, 第37回地盤工学研究発表会, pp.1677-1678, 2002.
- 4) 鉄道総合技術研究所: 鉄道構造物等設計標準・同解説 都市部山岳工法トンネル, 丸善, 2003.
- 5) R.B.Peck: Deep Excavations and Tunnelling in Soft Ground, *Proc.7th ICSMFE,Mexico*, 1969.
- 6) 横山 章, 高瀬昭雄: 土被りの薄い未固結地山におけるトンネル掘削時の地山挙動, 土木学会論文集, No.352/III-2, pp.79-88, 1984.
- 7) 島田隆夫: 土被りの浅い山岳トンネルの地表沈下, 土木学会論文報告集, No.296, pp.97-109, 1980.
- 8) K.チェッキー著, 島田隆夫訳: トンネル工学, 鹿島出版会, 1971.
- 9) W.H.Hansmire and E.J.Cording: Soil tunnel test section, *Case history summary,Journal of Geotechnical Engineering ASCE*, 1985.
- 10) 奥田 庸, 阿部敏夫, 桜井春輔: 土被りの浅い未固結地山トンネルの非線形逆解析, 土木学会論文集 No.638/III-49, pp.383-388, 1999.
- 11) D.Sterpi: An analysis of geotechnical problems involving strain softening effect, *Int.J Numer.Anal.Meth Geomech*, 23, 1999.