

薄膜骨格モデルによる熊本城城壁安定性

福田光治

正会員 大成ジオテック (〒830-0038 福岡県久留米市西町 1174-10)

E-mail: fuku564b@xug.biglobe.ne.jp

薄膜骨格モデルによる安定性評価手法を日本の城壁石垣曲線に適用されている既往手法と比較した。薄膜骨格モデルは一樣な台形状剛体ブロックの積層体モデルによる静的・動的安定性を求める手法である。

熊本城城壁石垣曲線を対象にその精度、石垣構築時代変遷への安定性の追随性を検討し、有効性を調べた。

薄膜骨格モデルによる静的安定性は Coulomb 土圧を用いた既往擁壁設計体系を踏襲した剛体釣り合い条件を展開して静的安定性を算出する。動的安定性は調和振動関数による地震変位のモードを求め、そのモードに対応したバネ力を個々の積層体重心に作用させて釣り合い条件から動的安定性を算出する手法である。

薄膜骨格モデルは石垣曲線特有の凹凸状態に柔軟に対応できるように開発したモデルで、このため台形状の剛体ブロックを接触させて作成する積層体で、石垣の回転、滑動の釣り合い条件から安定性を算出する。

薄膜骨格モデルによる静的・動的安定性手法は概略的な計算方法で、いわば城壁石垣曲線の安定性を比較的容易に評価できモード解析手法で、第 1 次スクリーニングとして位置づけることができる。唯一の検討手法ではなく、概略的な検討から詳細検討に向かう手法の一路として位置づけられる。

Key Words: castle, stone wall, curvature, depth, static and dynamic stability

1. はじめに

薄膜骨格モデルは、石垣曲線でよく遭遇する凹凸状態に追随できるように一樣形状の台形状剛体ブロックを積み重ねた積層体で、個々の台形要素が石垣前面の一点で接触しているモデルである。石垣の凹凸は一樣形状の台形の回転により表現できる。

薄膜骨格モデルによる静的安定性手法は熊本県天草市倉岳町棚底の民家囲い石垣の安定性を検討する手法として開発した^{1),2)}。その後熊本城城壁石垣曲線の安定性を研究対象に拡大し、石垣構築技術変遷への対応性を通じて薄膜骨格モデルによる安定性評価手法の精度を確認してきた^{3),4)}。

さらに調和振動関数による地震変位をモデル化し、個々の石垣の重心に、地震変位対応する地震力をバネ力として作用させた動的安定解析に発展させた^{5),6)}。

本論文では薄膜骨格モデルによる安定性検討方法を日本の城壁石垣曲線の安定性評価概略手法に位置付けて、その容易さ・柔軟性を確認する。そして熊本城を中心に多様な石垣構築に適用し、今後の手法の発展方向を探る。

表-1 は日本の城壁石垣曲線を対象とした安定性検討方法のツールを示す。石垣変状には不連続体モデル、連続体モデルの区別で評価思想を大区分できる。また論文では DDA, DEM, FEM などの検討方法が明記されているが、プログラム名で表現する必要がある。これらのプログラムには作成者の思想が反映されるが、同時に詳細な制約条件が含まれている。単純に DDA, DEM, FEM と表記されても、解析手法の精度を判断することは出来ないので解析手法の基本的な紹介が必要である。自ら開発したプログラムであればその主要な構造を、また市販のプログラムを使用したのであればそのプログラム名を記して検討方法の条件を明確にしておくのが研究であろう。

石垣形状、構造は複雑で、しかも歴史的な構造が付加される。このため石垣の形状を解析に取り入れることができる DDA であっても詳細な構造をコピーして解析することは困難で、解析は概略モードの域にとどまる。解析精度を評価するためには個々の城郭石垣を対象に、石垣形状、構造、材料特性などを用いた解析による適用例を積み重ねることが必要である。個々の事例であっても全体的な城郭石垣を検討して初めて解析精度が確認でき

2 薄膜骨格モデルと日本の城壁安定性研究

表-1 日本の城壁石垣曲線の安定解析方法

解析手法		前面石垣形状	作用土圧	評価法	適用城壁	文献	
静的安定性	不連続	DDA	多角形		はらみだし量	吉田城	19)
	DEM	○			はらみ出し量	大坂城	18)
	薄膜骨格モデル	一様台形積層体	Coulomb	安全率 (回転, 滑動)		熊本城, 名古屋城天守閣, 大阪城天守閣, 通潤橋	3)
	箱型擁壁設計法	一様直方体積層体	試行くさび型	安全率 (回転, 安全率)		仙台城	6)
	モデル実験				はらみ出し指数	大坂城	17)
	連続	FEM				はらみ出し指数	姫路城
動的安定性	対数螺旋法		円弧すべり	安全率 (勾配)		名古屋城天守閣, 熊本城二様の石垣	22)
	二次曲線			石垣構造比		大坂城, 名古屋城, 姫路城, 伊賀上野城	20)
	DDA				はらみ出し量	名古屋城	19)
動的安定性	DEM	○			はらみ出し指数		21)
	薄膜骨格モデル	一様台形積層体	調和振動による地震変位対応バネ力	安全率 (回転, 滑動)		熊本城, 名古屋城天守閣, 大阪城天守閣, 通潤橋	4)
	箱型擁壁設計法	一様直方体積層体	震度法	安全率 (回転, 安全率)		仙台城	6)
	遠心力载荷試験	○棒			はらみ		21)
	振動実験	実物大			はらみ		21)

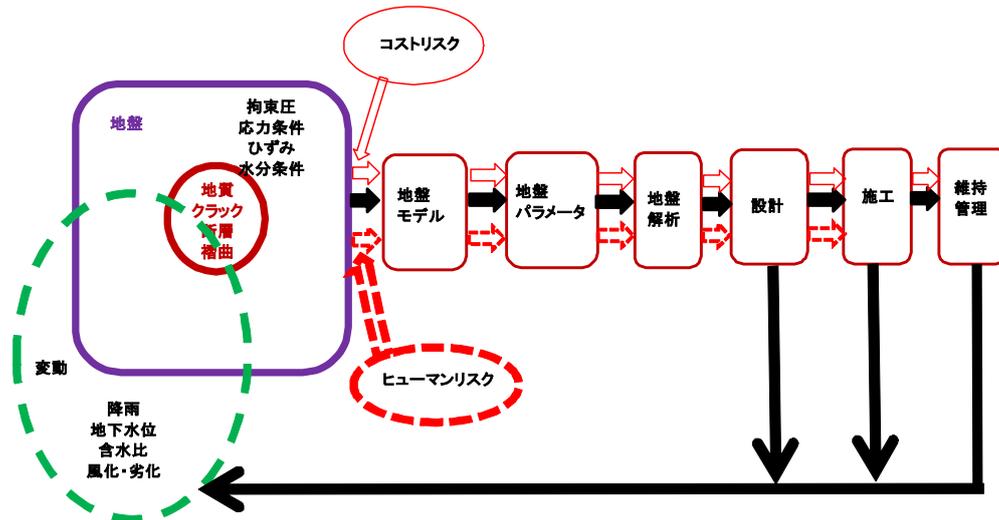


図-1 地盤リスクとリスクの低減をめざす検討の流れ

る。

一般に地盤リスクを包含する地盤問題では、地盤モデルー地盤パラメーター地盤解析の流れになるが、この経路は何重にも循環し、概略解析、詳細解析と深まっていく。しかし詳細解析であっても実際の城郭をコピーす

るような解析ができないので一種のモード解析の中での位置づけを念頭に入れて石垣の安定性を評価しなければならない。

安定性の評価方法を定量的に表現するためには安全率による表現が明確である。このためには回転安全率、

滑動安全率による安定性の評価が安心感を与える。

石垣曲線の安定性は古来の石垣構築技術を継承しているからと言って、その指針が安定性を保証するものではない。現代的な科学からスタートして、その依拠する古来の手法を含めた現実の石垣曲線の安定検討が必要である。従って石垣の凹凸した石垣曲線を対象に、現代的な科学から容易にイメージができる回転・滑動安全率による検討方法を確立する必要がある。その視点で既往の日本の城壁石垣曲線の研究方法を集積した場合、箱型擁壁設計手法が著者の関心を持たせる⁹⁾。

箱型擁壁設計手法も石垣の凹凸孕みを対象とすることができるが、それは直方体要素のせり出しで表現される。薄膜骨格モデルは石垣の孕みに焦点を当てているので、回転の表現の容易さを考えて台形状の様な剛体積層体の釣り合いとして体系化した。

地盤安定性の評価方法にはさまざまな手法があり、精度そして信頼性が経験化されている。そのレベルに応じた手間や検討費用を考えなければならない。薄膜骨格モデルは石垣要素の一樣性と検討方法の容易さから考えると概略的な検討レベルにあたる。しかし現実の事象としての石垣表面の大きさは考慮することが出来るので、実際の石垣曲線を近似化できる。薄膜骨格モデルによる安定性評価方法を行い不具合があれば詳細検討に進むことができる。

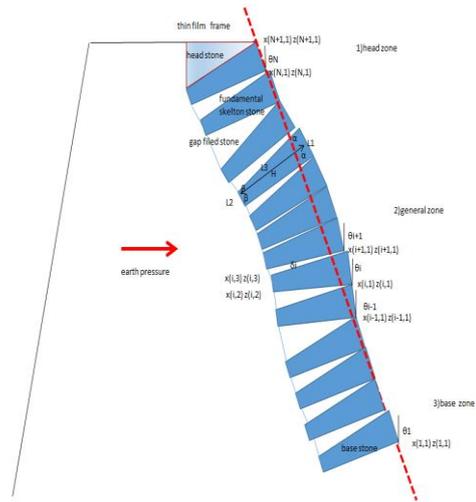
DDA, DEM, FEMを使用したからと言ってそれ自身が詳細検討になると解釈することはできない。いずれも石垣をモデル化しているので概略検討の域を免れることは出来ない。地盤リスクを考慮した検討方法の階層化が求められる。薄膜骨格モデルによる安定性解析手法はあくまで概略検討の域にあり、その後には詳細な検討手法を連ねる必要がある。

3 薄膜骨格安定解析モデルと調和振動関数

(1) 薄膜骨格安定解析モデル

薄膜骨格安定解析モデルは図-2 に示すように、石垣前面に一樣台形状剛体ブロックを接して積み重ね、個々のブロックの滑動、回転を計算するモデルである³⁾。台形状ブロックの積層体とすることにより、回転に対する余裕が発生し、孕み曲線にも対応できる。背面からは Coulomb 主動土圧を作用させ、地震時には図-3 に示すようにスプリングを介してブロック重心に変位に応じたスプリング力を作用させる⁴⁾。類似した設計法に箱型擁壁設計⁹⁾があり、表-2 に考え方を整理した。箱型擁壁のブロックは直方体で、孕みはいわばせり出しとして表現される。

ブロックと積層体の幾何形状を考慮することにより、



せん断抵抗力は一般部下端の垂直な方向の成分により発現されると仮定する。

$$SN_i = P_A \sin(\delta - \theta + m_i) + R_i \sin e_i \quad (2)$$

$$F_{si} = \frac{SN_i \tan \varphi}{SS_i} \quad (3)$$

回転に対する抵抗力は薄膜骨格石垣の自重により発現する。回転抵抗力は薄膜骨格石垣下端の長さも関係する。

$$ME_i = E_{ii} \times \frac{EH_i}{3} \quad (4)$$

$$EX_i = \frac{2}{3}(x_N - x_{i1}) \quad (5)$$

$$MR_i = R_i \times g_i + E_{vi} \times EX_i \quad (6)$$

$$F_{mi} = \frac{MR_i}{ME_i} \quad (7)$$

(2) 調和振動解析による動的安定解析

薄膜骨格モデルにおける動的安定解析は調和振動関数により得られる変位分布と、それに対応するスプリング力を石材重心位置に作用させて、せん断と回転の安全率を計算している⁴⁾。

波動関数の基礎式を示す。ここに ξ ：地盤変位、 p ：伝播定数、 ω ：円振動数、 H ：層厚、 t ：時間、 f ：振動数、 T ：卓越周期、 V_s ：S波速度、 A 、 B ：定数とする。

$$\xi_N(t) = (A_N e^{ipH} + B_N e^{-ipH}) e^{i\omega t} \quad (8)$$

$$\xi_j(t) = \frac{\cos(pHj)}{\cos(pNH)} A_c e^{i\omega t} \quad (9)$$

$$\xi_j(t) = -\frac{\cos(pHj)}{\omega^2 \cos(pNH)} A_c e^{i\omega t} = -\frac{1}{\omega^2} \xi_j(t) \quad (10)$$

$$p = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{T} \frac{1}{V_s} \quad (11) \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (12)$$

地盤の加速度が決まると、対応する変位が計算できる。パラメータにより変位モードは異なってくるので、振動台実験などから検討されている一次モードを用いることにした。一次モードの増幅形状になるように調和振動関数パラメータを決めた。

4 熊本城城壁石垣曲線の安定性と時代変遷

熊本城城壁石垣曲線の変遷を富田が提案している⁷⁾。富田の変遷史によって静的安定性を検討したのが表-3と図-4である。薄膜骨格モデルは石垣縦長さに焦点を当てた2次元解析である。石垣縦長さは石垣根元部で手が届く範囲の計測値の平均値で代表させた。それを石垣高さまで積層させた。

しかし石垣背面に隠れた台形のデータにする短辺の長さ、控えを測定することはできない。このため熊本城

表-3 熊本城城壁石垣曲線の静的安定性

富田時代区分			石垣	石垣形状		静的安全率	
時代	和暦	西暦		高さ(m)	打出勾配	せん断	回転
I	慶長4年	1599	小広間台南面	12.595	58.640	0.875	2.49
			月見櫓台	11.332	56.058	0.985	2.503
			東三階櫓台	11.457	58.679	1.187	2.515
			大天守台南面	11.455	56.202	1.015	2.718
II	慶長5年	1600					
III	慶長6年前半	1601					
IV	慶長6年~12年	1601-1607	田子櫓台	13.263	63.777	1.006	2.454
			七間櫓台	12.931	63.327	0.956	2.434
			四間櫓台	13.490	60.284	0.77	2.427
			源之進櫓台	12.592	58.920	0.876	2.532
			東十八間櫓台東	17.783	60.563	0.918	1.645
			北十八間櫓台北	18.582	62.998	1.022	1.591
			長局櫓台	12.496	62.763	0.891	2.702
			宇土櫓台西面	19.602	57.573	1.044	1.479
			宇土櫓台北面	18.764	57.015	1.101	1.534
V	慶長12年以降	1607-	西出丸未申櫓台	13.339	60.254	1.536	2.696
VI	寛永10年 文政3年	1633-1820	飯田丸五階櫓台	15.151	74.780	2.44	2.37
			櫓方三階櫓台	20.558	64.496	1.068	1.585
			二様の石垣西面	17.951	68.358	4.002	3.917
			百間石垣	18.582	72.688	0.697	0.627

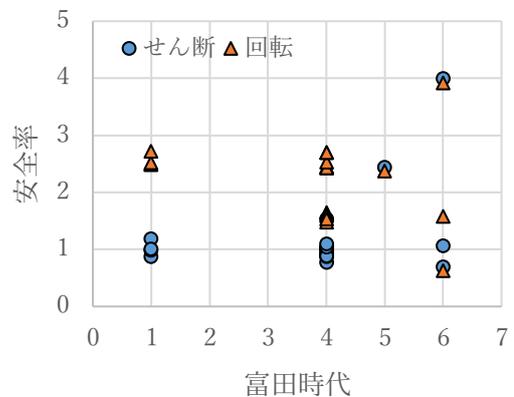


図-4 熊本城城壁石垣曲線の安定性と変遷史

城郭石垣の解析では発掘で計測されたデータ^{8), 9)}の控え/縦長さ比の平均値を用いたが、発掘された未申櫓台、

飯田丸五階櫓台石垣の解析では発掘全データの平均値を使用した。

富田の時代変遷に対応するように打出勾配はやや増加する傾向、従って石垣曲線が急峻になる傾向はあるが、必ずしも打出勾配で時代を特定することは出来ない。また打出勾配が増加する傾向に対し、安全率が減少するという明確な傾向はみられない。

5 城壁石垣控え効果

熊本城飯田丸五階櫓台石垣南面の動的安定解析結果を示す。控えを長くすると比例するように滑動、回転安全率は増加する。発掘調査結果の控え・縦長さ比は0.56である。この南面は2016年熊本地震で上段高さの上半分ほどが崩壊している。控え長さが不足していたことも崩壊の一因と考えることができる。

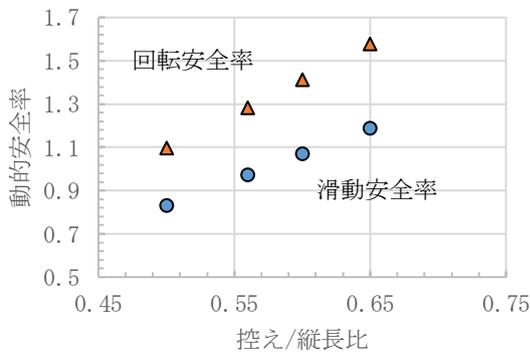


図-5 飯田丸五階櫓台南面石垣控え効果

6 多層化される城壁と隠れ石垣効果

城郭石垣は劣化し、凹凸状に変状する。また豪雨や地震災害でも変状し、崩壊に至ることもある。しかし崩壊しても既存の城郭石垣を被覆するように補強される。また城郭の拡張に伴う石垣の重ねも発生する。熊本城では未申櫓台、飯田丸五階櫓台石垣の発掘調査で隠れ石垣が露出されている。地震が多い仙台城では多層の石垣で多重化されていることが確認されている¹⁰⁾。日本の城郭石垣には歴史があり、石垣の多層化隠れ石垣構造¹¹⁾は宿命である。この隠れ石垣は図-6に示すように石垣背面の裏込め土に発生するすべり面を規制する場合もある。薄膜骨格モデルでは背面土圧のすべり面位置を制約するように考えることができる。

薄膜骨格モデルにより隠れ石垣効果の検討結果では未申櫓台石垣では効果を発揮し、飯田丸五階櫓台では効果は見られない。2016年熊本地震では未申櫓台石垣は非崩壊にとどまり、飯田丸五階櫓台南面は崩壊した¹²⁾。また熊本城で一番高い宇土櫓台は非崩壊にとどまったが、

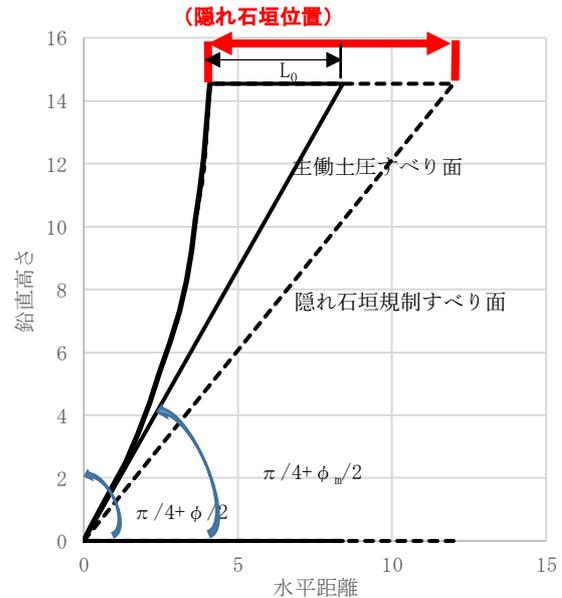


図-6 隠れ石垣効果とすべり線

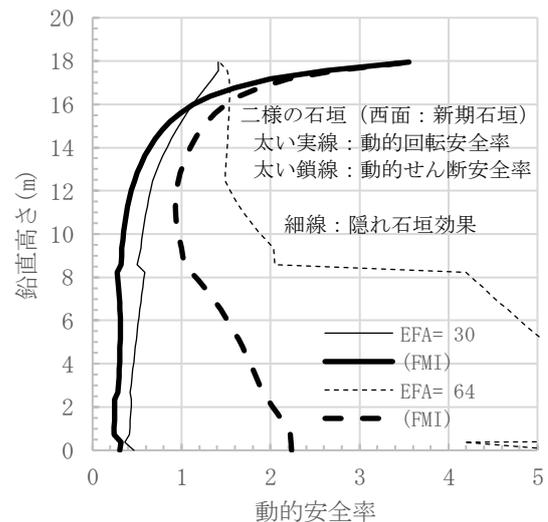


図-7 二様の石垣動的安定性と隠れ石垣効果

孕みが明瞭になった。宇土櫓台も富田区分でI期とIV期の重なりとして示されているので隠れ石垣効果が発揮されている可能性がある。

熊本城二様の石垣曲線と構築技術は熊本城の石垣研究では変遷史の基準情報になる。二様の石垣南面は加藤清正初期の構築で富田の時代区分ではI期にあたる。西面は時代の特定を明示する文献は見当たらないが、富田の時代区分ではVI期に分類されている。しかし富田の区分図ではVI期の石垣は外延に数か所散見されるのみであるから、区分図の再考が必要ではなかろうか。

二様の石垣も隠れ石垣の存在が指摘されている¹¹⁾。鶴島によると発掘調査の結果として約4.2m西側に張り出して築造されてとしている。そこで背面土圧勾配を自由

すべり面から古期石垣の存在による制約条件を考慮して 30° から 64° にして解析した。控えは測定できないので縦長さの約 2 倍にして解析した。また地震動は石垣根元部で 1 cm, 天端部で約 4 cm に増幅される一次モードでバネ力を作用させた。解析結果を図-7 に示す。

二様の石垣西面の動的安全率は背面に隠れ石垣が存在する場合概略 1 以上になるが、隠れ石垣が存在しない場合の動的安全率は 1 以下になる。このため 2016 年熊本地震で非崩壊にとどまった原因に隠れ石垣効果を考えることができる。

隠れ石垣効果についてはこれまで発掘が行われ、石垣形状が計測されている熊本城の未申櫓台¹²⁾、飯田丸五階櫓台¹³⁾に関して確認した。同様な効果は宇土櫓台でも期待できる。

7 熊本城石垣安定性と上部家屋重量効果

日本の城郭石垣上には張り出すように櫓など上部家屋が建築される。この効果は石垣上面での鉛直力効果として検討することが可能である。石垣天端に鉛直力が作用すると考えて鉛直力に対応する動的安全率を求めた。

動的滑動安全率に対する効果は限定的であるが、動的回転安全率は鉛直力の増加に比例するように安全率は増加する傾向を示している。

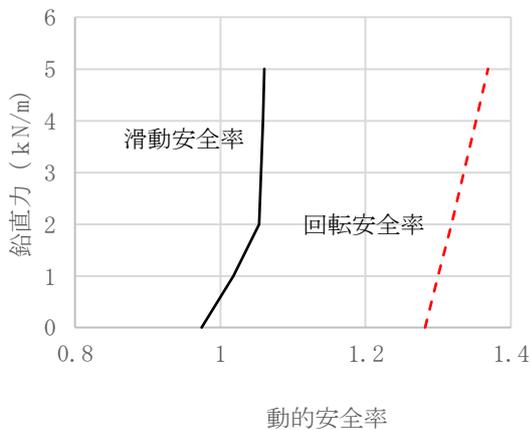


図-8 鉛直力による安全率上昇

8 熊本城二様の石垣と通潤橋

通潤橋は熊本城御矢倉台の形を参考にして構築されたことが示されている¹⁴⁾。しかし参考にした熊本城の櫓台は特定されていない。北垣は熊本城石垣の測定データなどから示方書に記載された設計図を参照して、ヒアリングでは元硫黄櫓台石垣曲線を上げている¹⁵⁾。また山口は二様の石垣の南面・西面の写真を掲載している¹⁶⁾。

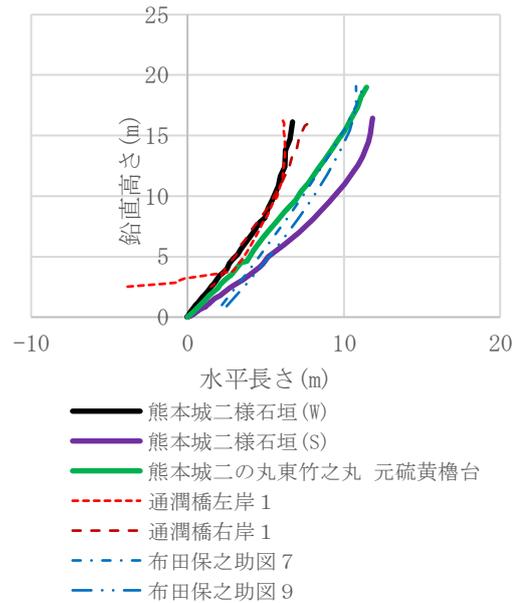


図-9 熊本城二様の石垣と通潤橋

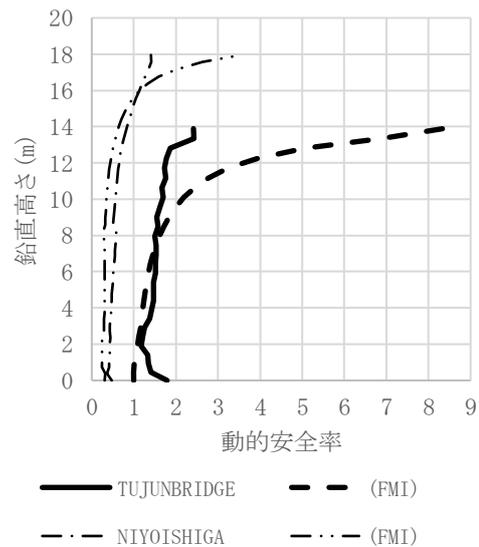


図-10 通潤橋動的安全率

参考にした熊本城城郭石垣の石垣曲線を確認するために通潤橋の石垣曲線を計測した。計測結果を平行移動し、天端を合わせて石垣上部の石垣曲線を比較した。その結果通潤橋鞆石垣の石垣曲線は二様の石垣西側新期石垣に類似することを確認した。また北垣が元硫黄櫓台石垣曲線に比較したのは布田保之助の設計書を参考にした可能性を示した。通潤橋の鞆石垣の石垣曲線と設計図の石垣曲線は乖離していることが明らかである。

手が届く範囲で測定した通潤橋石垣縦長さの平均値を用いて動的安全率を検討した。解析結果を図-10 に示す。石垣モデルの台形短辺は測定できないので 20 cm と

し、控えは縦長さの2倍にして計算した。地震変位は根元部で1cm、天端で4倍に増幅される一次モードでバネ力を作用させた。二様の石垣西面の安定性は隠れ石垣が存在しない場合は動的安全率は1以下であるが、通潤橋の動的安全率は約1以上になった。2016年熊本地震では詳細な情報は入っていないが孕みが発生しているものの、非崩壊にとどまったことを考えると動的安全率は参考になると考えた。

通潤橋の鞘石垣の石垣曲線は熊本城の二様の石垣西面の類似性は高いが、石垣曲線を似せたとしても使用する石垣材料は異なる。動的解析結果はそのことを示している。

9 名古屋城本丸と大阪城本丸城壁曲線安定性

城郭石垣時代区分の分類座標として熊本城は時代の基準を与える。古城から明治時代までの歴史を刻んだ石垣が残されているためである。城縄張りによると名古屋城天守閣は加藤清正、大阪城天守閣石垣は加藤忠利時代の構築と考えられている。

熊本城二様の石垣の南面と西面の石垣曲線と名古屋城天守閣石垣曲線を比較した。石垣曲線の計測結果を平行移動して天端から下端の石垣曲線と熊本城二様の石垣曲線と重ねると、二様の石垣西面に類似した曲線となる。名古屋城天守閣石垣は加藤清正の縄張りであるが、二様

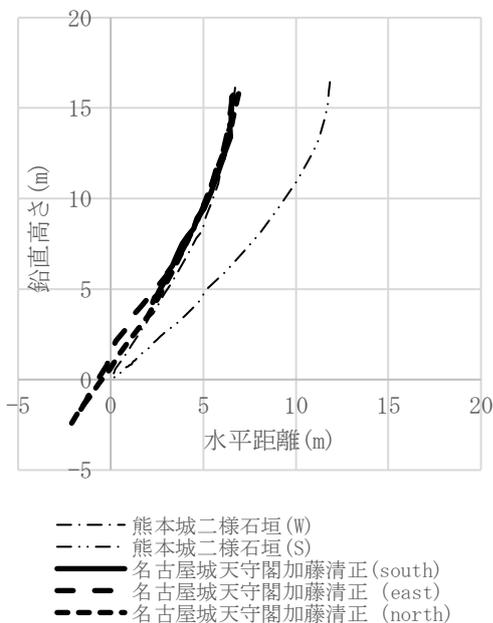


図-11 名古屋城天守閣と熊本城二様の石垣

の石垣西面石垣曲線に類似している。富田の熊本城石垣の時代変遷史では二様の石垣南面はI期で加藤清正の時代である。西面はVI期になり、加藤清正の時代から乖離

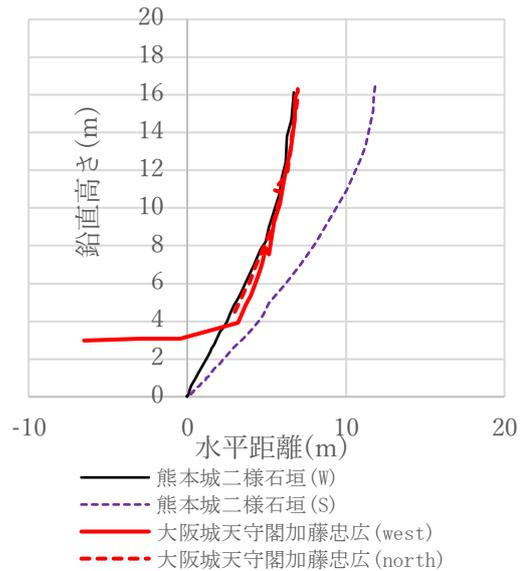


図-12 江戸時代大阪城天守閣石垣と熊本城二様の石垣

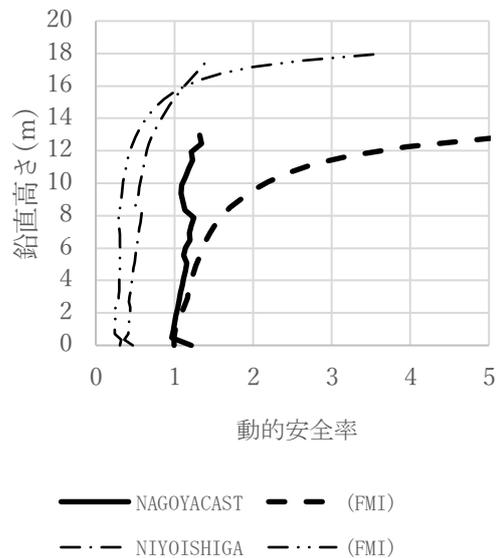


図-13 名古屋城天守閣の動的安全率

している。城郭石垣構築技術の発展と全国伝播に対する今後の検討課題となる。

江戸時代大阪城天守閣石垣は加藤忠利の時代である。石垣曲線の計測値を平行移動し、天端から下端の曲線の類似性を調べると、大阪城天守閣石垣曲線は二様の石垣西面石垣曲線に類似している。

名古屋城天守閣石垣の動的安全率は隠れ石垣は概略1以上になり、二様に石垣に比べて大幅に安全率は向上している。

また大阪城天守閣石垣の動的安全率も1以上であり、石垣曲線が類似しているからと言って安全率も継承されるということとはできない。

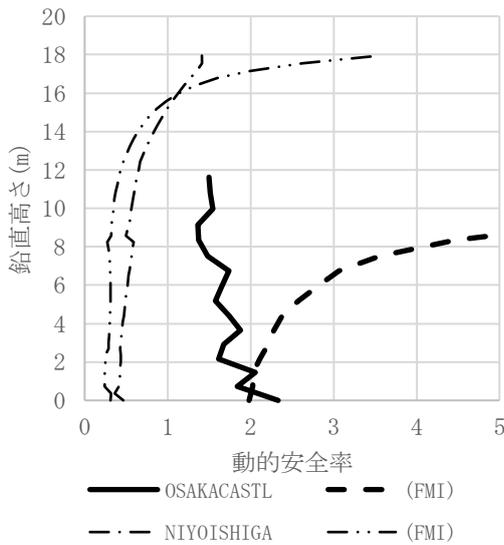


図-14 江戸時代大阪城天守閣の動的安全率

10 おわりに

日本の城郭石垣曲線の安定解析手法に対する薄膜骨格モデルによる静的・動的安定解析手法の位置づけを行った。特に熊本城石垣構築技術の伝播が考えられる通潤橋、名古屋城天守閣、江戸時代大阪城天守閣を対象に解析した。石垣曲線の類似性と継承性が考えられても石垣形状により安全率が異なり、石垣曲線と石垣形状の継承性と安定性の継承性には違いがあることを示した。

参考文献

- 1) 福田光治・西浦譲二・西英典・山崎智寛：石垣景観保存におけるジオテクスタイルの役割，材料学会 第9回地盤改良シンポジウム，2010.
- 2) 福田光治：秘伝化された石垣勾配とその安定性，地盤工学会関東支部，土木史跡の地盤工学的分析・評価に関するシンポジウム，2014.
- 3) 福田光治：熊本城城壁石垣曲線形態の時代変遷と安定性，日本材料学会地盤改良部門委員会，第12回地盤改良シンポジウム，2016.
- 4) 福田光治：熊本城石垣曲線と静的・動的安定性，第37回土木学会地震工学研究発表会，2017.
- 5) 福田光治：熊本城城郭石垣控えと動的安定性，土木学会土木史研究会，2019.
- 6) 一般財団法人 土木研究センター：「箱型擁壁」工法設計・施工マニュアル，2016.
- 7) 富田紘一：熊本城 歴史と魅力，熊本城顕彰会，pp. 44-63，2008.

- 8) 熊本市熊本城調査研究センター：熊本城跡発掘調査報告書 1 一飯田丸の調査一，熊本城調査研究センター報告書 第1集，p.50，2014.
- 9) 熊本市教育委員会：特別史跡熊本城跡飯田丸一帯復元整備工事報告書，p.26，p.31，pp.47-65，2005.
- 10) 仙台市建設局：青葉山公園仙台城石垣修復工事（仙台城跡本丸北壁石垣）工事報告書，2006.
- 11) 鶴島俊彦：Ⅲ. 研究ノート 1. 熊本城の「二様の石垣」の築造年代，熊本城調査研究センター，平成30年度年報，pp.101-114，2018.
- 12) 福田光治：熊本城城郭石垣控えと動的安定性，土木学会第39回土木史研究発表会，2019.
- 13) 福田光治：熊本城飯田丸五階櫓台石垣隠れ石垣と動的安定性，土木学会 第40回土木史研究発表会，2020.
- 14) 布田保之助：安政元年 通潤橋示方書，農山漁村文化協会，日本農書全集 65 開発と保全 2 ，川除仕様書・積方見合帳 治河要録・通潤橋示方書，pp.307-366，1997.
- 15) 北垣聡一郎：アーチ橋，通潤橋の鞆石垣について，「勝部明先生喜寿記念論文集」勝部明先生喜寿記念論文集刊行会，pp.367-377，2009.
- 16) 山口祐造：九州の石橋をたずねて <中編>，p.109，昭和堂印刷，pp.99-115，1976.
- 17) 森本浩行・西田一彦・西形達明・玉野富雄：城郭石垣の遺存技術情報とその変遷，土木学会，土木史研究，第19号，pp.301-310，1999.
- 18) 森本浩行・西形達明・西田一彦・玉野富雄：個別要素法（DEM）による城郭石垣の変状に影響を及ぼす地盤条件に関する考察，土木学会，土木史研究，Vol. 25，pp.317-322，2005.
- 19) 笠博義・西田一彦・西形達明・阿波谷宣徳・山本浩之：個別要素法による城郭石垣の安定解析，土木学会，土木史研究，講演集，Vol. 27，pp.85-94，2007.
- 20) 西田一彦・西形達明・玉野富雄・森本浩行：城郭石垣断面形状の設計法とその数式表示に関する考察，土木学会論文集 No. 750/Ⅲ-65，pp.89-98，2003.
- 21) 西形達明・山本浩行・笠博義・辻清仁：城郭石垣の地震時挙動とその安定性に及ぼす栗石の影響，土木学会，土木史研究，講演集，Vol. 30，pp.95-100，2010.
- 22) S. UTILI and R. NOVA: ON THE OPTIMAL PROFILE OF A SLOPE, SOILS AND FOUNDATIONS Vol. 47, No. 4, pp. 717-729, 2007.