

石垣の地震時挙動解析にFEMを適用する手法の可能性*

The Possibility of Applying FEM to Dynamic Behavior Analysis for Masonry Walls During Earthquake

田中 邦熙**

By Kunihiro TANAKA

概 要

石垣の地震時の挙動解析は、断面のモデル化と境界条件の設定・解析ソフトの選定適用・インプットデータの決定など全てが難しく、過去研究成果が発表されたことは非常に少ない。本発表は、石垣断面の地震時挙動解析にFEMを適用して、その問題点・限界・可能性などについて整理したものである。

石垣断面は、独立した石塊を積み上げているので、その解析に連続体を扱うFEMを適用することには無理があるとも考えられる。しかし石垣の安定性は、崩落後の離散状況までの解析を行うより、崩落直前の孕み出し状況までの解析を行うことが重要である。この範囲までであれば、石垣断面を連続体と考えFEMを適用して解析することが可能である。そこで市販のソフトを適用するための工夫をし、モデル断面およびインプット定数の想定をして、振動解析を実施したところ、実務上の有用な情報と考えられる様々な解析結果を得ることが出来た。したがって本報告で提案した手法に関し、今後とも様々な想定事項に関する研究や解析結果の検討を行い改善していけば、実用的な有用な手法になりうると判断された。

1. まえがき

現存する重要な文化遺産である城郭石垣は老朽化が著しく、特に地震時における崩壊の危険性が高い。従って石垣の動的挙動の研究が重要であるが、実験による方法は種々の面から困難でありまた、理論的研究もそのモデル化・インプット定数・境界条件の設定およびその妥当性の検証など非常に難しい¹⁾。

本研究は、石垣断面の動的挙動解析に市販FEMソフトを適用するために想定した条件・工夫を説明し、その条件で解析を行えることを確認し、得られた解析結果を考察し、この手法の問題点・限界・可能性などについて整理したものである。

検討解析内容は、使用したソフトの性能チェックとして、①ジョイント要素の振動解析への有効性、②要素の非線形性を考慮したとされるH-Dモデルの検証、および解析結果の考察として、③石垣-地盤系モデルの固有値解析、④石垣-地盤系モデル内の加速度および変位波形の変化、⑤石垣安定に関与する要因の影響度、⑥石垣高さの変化に伴う変位波形への影響の検討などである。

なお石垣の動的安定性に関与すると考えられる要因は、形状寸法および各構成要素の様々な物性値など多種多様である¹⁾。そこでこれらの要因のうちどの要因を重点的・優先的に検討するのが望ましいかを効率的に知るために、「実験計画法」を適用して、一種の数値実験を行った。

2. 石垣の動的挙動に関する過去の研究

石垣はその構成および挙動が複雑で、静的安定性に関する研究でさえ発表論文は少なく、十分に解明されていない。まして、動的挙動となるとさらに複雑で、文献2)～5)に示した発表論文以外は見当たらない。

これらの研究は多くの仮定を含む数値解析結果または非常に限られた要因のみを取り上げた模型実験結果であり、一般論として認められる成果が導かれているとは言えない。またこれらの論文は、自由投稿論文であり、審査を受けて発表されたものではないので、その得られた結果はオーソライズされたものではない。

今後はこれらの成果をふまえて、様々な想定条件を検証して研究を進展させるとともに、実在石垣の動態観測データとの検証や動的外力を受けた石垣の一般的な変形挙動の追求が待たれる。

3. 研究方法

(1) 石垣断面のモデル化と解析ソフト

石垣の断面解析に当り、石垣は独立した石塊が間詰め材を介しながら積み上げられているため、石垣全体を連続体として扱うことには疑問もある。そこで積み石が個々に独立しているという意味において、個別要素法の適用も考えられる。しかし「摩擦のない平面上の所定の境界内に確率的に詰め込まれた種々の直径を持つ多数の粒子(弾性円盤)が移動したときに発生する粒子間圧力・摩擦力・弾性反発力などを、Newtonの運動方程式を基礎に解析する」⁶⁾ 個別要素法の原理を考えたとき、本手法は石垣断面解析に適用するには工夫が必要である。

* Keywords: 石垣安定、FEM、実験計画法、固有値解析

** 正会員 博(工学) (社)日本公園緑地協会 研究顧問
(〒192-0371 八王子市南陽台 2-33-16)

ここで石垣断面解析には、多くの分野で実績のある FEM を適用することを前提に、石垣断面が連続体として扱えるように工夫することも有効と考え、次のような仮定条件を想定した⁷⁾。

仮定 1 積み石上下・左右には、図-1 に示すような薄層の(仮想)間詰め材が介在している。

間詰め材は積み石間に挿入して石垣の安定性を高めるものであるが、積み石の形状寸法や積み石技法などに対応して複数の大小様々な石材が用いられ、かつこれらの接触・拘束状況は千差万別である。

そこで、石垣断面の数値解析を実施するに当たり、積み石周辺は、空隙の大きさ(または多さ)・単位体積重量(または強度)および空隙外表の接触状況の3者により規定される仮想の間詰め部材を介して、全体は連続体として扱うことができると想定した。

仮定 2 石垣断面を FEM 解析するに当たってのメッシュ割りは、積み石および間詰め部材は図-1 に示したように独立した 6 面体要素を基本とし、裏込め部および原地盤部も 6 面体の連続体として扱う。

ここで 3 次元に表される隔壁帯状石垣に対して、地震波が石垣面に対して垂直な x 方向、石垣に対して上下鉛直な z 方向および帯状石垣の延長 y 方向の異なる 3 方向から、単独または合成波が入力されるとき、石垣の挙動は全く異なると考えられる。したがって、石垣-地盤系の解析は 3 次元で行うのが望ましいと考えられるが、本研究ではそのための準備段階として、石垣横断面 x-z の 2 次元断面で FEM 解析した結果をとりまとめた。

今回数値実験した石垣-地盤系の断面構成とメッシュ割りを図-2 に示す。上記の仮定条件を設定しておけば、市販 FEM ソフトを適用することが可能であり、今回は SAS および RISA を用いた。このソフトは中国北京の精華大学で多くの研究者が共同開発した地盤解析 FEM ソフトであり、その品質の高さは多くの面で優れていると世界的に認められているといわれるものである。

しかし地盤工学会誌「土と基礎」Vol.53、No.8、Ser.No.571 の小特集「地盤工学における FEM の設計への適用」で多くの研究者も指摘しているように、「FEM ソフトのアルゴリズムは非常に複雑で高度なものになり、ブラックボックス化の度合いが深まっているため、それが表現できる力学的な現象や解析結果の精度などを詳細に理解することが難しい」、また「ソフトウエアの操作性の向上により、理論的背景を理解しなくても、画面の指示に従い何らかの数値を入力すれば、もっともらしい解析結果が得られるため、解析対象に最適なものを選定することが難しい」のも現実である。

さらに地盤解析技術者の好ましい姿として、「理論を熟知していること、多くのソフトウエアの使用実績を有すること、数値解析の経験が豊富であること、地盤工学に関する知識と経験によりモデルの設定と解析結果の評価が出来ること」などをあげている。筆者は過去、盛土や根切り掘削あるいはトンネル掘削、圧密沈下などを FEM

を用いて解析し、実測データと対比したりして、それなりの経験を有する。しかし解析結果が実測値とよく合致したので、解析が妥当であったなどとはいささかも考えていない。まして土以上に複雑な構成・挙動を示す石垣の動的挙動解析に FEM を適用した経験は少なく、本研究は今後の方針を探るためのものである。さらに上述の「土と基礎」のなかで、太田秀樹先生が述べておられるように、「今後 FEM のためのパラメータ同定の試験法と解釈法に関する研究が必要」という意味において、FEM を地盤工学に適用するには今後の研究に待たなければならない問題も多いことも現実である。

しかし指摘されていることは正論ではあるが、その進展をこまねいて待つことは出来ない。手元にある使い慣れた手法を有効に活用してその問題点などを検討するのも、解析法の研究につながると考えられる。本発表はこのような立場で、FEM をあえて石垣断面の動的挙動解析に適用した結果を検討整理したものである。

なお個別要素法 (DEM、Distinct Element Method) をはじめとする離散的解析法は、「互いに接触する要素間の接点における連結状態の変化やすべりを考慮できる」点で、通常の FEM とは異なるので、石積みのような構造解析にはより有効と思われるが、やはり本質的に上述のような問題が山積していることは間違いない。選定した定数はどういう意味があり、なぜそのような入力値を設定したかなどが明確にされなければならない。

(2) 石垣-地盤系解析断面の形状寸法

本研究は図-2 に示すように、水平 x 方向 100.00m、深さ z 方向 50.00m の地盤中央に、高さ H=14.00m、勾配 $\theta = 70.0^\circ$ の隔壁状石垣が存在する条件を設定した。また積み石は、図-1 に示したように、石面横 60.00cm × 縦 50.00cm、控え長 1.20m でテーパ加工されている形状寸法とした。ここで現存の石垣は一般に野面石・打込み石・切込み石に区分され、大きさまじまの寸法の石が組み合わされて積み上げられている。これらをモデル化し数値解析するためには、積み石の形状寸法は変えずに図-2 に示した間詰め部材要素の大きさや物性値を変えることにより、石積み技法や間詰め状態の良否などを簡略化して表現できると考えた。ただし本研究では 2 次元解析としたので、仮想間詰め部 M は積み石 S の上下間のみに存在するモデルとした。

(3) 実験計画法⁸⁾の適用

石垣の地震時安定性に関与する要因は非常に多くかつ複雑に関係しあっている。また入力する定数の中には、事実上実測や実験などで求めることは出来ず、経験的に想定せざるを得ないものも多い。したがって FEM を適用して石垣の地震時挙動解析を行うには、どの要因を重点的に検討すれば後の研究を効率的に行えるか、入力する値はどの程度とすれば合理的な結果を導くことが出来るかなどを効率的に知る方法の一つとして、実験回数を大幅に減じかつ得られた解を統計処理してより有益な情報が効率的に得られる手段として、実験計画法を適用した。

本研究では石垣構成要素のうち高さ H と勾配 θ とは一定とし、積み石 S ・裏込め B ・原地盤 G ・間詰め M の4材料の弾性係数 E ・単位体積重量 γ ・ポアソン比 ν およびせん断強度 τ （積み石 S は弾性係数 E のみ）の13の物性値を取り上げて、これら13の要因の値を夫々3水準に変化させて石垣安定への影響傾向などを検討した。

13 要因3水準の検討を全ケース行なおうとすると莫大な数の計算が必要となる。またこの研究のように数値実験を行なうことは、一般の実験のように、各種誤差を含んだバラツキを有する結果が得られる場合とは異なり、ある条件で何回計算を行なっても結果は同一となるので、実験誤差を基準に統計処理する実験計画法を適用するメリットは大きい。

今回適用した手法は $L_{27}(3^{13})$ 型で、13 要因各3水準の実験を27回の数値実験で行なう手法である。27回の実験に対する要因と水準の組み合わせは表-1に示した。

ここで表-1における縦列No.1~No.27は実験No.を示し、各列の横行は、今回取り上げた13 要因を1~13列のうちの指定した列に割り当てて、そこに示された水準値を用いて数値解析することを示している。 L_{27} で13列のうちどこに13 要因を割り付けるかは実験計画法に示されている線点図を用いて決定する。分散分析は影響の少なかった要因をプールして誤差項に加えて扱い、この誤差の分散の大きさと要因ごとの分散の大きさを F 検定して統計処理することにより、統計上の有意差の有無を検定したり、要因ごとに水準変化に対する影響傾向を示す主効果グラフを作成したりする。その結果から、どの項目を重点的に検討するのが有効であるかなどの情報を得ることが出来る。

(4) 石垣構成要素の物性値

今回使用したFEMソフトで必要な物性値は、表-2に示す8種類である。ここで今回取り上げた4要素の材料物性値は、土木工学ハンドブック等を参考に、夫々の1~3の水準変化が一般的に考えられる範囲の最小~最大値となる弾性係数 E の値を表-3のように設定し、この E に対応するようにポアソン比 ν ・せん断弾性係数 G ・体積弾性係数 K などを表中の関係式を用いて計算し想定した。今回の解析に用いた物性値を表-2にとりまとめて示す。水準1が最小値で、3を最大値とした。

なおせん断弾性係数 G は、材料の比例限度以下において単純せん断応力状態で与えられるせん断応力の変化 τ とこれに対応するせん断ひずみの変化 ε との比で、 $G = \tau / \varepsilon$ で表され、また体積弾性係数 K は、弾性体の全表面に働く一様な応力（例えば水圧）の変化 P とそれによって生じる体積ひずみ ε_v との比で、 $K = P / \varepsilon_v$ で表される値である。

また、各要素の応力-歪関係は、積み石は線型モデル、裏込め・原地盤および間詰めは非線型モデルで表わされるとした。

なお非線形モデルを用いてFEM解析するに当たり、降伏条件はDrucker-Prager型を採用し、降伏面に至って

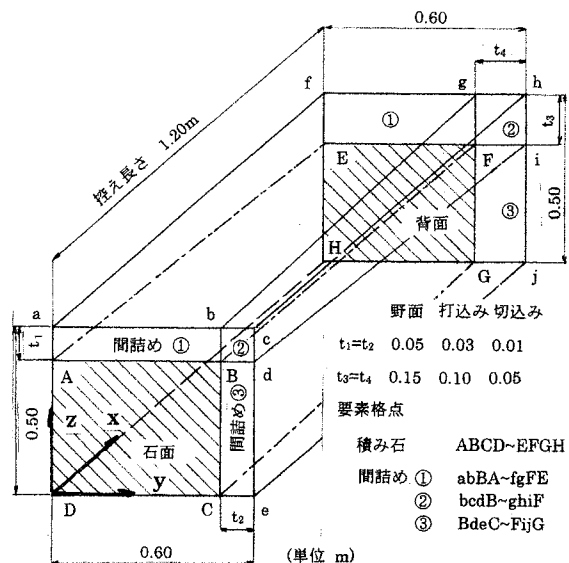
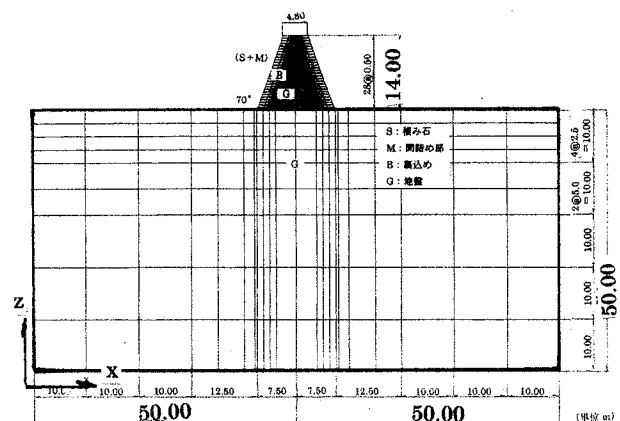


図-1 積み石と間詰め部材の構成モデル



(単位: m)

図-2 石垣-地盤系 FEM 解析断面メッシュ割り図

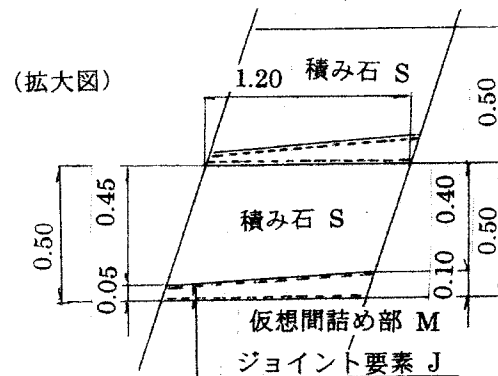


図-3 ジョイント要素説明図 (単位: m)

表-1 実験条件組み合わせ表 L₂₇(3¹³)

実験No.	要因割付列													A(m)
	M ν	M ρ	GE	G τ	SE	G ν	B ν	G ρ	ME	M τ	B ρ	B τ	BE	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.29
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0.90
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0.84
4	1	2	2	2	1	1	2	2	2	2	3	3	3	0.38
5	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	1	1	1	0.31
6	1	2	2	2	3	3	1	1	1	1	2	2	2	0.36
7	1	3	3	3	1	1	3	3	3	3	2	2	2	0.78
8	1	3	3	3	2	2	1	1	1	1	3	3	3	0.55
9	1	3	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1.29
10	2	1	2	3	1	2	1	2	3	3	2	1	3	0.63
11	2	1	2	3	2	3	2	3	1	1	3	2	1	0.43
12	2	1	2	3	3	1	3	1	2	2	1	3	2	0.88
13	2	2	3	1	1	2	2	3	1	1	1	3	2	0.76
14	2	2	3	1	2	3	3	1	2	2	2	1	3	0.54
15	2	2	3	1	3	1	1	2	3	3	3	2	1	0.85
16	2	3	1	2	1	2	3	1	2	2	3	2	1	1.40
17	2	3	1	2	2	3	1	2	3	3	1	3	2	0.78
18	2	3	1	2	3	1	2	3	1	1	2	1	3	0.85
19	3	1	3	2	1	3	1	3	2	2	3	1	2	0.41
20	3	1	3	2	2	1	2	1	3	3	1	2	3	0.62
21	3	1	3	2	3	2	3	2	1	1	2	3	1	0.62
22	3	2	1	3	1	3	2	1	3	3	2	3	1	1.27
23	3	2	1	3	2	1	3	2	1	1	3	1	2	0.64
24	3	2	1	3	3	2	1	3	2	2	1	2	3	0.59
25	3	3	2	1	1	3	3	2	1	1	1	2	3	0.33
26	3	3	2	1	2	1	1	3	2	2	2	3	1	0.40
27	3	3	2	1	3	2	2	1	3	3	3	1	2	0.43
Σ														18.21

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0.48	1.8E+03	2.0E+07	5.0E+08	1.0E+08	0.48	0.45	1.8E+03	3.0E+07	1.0E+05	2.0E+03	2.0E+05	1.0E+07
2	0.38	2.2E+03	2.0E+08	1.0E+07	1.0E+09	0.44	4.00	2.0E+03	1.5E+08	2.0E+06	2.1E+03	4.0E+05	1.0E+08
3	0.29	2.6E+03	2.0E+08	1.5E+07	1.0E+10	0.40	0.35	2.2E+03	7.5E+08	3.0E+05	2.2E+03	8.0E+05	1.0E+09

要因割付け線点図

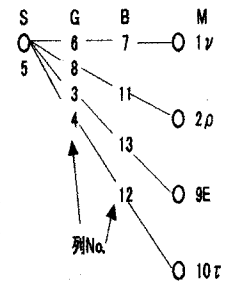


表-2 FEM 解析に用いた物性値

記号	名称	単位	要素区分			積み石S (線形)			裏込めB (非線形)			地盤G (非線形)			間詰めM (非線形)		
			水準			S ₁	S ₂	S ₃	B ₁	B ₂	B ₃	G ₁	G ₂	G ₃	M ₁	M ₂	M ₃
E	弾性係数	kgf/cm ²				1,000	10,000	100,000	100	1,000	10,000	200	2,000	20,000	300	1,500	7,500
		Pa × 10 ⁷				10.00	100.00	1,000.00	1.00	10.00	100.00	2.00	20.00	200.00	3.00	15.00	75.00
ν	ポアソン比					0.32	0.30	0.28	0.45	0.40	0.35	0.48	0.44	0.40	0.48	0.36	0.29
γ	単位体積重量	tf/m ³				2.30	2.50	2.70	2.00	2.10	2.20	1.80	2.00	2.20	1.60	2.23	2.60
		N/m ³ × 10 ³				2.30	2.50	2.70	2.00	2.10	2.20	1.80	2.00	2.20	1.60	2.23	2.60
G	せん断弾性係数	Pa × 10 ⁸ = E/2·(1+ν)				-	-	-	3.45	35.70	370.00	6.76	69.40	714.00	10.10	55.10	291.00
K	体積弾性係数	Pa × 10 ⁷ = E/3·(1-2ν)				-	-	-	3.33	16.70	111.00	16.70	55.80	333.00	25.00	17.90	59.50
e	間隙比					-	-	-	0.30	0.20	0.10	0.40	0.30	0.20	0.55	0.24	0.08
n	間隙率	= e/(1+e)				-	-	-	0.23	0.17	0.09	0.29	0.23	0.17	0.35	0.19	0.07
τ _f	せん断強度	kgf/cm ²				-	-	-	0.20	0.40	0.60	5.00	10.00	15.00	0.10	0.20	0.30
		Pa × 10 ⁵				-	-	-	2.00	4.00	6.00	50.00	100.00	150.00	1.00	2.00	3.00

表-3 4 材料の弾性係数の水準値
(E: kgf/cm²=9.8×10 kPa)

要因	記号	水準		
		1	2	3
積み石	S	1,000	10,000	100,000
		・電解の多い風化著しい岩 ・軟岩	・風化中程度の岩 ・中硬岩	・新鮮な風化少ない岩 ・硬岩
裏込め	B	100	1,000	10,000
		・空隙多くルーズ ・強度小さい材料がゆる締め	・空隙中でやや締め固め	・空隙少なくよく締め固められている ・新鮮な良質材が十分締め固め
地盤	G	200	2,000	20,000
		・粘性土やゆるい砂質土の 強度小さい地山	・強度中程度の 地山	・砂質土～砂礫のよく締まった強度 大きい地山
間詰め	M	300	1,500	7,500
		・間詰め少なく空隙大 (河原丸石)	・間詰め中程度で 空隙中程度	・間詰め密でよく締まっていて空隙小 (砂礫コッパ)

から後の塑性領域での応力-ひずみ関係図の直線勾配 σ/ε で示される塑性係数は、Hardin-Drnevich の双曲線モデル⁹⁾をそのまま骨格曲線に使用して自動的に求めるもので、一定値とはならない。すなわち、このモデルのせん断応力-せん断ひずみ曲線は骨格曲線の初期勾配 G_0 (初期剛性率) と基準ひずみ $\varepsilon_b = \tau_f / G_0$ (τ_f : 土のせん断強度) の2パラメーターにより定義され、このモデルではせん断強度が定義されることにより、応力がこの上限値より大きくなれない。また使用した FEM ソフトでは地震荷重などの繰り返し荷重による応力-ひずみ履歴を表現できるように、降伏曲面が拡大する等方硬化や移動する移動硬化のような現象に対しては、移動硬化則を用いている。

また間詰め部材は仮想材料であるので、その物性値の設定は現実問題として実験的に求めることは非常に困難であるので、今回新たに想定した図-4を用いて行なった。その手順は次に示すとおりである。

手順1 間詰め部の特性は空隙の大きさ(または多さ) M_v ・単位体積重量(または強さ) M_r および外表接触状況 M_c の3者で表示できると考えられ、夫々が石垣安定に対し最も好ましくない状態を3、最も良好な状態を10と評価して、3者の相乗値を M とする。

手順2 間詰め部の弾性係数は $E_M = 10 \cdot M (\text{kgf/cm}^2)$ で求める。

ここで $M_v \cdot M_r \cdot M_c$ それぞれに3~10の評価を与えかつ $E_M = 10 \cdot M (\text{kgf/cm}^2)$ と想定した理由は次に述べるとおりである。一般の弾性材料の $\nu \cdot \gamma \cdot e \cdot \tau$ 等の物性値は、その弾性係数が定まればある程度推定できる。そこでこの仮想間詰め材の諸物性値を想定するにはその仮想弾性係数が推定できればよいと考えられる。ここで、仮想間詰め材の基本的性状は、 $M_v \cdot M_r \cdot M_c$ の3者により決定できると考えたが、単独で直ちに仮想弾性係数 E_M を推定することは出来ない。しかし3者とも石垣が安定なほど E_M は大きく、不安定なほど E_M は小さくなりかつ、夫々単独で表示するより3者の相乗値とした方が石垣安定性をより強調して表現できると考えられる。このとき $M_v \cdot M_r \cdot M_c$ 3者それぞれの石垣安定に最も良好な状態を10、最も悪い状態を1とすると、相乗値 M の範囲が1~1,000と1,000倍の差が生じる。

しかし間詰め材は大小様々の形状寸法の石が積み石間に挿入されたものであるが、その材質を弾性係数で表示したとき、石垣が実在するという意味からそのように大きな差があるとは考えられない。従ってそれぞれの最悪条件を3とすれば、比率は27~1,000となり27倍の差となる。しかし $E_M = 27 \sim 1,000 (\text{kgf/cm}^2)$ では間詰め材の弾性係数としては小さすぎ、10倍した方が実際の値に近いと考えて、 $E_M = 10 \cdot M$ と想定した。

手順3 ポアソン比 ν ・単位体積重量 γ ・間隙比 e およびせん断強度 τ は E_M との相関が図-4に示す傾向があると想定してこの図を用いて求め、またせん断弾性係数 G と体積弾性係数 K は表-3に示したように E と ν

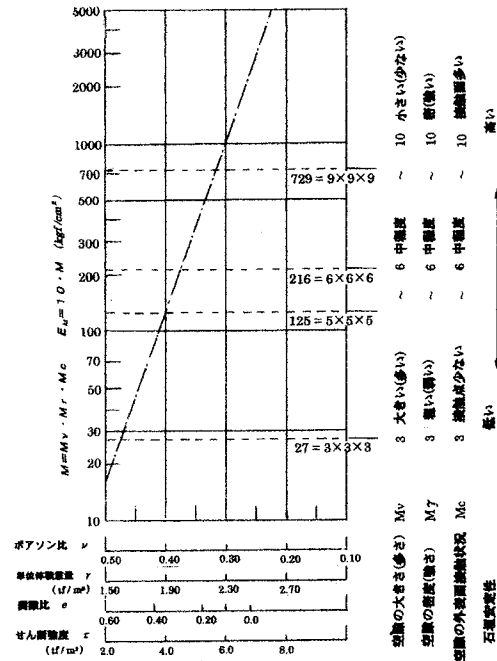


図-4 間詰め材の物性値推定図

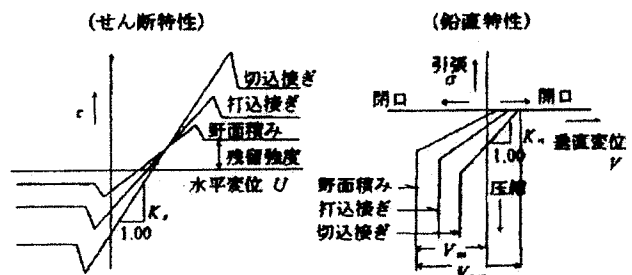


図-5 ジョイント要素のせん断・鉛直特性

表-4 ジョイント要素の材料物性値

接触材料			積石-仮想間詰め部材		
石垣石の積み方			野面	打込み	切込み
物性項目	記号	単位			
1.表面一軸強度	q_{oi}	(tf/m^2)	40.0	70.0	80.0
2.凹凸により生じるせん断強度(粘着力)	C_j	(tf/m^2)	20.0	35.0	40.0
3.せん断剛性率(≒材料特性10Eと想定)	K_s	(tf/m^2)	5.0×10^4	2.5×10^5	5.0×10^5
4.最大強度に対する残留強度の比	A_j		0.30	0.40	0.50
5.Jが閉合できる最大量	V_{mc}	(m)	0.03	0.02	0.01
6.垂直剛性率(≒材料特性0.1Eと想定)	K_n	(tf/m^2)	5.0×10^2	2.5×10^3	5.0×10^3
7.摩擦角	ϕ	(°)	32.0	36.0	38.0
8.ダイラテンシー角	lo	(°)	6.0	4.0	2.0

とから計算して求める。ここで $\nu \cdot \gamma \cdot e \cdot \tau$ の範囲は次のように考えて設定した。

① M の最小値27の時の E_M は270(kgf/cm²)であり、この状態の仮想間詰め部材は飽和粘性土のように強度は小さいがポアソン比 ν は0.49程度である。一方 M の最大値1,000のときの E_M は10,000(kgf/cm²)であり、この状態はよく締め固まった砂質土～砂礫のように強度はかなり大きい、 ν は0.30程度となる。また最小～最大間は M を対数目盛、 ν は算術目盛としたとき直線関係がある。② $M=27$ のときの単位体積重量 γ は飽和粘性土の1.60(tf/m³)程度、 $M=1,000$ のときの γ はよく締め固まった砂質土～砂礫のように2.30(tf/m³)程度となる。また両者間には対数関係がある。③ $M=27$ のときの間隙比 e は粘性土の0.55程度、 $M=1,000$ のときの e は砂質土の0.10程度となる。また両者間には対数関係がある。④ $M=27$ のときのせん断強度 τ は粘性土程度の2.5(tf/m²)、 $M=1,000$ のときの τ は6.0(tf/m²)となる。また両者間には対数関係がある。

なお表-3の計算ケースの中には地盤の弾性係数が積み石のそれより大きい場合などが含まれている。これは例えば岡山の高梁城のように、外見上地表部は著しく風化した岩で覆われているが、その内部はより新鮮な岩盤が存在するような場合で、表面の風化岩を取り除いて新鮮な岩盤まで掘削した後に、加工し易い風化岩を加工して石積みしているような状況も想定されるためである。

(5) ジョイント要素

通常のFEMでは、要素の回転やすべりなどを考慮した解析を行なうことは出来ないが、ジョイント要素Jを考慮に入れたとき、石垣の実際の挙動により近い解析が出来るか否か、そしてその手法を本研究に適用するか否かを検討することとした。今回は図-3に示したように、積み石と仮想間詰め材の接触面のみにジョイントを考慮した。

ジョイント要素Jを考慮に入れた解析を行うためには、表-4に示したような8種類の定数を設定しなければならない。しかしそれらの値を実測等で求めることは事実上不可能であり、次のように想定して設定した。

石積み技法の変遷における初期の野面積みは、川原石のような自然石を用いていて、後の打込み接ぎ、切込み接ぎに比べて、積み石相互間の接触部分は点状で数も少なくそれぞれの水平接触長も短い。したがって小さな水平せん断力により水平に少し移動するのみで接点が容易に外れるのでその抵抗力は小さい。また小さな鉛直力により容易に大きな鉛直変位を生じる。すなわち図-5で示すように、ジョイントJの水平せん断特性は、最も小さいせん断応力 τ により最も小さい水平変位 U ではずれ、また鉛直特性は、最も小さい圧縮応力 σ により最も大きい閉合量 V_{mc} が生じると想定される。ここでせん断剛性率 K_s および鉛直剛性率 K_n 等は、接触2材料のうち強度の小さい方の値に決定されると考えられるので、その小さい方すなわち仮想間詰め部材の値を用いた。

また積み石と仮想間詰め部材との表面接触状況は凹凸

が大きいので、せん断抵抗力は材料強度に比例する弾性係数 E の10倍大きいと考え、 $K_s=10E$ と想定した。一方接触面の凹凸が大きい場合その接触面積は小さくなり、鉛直応力 σ が作用したときその接触点は容易にはずれると考え $K_n=0.1E$ と想定した。これらの値を表-4に示す。

(6) 石垣安定の評価基準

石垣断面の安定性は、例えば円弧すべり法のような手法によりその断面の安全率 F_s などが求められれば、その計算結果をそのまま使用して、本研究の目的である石垣の形状寸法や石垣構成要素の物性値の石垣安定に対する影響評価に用いることができる。しかし現在その手法は開発されていないので、本研究でFEM手法により石垣断面構成要素の応力・変位等を求めて、これらを検討して安定性評価を行おうとするものである。石垣の安定性は一般には孕み出し量で判断できる場合が多いので、本研究でも石垣表面の初期状態からの水平(石垣面鉛直)方向変位量を全積み石ごとに積み石高さ50cmを乗じて、これを積分した値である石垣断面変位面積(A_m)を用いることとした。

(7) 地震力

本研究は、石垣-地盤系に地震力を加えるに当り、下層地盤から伝達してくる加速度の大きさにより石垣に生じる加速度、変位の大きさがどのように変化するかおよび石垣断面の固有値解析を行うことを主眼とした。そこで、表-1～3に示した計算条件に対して、図-2に示した地盤最下部における $x \cdot z$ 方向からそれぞれ最大加速度 $\alpha=100,200,300\text{gal}$ の正弦波を夫々10秒ずつ入力し、入力加速度レベルごとに石垣面の水平(石垣面鉛直)方向変位量を求めた。

なお各加速度レベルにおける周期 T 、振幅 a は次のように設定した。

100 gal	$T=0.5 \text{ sec}$	$a=0.63 \text{ cm}$
200 gal	$T=0.5 \text{ sec}$	$a=1.26 \text{ cm}$
300 gal	$T=0.5 \text{ sec}$	$a=1.90 \text{ cm}$

ここで地盤-構造物系の振動解析を行うに当り、入力波は実測波形のようなランダム波形を用いる方法と、正弦波のような規則波形を用いる方法がある。

実測波形は種々の周波数、振幅、加速度を持つ波が合成されているので、実際的な検討を行うことが出来るが、成分分析が困難で、どういう波が卓越してそのような結果が得られたか等を分析することが困難である。

一方規則波を用いて解析を行うときは、加速度レベル $\alpha=200,400,600\text{gal}$ 、振動数2.0,4.0,6.0,8.0,10.0Hz、振幅 $a=2.0,4.0,6.0 \text{ cm}$ 等のような種々の条件を組み合わせ、数多くのケーススタディを行わないと、地盤-石垣系の振動特性を総合的に評価することは出来ない。

本研究は後者のしかも数少ない限られた条件での解析結果でしかないので、一般論と言える結論を導くことは出来ていないが、今後の研究の準備と考えている。

表-5 ジョイント有無に関する検討ケース

計算ケース	静的	動的 (X)				動的 (Z)	
		$\alpha = 300\text{gal}$	$\alpha = 600\text{gal}$	$\alpha = 300\text{gal}$	$\alpha = 600\text{gal}$	$\alpha = 300\text{gal}$	$\alpha = 600\text{gal}$
J無	①	②	③	④	⑤		
J有	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	?	?

○は計算可 ?は計算結果に疑問あり

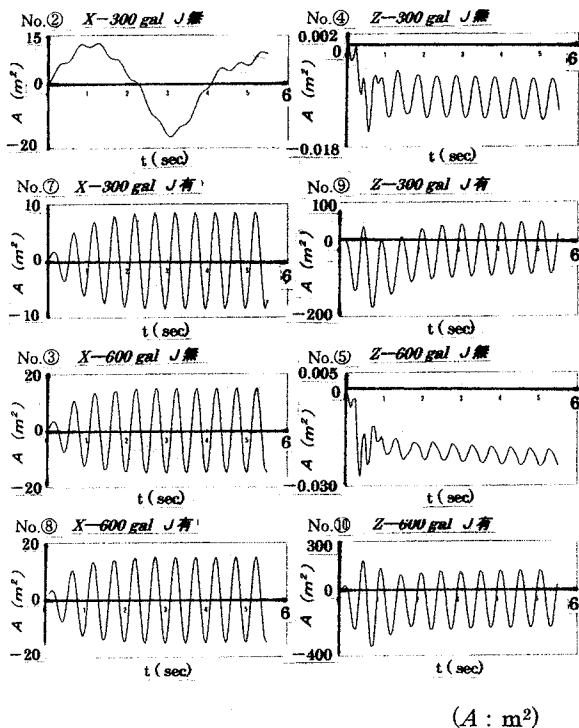


図-6 ジョイント有無による石垣面変位面積A変化図

4. 数値実験結果と考察

(1) ジョイント要素Jの有効性

表-5に示した計10ケースの計算結果を図-6に示す。静的解析ではジョイントの有無は全く関係なく同一の結果となった。一方地盤水平x方向振動に対しては、入力加速度 $\alpha=300\text{gal}$ のとき、ジョイント無のときの周期 T は4秒であるのに、ジョイント有では0.5秒と8倍の差が生じたが、石垣面変位の大きさにはほとんど差がなく、そして $\alpha=600\text{gal}$ と大きいときには、ジョイントの有無の差は周期 T にも石垣面変位面積 A にも生じなかった。一方地盤鉛直z方向振動に対しては、ジョイント無のとき $\alpha=300\text{gal}, 600\text{gal}$ ともに A は非常に小さいが、ジョイント有のとき A は非常に大きかった。x方向300galのときのジョイント有無による振動周期の変化は、積み石と仮想間詰め部材との間のせん断抵抗力を、間詰め部材の弾性係数を E としたとき、ジョイントのせん断剛性率 $K_s=10E$ として、間詰め材より大きい弾性係数を持つ仮想の境界条件であるジョイントを挿入したことにより、ジョイント無の条件より石垣全体の剛性が高まり、振動周期が短くなったことによるとも考えられる。また鉛直振動時にジョイントがあると、変位面積が著し

く大きくなるのは、鉛直剛性率 $K_n=0.1E$ と小さくしたために、積み石が飛び跳ね易くなり石垣が変位し易くなった結果とも考えられる。これらの現象の原因究明は不十分であり、FEM解析にジョイントを考慮して積み石間の回転やすべりのような離散型変位を表示することができるか否かの結論は今後の課題であり、今回の検討結果のみから結論を言うのは無謀であろう。しかし水平振動に対しては、ジョイントの有無は石垣安定計算結果に大きく影響しないが、ジョイントを考慮したほうが理論的に望ましいと判断できるのに対し、鉛直振動に対しては、入力加速度が大きいときの解析結果に疑問があると判断できたので、鉛直振動解析には適用しないほうが良いと考えた。したがって本研究の表-1に示す数値実験は、水平x方向の振動波形を入力した時の解析に対し、ジョイントを考慮して実施した。

(2) H-Dモデルの検証

本解析では3.(4)で述べたように、間詰め・裏込めおよび地盤は非線形モデルとして扱うこととした。ここで今回用いたFEMソフトでは要素の非線形性をH-Dモデルで表していると考えられているので、実際に解析結果が非線形性を考慮した結果となっているか否かを検証することを試みた。

図-2および表-1に示した計算条件のうち、地表面に接した石垣最下部の裏込めBと地盤Gの2要素を選択し、GL-50.00mから水平x方向に加速度 $\alpha=10, 100, 300\text{gal}$ を10秒間入力したときの上述2要素に生じるヒズミ ε_x とせん断応力 τ_x の時間変化を1/100sec間隔で求め、両者の図から $\varepsilon_x-\tau_x$ の時間変化曲線を求めた結果を図-7, 8に示す。この計算ケースは表-1のNo. 12であり、裏込めの弾性係数 E は第2水準の $1,000\text{kgf/cm}^2$ 、地盤の弾性係数 E は第2水準の $2,000\text{kgf/cm}^2$ のときの解析結果であるが、入力加速度が大きいほどヒズミもせん断応力も大きくなり、時間変化曲線も非線形性を表すヒステリシスを描いていて、ソフトはこれらの要素の非線形性を表現できていると判断できる。

(3) 固有値解析

表-1, 2, 3に示した条件の石垣-地盤系モデルに対して、石垣下部の地盤の弾性係数 E を、200, 2,000, 20,000 kgf/cm^2 と変化させたときの、地盤の軟らかさと振動モードとの関係を共振モード別に図-9に示す。これらは表-1の実験No.で示すとNo. 2, 6, 7であるが、地盤弾性係数の水準が1から3へと変化しかつ他の積み石・間詰めおよび裏込めの水準が出来るだけ第2水準になっているときの計算条件である。(後述するが、積み石および間詰めの石垣安定に対する影響度合いを示す寄与率は10%以下で小さく、裏込めの寄与率は27.9%と大きいので、裏込め水準が第2水準となっているNo. 2, 6, 7のケースを図示した。) なお各計算ケースに対応する共振モード別の固有周期 T は、図-9中に示したとおりである。 $E_1=200\text{kgf/cm}^2$ と小さいときは、共振モード1~5次に対し、 $T=4.56\sim1.83\text{sec}$ とかなり長周期であるが、 $E_2=2,000\text{kgf/cm}^2$ では $T=1.33\sim0.65\text{sec}$ とな

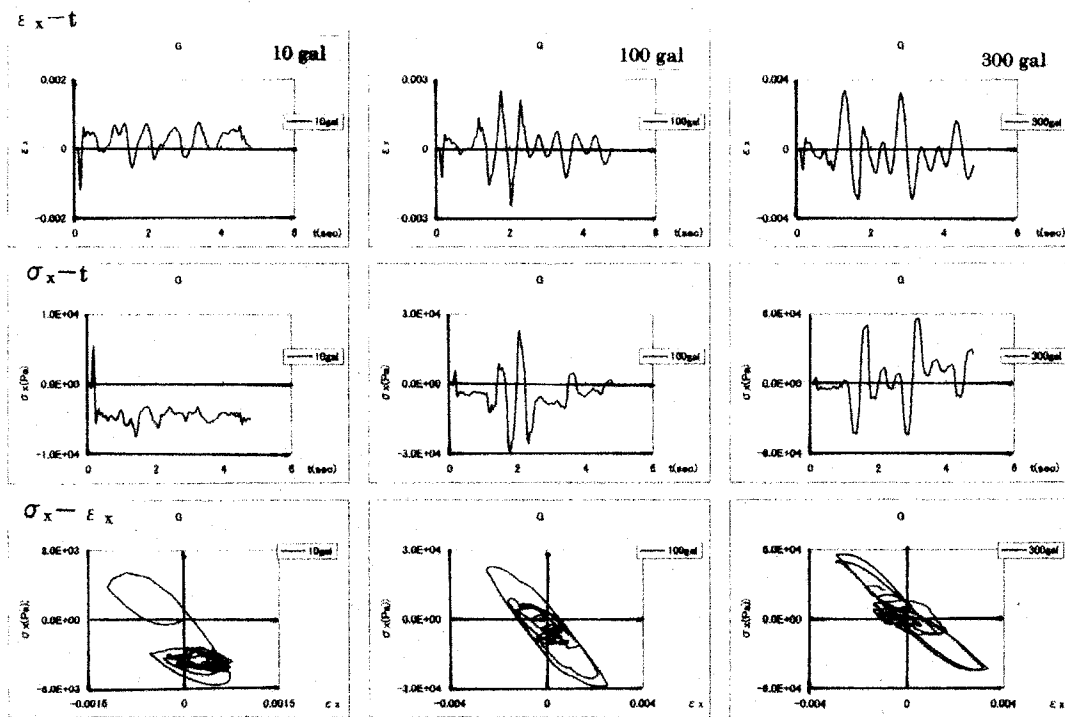


図-7 H-Dモデルの検証 (石垣最下部地盤 G 要素) 入力波 GL-50.00m x 方向

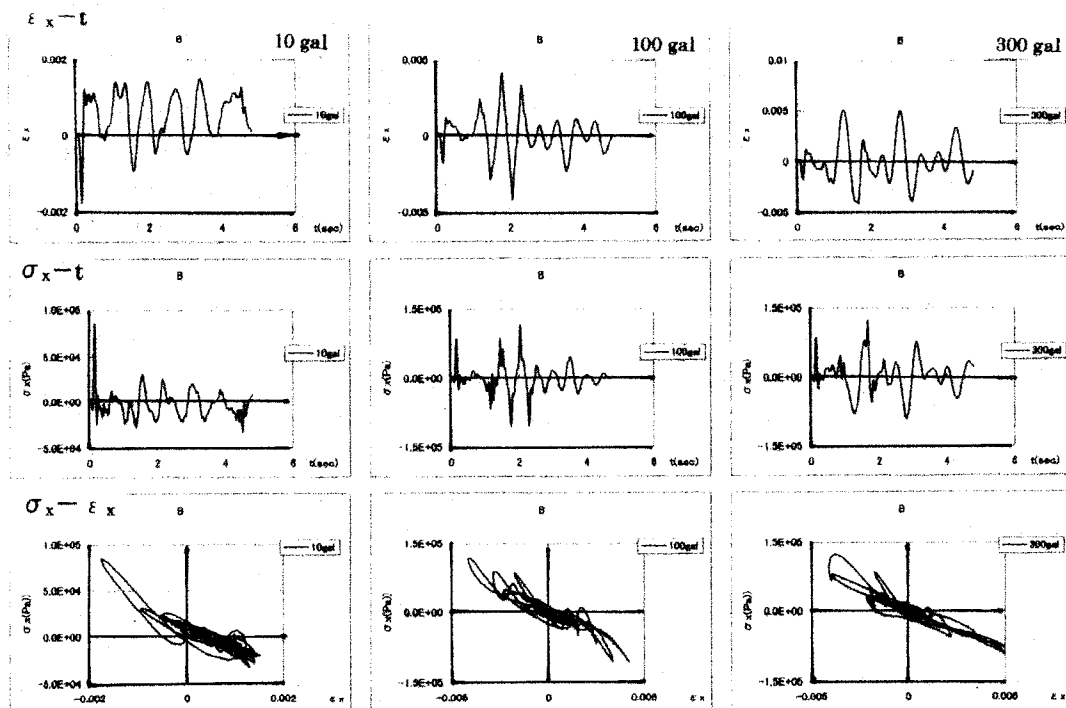


図-8 H-Dモデルの検証(石垣最下部裏込め B 要素) 入力波 GL-50.00m x 方向

り、 $E_3=20,000 \text{ kgf/cm}^2$ では $0.48 \sim 0.24 \text{ sec}$ と、地盤強度が硬いほどかつ共振モード次数の増加とともに固有周期は短いことが分かる。(なお固有周期 T は地盤層厚 D

とせん断波速度 V_s とを用いて $T=4D/V_s$ で表されるから、関東地方の沖積地盤の層厚 $D=30 \sim 60 \text{ m}$ $V_s=100 \text{ m/sec}$ とすると $T=1.20 \sim 2.40 \text{ sec}$ 、山の手のローム地盤の層厚

$D=10\text{m}$ 、 $V_s=300\text{m/sec}$ とすると $T=0.13\text{sec}$ となる。したがって図-9 の No.2 の $E_1=200\text{ kgf/cm}^2$ の地盤は $T=4.56\sim 1.83\text{ sec}$ なので関東平野の沖積地盤、No.6 の $E_2=2,000\text{ kgf/cm}^2$ の地盤は $T=1.33\sim 0.65\text{ sec}$ なのでローム地盤より軟らかい地盤に相当することが分る。)

ここで別途計算した石垣高さと勾配を変化させたときの共振モード別の固有振動数の変化状況を図-10に示す。この図から H が高いほど、 θ が大きいほど固有振動数が小さくなることが分り、石垣高さが高かつ石垣幅が小さいほど固有振動数が小さくなる傾向があることが分る。またその振動数は全般的に1次モードで3.5~9.0Hz、2次モードで7.0~17.0Hz、3次モードで7.5~18.0Hzであり、次数が大きいほど振動数が増加している。この図から $H=14.00\text{ m}$ 、 $\theta=70.0^\circ$ のときの石垣断面の固有振動数は、1次から5次の範囲で3.78、8.90、9.48、15.33、16.48 Hz、固有周期 T になおすと0.26、0.11、0.11、0.065、0.061 sec であることが示された。ここで図-9と10とを対比して、石垣断面と地盤の双方の固有周期が一致し石垣が共振する可能性がある条件は、地盤が比較的固い場合であることがわかる。ただしこの結果は上述の計算条件のときの結果であり、他の条件では異なる結果となることもあると思われる。

(4) 地盤および石垣断面中の加速度・変位波形

図-11、12は石垣-地盤系モデル断面の中央の節点No.12~35~58~81~127~219~352~478~586~730の計10節点の加速度および変位波形の変化状況を示したもので、No.12の地盤最下層からNo.219の地表面で石垣下地盤までは10.00m刻みの節点、No.219からNo.730までは石垣断面14.00m内の節点である。

表-1に示した27回の計算結果は、図-11の加速度波形図、図-12の変位波形図に示すように、波形・その変化状況および大きさなどから、明らかにⅠ~Ⅲの3グループに分類されることを示している。すなわち表-1のインプットデータと対応させて考察すると、Ⅰ~Ⅲのグループは地盤弾性係数 E_G が、 $E_1=200\text{ kgf/cm}^2$ 、 $E_2=2,000\text{ kgf/cm}^2$ 、 $E_3=20,000\text{ kgf/cm}^2$ と変化していることに対応している。言い換えれば E_G が波形決定に支配的影響力を持っていることを示している。

また地盤および石垣中を伝達する加速度の大きさは、 E が小さく軟らかい地盤のときは入力波と大きな差は生じないが、 E が大きく硬い地盤であるほど、石垣天端に向かい上部ほど著しく増幅され、また変位の大きさは、 E が小さい軟らかい地盤のときほど、上部ほど著しく増幅されることが示された。

このように $GL-50.00\text{m}$ で入力された振動波が地盤中で振動数や振幅などを大きく変化させる現象は、特にⅠグループで言えば、地盤の動的変形特性を非線形としたことによる分数次の振動を持つ分数調和共振と言われる大きな振動が生じている可能性がある。その他に図-11、12で示したような波形の増幅や減衰などの変化に関して、振動論の立場からの詳細な現象説明を試みてい

るが、現時点では理論的に納得できる説明は出来ていない。今後とも検討を続けていく所存である。

(5) 石垣安定に関与する要因の影響傾向

x 方向加速度 $\alpha=100, 200, 300\text{gal}$ を図-2に示す石垣底面下50.00mの地盤から入力したときの石垣面の水平方向変位面積 A を、13要因別に図示すると図-13のようになる。この図は27回の計算条件に対する石垣の安定性を示す解であると考えられ、13要因ごとに分散分析し、主効果グラフとして示したものである。

これらの図は横軸に要因の水準値、縦軸に A をとっており、要因ごとに水準変化に伴う A への影響傾向を読み取ることができる。弾性係数 E の水準変化が A の変化に非常に大きな影響力を有していることを示して、寄与率 k で示すと、 M_E で10.2%、 B_E で27.9%、 G_E で15.8%、 S_E で7.3%と、 E による合計値は61.3%となり、他の要因は全て寄与率 $k=5.0\%$ 以下で、統計上の有意差 (A に対する効果=石垣安定性) は無いことが示された。

すなわち材料の弾性係数以外の単位体積重量・ポアソン比・せん断強度は、FEM解析に当り常識的に考えられるどのような値を採用しても得られる解析結果にほとんど差を生じないことが示された。

(6) 石垣高さ変化に伴う変位波形への影響

図-14は、石垣高さを変化させたときの石垣断面内での変位波形の変化状況を示したものである。石垣高さが $H_1=7.00\text{ m}$ 、 $H_2=14.00\text{ m}$ のときは石垣天端と最下部の変位量はほぼ同じであるが、 $H_3=21.00\text{ m}$ と高くなると石垣最下部から天端に向かい変位が増幅されること、石垣高さが高いほど天端の変位量は大きいことなどを読み取ることが出来る。また $H_3=21.00\text{ m}$ のときだけ加速度波形を示したが、加速度は石垣断面内で最下部から天端に向かい3倍程度に大きく増幅されることが示された。

なお今回入力した10秒間の振動の後に石垣表面に生じた残留変位状況は、石垣高さの1/3の高さ以上の部分で孕みだす形態となり、実在石垣に現れている孕み状況とよく似ていることが認められ、本手法により実在石垣の孕み出しのような現象を再現できることが示された。

5. 考察

本研究は石垣断面をFEMにより解析するために、連続体として扱うことができるように、筆者らが提案してきた「積み石間に仮想間詰め材を介入させる」手法を用いた。そしてこの仮想部材のポアソン比 ν ・単位体積重量 γ ・間隙比 e ・せん断強度 τ などの物性値は積み石間の空隙の大きさ・単位体積重量・接触条件の3条件から推定できるように、図-4を想定した。以上のような石垣モデルや物性値想定法が石垣断面解析法として妥当性があるかどうかなどは検証されていない。

石垣断面とその挙動は非常に複雑であり、この難題を一挙に解決して解析できる手法を確立することは至難なことである。本研究は多くの仮定想定に立脚している。しかしこれらは工学的な経験則や一般的傾向は十分考慮

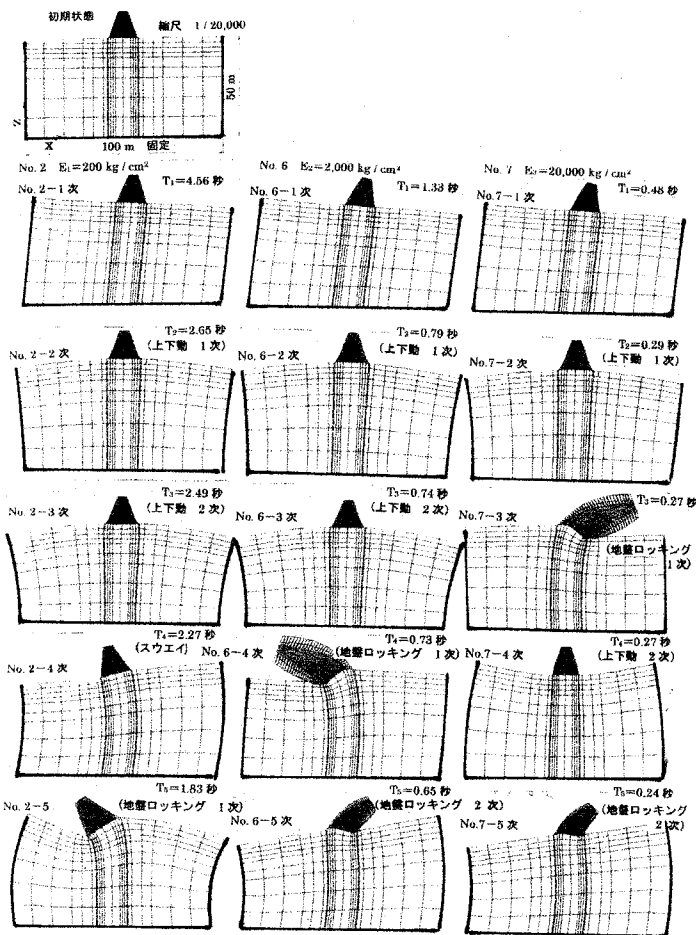


図-9 地盤の軟らかさと振動モードとの関係
石垣 $H=14.00\text{m}$ $\theta=70.0^\circ$
地盤 $B=100.00\text{m}$ $D=50.00\text{m}$
入力波 GL-50.00m x 方向 300gal

に入れて想定したもので、大きな方向性は正しいと確信している。さらに本論文等で示したように、筆者らの手法によりかなり実際の傾向を導きかつ多くの有用な情報を得ることができることが示された。

想定した石垣モデルと解析手法および物性値推定法が石垣研究に適しているか否かを証明することは、理論的にも実験的にも非常に困難である。とすれば、実際の石垣に適用してその解析結果と動態観測データとを対比したりしながら、現実の現象を表現できているかどうか検討したりして、その妥当性を評価したりし、問題点を明らかにしたりして改良していくことが望まれる。

6. まとめ

①石垣の断面解析にジョイント要素を考慮することは、静的解析ではその有無は解析結果に差は生じないが、動

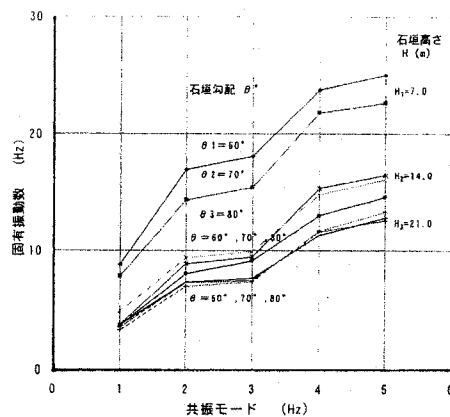


図-10 石垣高さ・勾配変化に伴う固有振動数変化

的解析の水平振動に対しては考慮した方が望ましい。しかし鉛直振動に関してはジョイントの有無は解析結果に大きな差が生じるので、解析に用いないほうが良い。

②今回採用した FEM ソフトは、地盤などの要素の変形特性に関し非線形性を H-D モデルで表しているとされていたが、検討結果から要素の非線形性を反映できていると判断された。

③石垣-地盤系モデルの固有値解析結果によると、高さ $H=14.00\text{m}$ 、勾配 $\theta=70^\circ$ の隔壁状石垣の固有振動数は共振モード 1 次～5 次で 5～16 Hz、固有周期 $T=0.26\sim.06\text{sec}$ であるのに対し、地盤が固いときには共振を生じる危険性があることが示された。

④今回の解析では、地盤の固さを $E=200, 2000, 20000\text{ kgf/cm}^2$ と変化させたが、地盤および石垣断面中を伝達する加速度は、 E が小さい軟らかい地盤のときは入力波と大きな差は生じないが、 E が大きい硬い地盤のときは著しく増幅され、また変位は E が小さいときに著しく増幅されることが示された。

⑤石垣の変状 (= 安定性) を FEM で解析したとき、変位は構成要素の弾性係数に大きく影響され、他の物性値の影響は無視できるほど小さいことが示された。すなわち石垣断面の FEM 解析に必要な弾性係数以外の各種の物性値は、常識的範囲のどのような値を入力しても得られる解析結果に大きな差は生じないことが示された。

⑥石垣高さの変化に伴う変位波形への影響は、高さが低いときは石垣天端と最下部の変位はほぼ同じであるが、高いときには最下部から天端に向かい大きく増幅され、高いほど天端の変位量は大きくなることを示された。

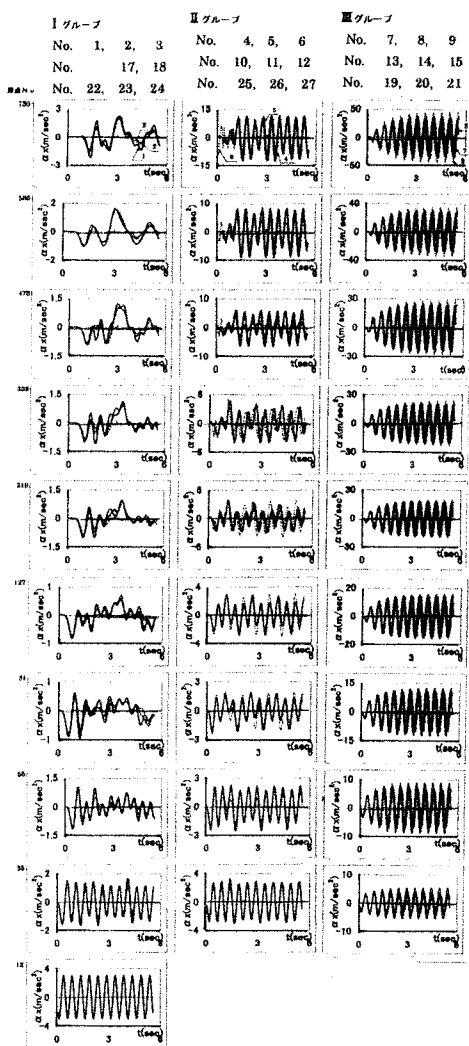


図-11 モデル断面中央部接点の加速度波形図

また振動波入力後の石垣面残留変位状況は、実在石垣の孕み出し状況とよく似ていて、本手法により実在石垣の変状を再現できることが示された。

以上のような、今回石垣断面の動的解析に FEM を適用した解析結果から、その問題点・限界・可能性については次のように整理できる。

a) FEM 解析に必要な要素の物性値の想定は、現実問題として試験などで求めることは非常に困難であり、どうしても経験的な判断に頼らざるを得ない。

b) 今回使用したソフトのアルゴリズムなどは全く不明であり、石垣断面解析に適しているか否か判断できない。ジョイント要素や H-D モデルの検証も、今回の解析では不十分である。

c) 解析結果などを見ると、上述の①～⑥などのようにかなり実際の解析結果を得ることが出来ることも確かめられた。しかしこの解析結果も、現存石垣の動態観

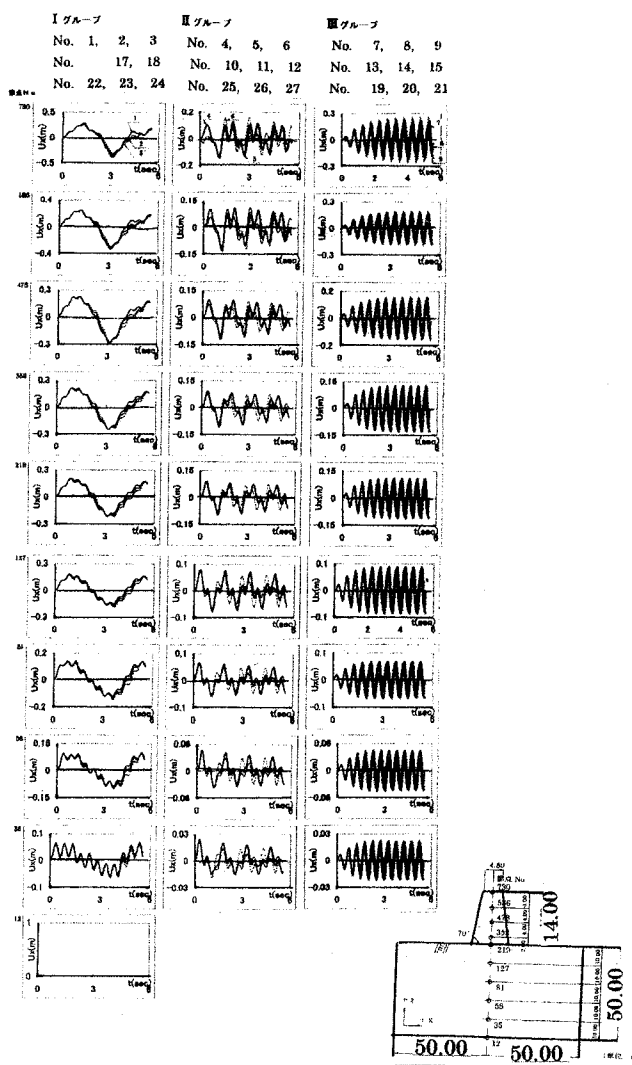


図-12 モデル断面中央部接点の変位波形図

測データなどと対比するなどの方法によりその妥当性を検討しなければならない。しかしやはり解析に用いた入力データの妥当性を評価することは非常に困難で、解析結果と実測値とがマッチしたなどと結論付けるのは早計である。

d) 以上のような問題は、DEM などを用いて解析するときでも同様であり、現時点ではどのような解析手法を用いても、あるいは新しい解析法を開発したとしてもそれが認知されるには多大な労力と時間が必要であろう。ということは、基本的に「FEMのためのパラメータ同定の試験法と解釈法に関する研究」などが進展しない限り、土の解析に FEM を適用することは問題が多いとも言える。しかし、どのような方法でもその仮定想定が多くまた現時点で証明できなくても、地道に研究を積み重ねていくことが必要であろう。

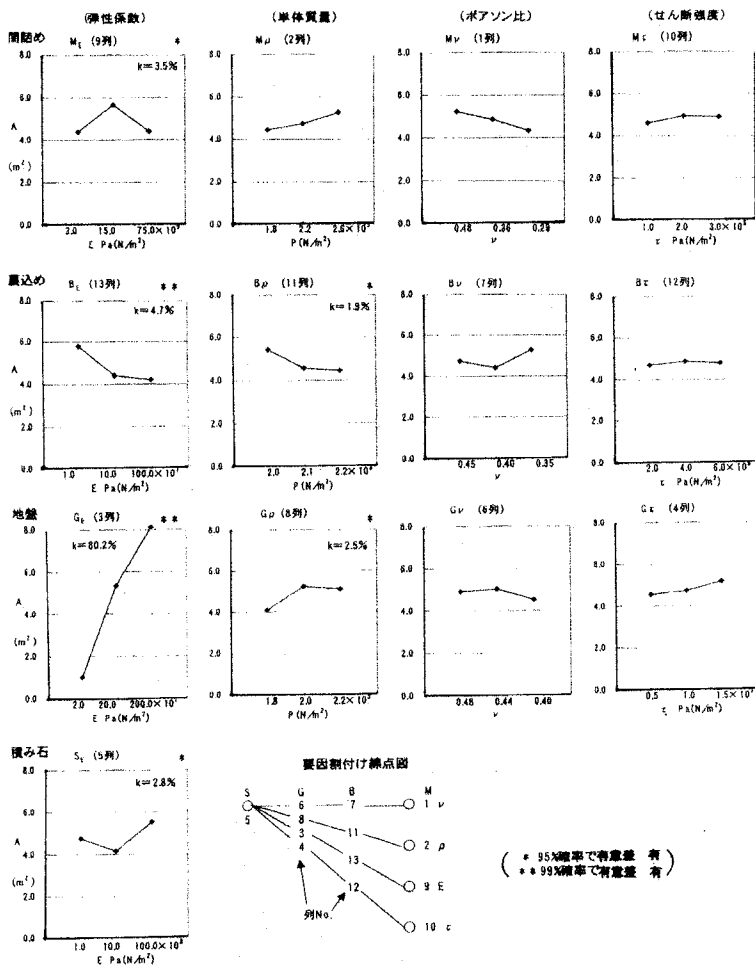


図-13 要因別主効果グラフ

参考文献

- 1) 田中邦熙・山田清臣：石積み擁壁の安定性評価法、土木学会論文集 No.541/Ⅲ-35, p.9~20、1996.6
- 2) 田中邦熙・新谷洋二・小林善勝 他：石垣断面のFEM-3Dによる数値解析実験-構成要素の物性値の影響-、第23回土木史研究講演集 pp.401~408、2003.5
- 3) 小林善勝・新谷洋二・田中邦熙：石垣模型の振動実験-石垣安定における形状寸法の影響-、第23回土木史研究講演集 pp.395~400、2003.5
- 4) 田中邦熙・新谷洋二他：FEM-3D (L27) による石垣の動的挙動の数値解析実験、第24回土木史研究講演集 pp.261~268、2004.6
- 5) 田中邦熙・新谷洋二：城郭石垣構成要素の物性値が石垣安定に与える影響、第25回土木史研究講演集 pp.307~316、2005.6
- 6) 村山朔郎：『土の力学挙動の理論鍵』、技法堂出版(株)1990.10
- 7) 田中邦熙・新谷洋二・山田清臣：城郭石垣の三次元形態の発生源に関して FEM を適用する手法と解析事例、土木学会論文集 No.631/Ⅲ-48, pp.383~396、1999.9
- 8) 田口玄一：『実験計画法』上下巻、丸善(株)、1968.10
- 9) ハンドブック改訂編集委員会：『土質工学ハンドブック (1982年版)』、第10章 土の動的性質 pp.345~388、1982.11

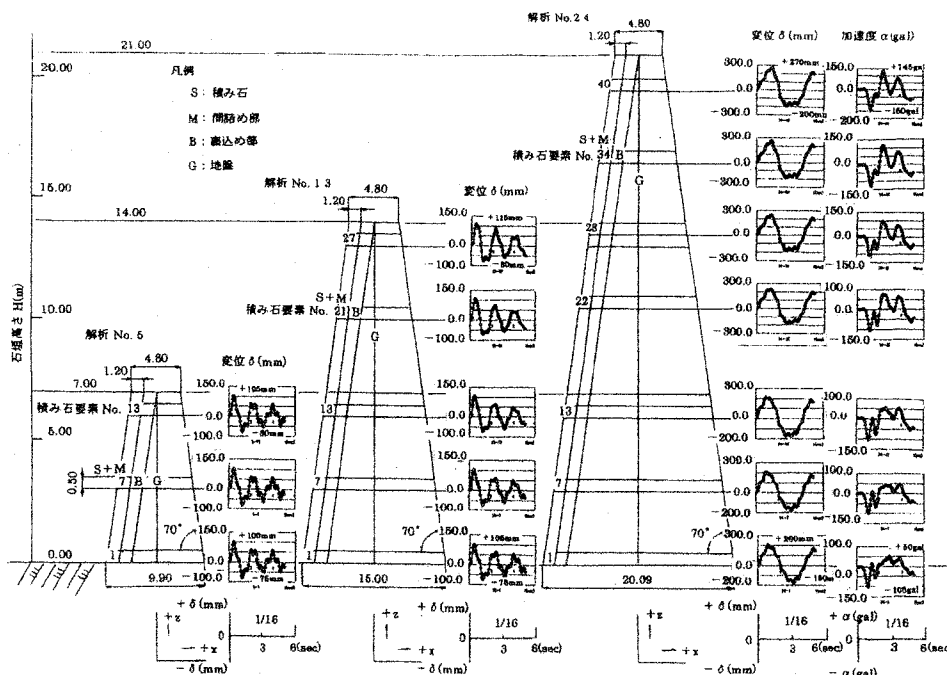


図-14 石垣高さを変えたときの変位・加速度波形

変化図 (入力波 GL-50.00m α=500gal)