

石垣断面のFEM-3Dによる数値解析実験*

—構成要素の物性値の影響—

Numerical Analysis Experiment of Masonry Walls using FEM-3D

— Effects of Material-Value of Component —

○田中邦熙** 新谷洋二*** 小林善勝**** 木村真也***** 谷 優作*****

By Kunihiro TANAKA, Yoji NIITANI, Yoshikatsu KOBAYASHI, Shinya KIMURA, Yusaku TANI

要旨：石垣の安定性を評価するに当り、安定に関与する要因個々および相互作用が安定に及ぼす効果や影響傾向などを評価することが必要である。本研究は石垣の動的挙動を検討するに当り、形状寸法を標準規模の一定にし、石垣の構成要素のうち、積み石・裏込め・原地盤および間詰めめの4要因を取り上げた。これらの物性値をそれぞれ3水準に変化させて実験計画法 L_9 に組み込んでFEM-3Dを用いて数値実験し、計算結果を統計的手法により処理して、それぞれの要因が石垣の常時および地震時の安定にどのように関与しているかを検討した。今回の数値実験から、上述4要因の物性値変化と石垣の安定性との関連性が示された。

1. はじめに

石垣の判定に関与する要因は数多くあり、これらの効果や影響傾向などを評価することは非常に難しい¹⁾。本研究は、FEM-3D ソフトを用いて石垣の静的・動的挙動を数値解析実験した結果をとりまとめたものである。

今回の検討では、石垣安定に関与する要素のうち形状寸法に関する要因を、高さ $H=10.00\text{m}$ 、角度 $\theta=70^\circ$ 、積み石石面 $60\text{cm}\times 50\text{cm}$ 、控え長 120cm 、積み石勾配 $\alpha=20^\circ$ の一定とし、構成要素の物性値を変化させたときのそれぞれの要因が石垣安定にどのように関与しているかを検討した。今回取り上げた要因は、積み石 S、裏込め B、原地盤 G および間詰め M の4者である。これらは実験計画法 L_9 に組み込んで数値実験し、結果を統計的手法により整理検討した。

2. 研究方法

(1) 石垣断面のモデル化と解析ソフト

石垣断面の安定に関与する要因は図-1 に示すように数多くあり、これらが相互に関連しあっている。

石垣の断面解析に当り、石垣は独立した石塊が間詰め材を介しながら積み上げられているため、石垣全体を連

続体として扱うことには疑問もある。そこで積み石が個々に独立しているという意味において、個別要素法の適用も考えられる。しかし「摩擦のない平面上の所定の境界内に確率的に詰め込まれた種々の直径を持つ多数の粒子(弾性円盤)が移動したときに発生する粒子間圧力・摩擦力・弾性反発力などを、Newton の運動方程式を基礎に解析する」²⁾ 個別要素法の原理を考えたとき、本手法は石垣断面解析には適していない。

そこで石垣断面解析には多くの分野で実績のあるFEM を適用することを前提に石垣断面が連続体として扱えるように工夫することが有効と考えられ、次のような仮定条件を想定した³⁾。

仮定1 積み石上下・左右には、図-2 に示すような薄層の(仮想)間詰め材が介在している。

間詰め材は積み石間に挿入して石垣の安定性を高めるものであるが、積み石の形状寸法や積み石技法などに対応して複数の大小様々な石材が用いられ、かつこれらの接触・拘束状況は千差万別である。

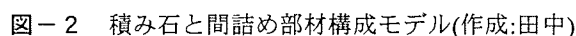
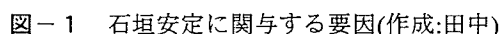
そこで、石垣断面の数値解析を実施するに当り、積み石周辺は、空隙の大きさ(または多さ)・密度(または強度)および空隙外表の接触状況の3者により規定される

* Keyword : 石垣安定、FEM-3D、数値解析、実験計画法

** 正会員 博(工学) 木更津高専 教授 環境都市工学科 (〒292-0041 木更津市清見台東 2-11-1)

*** 名誉会員 工博 日本開発構想研究所 理事長 (〒105-0001 東京都港区虎ノ門 1-16-4 アーバン虎ノ門ビル)

**** (株)小林石材工業 代表取締役 ***** 学生会員 木更津高専 専攻科生



本研究は石垣構成要素の物性値の変化と石垣安定との関連性を検討することを主眼とした。従って、図-3に示すように石垣部は、高さ $H=10.00\text{m}$ 、角度 $\theta=70^\circ$ 、積み石勾配 $\alpha=20^\circ$ 積み石石面 $60.0\text{cm}\times 50.0\text{cm}$ の一定とした。

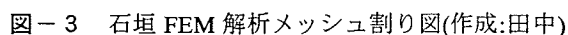


表-1 数値実験の要素と水準 $L_9(3^4)$
(要素1~4に対し弾性係数 $E_1 \sim E_3$ を表のように変化)
($E: \text{kgf/cm}^2$)

(3) 実験計画法の適用⁴⁾

本研究では石垣構成要素のうち、 $S \cdot B \cdot G \cdot M$ の4要因を取り上げて、これらの物性値を夫々3水準に変化させたときの石垣安定への影響傾向などを検討することを主眼とした。4要因3水準の検討を全ケース行なうと81回の計算が必要である。この研究のように数値解析により実験を行なうことは、一般の実験のように、各種誤差を含んだバラツキを有する結果が得られる場合とは異なり、ある条件で何回計算を行なっても結果は同一となる。そこで実験回数を大幅に減じかつ得られた解を統計処理してより有効な情報が得られる手段として、実験計画法を適用して数値実験を行なうこととした。

今回適用した手法は $L_9(3^4)$ 型で、4 要因各 3 水準の実験を 9 回の数値実験で行なう手法である。

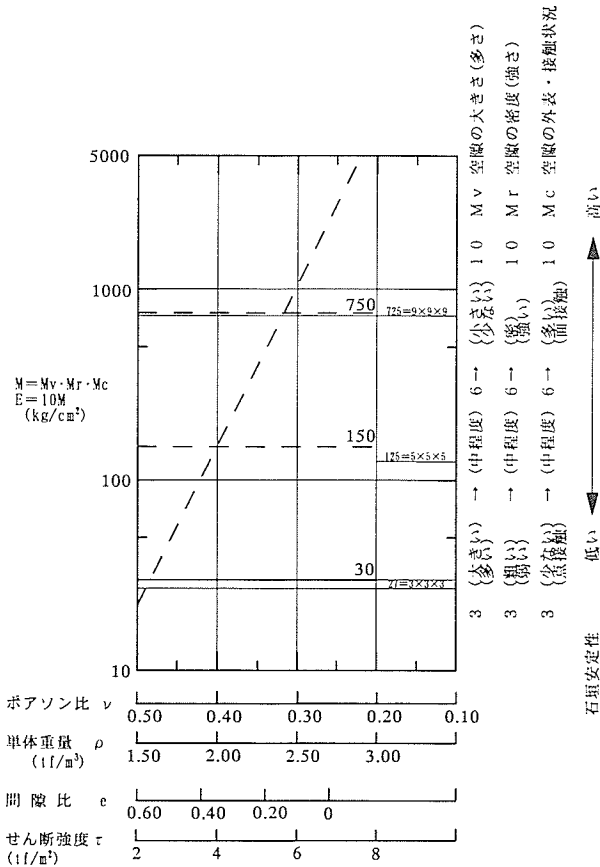
9 回の実験に対する要因と水準の組み合わせを表-1 に示す。

(4) 石垣構成要素の物性値

今回取り上げた4要素の材料物性値は、夫々の1~3の水準変化が土木工学ハンドブック等を参考に、一般的に考えられる範囲の最小~最大値となる弾性係数Eの値となるように設定し、このEに対応するようにポアソン比 ν ・せん断弾性係数G・体積弾性係数Kなどを想定した。今回の解析に用いた物性値を一覧表として表-2に

表－2 FEM解析に用いた物性値

記号	名 称	単 位	要素区分			積み石 S (線形)			裏込め B (非線形)			地盤 G (非線形)			間詰め M (非線形)		
			水準			S ₁	S ₂	S ₃	B ₁	B ₂	B ₃	G ₁	G ₂	G ₃	M ₁	M ₂	M ₃
E	弾 性 係 数	kgf/cm ²				1,000	10,000	100,000	100	1,000	10,000	200	2,000	20,000	300	1,500	7,500
		Pa (N/m ²) × 10 ⁷				10.00	100.00	1000.00	1.00	10.00	100.00	2.00	20.00	200.00	3.00	15.00	75.00
ν	ポアソン比					0.32	0.30	0.28	0.45	0.40	0.35	0.48	0.44	0.40	0.48	0.36	0.29
ρ	単 位 重 量	t/m ³				2.30	2.50	2.70	2.00	2.10	2.20	1.80	2.00	2.20	1.60	2.23	2.60
		N/m ³ × 10 ⁵				2.30	2.50	2.70	2.00	2.10	2.20	1.80	2.00	2.20	1.60	2.23	2.60
G	せん断弾性係数	Pa (N/m ²) × 10 ⁶ = E/2 · (1+ν)				-	-	-	3.45	35.70	370.00	6.76	69.40	714.00	10.10	55.10	291.00
K	体積弾性係数	Pa (N/m ²) × 10 ⁷ = E/3 · (1-2ν)				-	-	-	3.33	16.70	111.00	16.70	55.60	333.00	25.00	17.90	59.50
e	間 隙 比					-	-	-	0.30	0.20	0.10	0.40	0.30	0.20	0.55	0.24	0.08
n	間 隙 率	= e/(1+e)				-	-	-	0.23	0.17	0.09	0.29	0.23	0.17	0.35	0.19	0.07
τ	せん断強度	kgf/cm ²				-	-	-	0.20	0.40	0.60	10.00	20.00	30.00	0.20	0.40	0.60
		Pa (N/m ²) × 10 ⁵				-	-	-	2.00	4.00	6.00	10.00	20.00	30.00	2.00	4.00	6.00

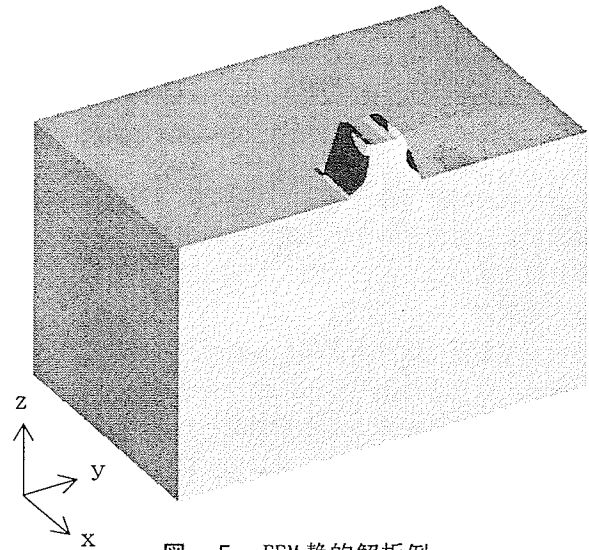


図－4 間詰め材の物性値推定図

示す。水準1が最小で、3を最大とした。なお、各要素の応力－歪関係は、積み石は線型モデル、裏込め・原地盤および間詰めは非線型モデルで表わされるとした。

また間詰め材は仮想材料であるので、その物性値の設定は、今回新たに想定した図－4を用いて行なった。その手順は次に示すとおりである。

手順1 間詰め材の特性は空隙の大きさ(多さ) M_v ・密度(強さ) M_r および外表接触状況 M_c の3者で表示できると考えられ、夫々が石垣安定に対し最も好ましくない状



図－5 FEM 静的解析例

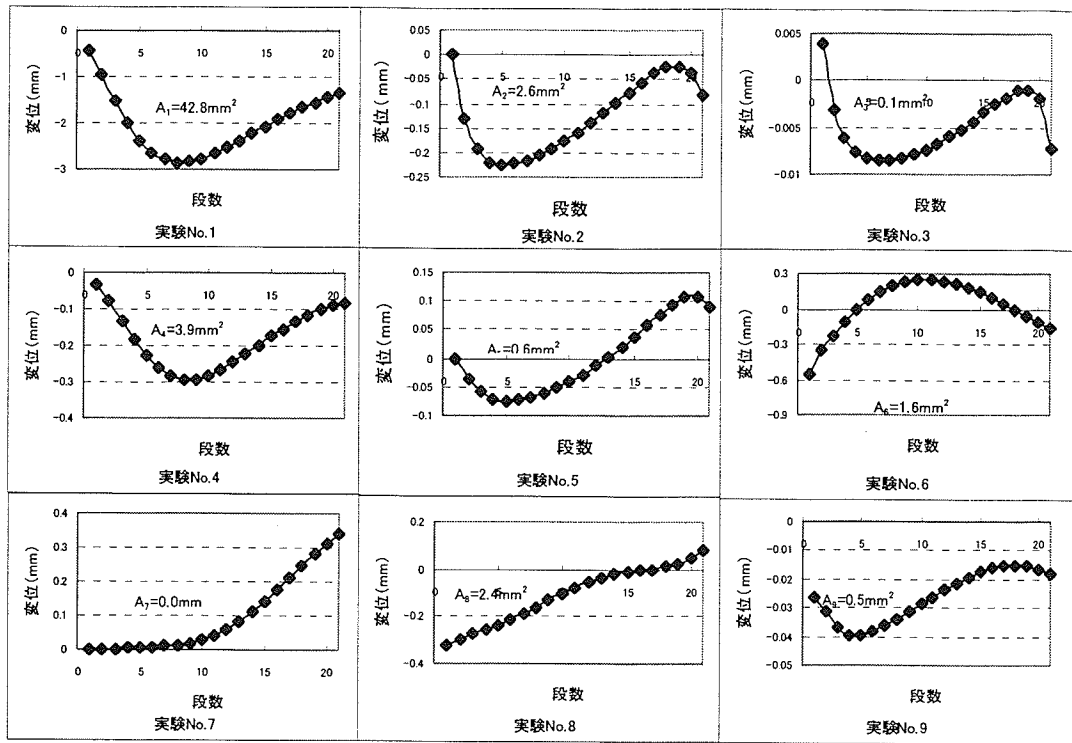
態を3、最も良好な状態を10と評価して、3者の相乗値を M とする。

手順2 間詰め材の弾性係数は $E_M = 10 \cdot M$ (kgf/cm²) で求める。

手順3 ポアソン比 ν ・単体重量 ρ ・間隙比 e およびせん断強度 τ は E_M との相関が図－4に示す傾向があると想定し、この図を用いて求め、せん断弾性係数 G と体積弾性係数 K は表－2に示したように E と ν とから計算して求める。

(5) 石垣安定の評価基準

石垣断面の安定性は、例えば円弧すべり法のような手法によりその安全率 F_s などが求められれば、その計算結果をそのまま使用して、本研究の目的である石垣構成要素の物性値の影響評価に用いることができる。しかし現在その手法は開発されていないので、本研究は FEM 手法により石垣断面構成要素の応力・変位等を求めてこれらを検討して安定性評価を行うものである。x, y, z 方向の変位等を検討した結果および石垣の安定性は一般には



図－6 石垣中央断面における y 変位図（静的解析結果）

腹み出し量で判断できる場合が多いことを考慮に入れて、本研究でも石垣表面の初期状態からの水平 y 方向変位量の積分値を用いることとした。

(6) 地震力

石垣－地盤系に地震力を加えるに当たり、伝達してくれる加速度の大きさにより石垣に生じる変位の大きさがどのように異なるかを知ることを主眼とした。そこで、表－1、2 に示した計算条件に対して、図－1 に示した地盤最下部における x, y, z 方向からそれぞれ最大加速度 $\alpha = 100, 300, 500\text{gal}$ の正弦波を夫々 10 秒ずつ入力し、加速度レベルごとに石垣面の水平 y 方向変位量を求めた。

なお各加速度レベルにおける振幅 a、周期 T は次のように設定した。

100 gal T=0.5 sec a=0.63 cm

300 gal 0.5 sec 1.90 cm

500 gal 0.5 sec 3.20 cm

3. 数値実験結果

(1) 静的解析結果

表－1 に示した条件で数値解析した結果の事例を図－5、9 回の計算結果ごとに石垣中央断面における最下部積み石 No.1 ～最上部積み石 No.21 の水平 y 方向変位分布図を図－6 に示す。

今回の実験計画法 L_9 に対するデータ統計処理は図－6 中の $A_1 \sim A_9$ の値が基本となる。表－3 に数値実験結果およびデータ整理結果を示す。

分散分析は以下の手順で実施した。

$$SA_i = 54.6 \quad SA_i^2 = 1866.8 \quad \bar{A} = 54.6/9 = 6.1$$

表－3 数値実験結果とデータ整理（常時）

実験 No	石材 S	裏込め B	原地盤 G	間詰め M	A	A ²
1	1	1	1	1	42.8	1835.9
2	1	2	2	2	2.6	6.9
3	1	3	3	3	0.1	0.0
4	2	1	2	3	3.9	15.0
5	2	2	3	1	0.6	0.3
6	2	3	1	2	1.6	2.6
7	3	1	3	2	0.0	0.0
8	3	2	1	3	2.4	5.8
9	3	3	2	1	0.5	0.3
計					54.6	1866.8
A ₁	46	47	47	44		
A ₂	6	6	7	4		
A ₃	3	2	1	6		
ΣA	55	55	55	55		
A ₁ ²	2078	2182	2197	1934		
A ₂ ³	37	32	50	18		
A ₃ ³	9	5	0	4		
ΣA ²	2124	2219	2247	1992		

表－4 静的解析結果分散分析表

要因	自由度 φ	ss	ms	ms/e	寄与率 ρ (%)
S	2	377	188	1.1	5.1
B	2	408	204	1.2	5.3
G	2	418	209	1.3	5.5
M	2	333	166 = e	1.0	
Total	8	1536			

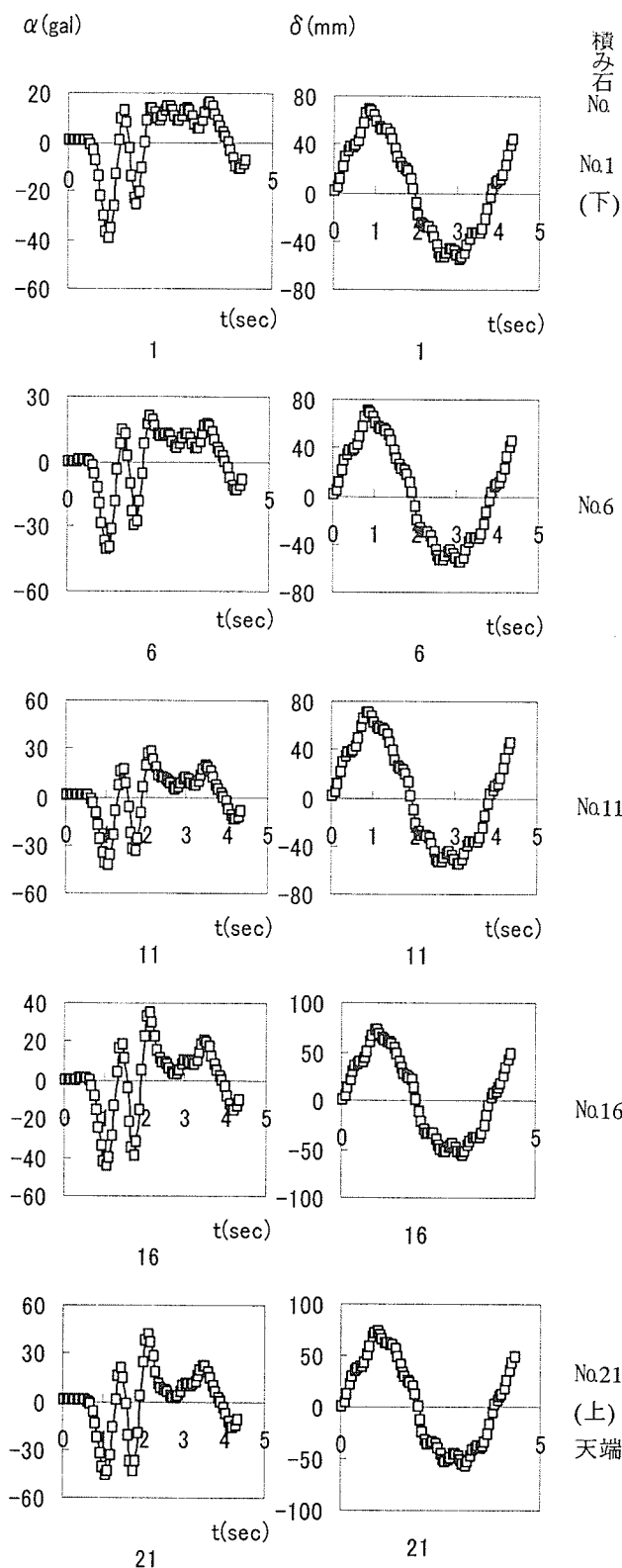


図-7 石垣積み石の加速度 α 、変位 δ 計算例
(実験No.8、 $\alpha=100\text{gal}$ 、作成：田中)

$$\begin{aligned}
 CF &= (SA_i)^2/9=331 \\
 S_T &= SA_i^2 - CF=1536 \\
 S_S &= (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)/3 - CF=377 \\
 S_B &= 408 \\
 S_G &= 418 \\
 S_M &= 333
 \end{aligned}$$

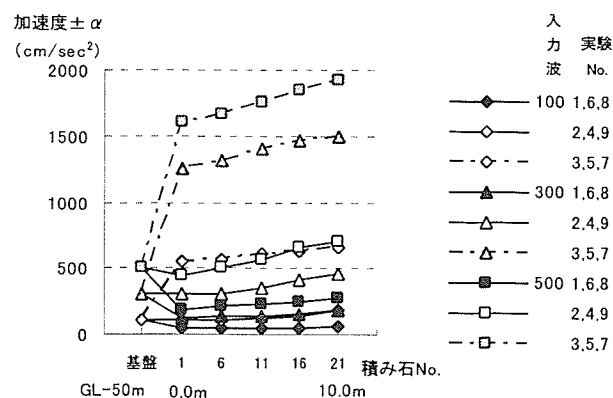


図-8 実験No.ごとの積み石に生じる最大加速度
(作成：田中)

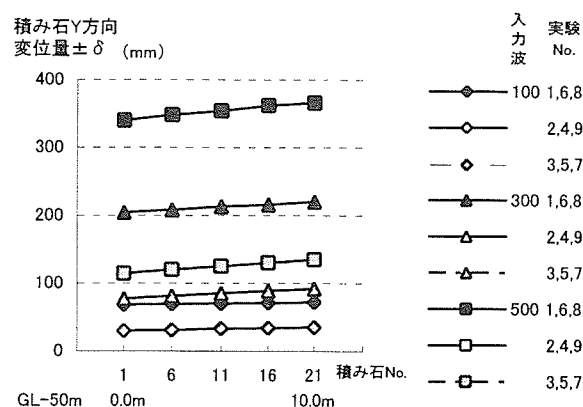


図-9 実験No.ごとの積み石y方向変位図 (作成：田中)

以上の計算結果を分散分析表として示すと表-4のようになる。

今回の分析では実験回数が9回で、 $S \cdot B \cdot G \cdot M$ それぞれの自由度 $\phi=2$ であるために、誤差項 e は分離できない。そこで ms が最も小さい M を e として ms/e を求めても他は1.1~1.3で有意差はない。

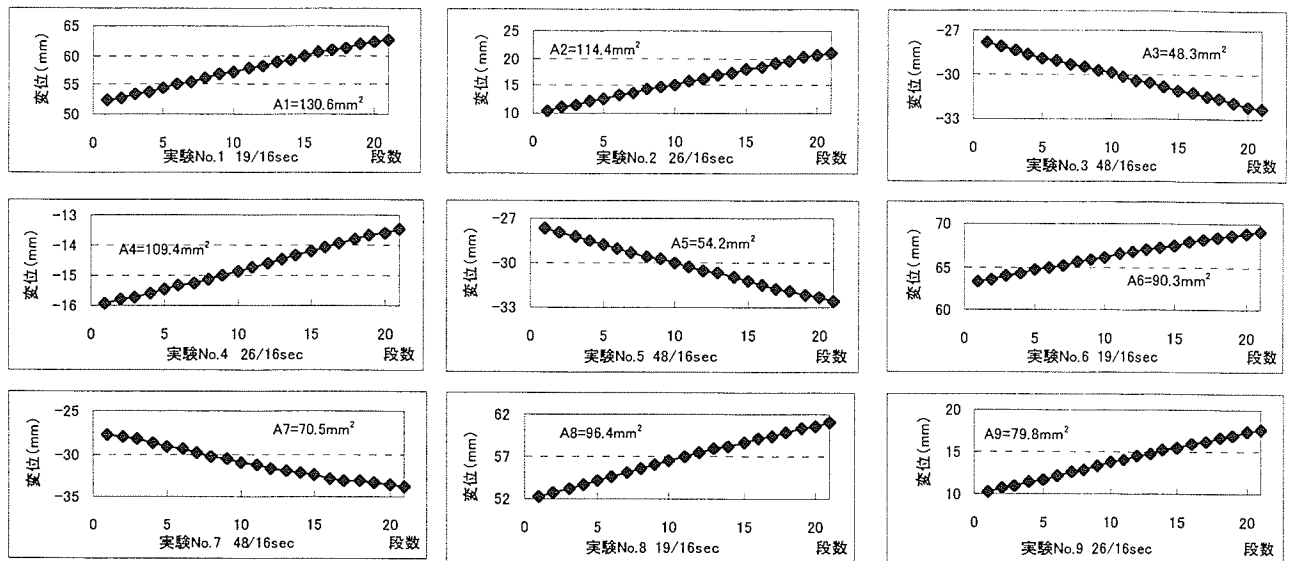
すなわち $S \cdot B \cdot G$ それぞれの石垣の安定性(=A)に対する影響度は無視できるほどに小さい。このことはそれぞれの寄与率 ρ を計算しても、次の ρ_G の計算例のように、誤差項 e が大きいため $\rho_G=5.5\%$ 程度以下と小さいことから理解できる。

$$\begin{aligned}
 \rho_G &= \{S_G - \phi_G \cdot (S_e/\phi_e)\} / S_T \\
 &= (418 - 2 \times 333/2) / 1536 = 5.5\%
 \end{aligned}$$

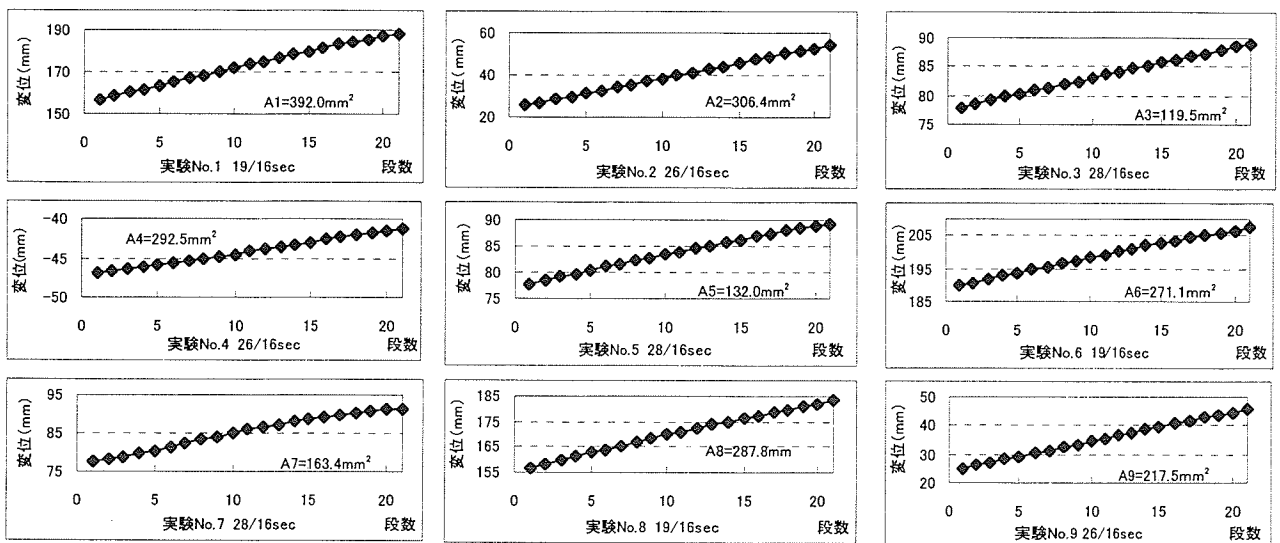
次に4要因それぞれに対して、水準が変化したときの石垣安定性(=A)の変化状況図(主効果グラフ)を後述図-12に示す動的解析結果図中に示す。なお計算結果例を次に示す。

$$\begin{aligned}
 S1 &= 6.1 + 46/3 = 21.4 \\
 S2 &= 6.1 + 6/3 = 8.1 \\
 S3 &= 6.1 + 3/3 = 7.1
 \end{aligned}$$

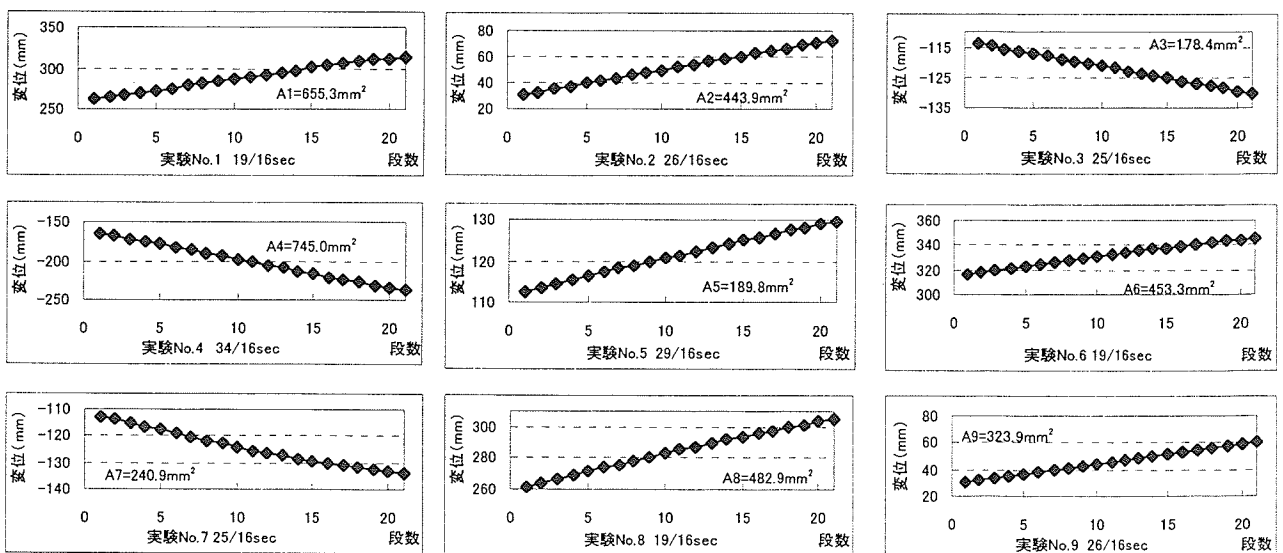
以上より、 $S \cdot B \cdot G \cdot M$ それぞれは、表-2に示したように水準1~3において、例えばEでは100倍という大きな差を与えても、石垣の腹み出し量Aに対してはわ



図－１０ 石垣中央断面に置ける y 変位図 ($\alpha=100\text{gal}$) (作成:田中)



図－１１ 石垣中央断面に置ける y 変位図 ($\alpha=300\text{gal}$) (作成:田中)



図－１２ 石垣中央断面に置ける y 変位図 ($\alpha=500\text{gal}$) (作成:田中)

表-5 数値実験実験結果 (地震時)

実験 No.	S	B	G	M	$\alpha=100$		$\alpha=300$		$\alpha=500$	
					A	A ²	A	A ²	A	A ²
1	1	1	1	1	655.3	429418	392.0	153664	130.6	17056
2	1	2	2	2	443.9	197047	306.4	93881	114.4	13087
3	1	3	3	3	178.4	31827	119.5	14280	48.3	2333
4	2	1	2	3	745.0	555025	292.5	85556	109.4	11968
5	2	2	3	1	189.8	36024	132.0	17424	54.2	2938
6	2	3	1	2	453.3	205481	271.1	73495	90.3	8154
7	3	1	3	2	240.9	58033	163.4	26700	70.5	4970
8	3	2	1	3	482.9	233192	287.7	82771	96.4	9293
9	3	3	2	1	323.9	104911	217.5	47306	79.8	6368
計					3713.4	1850958	2182.1	595078	793.9	76168

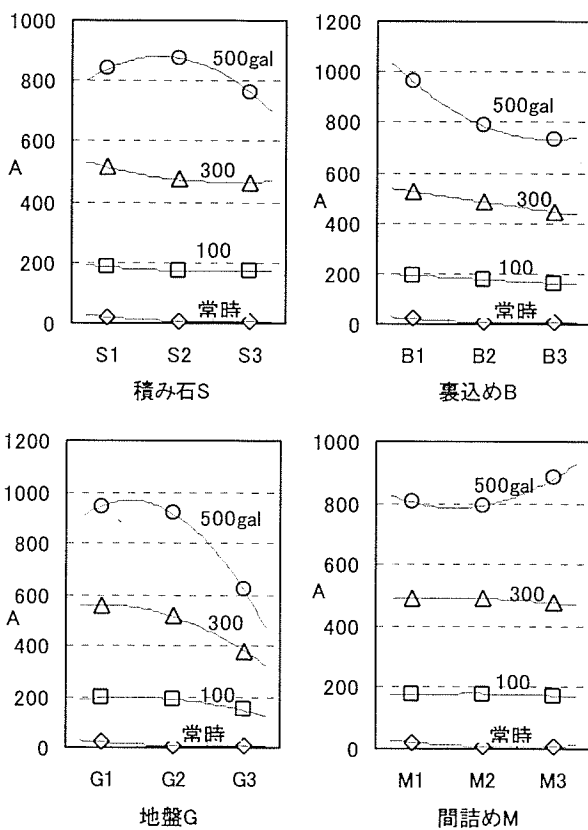


図-13 要素ごとの物性値と腹み出し量との関係図 (常時・地震時主効果グラフ) (作成:田中)

ずかな影響しか生じないことが理解できる。したがって静時には今回取り上げた S・B・G・M 4 要因の石垣安定に与える影響はいずれも明らかでない。

(2) 動的解析結果

表-1, 2 に示した条件に対して地震波 (今回は段階的正弦波) を入力したとき、図-3 に示したメッシュ割り図の全要素は入力波に応答した振動を生じる。図-7 は石垣中央断面の積み石 No.1 ~ No.21 のうち、No.1, 6, 11, 16, 21 の加速度および変位の波形を例示したもので

表-6 動的解析結果分散分析表 $\alpha=500\text{gal}$

要因	ϕ	ss	ms	ms/e	$\rho(\%)$
S	2	20104	10052	1.4	
B	2	85686	42843	6.0	
G	2	2E+05	99332	13.8	
M	2	14355	e=7178	157.0	
Total	8				

表-7 動的解析結果分散分析表 $\alpha=300\text{gal}$

要因	ϕ	ss	ms	ms/e	$\rho(\%)$
S	2	4220	2110	11.0	
B	2	9585	4792	25.0*	
G	2	51828	25914	135.4**	
M	2	383	e=191	1.0	
Total	8				

表-8 動的解析結果分散分析表 $\alpha=100\text{gal}$

要因	ϕ	ss	ms	ms/e	$\rho(\%)$
S	2	420	210	5.7	
B	2	1414	707	19.1*	
G	2	4230	2115	57.0**	
M	2	74	e=37	1.0	
Total	8	1536			

あり、最大振幅を生じる時間は実験 No.1 ~ No.9 の物性値条件によりそれぞれ異なる。実験 No. ごとに積み石に生じる最大加速度、最大変位量を取りまとめて図示すると図-8, 9 のようになり、基盤で入力された加速度は大幅に増幅されて石垣上部など大きな加速度・変位を示している。ただし、 $\alpha=300, 500\text{gal}$ 入力時に、石垣積み石は $1,000\text{gal}$ 以上の加速度が生じると計算されたが、このような結果は計算上の結果であり、現実的でない。地盤面下深い所を伝わってくる地震波は 100gal 程度以下であり、地表に現れて数 100gal となるのが現実である。したがって本研究の 300gal 以上の検討結果は参考データとして扱うこととする。次に図-10 ~ 12 は、入力加速度 $\alpha=100, 300, 500\text{gal}$ 時の実験 No.1 ~ No.9 ごとに最大振幅を生じた時における y 方向水平方向変位分布を示したものである。図中の A で示した値がその実験 No. (= 解析条件) における安定性を示す解を意味し、A は小さいほど安定性が高いと言える。

動的条件時の数値実験結果を表-5 に示す。また、静的結果の分散分析と同様に、加速度レベルごとに分散分析した結果を表-6 ~ 8 に示す。

地震時には、 $100\text{gal}, 300\text{gal}$ 時に B と G に有意差ありと判定され、石垣の安定性は腹み出し量 A で判定したとき、裏込めと原地盤の物性に大きく影響をされることが分る。一方 500gal 時には、誤差項 e にプールした M の変動が他の S・B・G に比して相対的に大きかったため、 $F_0 = \text{ms}/e$ が小さくなり、いずれも有意差は認められない。

次に4要因それぞれに対して、水準が変化したときの石垣安定性(=A)の変化図(=主効果グラフ)を図-13に示す。

この図から以下のような傾向を読み取ることができる。

- ① 4要因とも常時から入力加速度 α を100→300→500galと増加するにつれてAは増大し、石垣の変形が大きくなり安定性が低下している。
- ② 表-4、6～8に示した分散分析表も考慮に入れて、常時では4要因とも水準が変化してもAの変動量は小さいことが分る。しかし $\alpha=500$ gal時には、図上では4者とも水準変動に対してAも大きく変動しているように見えるが、表-6の分散分析表からは、いずれもe(=M)が大きいため有意差は認められない。
- ③ $\alpha=100, 300$ gal時にはBとGが有意差有りと判定され、石垣安定性に大きく影響を与えることが示された。

以上より実験計画法に基づいた解析は、全データ(9個)のパラツキ中から個々の要因のパラツキを抽出し、それぞれを誤差項e(今回はM)で比較検定しているので、 $\alpha=500$ gal時のように図上では大きく変動しているように見えても、検定上は有意差なしと判定されることになることが理解できる。

4. まとめと考察

本研究は、石垣の動的挙動を検討するために、形状寸法を標準規模の一定にし、構成要素のうち積み石・裏込め・原地盤および間詰め材の4要素をとり上げ検討した。それぞれの物性値は一般にとりうる値の最小値から最大値となるように水準値を設定し、実験計画法 $L_9(3^4)$ に組み込んで、FEM-3Dを用いて数値解析実験した。そして得られた結果のうち、石垣面の腹み出し量(水平変位量)の大きさを石垣の安定性を表す指標と考え、この値を用いて統計的手法により解析検討した。

なお市販FEMソフトを利用するに当たり、石垣断面を連続体として扱う必要上、間詰め部材を仮想の間詰め材として各種物性値を想定する手法を用いた。

得られた結果は、次のように要約される。

- ① $\alpha=300$ gal以下の加振時には、石垣安定性は原地盤と裏込めの物性に大きく影響される。
- ② $\alpha=500$ gal加振時には、図上では4要因とも石垣安定性に大きく影響を与えると読み取れたが、統計的手法の分散分析結果では、誤差項eにプールされた間詰め項Mのパラツキが他の3者に比べて相対的に大きいため、有意差なしと判定された。しかし統計上の信頼性は低いが、定性的には図-13に示すような傾向があると考えてよい。すなわち、積み石Sは S_2 時にAが最大(安定性が最小)、地盤Gは G_1 時に、間詰めMは M_3 時に最大、裏込めBは $B_1 \rightarrow B_2 \rightarrow B_3$ と安定性が増大することが分る。ただし石垣の地震時安定性に支配的な要因はBとGである。
- ②の結果は計算上の結果で、積み石に1,000gal以上の加速度が加わるということは生じてない。
- ③ 本研究を実施する前は、一般的認識に基づいて間詰め

部物性が石垣安定性に最も大きく影響すると考えていた。しかし、今回の数値実験解析結果では、間詰め部材物性値を他より小さく設定してその影響が大きく現れるように設定したにも関わらず、概してその影響力は小さいと判定された。この原因としては、本FEM手法では間詰め石の滑りや回転移動のような大きな非線形状変位を十分表現できないこと、図-2に示したように間詰め部体積は他に比して小さいことなどが考えられる。

しかし全体として、図-12に代表されるような有用な情報を含む結果が得られたと考えている。

なお表-4、6～8に示した分散分析表においては誤差項eはmsが最小のものにプールされるとしてF検定を行った。e項を分離するには、全体を繰り返しのある実験計画に組み込んだり、誤差項を要因の一つに組み込むことができる $L_{27}(3^{13})$ のような直交表に組み込むことなどが考えられる。ただし今回はパソコンによる数値実験であり、繰り返し解析データを求めることは意味がない。解析精度を高めるには、 L_9 よりも実験数が多い直交表を採用することも考えられる。

今後は上述の③で示したような未解決事項を十分表現できるように研究を続けていきたい。また本研究では石垣の形状寸法(高さや勾配など)が安定性に及ぼす影響検討を行っていないので、別途実施した「石垣模型の振動実験」⁵⁾結果とも合わせて、総合的に検討していく所存である。

5. あとがき

本研究は、H14年度科学研究費およびH13年度鹿島学術振興財団研究助成金を得て実施した成果の一部であることを記し、関係各位に謝意を表します。

参考文献

- 1) 田中邦熙・山田清臣：石積み擁壁の安定性評価法、土木学会論文集No.541/Ⅲ-35, pp.9~20, 1996.6
- 2) 村山朗郎：「土の力学挙動の理論」, 技法堂出版 1990.10
- 3) 田中邦熙・新谷洋二・山田清臣：城郭石垣の三次元形態の発生起源に関してFEMを適用する手法と解析事例, 土木学会論文集No.631/Ⅲ-48, pp.383~396, 1999.9
土木学会論文集
- 4) 田口玄一：「実験計画法」上下巻, 丸善, 1968.10
- 5) 小林義勝・新谷洋二・田中邦熙：石垣模型の振動実験-石垣安定における形状寸法の影響-, 第23回土木史研究, 2003.6