

飽和土三相系モデルに基づく地盤の 固体・流体間の相変化を考慮した液状化解析

栗間 淳¹・新垣 芳一²・後藤 浩之³・澤田 純男⁴

¹学生会員 京都大学大学院 工学研究科都市社会工学専攻 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

E-mail: kurima@catfish.dpri.kyoto-u.ac.jp (Corresponding Author)

²正会員 東電設計株式会社 (〒135-0062 東京都江東区東雲 1-7-12)

E-mail: shingaki@tepsco.co.jp

³正会員 京都大学准教授 防災研究所 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

E-mail: goto@catfish.dpri.kyoto-u.ac.jp

⁴正会員 京都大学教授 防災研究所 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

E-mail: sawada@catfish.dpri.kyoto-u.ac.jp

液状化した地盤における固体・流体間の相変化について、浮遊土粒子を考慮した飽和土三相系モデルに基づいたモデルを提案した。このモデルは、間隙率の変化を過剰間隙水圧の関数として定式化しており、間隙率の増加は流体への相変化、減少は固体への相変化を意味する。相変化による剛性低下と回復を既存の弾塑性モデルに導入した。中空ねじりせん断試験および遠心場振動実験の再現解析の結果、提案モデルが実験結果をよく再現していることが示された。この結果は、相変化が液状化解析において重要な物理的な過程であることを示唆している。

Key Words: earthquake, liquefaction, elasto-plastic model, phase transition

1. はじめに

液状化被害は、1964年新潟地震、1983年日本海中部地震、1995年の兵庫県南部地震において被害を引き起こしたことから注目されるようになった。新潟地震において、液状化によって多くの建物被害が生じ、液状化現象自体が注目された。また同年1964年にアラスカ地震が起き、街全体に被害が及ぶような地盤の滑り破壊が発生し¹⁾、世界的に注目を集めた。1995年兵庫県南部地震では、大阪湾岸の埋立地で大規模な液状化が発生した。それに伴って生じた地盤の側方流動によって、西宮港大橋の橋脚が傾斜し落橋に至るなど、土木構造物にも甚大な被害を与えたことが明らかとなった²⁾。この地震を契機に地盤の流動現象は、設計指針に取り入れられるなど、注目されるようになった。

液状化発生のメカニズムは、地震動が作用することでせん断変形による負のダイラタンシーを生じ、過剰間隙水圧が上昇し、有効応力が減少するため、せん断剛性と耐力を失うと考えられている。有効応力が減少しせん断剛性が減少することから、液状化層は流体としての性質が顕著になるといえる。このことから液状化現象を固体

から流体へそして再び固体へと性質が変化する過程としてとらえることができる。このような相変化をモデル化することができれば、流動の開始またその停止までを予測できる可能性がある。

液状化のような固体から流体への相変化とみなせる現象として土石流がある。土石流では、河床に生じるせん断力により侵食が起り、土粒子が土石流に取り込まれ輸送される現象と考えられている。地盤内でも同様なプロセスにより内部侵食が生じると考えられている。内部侵食とは、間隙流体の流れによって土骨格の表面に働くせん断力により、微小な土粒子が間隙流体に取り込まれる現象である。Fujisawaら⁴⁾は飽和土三相系モデルを提案し、これを用いて内部侵食を表現してパイピング現象を数値解析している。

栗間ら⁵⁾では、液状化時の相変化を飽和土三相系モデルに基づき定式化を行った。さらに、運動量保存を考慮した支配方程式を導出しており、提案式により地盤の固体的また流体的どちらの挙動も表現できることを示している。一方で、流体から固体への相変化については考慮していないため、再固体化を表現することができていない。

そこで、本研究では再固体化を考慮できる相変化モデルを提案する。さらに既存の弾塑性モデルへ相変化による剛性劣化を導入し、液状化時の挙動を表現する。最後に提案手法により、中空ねじりせん断試験と遠心場振動実験の再現解析を行い、妥当性を検討する。

2. 相変化モデル

飽和土三相系モデルでは間隙流体が間隙水とそこに浮かぶ浮遊粒子によって定義される相として導入されている。\$V_{ss}\$を土骨格の体積、土全体の体積を\$V\$と表すと、飽和土三相系モデルの間隙率は以下ようになる⁴⁾。

$$n_{III} \equiv 1 - \frac{V_{ss}}{V} \quad (1)$$

ここで \$n_{III}\$ は飽和土三相系モデルの間隙率を表す。

栗間ら⁵⁾は、固体から流体への相変化を間隙率の変化によって定式化している。相変化は、間隙流体流れによる土骨格表面へのせん断応力によって生じると仮定し、そのせん断応力が過剰間隙圧に比例するモデルを提案した。

本研究では、固体から流体への相変化だけでなく流体から固体への相変化を表現できるモデルを提案する。ここで、間隙率の増加は流体への相変化を意味し、減少は固体への相変化を意味する。間隙率の変化は、以下のように現在の間隙率と過剰間隙圧によって定式化する。

$$\frac{\partial n_{III}}{\partial t} = -\alpha n_{III} + \beta(1 - n_{III})(p - p_c) \quad (2)$$

ここで、\$\alpha\$と\$\beta\$はそれぞれ固体化係数と流体化係数を表し、\$p\$は過剰間隙圧、\$p_c\$は限界間隙圧を表す。右辺の第一項は、流体から固体への相変化を意味する。本研究では、間隙率の下限を初期の間隙率 \$n_{III0}\$ (\$n_{III} \geq n_{III0}\$)とする。右辺第二項は、固体から流体への相変化を表し、本研究ではせん断応力を仮定せず過剰間隙圧によって直接モデル化し、より簡潔なモデルとしている。また、\$\langle \rangle\$は McCauley brackets を意味し、\$p < p_c\$のとき固体から流体への相変化が生じないことを意味する。また、\$p_c\$は土骨格の構造が弱化することを表すために次のように定義する。

$$p_c = p'_c \cdot \exp\left(-\frac{Nc_1}{c_2}\right) \quad (3)$$

ここで、\$N\$は間隙率の変化の累積値(\$N = \int |dn_{III}|\$)を表す。また、\$p'_c, c_1, c_2\$はそれぞれ材料定数とする。\$N\$が増加し、\$p_c\$が減少すると固体から流体への相変化が生じやすくなる。

3. 繰返し弾塑性モデルの定式化

相変化モデルを繰返し弾塑性モデルに導入する。本研究では、基となる弾塑性モデルとして Li(2002)⁶⁾によるモデルを用いた。このモデルでは、繰返し荷重による剛性低下を表すために以下のようなスケーリングファクターが定義されている。

$$h = (h_1 - h_2e) \left\{ \left(\frac{\rho_1}{\rho_1} \right)^k + h_3 f(L_1) \left[1 - \left(\frac{\rho_1}{\rho_1} \right)^k \right] \right\} \quad (4)$$

ここで、\$e\$は間隙比、\$h_1, h_2, h_3, k\$はそれぞれ材料定数である。また、\$\rho_1/\rho_1\$は塑性剛性とダイレイタンスを制御するための応力比パラメータである。\$L_1\$は累積塑性ひずみを表し、\$f(L_1)\$は次のように定義される。

$$f(L_1) = \frac{1 - b_3}{\sqrt{\left(1 - \frac{L_1}{b_1}\right)^2 + \frac{L_1}{b_1 b_2^2}}} + b_3 \quad (5)$$

ここで、\$b_1, b_2, b_3\$はそれぞれ材料定数を表す。\$h\$ (スケーリングファクター) は累積塑性ひずみが増加するにつれ減少する。塑性剛性は\$h\$と比例するよう定式化されるため、繰返し載荷時の剛性低下を表現できるモデルである。

本研究では、\$h\$に相変化を導入し、以下のように定式化する。

$$h = (1 - n_{III}^2) \left\{ \left(\frac{\rho_1}{\rho_1} \right)^k + h_3 \left[1 - \left(\frac{\rho_1}{\rho_1} \right)^k \right] \right\} \quad (6)$$

間隙率が増加すると\$h\$が減少するため、固体から流体への相変化が進むと剛性が自然に減少する。それにより、累積塑性ひずみを用いることなく、繰返し載荷時の剛性低下を表現できる。

4. 数値解析例

(1) 中空ねじりせん断試験の再現解析

提案手法を用いて非排水条件下での中空ねじりせん断試験(植村(2010)⁷⁾)の再現解析を行った。供試体は豊浦砂によって作成されており、粒径は0.075~0.850mmで、均等係数は1.635である。土粒子密度は2.659、最大間隙率および最小間隙率はそれぞれ0.991と0.624である。繰返し載荷は周波数0.1Hzの正弦波である。

本研究では、相対密度 \$Dr\$ と応力比が異なる 2 つの実験結果を用いた。\$Dr\$ は 53% と 30.9% である。応力比はせん断応力の振幅と初期有効拘束圧 (98 kPa) の比で定義され、\$Dr=53\%\$の供試体の応力比は 0.20、\$Dr=30.9\%\$の供試体の応力比は 0.15 である。表-1 に弾塑性モデルのパラメータと物性値を示す。

図-1 に \$Dr=53\%\$の供試体を用いた実験結果と再現解析結果の比較を示す。上から、せん断応力-せん断ひずみ

表-1 中空ねじりせん断試験における物性値

共通		$D_r=53\%$	$D_r=30.9\%$
物性値	Li(2002)Model	$m=6.0$ (Li(2002)Model)	$m=6.8$ (Li(2002)Model)
$\rho_s=2659$ (kg/m ³)	$G=60$	$\alpha=0.0005$	$\alpha=0.0005$
$K_{in}=2.2 \times 10^4$ (kPa)	$M=2.0$	$\beta=7.5 \times 10^7$ [1/kPa]	$\beta=1.5 \times 10^8$ [1/kPa]
$\rho_w=1000$ (kg/m ³)	$\nu=0.25$	$c_1=4$	$c_1=4$
	$\zeta=0.7$	$c_2=10$	$c_2=10$
	$n=1.1$	$\mu_1=7.0 \times 10^6$ [kPa]	$\mu_1=7.0 \times 10^6$ [kPa]
	$a=1.0$		
	$e_1=0.934$		
	$d=0.52$		
	$d_s=7.0$		
	$c=0.75$		
	$\lambda_s=0.019$		
	$k=100$		
	$h_s=1.9$		
	$h_n=1.5$		

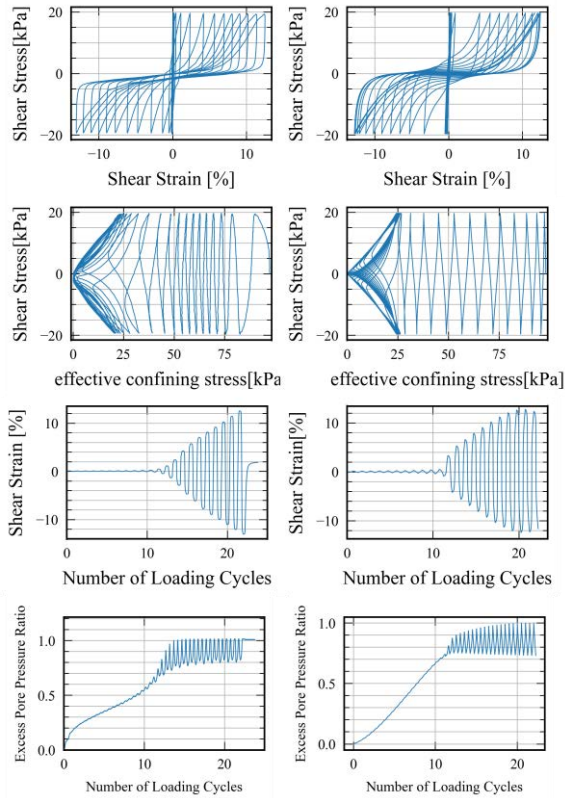


図-1 中空ねじりせん断試験 ($D_r=53\%$) の実験結果 (左) と解析結果 (右) の比較。(上から、せん断応力-せん断ひずみ関係、有効応力経路、荷数-せん断ひずみ、荷数-過剰間隙水圧)

関係、有効応力経路、せん断ひずみの時刻歴、過剰間隙水の時刻歴を示す。解析結果からせん断ひずみの増加過程をよく再現できているが、荷回数 12 回以降では、実験結果より 2-3%程度大きくなっていることがわかる。また、過剰間隙水についても、増加傾向は少し異なるものの、よく実験結果を再現できている。せん断応力-せん断ひずみ関係の解析結果から液状化時の特徴的な挙動であるサイクリックモビリティが表現できている。実験では、液状化に達した後、せん断応力が 0 kPa 付近において僅かな剛性を示しているが、解析結果では非常に小さな剛性を示しており、液状化時の流動的な挙動をよく表現できていることがわかる。

図-2に $D_r=30.9\%$ の供試体を用いた実験結果と再現解析

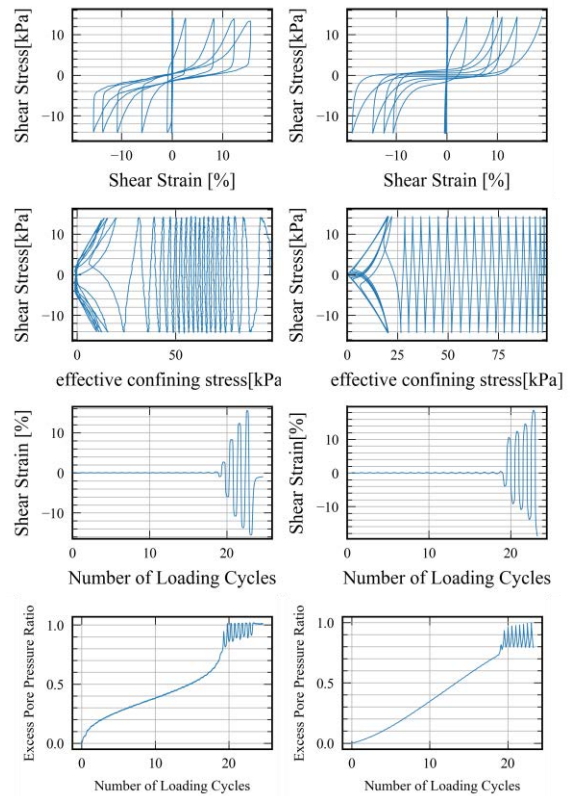


図-2 中空ねじりせん断試験 ($D_r=30.9\%$) の実験結果 (左) と解析結果 (右) の比較。(上から、せん断応力-せん断ひずみ関係、有効応力経路、荷数-せん断ひずみ、荷数-過剰間隙水圧)

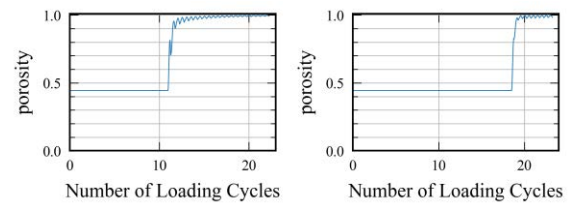


図-3 解析結果における間隙率の推移 (左: $D_r=53\%$, 右: $D_r=30.9\%$)

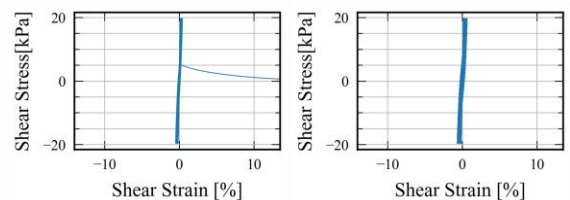


図-4 繰返しねじりせん断試験 ($D_r=53\%$) のせん断応力-せん断ひずみ関係の解析結果。(左: 固体化係数のみが 0 の場合 ($\alpha=0$), 右: 固体化係数と流体化係数が 0 の場合 ($\alpha, \beta=0$))

結果の比較を示す。Dr=53%の解析結果と同様に、実験結果をよく再現できていることがわかる。また、有効応力径路の実験結果では、有効拘束圧 0 kPa 付近でせん断応力が 2 から5 kPa ほどの値を示しているが、これは測定誤差と考えられ、解析では再現されていない。

図-3 に、2つの再現解析における間隙率の推移を示す。過剰間隙圧が p_c を超えると間隙率は増加する。間隙率が 1.0 付近に近づくと、過剰間隙圧の変化に応じて増減する。これは、式(2)ように過剰間隙圧によって間隙率の変化を定式化しているためである。このように間隙率が増減することで、 h (スケーリングファクター) が変化し、剛性の劣化および回復が表現される。

Dr=53%の供試体を用いた実験に対し、固体化係数(α)と流体化係数(β)を0にした解析を行う。図-4の左側に固体化係数を0にした解析によるせん断応力-せん断ひずみ関係、右側に固体化係数と流体化係数をともに0とした解析によるせん断応力-せん断ひずみ関係を示す。固体化係数のみを0とした解析では、剛性が急激に小さくなり、非常に大きなせん断ひずみが生じてしまう。固体化係数と流体化係数をどちらも0とした解析では、剛性が十分に低下せず、せん断ひずみも増加しない。この結果から、提案モデルにより液状化時のサイクリックモビリティを再現するためには、固体から流体、流体から固体どちらの相変化も考慮する必要があることがわかる。

(2) 遠心場振動実験の再現解析

Watanabe ら⁸⁾は、液状化した地盤の透水係数を推定することを目的とした遠心場振動実験を行った。本節では、この遠心場振動実験の再現解析を行う。以下では、断りのない場合、全てプロトタイプスケールで示している。

実験で用いられた飽和地盤は均一な豊浦砂によって構成され、深さ 5m、横幅 11.25m、土槽は剛土槽である。土粒子比重は 2.669、最大間隙比 0.99、最小間隙比 0.64 である。間隙比は 0.76、相対密度は 63.4% であり、透水係数は 2.3×10^{-4} m/s であった。水の密度、粘性はプロトタイプスケールで水と一致するように調整している。また、模型底部は不透水性の境界である。実験時に土槽底部で測定された入力加速度を図-5に示す。入力周波数は 2Hz である。

数値解析では、栗間ら⁹⁾で提案された飽和土三相系モデルの支配方程式を有限要素法により解く。時間積分法は中央差分法を用い、9 節点アイソパラメトリック要素を用いる。解析モデルは深さ方向、水平方向ともに 0.5 m 幅の要素に分割した。側面は左右で変位を等しくする周期境界を設定し、底面は変位固定境界とする。すべての節点で非排水条件とし、土骨格と間隙流体の相対変位を 0 とした。土粒子密度、最大間隙比、最小間隙比、水の密度、粘性、透水係数は遠心模型実験と同様の値を与

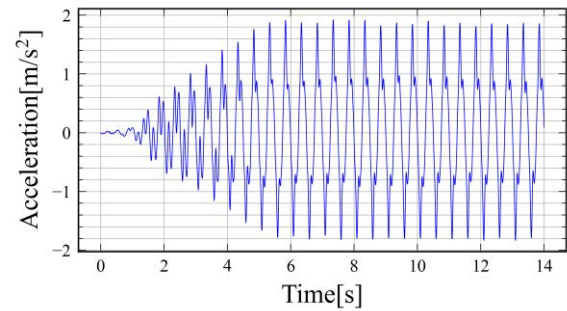


図-5 遠心場振動実験における入力加速度

表-2 遠心場振動実験における物性値

初期値	物性値				相転移
	共通	Li (2002) Model			
$k_0=2.3 \times 10^{-7}$ [m/s]	$\rho_s=2659$ kg/m ³	$G_0=60$	$m=3.5$	$\lambda_c=0.019$	$\alpha=1.5 \times 10^5$
	$K_w=2.2 \times 10^6$ kPa	$M=1.5$	$d_0=0.35$	$k=100$	$\beta=3.0 \times 10^6$
	$\rho_w=1000$ kg/m ³	$\nu=0.25$	$d_s=1.0$	$h_0=2.2$	[kPa]
		$\zeta=0.7$	$c=0.75$	$h_1=1.5$	$c_1=4.0$
		$n=1.1$			$c_2=10$
		$a=1.0$			
		$a_1=0.934$			

えた。また、重力加速度を 9.8 m/s^2 とした。表-2 にその他のパラメータを示す。 p_c' は初期有効拘束圧に比例して大きくなると仮定し、次式を用いて決定した。

$$p_c' = \sigma_0 \left(0.95 - 0.8 \cdot \frac{(5.0 - z)}{5.0} \right) \quad (7)$$

ここで σ_0 は初期有効拘束圧、 z は深さ (m) を表す。

図-6 に過剰間隙圧時刻歴および加速度時刻歴の実験結果と再現解析結果の比較を示す。なお参考のため固体化係数と流体化係数が 0、すなわち相変化が生じない場合の結果についても併せて示している、この解析では式(6)を用いているため、既往の二相系解析とは異なる。相変化が生じる解析と生じない解析を比較することで、相変化の影響を検討することができる。

相変化が生じる解析では、過剰間隙圧の推移をよく再現できている。また、GL-0.5m では、実験における過剰間隙圧が理論的な初期有効拘束圧の約 1.5 倍であるため、解析では再現できていない。相変化が生じない解析結果は、相変化が生じる解析結果に比べて、過剰間隙圧が十分に増加しない。これは、相変化が生じない解析では、剛性低下が十分に生じないために負のダイレイタンスーが過小評価されたためだと考えられる。

加速度時刻歴についても相変化が生じる解析では、非常によく実験結果を再現できている。実験結果では、GL-2.0m地点において 5.0~7.5 秒に非常に大きな加速度を示しているが、解析では表現できていない。これは解析では考慮できていない実験時の地盤条件などが影響している可能性がある。相変化が生じない解析では、どの深さにおいても 5 秒以降の加速度振幅が一定になり、実験結果を再現できていない。特に、GL-0.5m から GL-2.0m にかけては、相変化が生じる解析結果と生じない解析結

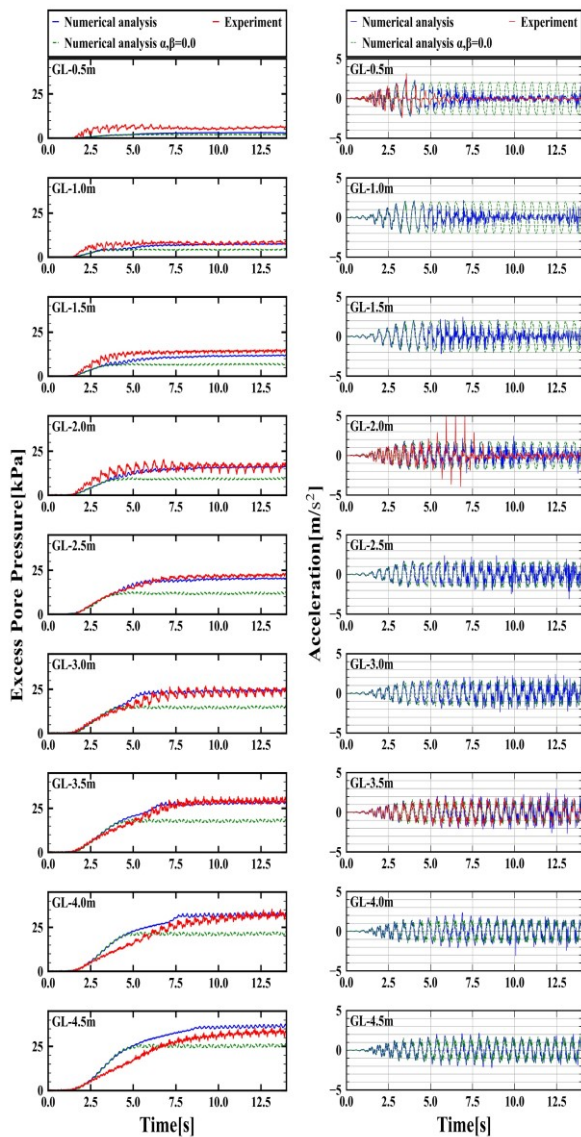


図-6 過剰間隙水圧時刻歴と加速度時刻歴の遠心場振動実験結果と再現解析結果の比較

果が大きく異なることがわかる。また、GL-0.5mのように加速度振幅が非常に小さな値を示すことは液状化時の特徴的な挙動である。これは、地盤がせん断波を伝搬しない流体的な挙動をしていることを意味し、相変化が生じる解析結果では、その挙動を再現できている。

5. 結論

本研究では、飽和土三相系モデルに基づいて液状化した地盤の固体から流体また流体から固体への相変化を考慮できる手法を提案した。相変化は間隙率の変化によって表現され、その変化率は過剰間隙圧およびその時点での間隙率によって定式化した。間隙率の増加は、固体から流体への相変化、減少は流体から固体への相変化を意味する。この相変化に伴う剛性劣化および回復を L_i

(2002)の弾塑性モデルに導入した。

中空ねじりせん断試験の再現解析を行い、提案モデルが有効応力径路、応力-ひずみ関係、ひずみと過剰間隙圧の増加傾向を再現できることを示した。特に、液状化時のサイクリックモビリティは、固体・流体間の相変化を考慮することにより表現することができた。

遠心場振動実験の再現解析では、提案モデルによって過剰間隙圧、加速度時刻歴をよく再現できることが示された。また、液状化した地盤が流体的な挙動をすることで生じる加速度振幅の減衰を再現できた。

中空ねじりせん断試験および遠心場振動実験の再現解析において固体化係数および流体化係数を0とした解析結果は、液状化時の挙動を再現できておらず、相変化が生じることで実験の再現精度が向上した。

謝辞：本研究の一部は科学研究費補助金基盤研究（B）21H01418 および科学研究費補助金特別研究員奨励費21J15851の助成を受け実施した。また、広島大学で行われた中空ねじりせん断試験結果を提供いただいた関西大学の一井康二教授と応用地質株式会社の植村一瑛様には深く感謝いたします。

REFERENCES

- 1) Seed, H.Bolton and Wilson, Stanley D. : The tumagain heights landslide, Anchorage, Alaska, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, Vol. 93, No. 4, pp. 323-353, 1967.
- 2) Hamada, M. and Wakamatsu, K. : Liquefaction-Induced Ground Displacement Triggered by Quaywall Movement, *Soils and Foundations*, Vol. 38, pp. 85-95, 1998.
- 3) Ishihara, K., Yasuda, S. and Nagase, H. : Soil Characteristics and Ground Damage, *Soils and Foundations*, Vol. 36, pp. 109-118, 1996.
- 4) Fujisawa, K., Murakami, A. and Nishimura, S.: Numerical analysis of the erosion and the transport of fine particles within soils leading to the piping phenomenon, *Soils and Foundations*, Vol.50, No.4, pp.471-482, 2010.
- 5) 栗間淳, 新垣芳一, 後藤浩之, 澤田純男 : 飽和土三宗家モデルに基づいた地盤の固体から流体への相変化を考慮した支配方程式, 土木学会論文集 A1 (構造・地震工学), Vol. 78, No. 4, 2022. 印刷中
- 6) Li, X. S: A sand model with state-dependent dilatancy, *Geotechnique*, Vol.52, No.3, pp.173-186, 2002
- 7) 植村一瑛 : 試料の乱れが液状化時のひずみの進展に与える影響, 広島大学工学研究科修士論文
- 8) Watanabe, A., Uzuoka, R. and Ueda, K.: Development of methods to evaluate the permeability of liquefied sand, *Proc of The 53th Annual Meeting of the Japan National Conference on Geotechnical Engineering*, No.948(E-08), 2018.

A NEW MODEL FOR RECIPROCATING PHASE TRANSITION IN LIQUEFIED GROUND CONSIDERING FLOATING SOIL PARTICLES

Jun KURIMA, Yoshikazu SHINGAKI, Hiroyuki GOTO and Sumio SAWADA

Soil liquefaction driving large displacements, such as lateral spreading, has been observed in the past earthquakes and has caused severe damage to buildings and infrastructure facilities. In this study, a phase transition model between solid and fluid to represent the fluid-like behavior during the liquefaction is proposed on the bases of the three-phase model for saturated soil. The model is formulated by the change in porosity of the soil skeleton as a function of excess pore pressure, in which increased porosity means a phase transition to fluid, and a decrease in porosity means a phase transition to solid. A stiffness degradation due to the phase transition is introduced into the existing elasto-plastic model instead of using the accumulated strains. Numerical simulations of cyclic loading tests show that the proposed model can reproduce well the stress path, the stress-strain relationship, and evolutions of strain and excess pore pressure. Especially, the cyclic mobility during the soil liquefaction is naturally explained by the phase transition model. Simulations of the hypothetical simple ground response show that the proposed model can analyze both the solid and fluid behaviors and represent their phase transition process. A simulation of the centrifuge test shows that the proposed model well explains the excess pore pressure and acceleration records. Decrease in acceleration amplitude observed in the experiments is well reproduced in the simulations. This is because the phase transition represents the stiffness degradation during the cyclic loading. This suggests that the phase transition is an important physical process to simulate the liquefaction process.