パルス性地震動に対する制御効果を有するTMD型制御装置の提案

加藤 滉大 [1]・澤田 純男 [2]・五十嵐 晃 [3]

[1]学生会員　京都大学大学院　工学研究科都市社会工学専攻（〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄）
E-mail: kato@catfish.dpri.kyoto-u.ac.jp
[2]正会員　京都大学教授　防災研究所（〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄）
[3]正会員　京都大学教授　防災研究所（〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄）

これまでに非定常外力に対する制御効果を目的とした種々の TMD 型制御装置が開発されている．その一つであるパワフル TMD では，てこなどの変位増幅機構を介して TMD と制御対象構造物とを接続することで擬似的に質量比を大きくし，その制御効果を高めている．しかし，近年観測されているパルス性地震動に対するパワフル TMD の制御効果については論じられていない．本論文では，パワフル TMD を拡張した新たな TMD 型制御装置を提案する．提案する TMD 型制御装置の動力学モデルを定式化し，最適設計方法を導出した．また，調和地動入力とインパルス地動入力及びパルス性地震動入力に対する応答の低減効果を検討した．

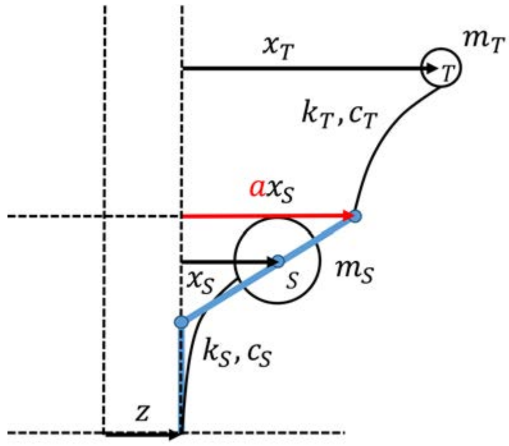
Key Words: *Vibration control, Tuned Mass Damper, Pulse-like ground motion, optimum parameters*

1.　はじめに

これまでに大地震の応答低減を目的とした各種の制振装置が研究，開発されている．パッシブ型制振装置のひとつである同調質量ダンパー（Tuned Mass Damper, 以降「TMD」）は Den Hartog[1)] や Warburton[2)] によって最適設計理論が確立されて以降，風や海波，歩行者などの準定常外力に励起される振動を低減する制振手法として，建築物や土木構造物に広く適用されている．しかし，非定常な地震動外力による応答を大幅に低減することは期待できない[3)]．また，1995 年兵庫県南部地震や 2016 年熊本地震などの内陸直下地震の断層近傍で発生するパルス性地震動に対しても，最大応答値レベルでの TMD の制御効果は期待できない[4)]．一方で非定常外力に対する制御効果は，TMD の質量比を大きくすることで改善されることが知られており，構造物の一部を TMD として利用する実用例も存在する[5)]．しかし，建築物よりも重量の大きい土木構造物に対しては大質量比の TMD を設置することは現実的ではない．

金子ら[6)] は橋梁用の制振装置としててこを利用したパワフル TMD（Powerful TMD，以降「PTMD」）を開発しており，質量比を疑似的に大きくする効果をもたらしている．PTMD を使用することで，対象橋梁の桁変位応答の低減や応答塑性率の低減が図れることを示しているが，パルス性地震動に対する制御効果について論じられていない．

本論文では，PTMD を拡張した新たな TMD 型制御装置を提案する．提案する装置に対して，動力学モデルを定式化し，最適設計方法を導出する．調和地動入力とインパルス入力及びパルス性地震動に対する制御効果を確認する．

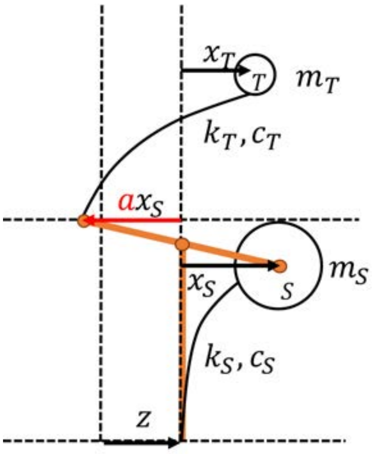


図–1 PTMD（$\alpha > 0$）の動力学モデル

2.　装置の概要と動力学モデル

(1)　逆変位増幅 TMD の概要

PTMD の動力学モデルを**図–1** に示す．PTMD は制御力発生機構として TMD を用い，てこを利用した接続点変位増幅機構を併せ持つ．橋梁に設置する場合，TMD



図–2 RTMD（$\alpha < 0$）の動力学モデル

は橋桁に直接固定せず，橋軸方向にスライド可能なフレームに水平支持させる．てこの一端を橋台に，一端をフレームに，中間部を橋桁にそれぞれ接続する．ここで，てこ比を α とすると，TMD を支持しているフレーム変位（接続点変位）は構造物変位の α 倍に応答する．

PTMD では，接続点変位を構造物変位と同方向に増幅するケースのみを考慮しているが，本論文では接続点変位を構造物変位と反対方向に増幅するケースも考慮する．つまり，**図–2** のような動力学モデルを考慮し，PTMD を $\alpha < 0$ に拡張したものである．$\alpha < 0$ のケースを PTMD と区別し，逆変位増幅 TMD（Reverse amplified TMD，以降「RTMD」）と呼ぶこととする．RTMD の機構は PTMD のてこの接続方法の変更や，ラックアンドピニオン機構などを用い TMD と制御対象構造物を接続することでも実現可能である．

(2) 動力学モデルの定式化

本論文では，制振対象構造物を理想的な 1 質点系とする．制御装置を付加しない 1 質点系を「非制御系」，1 質点系に制御装置を付加した 2 質点系を「制御系」と呼ぶこととする．また，制御系の上部構造を「副振動系」，下部構造を「主振動系」と呼ぶこととする．**図–1**，**図–2** に示したように，本論文で使用する変数をそれぞれ次のように定義する．質量 m，ばね定数 k，減衰定数 c，地動加速度 $\ddot{z}$，接続点の変位増幅率（てこであればてこ比）α，質点の相対変位 x とする．添字は $_T$:制御系の副振動系，$_S$:制御系の主振動系，$_{SDOF}$:非制御系を意味する．地動加速度 $\ddot{z}$ が作用する場合に対し運動方程式を定式化すると式 (1) のようになる．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{\mathbf{z}} \tag{1}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_T & 0 \\ 0 & m_S \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_T & -\alpha c_T \\ -\alpha c_T & \alpha^2 c_T + c_S \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_T & -\alpha k_T \\ -\alpha k_T & \alpha^2 k_T + k_S \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_T \\ x_S \end{pmatrix}, \mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

変位増幅率 α は剛性マトリクス $\mathbf{K}$，減衰マトリクス $\mathbf{C}$ にのみ作用し，マトリクスの対称性は失われず，Maxwell-Betti の相反定理が成立する．上記の運動方程式は以下のように α の値によって，異なるケースを考えることができる．$\alpha = 1$ のときは，従来の古典的な TMD を意味し，以降「従来 TMD」と呼ぶ．

$$\begin{cases} \alpha = 0 & \cdots \text{非制御系の運動方程式} \\ \alpha > 0 & \cdots \text{PTMD の運動方程式} \\ \alpha < 0 & \cdots \text{RTMD の運動方程式} \\ \alpha = 1 & \cdots \text{従来 TMD の運動方程式} \end{cases}$$

3. 動作原理

PTMD 及び RTMD の動作原理を陽に示すため，式 (2) の座標変換を導入する．ここに，TMD 接続点変位 $x_J = \alpha x_S$ を定義した．

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{2}$$

$$\begin{pmatrix} x_T \\ x_J \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_T \\ x_S \end{pmatrix}$$

座標変換によって式 (1) を次のように書き直す．

$$\hat{\mathbf{M}}\ddot{\hat{\mathbf{x}}} + \hat{\mathbf{C}}\dot{\hat{\mathbf{x}}} + \hat{\mathbf{K}}\hat{\mathbf{x}} = -\hat{\mathbf{M}}\mathbf{r}\ddot{\mathbf{z}} \tag{3}$$

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \hat{m_T} & 0 \\ 0 & m_S \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \hat{c_T} & -\hat{c_T} \\ -\hat{c_T} & \hat{c_T} + c_S \end{bmatrix},$$
$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \hat{k_T} & -\hat{k_T} \\ -\hat{k_T} & \hat{k_T} + k_S \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} x_T \\ x_J \end{pmatrix}, \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix}$$

$$\text{ここに} \hat{m_T} = \alpha^2 m_T, \hat{c_T} = \alpha^2 c_T, \hat{k_T} = \alpha^2 k_T \tag{4}$$

一般化質量 $\hat{m_T}$，一般化粘性係数 $\hat{c_T}$，一般化剛性 $\hat{k_T}$ を導入した．座標変換によって，地盤入力加速度に対して作用するベクトル $\mathbf{r}$ が導出され，これを入力影響ベクトルと呼ぶことにする．式 (3) から PTMD および RTMD は，以下に示す 2 つの原理で従来 TMD よりも大きな制振効果が得られることがわかる．

1. TMD の質量比を α^2 倍する．
2. 地動入力 $\ddot{z}$ を $\mathbf{r}$ 倍する．

よって，変位増幅率の絶対値 $|\alpha|$ が等しい PTMD と RTMD では，原理 1 の効果は等しく，変位増幅率 α の符号によって原理 2 による効果が異なる．

4. 最適設計

(1) 設計パラメータの定義

式 (5) に示す通り，副振動系質量 m_T と主振動系質量 m_S の比を質量比 μ，主振動系の固有円周波数 ω_S に対する副振動系の固有角周波数 ω_T の比を同調比 γ，副振動系の限界減衰定数に対する減衰定数の比を減衰比 ζ と定義する．

$$\mu = \frac{m_T}{m_S}, \gamma = \frac{\omega_T}{\omega_S}, \zeta = \frac{c_T}{2m_T\omega_T} \tag{5}$$

これら 3 つのパラメータに加え，今回導入した変位増幅機構の変位増幅率 α の計 4 つを設計パラメータとする．一般に質量比 μ については，設計上の制約条件が存在し，建設構造物の地震動対策用 TMD の場合 $\mu = 0.001$ 〜0.1 程度が用いられるため，本論文で対象とする質量比は $\mu = 0.001$〜0.1 とする．

また，副振動系の一般化質量 $\hat{m_T}$ と主振動系質量の比を擬似質量比 $\hat{\mu}$ と定義する．

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{m_T}}{m_S} = \frac{\alpha^2 m_T}{m_S} = \alpha^2\mu \tag{6}$$

副振動系の質量，剛性，粘性係数の代わりに，一般化質量，一般化剛性，一般化粘性係数を用いても，式 (7), 式 (8) のように同調比および減衰比は不変である．

$$\gamma = \frac{\omega_T}{\omega_S} = \frac{\sqrt{k_T/m_T}}{\sqrt{k_S/m_S}} = \frac{\sqrt{\hat{k_T}/\hat{m_T}}}{\sqrt{k_S/m_S}} \tag{7}$$

$$\zeta = \frac{c_T}{2m_T\omega_T} = \frac{\hat{c_T}}{2\hat{m_T}\omega_T} \tag{8}$$

(2) 最適条件

主振動系の変位応答 x_S（TMD 接続点の変位応答 x_J）を制御対象量として，同調比及び減衰比の最適パラメータを導出する．以降では簡単のため，主振動系の減衰を無視し $c_S = 0$ とした場合の最適条件を導出する．

a) 主振動系調和外力に対する最適条件

金子ら[6] は Den Hartog による定点理論[1] を踏襲し，主振動系に調和外力が作用した場合に対して，最適同調比 γ_{opt} を式 (9)，最適減衰比 ζ_{opt} を式 (10) のように導出している．

$$\gamma_{opt} = \frac{1}{1+\hat{\mu}} \tag{9}$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3\hat{\mu}}{8(1+\hat{\mu})}} \tag{10}$$

この最適条件は，擬似質量比 $\hat{\mu}$ が小さい場合には地動入力に対する最適条件との差異は小さい．しかし，擬似質量比 $\hat{\mu}$ が大きくなるほど，その差異は大きくなるため，地震動に対する最適条件として使用するのは不適切である．よって本論文では，次節に述べる地動ホワイトノイズ入力に対する最適条件を導出し，これを用いることとする．

b) 地動ホワイトノイズ入力に対する最適条件

地動ホワイトノイズ入力により生じる主振動系変位の二乗平均応答 $E\left[x_S^2\right]$（TMD 接続点変位の二乗平均応答 $E\left[x_J^2\right]$）を最小化する最適条件を導出する．地動ホワイトノイズ入力のスペクトル密度を S_0 とすると，TMD 接続点変位の二乗平均応答は，式 (11) のようになる．ここに，$E[\cdot]$ は期待値を表す演算子，$H_J(\omega)$ は主振動系の周波数応答関数である．

$$E\left[x_J^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} |H_J(\omega)|^2 S_0 d\omega \tag{11}$$

S.H.Crandall ら[7] に基づくと，周波数応答関数が式 (12) のように一般的に表されるとき，式 (11) は留数定理により式 (13) のように広義積分される．

$$H_J(\omega) = \frac{-i\omega^3 B_3 - \omega^2 B_2 + i\omega B_1 + B_0}{\omega^4 A_4 + i\omega^3 A_3 - \omega^2 A_2 + i\omega A_1 + A_0} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{\infty} |H_J(\omega)|^2 S_0 d\omega \\
&\quad = \pi\frac{(B_0^2/A_0)(A_2A_3 - A_1A_4) + A_3(B_1^2 - 2B_0B_2)}{A_1(A_2A_3 - A_1A_4) - A_0A_3^2} \\
&\qquad + \pi\frac{A_1(B_2^2 - 2B_1B_3 + (B_3^2/A_4)(A_1A_2 - A_0A_3))}{A_1(A_2A_3 - A_1A_4) - A_0A_3^2}
\end{aligned} \tag{13}$$

式 (3) より，周波数応答関数 $H_J(\omega)$ を導出し，式 (12) と係数を比較すると次のように求められる．

$$\begin{aligned}
&A_0 = \gamma^2, A_1 = 2\zeta\gamma + 2h_S\gamma^2, \\
&A_2 = 1 + (1+\hat{\mu})\gamma^2 + 4\gamma\zeta h_S, \\
&A_3 = 2(1+\hat{\mu})\zeta\gamma + 2h_S, A_4 = 1, \\
&B_0 = -(\alpha+\hat{\mu})\gamma^2, \\
&B_1 = -2(\alpha+\hat{\mu})\zeta\gamma + 2\gamma h_S, \\
&B_2 = -1, B_3 = 0
\end{aligned} \tag{14}$$

式 (14) を式 (13) に代入し，以下の停留条件を連立して，最適同調比及び最適減衰比が得られる．

$$\frac{\partial E\left[x_J^2\right]}{\partial\gamma} = 0, \frac{\partial E\left[x_J^2\right]}{\partial\zeta} = 0 \tag{15}$$

途中式は省略し結果だけ記す．最適同調比 γ_{opt} は式 (16), 最適減衰比 ζ_{opt} は式 (17) のようになる．

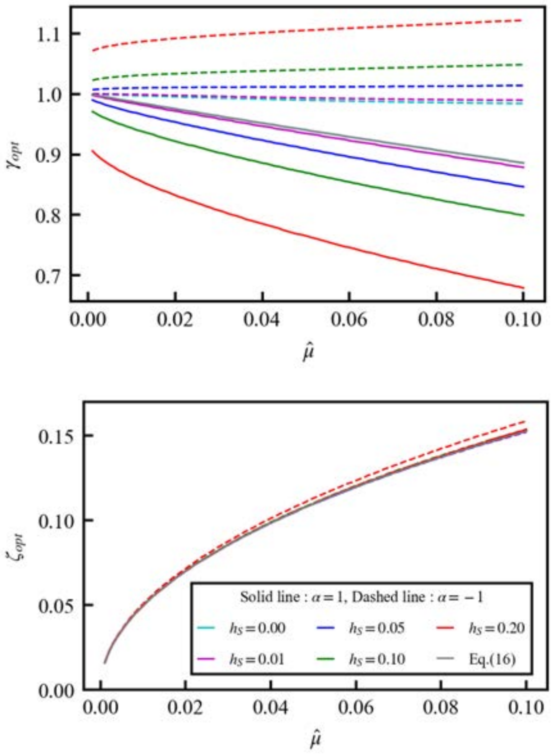
$$\gamma_{opt} = \frac{\sqrt{\alpha + \hat{\mu}(\alpha-\hat{\mu})/2}}{(1+\hat{\mu})\sqrt{\hat{\mu}+\alpha}} \tag{16}$$

$$\zeta_{opt} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\hat{\mu}(\hat{\mu}^2 - 4\alpha - 3\alpha\hat{\mu})}{2(1+\hat{\mu})(\hat{\mu}^2 - 2\alpha - \alpha\hat{\mu})}} \tag{17}$$

ここで $\alpha = 1$ のとき，Warburton の解[2] である式 (18), 式 (19) と等しく，従来 TMD に対してもこの最適条件を用いることができる．

$$\gamma_{opt}|_{\alpha=1} = \frac{\sqrt{1-\mu/2}}{(1+\mu)} \tag{18}$$

$$\zeta_{opt}|_{\alpha=1} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu(1-\mu/4)}{(1+\mu)(1-\mu/2)}} \tag{19}$$



図–3 主振動系の減衰を考慮する場合の最適減衰比（数値解）

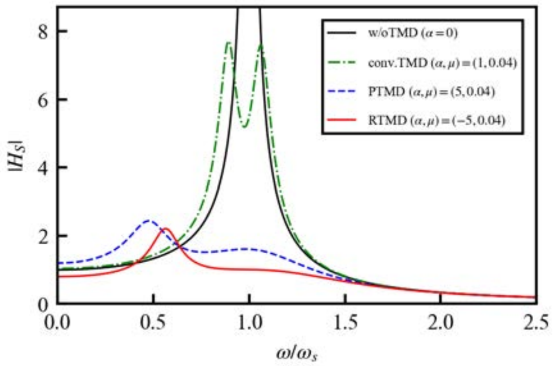
(3)　主振動系の減衰が最適値に及ぼす影響

主振動系に減衰 c_S がある場合の最適値の理論解の導出は極めて難しく，今回は数値解により最適値を求める．**図–3** は，主振動系減衰を考慮する場合の主振動系変位の二乗平均応答を最小化する最適値（数値解）と式 (16)，式 (17) を比較したものである．主振動系減衰比が $h_S \leq 0.05$ の範囲では，最適値に及ぼす影響は小さい．主振動系減衰 c_S が大きくなるほど，PTMD の最適同調比は 1 より小さくなり，RTMD の最適同調比は 1 より大きくなる．

5.　調和地動入力に対する応答低減効果

(1)　解析条件と評価基準の定義

非減衰の主振動系に対して，式 (16)，式 (17) を用いて最適化した制御系を考える．質量比 $\mu = 0.04$，変位増幅率を $\alpha = 1, -5, 5$ と変化させた制御系と非制御系（$\alpha = 0$）の 4 ケースについて調和地動入力に対する応答を比較する．最大応答の低減効果の評価基準として，変位振幅比を導入する．変位振幅比 $|H_S(\omega)|$, $|H_T(\omega)|$ は，周波数応答関数の絶対値をとったものであり，出力振幅と入力振幅の比を表す．値が小さいほど低減効果が大きい．また，広い入力周波数 ω に対して値が小さい方が，主振動系のロバスト性を向上させることができる．



図–4 主振動系変位振幅比

制御装置によって主振動系にもたらされる減衰効果の評価基準として，次の等価減衰比 h_{eq} を導入する．等価減衰比 h_{eq} は，制御系の主振動系変位振幅比の最大値 Q_S と 1 自由度系の変位振幅比の最大値 Q が同一となる時の 1 自由度系の減衰比と定義する．1 自由度系の減衰係数を c とおき，減衰比を $h = c/2\sqrt{mk}$ と定義すると，1 自由度系の最大振幅比 Q は式 (20) のように表される．

$$Q = \sqrt{\frac{1}{4h^2(1-h^2)}} \tag{20}$$

式 (20) と Q_S が等しいとおけば，式 (21) の等価減衰比 h_{eq} が得られる．

$$h_{eq} = \sqrt{\frac{Q - \sqrt{Q^2-1}}{2Q}} \tag{21}$$

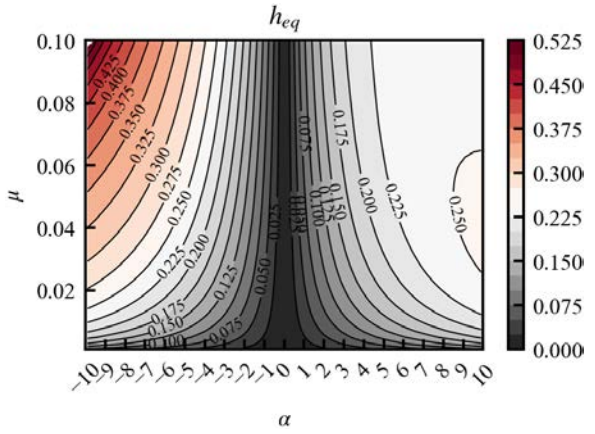
よって，等価減衰比 h_{eq} が大きいほど，減衰効果が大きい．

(2)　変位振幅比による評価

各ケースの主振動系変位振幅比を**図–4** に示した．**図–4** より，最大振幅比が従来 TMD で 6.97，PTMD で 2.35，RTMD で 2.07 と低減されている．PTMD と RTMD は，ほぼ同等の性能である．また，PTMD と比較して RTMD の方がより広い入力周波数に対して小さい値をとる．

(3)　等価減衰比による評価

本節ではパラメトリックに (α, μ) を変化させ，その等価減衰比 h_{eq} を評価する．尚，主振動系変位振幅比の最大値 Q_S を求めるのは煩雑であるため，解析的に求めた．等価減衰比 h_{eq} のコンター図を**図–5** に示す．変位増幅率の絶対値 $|\alpha|$ が大きいほど，質量比 μ が大きいほど，値が大きくなっている．また，疑似質量比 $\hat{\mu}$ が等しい PTMD と RTMD を比較すると，値はほぼ等しい値をとるものの若干 RTMD のほうが大きい値をとる．



図–5 等価減衰比のコンター図

6. インパルス入力に対する応答低減効果

(1) 解析条件と評価基準の定義

固有周期 1 s，減衰比 5 % の主振動系に対して，式 (16)，式 (17) を用いて最適化した制御系を考える．質量比 $\mu = 0.04$，変位増幅率を $\alpha = 1, -5, 5$ と変化させた制御系と非制御系（$\alpha = 0$）の 4 ケースについてインパルス応答を比較する．インパルス応答は周波数応答関数を逆フーリエ変換することで求めた．

最大応答の低減効果の評価基準として次の最大応答低減率を導入しておく．

$$Rd_S = \frac{\max |x_S|}{\max |x_{SDOF}|} \tag{22}$$

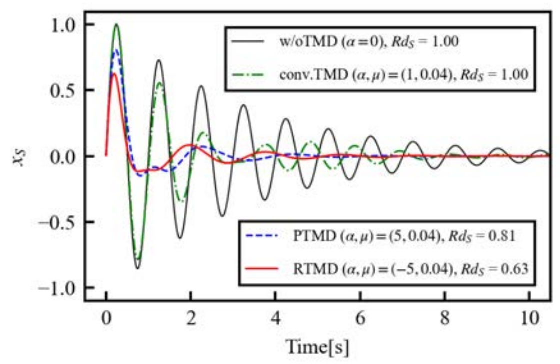
$$Ra_S = \frac{\max |\ddot{x}_S|}{\max |\ddot{x}_{SDOF}|} \tag{23}$$

$$Rd_T = \frac{\max |x_T|}{\max |x_{SDOF}|} \tag{24}$$

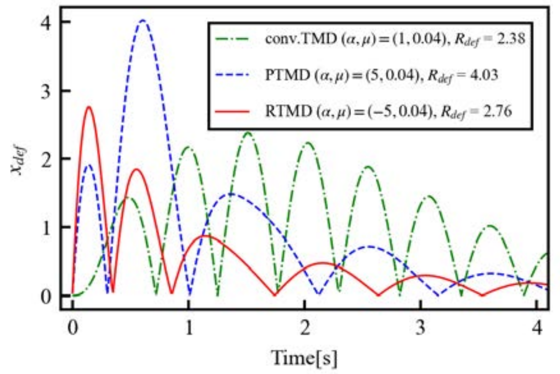
$$R_{def} = \frac{\max |x_{def}|}{\max |x_{SDOF}|} \tag{25}$$

式 (22)〜式 (25) の $Rd_S, Ra_S, Rd_T, R_{def}$ はそれぞれ主振動系変位，主振動系加速度，副振動系変位，副振動系変形量の最大応答に対応する低減率である．変位応答と変形量は非制御系の最大変位応答で基準化し，加速度応答は非制御系の最大加速度応答で基準化している．

主振動系応答の低減率 Rd_S, Ra_S は 1 より小さいほど制振装置の低減効果が大きく，1 よりも大きい場合は制御前よりも応答を増大させる方向に作用していることを意味する．また，副振動系応答の低減率 Rd_T, R_{def} は，制振装置の設計上で重要な値である．変位応答低減率 Rd_T は制振装置のストロークに対応し，値が小さいほど装置を省スペースに抑えることが可能である．変形量低減率 R_{def} は，大きいほど大きな制御力を発生する一方で，大き過ぎる値はダンパーやばねに過大な変形が生じ，損傷を与える可能性がある．



図–6 主振動系変位 x_S のインパルス応答

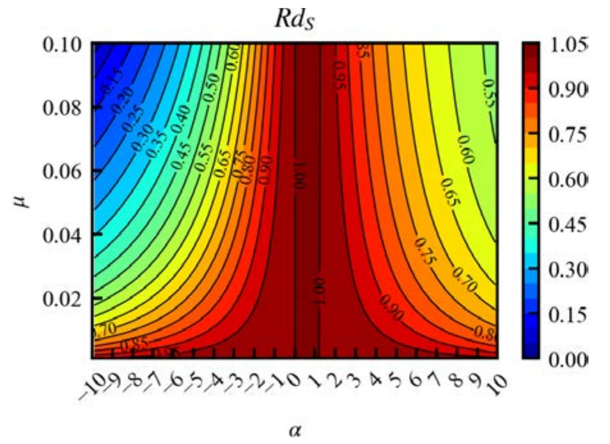


図–7 副振動系変形量 x_{def} のインパルス応答

(2) 時刻歴応答

主振動系の変位応答を**図–6** に示す．凡例には，各制御系の低減率 Rd_S の値を示した．制御系では非制御系に比べ早く減衰している．また，制御系同士を比較すると，PTMD 及び RTMD は従来 TMD より早く減衰していることが確認でき，変位増幅機構によって TMD の減衰性能が改良されていることがわかる．低減率 Rd_S に着目すると，従来 TMD では 1.00 と非制御系の最大応答とほぼ等しい値をとり，低減効果が得られていないこと示している．これが，TMD が地震動応答制御に適用されない一因と考えられる．一方で，PTMD で 0.81，RTMD で 0.63 と，第 1 波目から最大応答を低減しており，PTMD よりも RTMD の方が小さい．

次に，副振動系の変形量 $x_{def} = (x_T - x_J)$ を**図–7** に示す．凡例には，各制御系の低減率 R_{def} の値を示した．第 1 波目の極大値は RTMD で最も大きく，より効果的に TMD を振動させることができている．また，PTMD 及び RTMD では，第 1 波目の極大値に達する時刻が従来 TMD よりも早くなっており，初期の変形を大きくすることができないという従来 TMD の欠点を改善しているといえる．



図–8 インパルス入力に対する主振動系最大変位応答の低減率 Rd_S

(3) 最大応答低減率による評価

本節ではパラメトリックに (α, μ) を変化させ，最大応答低減率 $Rd_S, Ra_S, Rd_T, R_{def}$ を評価する．横軸に変位増幅率 α，縦軸に質量比 μ とし，それぞれの最大応答低減率をコンター図として示す．

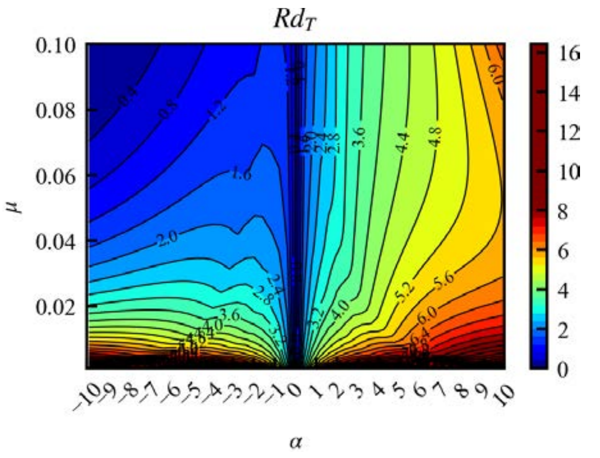
まず，主振動系最大応答の低減率 Rd_S のコンター図を**図–8** に示す．主振動系最大応答低減率 Rd_S は，従来 TMD である $\alpha = 1$ 上で常に 1 よりも大きい値をとり，質量比 μ を大きくすることで最大変位応答を低減することはできないことを示している．一方で，変位増幅率 α が $\alpha < 0, 1 < \alpha$ の範囲では，変位増幅率の絶対値 $|\alpha|$ を大きくするほど，質量比 μ を大きくするほど，値が小さくなる．また，疑似質量比 $\hat{\mu}$ が等しい PTMD 及び RTMD を比較すると，常に RTMD の方が値が小さい．

次に，副振動系に関する最大応答低減率 Rd_T, R_{def} のコンター図を**図–9**，**図–10** に示す．副振動系最大変位応答の低減率 Rd_T は，疑似質量比 $\hat{\mu}$ の等しい PTMD と RTMD を比較すると，RTMD の方が小さい値をとる．また，値を小さくするには，変位増幅率の絶対値 $|\alpha|$ を変動させるより，質量比 μ を変動させる方が影響が大きい．つまり，RTMD のストロークは質量比 μ に依存するところが大きいことを意味している．また，副振動系変形量の低減率 R_{def} は，疑似質量比 $\hat{\mu}$ の等しい RTMD と PTMD を比較すると，RTMD の方が小さい値をとる．

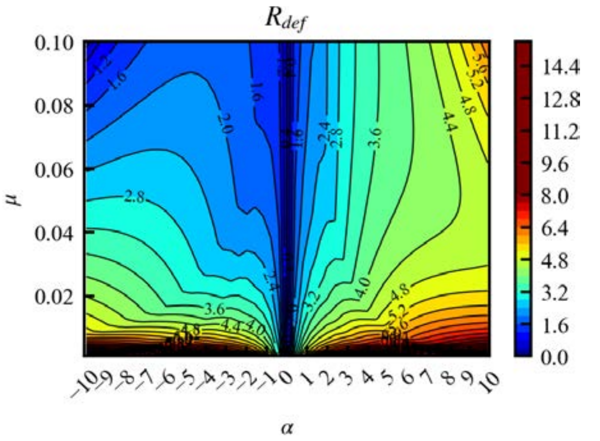
7. 模擬パルス地動に対する応答低減効果

(1) 解析条件

減衰比 5 %の主振動系に対して，式 (16)，式 (17) を用いて最適化した制御系を考える．質量比 $\mu = 0.04$，変位増幅率を $\alpha = 1, -5, 5$ と変化させた制御系と非制御系（$\alpha = 0$）の 4 ケースの応答を比較する．入力する模擬パルス地動 $\ddot{z}(t)$ は，最も単純な数理モデルとして以下の式 (26) の正弦波パルス 1 波とする．ここに，A_0:加速度振幅である．



図–9 インパルス入力に対する副振動系最大変位応答の低減率 Rd_T



図–10 インパルス入力に対する副振動系最大変形量の低減率 R_{def}

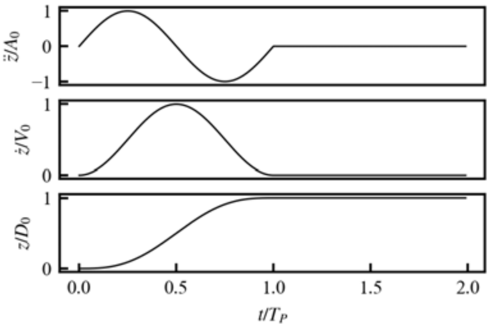
$$\ddot{z}(t) = \begin{cases} A_0 \sin(\frac{2\pi t}{T_P}) & (0 \leq t \leq T_P) \\ 0 & (T_P < t) \end{cases} \tag{26}$$

この正弦波パルスの速度振幅 V_0 及び変位振幅 D_0 を用いて，**図–11** に模擬パルス地動の波形を示す．

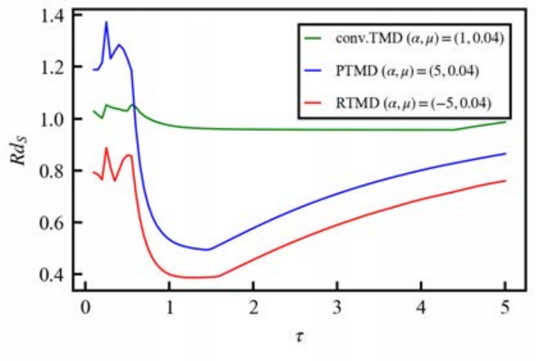
パルス性地震動に対する最大変位応答は，主振動系固有周期 T_S とパルス幅 T_P の比 $\tau = T_S/T_P$ に依存することがわかっており[8]，τ をパラメータとして最大応答の低減率を評価する．

(2) 最大応答低減率による評価

主振動系固有周期 T_S とパルス幅 T_P の比 τ を横軸にとり，主振動系最大変位応答の低減率 Rd_S を**図–12** に，主振動系最大加速度応答の低減率 Ra_S を**図–13** に，副振動系最大変位応答の低減率 Rd_T を**図–14** に，副振動系最大変形量の低減率 R_{def} を**図–15** に示す．



図–11 模擬パルス地動の波形



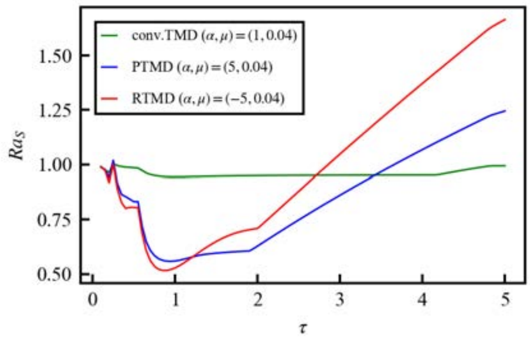
図–12 模擬パルス地動に対する主振動系最大変位応答の低減率 Rd_S

主振動系最大変位応答の低減率 Rd_S は，従来 TMD では τ 全域に対してほぼ 1 であり，パルス性地震動に対して従来 TMD では対応できないことを意味する．PTMD では，$\tau > 0.5$ の範囲で 1 よりも小さいが，$\tau < 0.5$ の範囲では 1 よりも大きくなっている．一方で，RTMD では τ 全域に対して 1 より小さく，PTMD よりも小さい．つまり，RTMD は，幅広いパルス幅の入力に対して主振動系最大変位応答の低減効果が見込めるといえる．

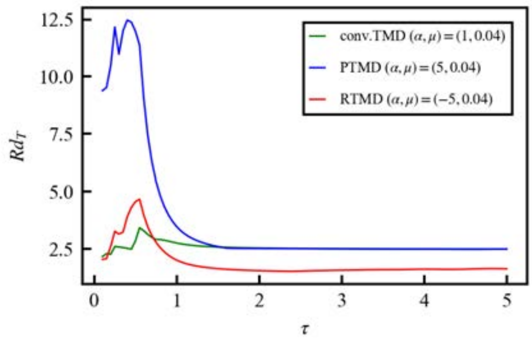
主振動系最大加速度応答の低減率 Ra_S は，$\tau = 0.5$ ∼1.0 付近で，PTMD 及び RTMD 共に 0.5 程度である．一方で $\tau > 1.5$ の範囲では 1 より大きくなり，低減効果が見込めないものの，$\tau > 1.5$ が大きいほど，加速度応答の絶対値自体が小さいため問題ではない．

副振動系に関する最大応答の低減率は，PTMD で $\tau < 1$ の範囲で値が大きくなっており，Rd_T が最大約 12.5，R_{def} が最大約 8 となっている．一方で RTMD で Rd_T が最大約 5 と，PTMD より小さい値をとる．ただし，変形量の低減率 R_{def} では，$\tau > 4$ において RTMD の方が大きくなっている．

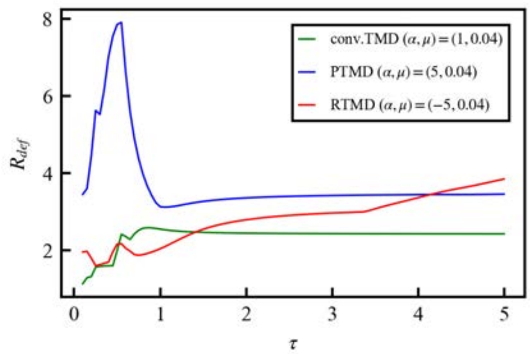
以上より，RTMD の方が幅広いパルス幅の入力に対して，主振動系の変位応答と加速度応答ともに低減効果が見込める．



図–13 模擬パルス地動に対する主振動系最大加速度応答の低減率 Ra_S



図–14 模擬パルス地動に対する副振動系最大変位応答の低減率 Rd_T



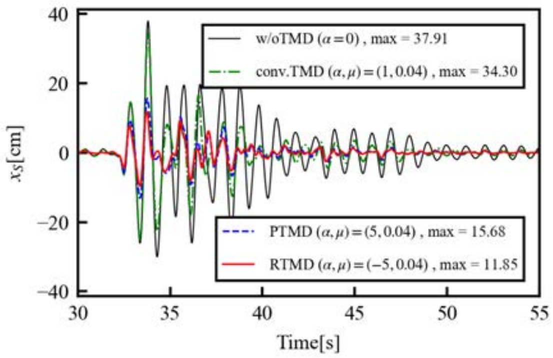
図–15 模擬パルス地動に対する副振動系変形量の低減率 R_{def}

8. 実地震波に対する応答低減効果

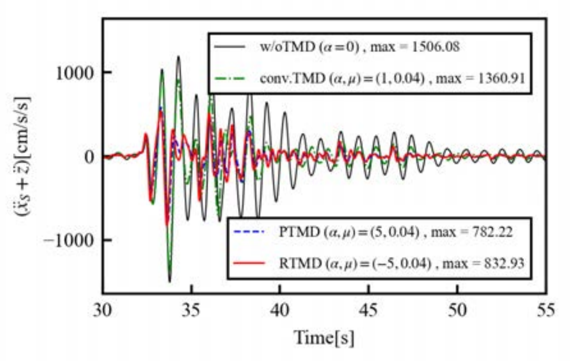
(1) 解析条件

質量 1000 ton，減衰比 5 %の主振動系に対して，質量比 $\mu = 0.04$，変位増幅率を $\alpha = 1, -5, 5$ と変化させた制御系と非制御系（$\alpha = 0$）の 4 ケースの応答を比較する．式 (16)，式 (17) を用いて最適化した．制御効果を確認するため，主振動系固有周期 T_S を 1 s とした場合の時刻歴波形と，主振動系固有周期 T_S を変化させ，最大応答をプロットした応答スペクトルを用いる．

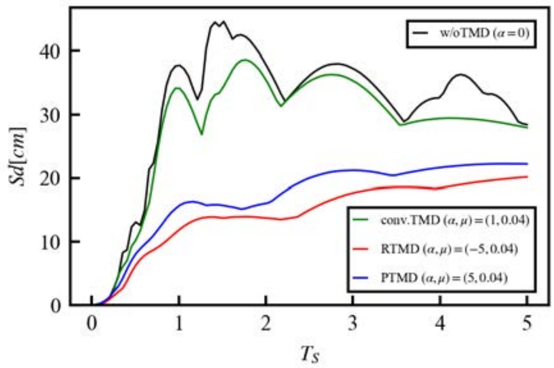
実地震波として，1995 年兵庫県南部地震の JMA 神戸記録の NS 成分（以降,「Kobe 波」）を用いる．



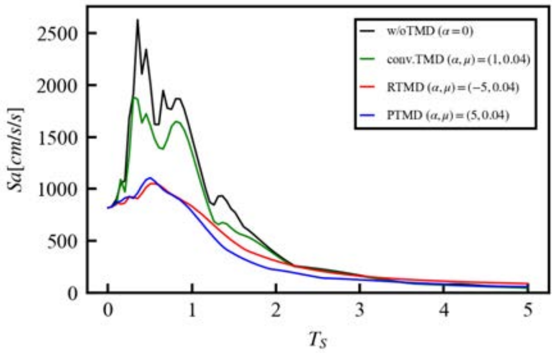
図–16 Kobe 波入力に対する主振動系変位応答



図–17 Kobe 波入力に対する主振動系加速度応答



図–18 Kobe 波入力に対する変位応答スペクトル Sd



図–19 Kobe 波入力に対する加速度応答スペクトル Sa

(2) 時刻歴波形

主振動系の変位応答を**図–16**に，絶対加速度応答を**図–17**に示す．凡例にはそれぞれ最大応答の値を表記した．制御装置の付加によって主振動系の減衰性能は向上しており，疑似質量比 $\hat{\mu}$ が大きくなるほどその性能は高い．最大変位応答の低減率は，従来 TMD で 90.5 %となり，制御効果が小さいことが伺える．一方で，PTMD で 41.4 %，RTMD で 31.3 %と，大幅に低減されている．また，最大加速度応答の低減率は，PTMD で 51.9 %，RTMD で 55.3 %と，こちらも大きく低減されており，実地震波に対しても有効であることがわかる．

(3) 応答スペクトル

変位応答スペクトル Sd を**図–18**に，加速度応答スペクトル Sa を**図–19**に示す．**図–18**より，各ケースのなかで RTMD が最も主振動系最大変位の低減効果が大きい．**図–19**より最大加速度応答の低減効果は，PTMD と RTMD とが同程度である．また，変位応答スペクトルと加速度応答スペクトルの両方でスペクトル形状が滑らかになっており，非制御系の応答が大きい固有周期範囲でその効果が最も大きい．

9. まとめ

本論文では，パワフル TMD（PTMD:Powerful TMD）を拡張した逆変位増幅 TMD（RTMD:Reverse amplified TMD）を提案した．以下に，本論文で得られた成果を示す．

- PTMD を拡張した RTMD の概要について述べ，その動力学モデルを定式化した．
- PTMD と RTMD の動作原理が，質量比 μ を擬似的に大きくする効果と，地動入力を変動させる効果の 2 つに分けられることを示した．
- 最適設計法として，地動ホワイトノイズ入力に対して主振動系変位の二乗平均応答を最小化する最適同調比と最適減衰比の理論解を導出した．また，主振動系の減衰が 5 %以下の範囲では，最適値に及ぼす影響が小さい．
- 変位増幅率の絶対値 $|\alpha|$ が等しい PTMD と RTMD を比較すると，RTMD の方が主振動系の変位振幅比が広い入力周波数に対して小さい値をとり，ロバスト性を高めることができる．
- 調和地動入力及びインパルス地動入力に対して，変位増幅率の絶対値 $|\alpha|$ が大きいほど，質量比 μ が

大きいほど，主振動系の減衰効果と最大変位応答低減効果が大きくなる．

- 副振動系変形量のインパルス応答より，PTMD と RTMD では従来の TMD に比べ早い時刻に極大に達し，従来の TMD の欠点を改善できることを示した．また，変位増幅率の絶対値 $|\alpha|$ が等しい PTMD と RTMD を比較すると，RTMD の方が 1 つ目の極大値が大きく，より効果的に TMD を振動させることができる．
- インパルス地動入力に対する副振動系の最大変位及び最大変形量は，変位増幅率の絶対値 $|\alpha|$ が等しい PTMD と RTMD を比較すると，RTMD の方が常に小さく，設計上有利である．
- 模擬パルス地動に対して，PTMD では構造物固有周期とパルス幅の比が 1 よりも小さい場合に，主振動系の最大変位応答の低減効果が失われ，幅広いパルス幅の入力に対応できない．一方で，RTMD では幅広いパルス幅の入力に対して最大変位応答の低減効果を有する．
- 実地震波に対しても RTMD は十分な応答低減効果があることを確認した．

参考文献

1) Den Hartog, J. P.: *Mechanical vibrations*, Courier Corporation, 1985.
2) Warburton, G.: Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol.10, No.3, pp.381–401, 1982.
3) Kaynia, A. M., Biggs, J. M., and Veneziano, D.: Seismic effectiveness of tuned mass dampers, *Journal of the Structural Division*, Vol.107, No.8, pp.1465–1484, 1981.
4) 金子健作: 地震動の経時特性および周期特性を考慮した同調質量ダンパーの応答指定型設計法, 日本建築学会構造系論文集, Vol.81, No.730, pp.2057–2067, 2016.
5) 石塚馨, 加藤隆, 近藤豊史, 早野裕次郎, 城戸隆宏, 山下大: 屋上緑化を利用した制振構造 (グリーンマスダンパー) による建物の設計:(その 1) 建物概要と設計概要, 日本建築学会大会学術講演梗概集,B-2, pp. 451–452, 7 2001.
6) 金子誉, 勝川藤太, 鈴木猛康, 井澤衛, 利根川太郎: てこを利用して制震効果を高めた TMD 型橋梁用制震装置, 土木学会第 1 回免震制震コロキウム論文集, pp. 241–248, 1996.
7) Crandall, S.: Random vibrations in mechanical systems, 1963.
8) 安井雅明, 西影武知, 見上知広, 亀井功, 鈴木恭平, 林康裕: パルス地震動に対する 1 自由度系最大応答理論解と応答特性, 日本建築学会構造系論文集, Vol.75, No.650, pp.731–739, 2010.

(Received ?)

(Accepted ?)

Proposal of a Reverse Amplified TMD with Reducing Response against Pulse-like Ground Motions

Kodai KATO, Sumio SAWADA and Akira IGARASHI

In previous study, various TMD-type seismic control devices have been developed to improve the effect against unsteady ground motions. One of them is the Powerful TMD, which can pseudo-increase mass ratio. In the Powerful TMD, the seismic control effect is enhanced by connecting by connecting TMD to the target structure via leverage. However, the control effect on pulse-like ground motions has not been discussed. In this paper, we propose a new TMD-type seismic control device that is an extension of the powerful TMD. The dynamics model of the proposed device is formulated and the optimal design method is derived. In addition, the effect of reducing the response to harmonic ground motion input, impulsive ground motion input and pulse-like ground motion input is investigated.