

# 水平 2 成分の地震動分布における 空間的相互関係の分析

高橋 幸宏<sup>1</sup>・能島 暢呂<sup>2</sup>・香川 敬生<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 学生会員 岐阜大学大学院 工学研究科博士課程工学専攻・日本学術振興会 特別研究員 DC

(〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1)

E-mail: z3921005@edu.gifu-u.ac.jp (Corresponding Author)

<sup>2</sup> 正会員 岐阜大学教授 工学部社会基盤工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1)

E-mail: nojima@gifu-u.ac.jp

<sup>3</sup> 正会員 鳥取大学大学院教授 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒680-8552 鳥取市湖山町南 4-101)

E-mail: kagawa@cv.tottori-u.ac.jp

本研究では、水平 2 成分（断層直交成分、断層走向成分）の地震動におけるばらつきの空間的な相互関係を分析した。横ずれ断層における 600 ケースの周期別の水平 2 成分の絶対加速度応答値の分布に特異値分解解析を適用し、両成分で共通して卓越する空間構造をモードごとに抽出した。モード 1 では周期・成分別の距離減衰勾配が現れ、モード 2 およびモード 3 には、地震モーメントの違いによって全域で地震動強度を増減させるモードやアスペリティ配置や破壊開始点の位置に関するモードが現れた。以上のモードは、水平 2 成分で共通して現れ、両成分の空間変動がそれぞれ対応していることを明らかにした。最後に、特異値分解解析の応用として、モード分解・合成による水平 2 成分の地震動分布シミュレーション手法について検討した。

**Key Words:** *strong ground motion distribution, singular value decomposition analysis, spatial pattern, component dependency, source parameter settings*

## 1. はじめに

特定の震源断層を対象とした地震動予測では、地震規模やアスペリティ・破壊開始点の位置などの震源パラメータを設定することで、断層面上の不均一性や破壊進展方向などを考慮している。予測地震動分布は断層破壊シナリオによって大きく異なる場合があるため、地震リスク評価では多様な地震動分布による統合的な評価が望ましい。そこで、文献<sup>1)</sup>では複数ケースの地震動分布をモード分解・合成することで、空間特性を保持した地震動分布を多数シミュレートする手法を提案した。文献<sup>1)</sup>では 1 成分の地震動強度指標（計測震度）を対象としてシミュレーションを行い、その有用性を明らかにした。一方、このシミュレーション手法を 2 成分（断層直交成分：FN (Fault-Normal)・断層走向成分：FP (Fault-Parallel)）の地震動分布に適用した場合、成分ごとに地震動分布を生成するため、同じケース内での 2 成分の関連性が無視される。このため、2 成分の地震動分布をシミュレート

する場合には、両成分の相互的な空間変動を考慮する必要がある。

異なる物理量の空間変動を扱った例として、気象分野では、大気の循環場と地上気温・海面水温との空間的な相互関係が分析されており<sup>2)</sup>、分析手法として特異値分解解析<sup>3)-5)</sup>が採用されている。特異値分解解析とは、異なる 2 つの物理量の空間分布から、両者で互いに卓越した空間変動構造を抽出する手法である。そこで、本研究では、物理量は同じであるが、異なる空間分布を示す水平 2 成分の地震動分布に特異値分解解析を適用し、両成分の相互的なばらつきの空間構造を明らかにする。

地震動分布のばらつきの空間分布に関しては、これまでも多くの検討<sup>6)-12)</sup>が行われてきた。これらの研究では、長周期ほどばらつきが大きいこと<sup>6)-10,12)</sup>や、短周期では断層から近いほどばらつきが大きく、長周期では遠距離ほどばらつきが大きいこと<sup>7,9)</sup>、断層破壊進行方向ではディレクティビティ効果の影響を受けてばらつきが大きくなること<sup>6,7,9)-12)</sup>などの、ばらつきの周期・空間

(距離・方位)依存性が指摘された。また、断層タイプによってばらつきの分布形状が異なること<sup>8,11,12</sup>や、断層との位置関係によってばらつきに影響する震源パラメータが異なること<sup>10</sup>なども指摘されている。さらに前報<sup>13</sup>では、ばらつきの空間分布に加えて、地点間の空間相関に着目し、周期・成分別の空間特性を評価した。以上のばらつきに関する知見<sup>9-13</sup>は、多数の断層破壊シナリオを設定し、地震動分布を強震動計算した結果に基づいている。文献<sup>1)</sup>のモード分解・合成による地震動分布シミュレーションにおいても、強震動計算で現れたばらつきの空間構造を反映することが望ましい。

本研究では、文献<sup>12</sup>で計算された横ずれ断層の周期0.1~2.0秒の水平2成分(断層直交成分FN・断層走向成分FP)の絶対加速度応答値(減衰定数5%)の分布を分析対象として用いる。なお、分析対象は周期・成分別の空間特性を評価した前報<sup>13</sup>に合わせている。

以下、本論文の2.では地震動分布への特異値分解解析の適用方法について説明する。3.では使用データについて解説し、4.は特異値分解解析の適用結果を示す。5.では水平2成分の地震動分布シミュレーションにおける条件を整理した。

## 2. 特異値分解解析

### (1) 特異値分解と特異値分解解析

前報<sup>13</sup>では、FN,FP成分の絶対加速度応答値の分布における空間特性をそれぞれ分析するために、成分ごとに特異値分解(Singular Value Decomposition, SVD)<sup>14</sup>を適用した。一方、本研究では、両成分の空間変動における相互関係を分析するために、特異値分解解析<sup>3-5</sup>(以下、SVD解析)を用いる。特異値分解が各成分における卓越した分布特性を抽出する手法であるのに対し、SVD解析とは水平2成分の空間分布から、互いに相関が強い分布特性を抽出する手法である。以下に、地震動分布へのSVD解析の適用方法を示す。

### (2) 地震動分布の特異値分解解析

FN,FP成分の絶対加速度応答値を常用対数に変換し、それぞれ変数 $x, y$ で表し、その空間分布(地震動計算範囲の地点総数 $M$ )を $M$ 次元の特徴ベクトル $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_M)^T$ ,  $\mathbf{y}=(y_1, \dots, y_M)^T$ でそれぞれ表す。 $N$ ケースの空間分布を、特徴ベクトルを列要素とした $M \times N (M \gg N)$ 行列 $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$ ( $i$ 行 $j$ 列要素は、評価地点 $i$ のケース $j$ の絶対加速度応答値)としてそれぞれ定義する。

$$\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N) = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{M1} & \cdots & x_{MN} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N) = \begin{pmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{M1} & \cdots & y_{MN} \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、行列 $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$ の階数はともに $\text{rank}(\mathbf{X}) = \text{rank}(\mathbf{Y}) = N$ である。 $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$ をそれぞれ各行列の全要素の常用対数平均値と常用対数標準偏差で標準化して、 $\mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0$ とする。 $\mathbf{X}_0$ と $\mathbf{Y}_0$ との $M$ 行 $M$ 列の相互共分散行列 $\mathbf{C}$ を定義する。

$$\mathbf{C} = \mathbf{X}_0 \mathbf{Y}_0^T \quad (3)$$

ここに、行列 $\mathbf{C}$ の階数は $\text{rank}(\mathbf{C}) = N$ である。 $\mathbf{C}$ に特異値分解を適用し、3つの行列の積にモード分解する。なお、相互共分散行列を特異値分解する処理をSVD解析と呼ぶ。

$$\mathbf{C} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T = \begin{pmatrix} u_{11} & \cdots & u_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{M1} & \cdots & u_{MN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & d_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{M1} & \cdots & v_{MN} \end{pmatrix}^T \quad (4)$$

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I} \quad (5)$$

式(4),(5)の行列 $\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{D}, \mathbf{I}$ の意味は下記の通りである。

- 行列 $\mathbf{U}, \mathbf{V}$ :  $M$ 次元空間のうち $N$ 次元部分空間を張る正規直交基底によって構成される $M \times N$ 行列。第 $k$ 列( $1 \leq k \leq N$ )の列ベクトル $\mathbf{u}_k = (u_{1k}, \dots, u_{Mk})^T$ ,  $\mathbf{v}_k = (v_{1k}, \dots, v_{Mk})^T$ は、それぞれ $\mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0$ の $k$ 次モードの特異ベクトルである。特異ベクトルは、計算地点の特徴量の空間分布と空間相関を規定するモード形状を表しており、そのマップ表示により計算地点間の空間的な相関関係を可視化できる。
- 行列 $\mathbf{D}$ :  $N \times N$ 行列の対角行列。対角成分 $d_k$ は特異値(固有値の正の平方根)であり、モード $k$ の重みを表す。
- 行列 $\mathbf{I}$ :  $N \times N$ 行列の単位行列。

なお式(4)において本来は、 $\mathbf{U}, \mathbf{D}, \mathbf{V}$ は $M \times M$ 行列となるが、 $\text{rank}(\mathbf{C}) = N$ より非ゼロの特異値は $N$ 個となり、ゼロ特異値に関する部分( $\mathbf{U}$ と $\mathbf{V}$ の $N+1 \sim M$ 列、 $\mathbf{D}$ の $N+1 \sim M$ 行および列)については結果に影響しないため、表記を省略した。

式(4)の行列 $\mathbf{U}, \mathbf{V}$ に対応する行列 $\mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0$ の主成分得点を行列 $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ としてそれぞれ定義する。

$$\mathbf{P} = \mathbf{U}^T \mathbf{X}_0 \quad (6)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{V}^T \mathbf{Y}_0 \quad (7)$$

$$\mathbf{P}\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}\mathbf{P}^T = \mathbf{D} \quad (8)$$

式(6)~(8)の行列 $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ は、 $N$ 次元空間を張る正規直交基底によって構成される $N \times N$ 行列である。第 $k$ 列の列ベクトル $\mathbf{p}_k = (p_{1k}, \dots, p_{Nk})^T, \mathbf{q}_k = (q_{1k}, \dots, q_{Nk})^T$ は、それぞれ $\mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0$ における $k$ 次モードの各ケースの主成分得点を表す。ここで、 $l$ を $1 \leq l \leq N$ を満たす任意のモード番号とすると、式(8)は次式のように表せる。

$$\mathbf{p}_k \mathbf{q}_l^T = \mathbf{q}_k \mathbf{p}_l^T = \begin{cases} d_k & (k=l) \\ 0 & (k \neq l) \end{cases} \quad (9)$$

ここで $k \neq l$ の場合、異なる成分間の主成分得点は直交する。一方、同じ成分間の主成分得点( $\mathbf{p}_k$ と $\mathbf{p}_l$ もしくは $\mathbf{q}_k$ と $\mathbf{q}_l$ )については互いに直交しない。

式(4), (6), (7)より、 $\mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0$ はそれぞれ $\mathbf{U}$ と $\mathbf{P}, \mathbf{V}$ と $\mathbf{Q}$ によって、次式のように表せる。

$$\mathbf{X}_0 = \mathbf{U}\mathbf{P} \quad (10)$$

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{V}\mathbf{Q} \quad (11)$$

以上の計算では、式(4)にて相互共分散行列 $\mathbf{C}$ に特異値分解を適用しているが、 $\mathbf{C}$ は $M$ 行 $M$ 列の巨大な行列であるため、直接計算することは非現実的である。そこで実際の計算ではdual formalism<sup>4)</sup>と呼ばれる方法を用いて、行列 $\mathbf{U}, \mathbf{D}, \mathbf{V}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}$ を得る。dual formalismによるSVD解析については付録に記す。

### (3) 各成分の特異値とモード係数

$M \times N$ 行列 $\mathbf{X}_0$ もしくは $\mathbf{Y}_0$ を単独で特異値分解すると、モード形状( $M \times N$ 行列)と特異値( $N \times N$ 行列)、モード係数( $N \times N$ 行列)が得られる<sup>13)</sup>。モード係数の各列はケースに依存したモードの重みを表し、対応する特異値をかけることで、主成分得点となる。SVD解析の主成分得点 $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ についても同様に、 $\mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0$ に対応したモード係数 $\mathbf{P}', \mathbf{Q}'$ と特異値 $\mathbf{D}_p, \mathbf{D}_q$ にそれぞれ分解する。

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}' \mathbf{D}_p = \begin{pmatrix} p'_{11} & \dots & p'_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p'_{M1} & \dots & p'_{MN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{p1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & d_{pN} \end{pmatrix} \quad (12)$$

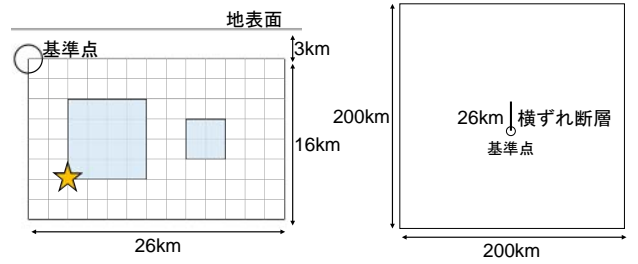
$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}' \mathbf{D}_q = \begin{pmatrix} q'_{11} & \dots & q'_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q'_{M1} & \dots & q'_{MN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{q1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & d_{qN} \end{pmatrix} \quad (13)$$

単独の特異値分解のモード係数は正規直交基底で構成される。一方、SVD解析では同じ成分間の主成分得点は直交しないため、式(12), (13)の $\mathbf{P}', \mathbf{Q}'$ は直交条件を満たさない単位ベクトルで構成される。

## 3. 特性化震源モデルと絶対加速度応答値の分布

### (1) 横ずれ断層と震源断層パラメータ

本研究では、文献<sup>11), 12)</sup>で設定された横ずれ断層(図-1)を対象とする。横ずれ断層は長さ26km、幅16km、上端深さ3km、傾斜角90度であり、地震動計算範囲(便宜的にマップの上方向を北と定義)の中央に位置する。断層面積から想定されるモーメントマグニチュードは $M_w$ は6.6弱程度である。文献<sup>11), 12)</sup>では、震源断層パラメータにばらつきを与えて、300ケースの断層破壊シナリオ



(a) 断層モデルのイメージ

(b) 計算範囲

(断層面上のメッシュは2km四方であり、青色の矩形はアスペリティ、星印は破壊開始点、丸印は断層の基準点を示す)

図-1 横ずれ断層モデルのイメージと計算範囲

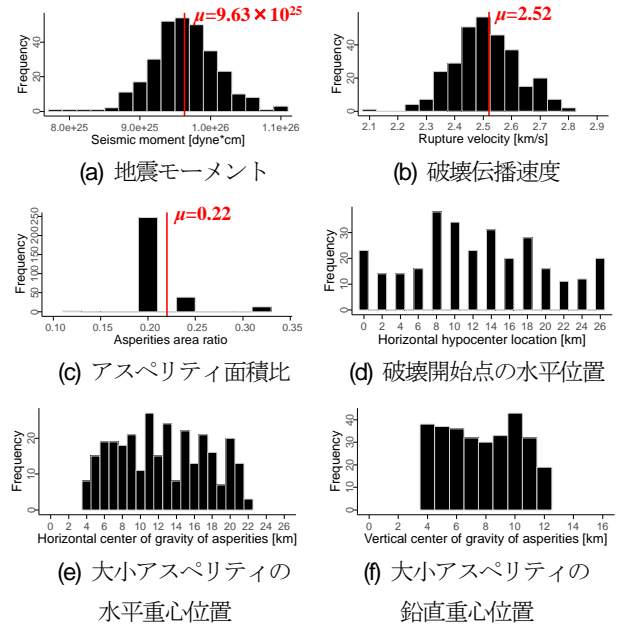


図-2 震源断層パラメータの頻度分布

表-1 想定した水平成層の地盤構造(文献<sup>11)</sup>の表-1より引用。

$\rho$ は密度を示し、各層の減衰は $Q(f) = Q_0 \times f^{\alpha}$

Parameters					
Vp (km/s)	Vs (km/s)	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	Q <sub>0</sub>	Q <sub>f</sub>	Depth (km)
1.60	0.35	1.70	35	0.5	0.000
1.80	0.55	1.80	55	0.5	0.092
2.50	1.00	2.10	100	0.5	0.599
5.40	3.20	2.70	63.8	1.0	1.101
6.00	3.50	2.80	63.8	1.0	2.000

Depth of Layer Top

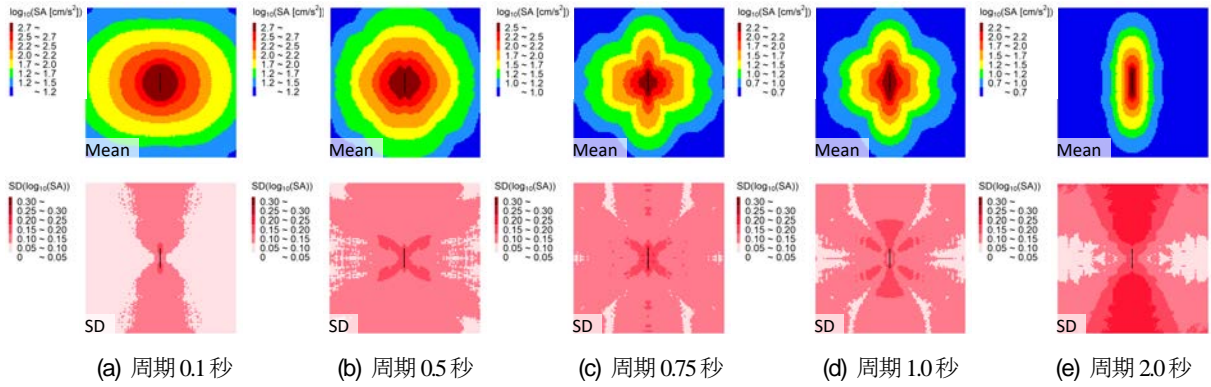


図-3 FN成分の絶対加速度応答値（減衰定数5%）の600ケースの常用対数平均値（上）および常用対数標準偏差（下）の分布

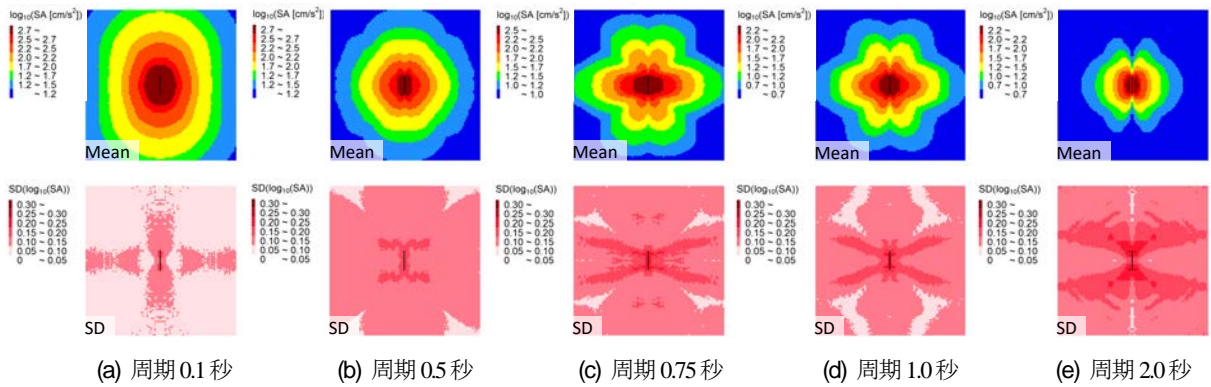


図-4 FP成分の絶対加速度応答値（減衰定数5%）の600ケースの常用対数平均値（上）および常用対数標準偏差（下）の分布

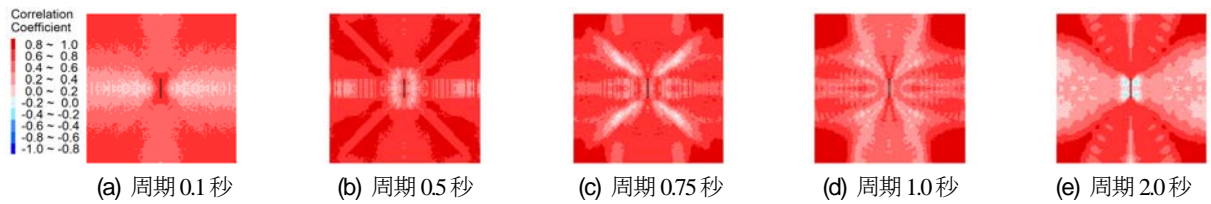


図-5 FN成分の絶対加速度応答値とFP成分の絶対加速度応答値との相関係数の分布

を設定している。震源断層パラメータの設定条件は以下のとおりである。なお、地震モーメントと破壊伝播速度、断層面積と強震動生成域（アスペリティ）との面積比に関しては、強震動予測レシピア<sup>15,16</sup>の標準値を平均値とし、正規分布を仮定したばらつき<sup>17,18</sup>をランダムに与えて設定しており、以下ではそれぞれの平均値と変動係数を示す。

- ・断層面積（形状）：固定
- ・地震モーメント： $9.63 \times 10^{25}$  dynce $\times$ cm, 5%
- ・破壊伝播速度：2.52 km/s, 5%
- ・アスペリティ面積比：0.22, 10%
- ・アスペリティ(大小2個)：それぞれが重複しないように断層の走向・深さの両方向に一樣ランダムに配置
- ・破壊開始点：面積の大きなアスペリティの底辺のどちらか端部

図-2に設定された300ケースの震源パラメータの頻度分布を示す。なお、図-2(c)のアスペリティ面積比は、ばらつきが与えられた後に、断層モデルの2km四方の小断層に合わせて、数値が丸められている。

計算範囲（図-1）の大きさは200km $\times$ 200kmであり、計算地点は2km $\times$ 2kmごとに設定され、その総数は $M=10201$ (=101点 $\times$ 101点)である。地盤構造は一般的な堆積平野・盆地を想定しており、工学的基盤面( $V_s=350$ m/s)を地表面とした全計算地点で一様な水平成層の地盤モデル（表-1）である。

## (2) 横ずれ断層の地震動分布

3. (1)の条件のもと設定された断層破壊シナリオごとに、各計算地点で周期0.005~20秒の3成分（断層直交成分FN、断層走向成分FP、上下成分）の波形が統計的グリーン関数法<sup>19</sup>で計算されている。本研究で対象とす

る地震動強度は、周期 0.1~2.0 秒 (0.1, 0.5, 0.75, 1.0, 2.0 秒) ・水平 2 成分 (FN, FP) の絶対加速度応答値 (減衰定数 5%) である。また本研究では、文献<sup>12)</sup>で想定・計算された 300 ケースにおける断層設定・地震動分布の対称性を考慮するために、断層モデルの垂直 2 等分線を境に断層モデルを反転させた 300 ケースを加えた、計 600 ケースを対象として分析を行う。

図-3 と図-4 に、600 ケースの絶対加速度応答値の常用対数平均値および常用対数標準偏差の分布を示す。反転ケースを含めたことで、地震動強度の平均値・標準偏差の分布が断層の垂直 2 等分線を挟んで軸対称となっている。周期 0.1 秒・両成分の平均値は、距離減衰的な分布傾向を示し、明確な方位依存性は見られない。長周期になるにつれてラディエーション・パターンとフォワード・ディレクティビティ効果の影響が顕著となり、FN 成分では断層走向方向に大きな値が分布し、FP 成分では断層直交方向に大きな値が分布し、成分の方位依存性が現れている。標準偏差においてもこれと同様の傾向が認められるとともに、長周期ほどばらつきが大きくなる傾向にある。

### (3) 水平 2 成分の地震動の相関係数の分布

図-5 に FN 成分の絶対加速度応答値 (図-3 の上段) と FP 成分の絶対加速度応答値 (図-4 の上段) との相関係数の分布を示す。全周期で共通して、FN, FP 成分の絶対加速度応答値はマップのほぼ全域で正相関の関係にある。また、断層走向・直交方向では周辺よりも相関関係が弱い傾向にある。これは、FN, FP 成分が直交することに起因していると考えられる。

ケース内での両成分の相関係数 (計 600 個) は、周期 0.1 秒で 0.77~0.94, 0.5 秒で 0.94~0.98, 0.75 秒で 0.85~0.95, 1.0 秒で 0.86~0.95, 2.0 秒で 0.66~0.86 であり、周期 2.0 秒が最も低い。これは、長周期ほどラディエーション・パターンやフォワード・ディレクティビティ効果の影響が顕著となることに起因しており、同じケースでも成分間の違いが明瞭に表れることを示唆している。

## 4. 絶対加速度応答値の分布の特異値分解解析

### (1) モードの二乗共分散寄与率

600 ケースの FN, FP 成分の絶対加速度応答値の分布に対して、周期 (0.1~2.0 秒) 別に SVD 解析を適用した。図-6 に固有値 (特異値の 2 乗) の累積寄与率 (累積二乗共分散寄与率) を示し、図-7 に 2 次モード以上の寄与率 (二乗共分散寄与率: SCF(Squared Covariance Fraction)) を示す。紙面の都合上、10 次モードまでを示す。全周期で共通して、1 次モードの SCF は 99.9%以上を示し、突

出して高い。また、2・3 次モードの SCF も比較的高く、4 次モード以上ではほぼ 0%を示している。周期 2.0 秒の 1 次モードの SCF は他の周期よりも小さく、一方で 2・3 次モードは他の周期よりも大きい。これについては、モードの特徴を踏まえて、4. (3) で考察する。

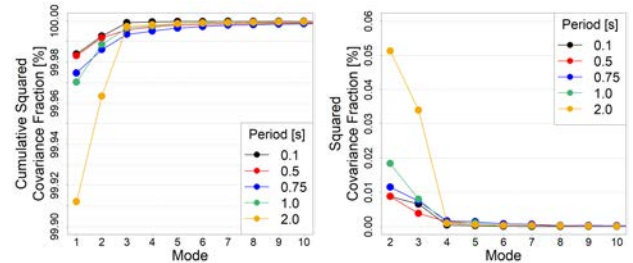


図-6 累積二乗共分散寄与率

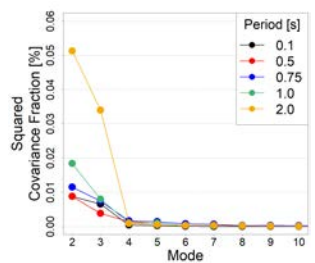


図-7 2次モード以上の二乗共分散寄与率

### (2) モード形状と特徴分類

FN, FP 成分のモード形状を周期 (0.1, 0.5, 0.75, 1.0, 2.0 秒) 別に図-8 から図-12(a), (b) にそれぞれ示す (紙面の都合上、モード 1~3 のみ、以降でも同様とする)。モード形状は、両成分で共通して卓越している地震動の空間特性を表しており、計算地点間が同符号で正相関、異符号で負相関の関係にあることを表している。

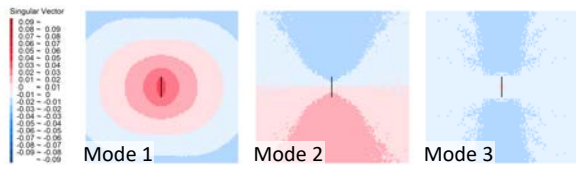
モード形状の特徴を捉えるために、モード同士の特徴分類 (類似度評価) を行う。モード  $i$  とモード  $j$  との距離  $d_{ij}$  (=非類似度) は、コサイン類似度  $S_{ij}$  に基づき、次式のように定義する。

$$d_{ij} = 1 - |S_{ij}| = 1 - |\cos(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j)| = 1 - \left| \frac{\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j}{\|\mathbf{a}_i\| \cdot \|\mathbf{a}_j\|} \right| = 1 - |\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j| \quad (14)$$

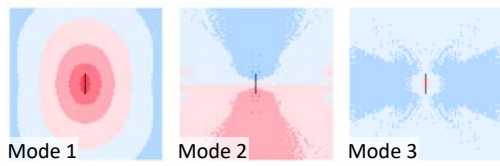
$$0 \leq d_{ij} \leq 1$$

ここで、 $\mathbf{a}_i$  と  $\mathbf{a}_j$  はそれぞれモード  $i, j$  のモード形状を表す FN 成分もしくは FP 成分の特異ベクトルである。分析手法としては階層的クラスター分析を採用し、クラスター間の距離は群平均法で定義する。

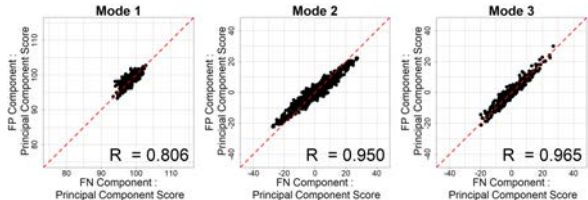
図-13 に階層的クラスター分析によるデンドログラムを示す。クラスター数  $k=2$  の場合、モード形状が断層の垂直 2 等分線を境に対称な分布である「対称モード」と、反転した「反転モード」に分けられる。 $k=3$  の場合、モード形状を簡潔に分類することができ、その結果を表-2 に示す。クラスター番号  $a$  は、モード次数に沿った番号を振り当てており、クラスター  $a$  を「 $C_a$ 」と表記し、反転モードの場合は「 $C_a^*$ 」とする。図-13 と表-2 により、同周期・同次モードのモード形状は、比較的早い段階で統合されており、同じクラスターに属していることが読み取れる。分類した 3 つのクラスターに着目すると、対称モードである  $C_1$  には、全周期・両成分のモード 1 が属しており、その分布傾向は常用対数平均の分布 (図-3 と



(a) FN成分のモード形状

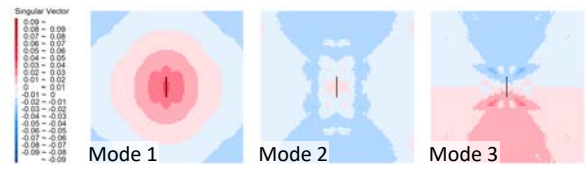


(b) FP成分のモード形状



(c) FN成分の主成分得点（横軸）とFP成分の主成分得点（縦軸）との散布図（Rは両成分の相関係数を示す）

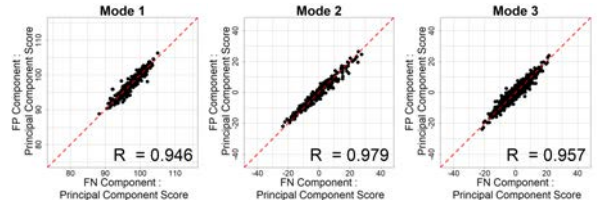
図-8 周期0.1秒での特異値分解解析の結果（モード1～3）



(a) FN成分のモード形状

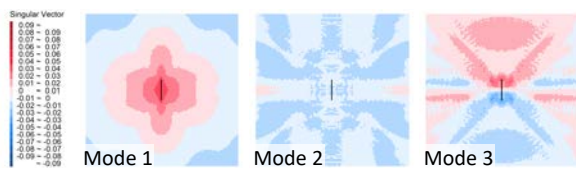


(b) FP成分のモード形状

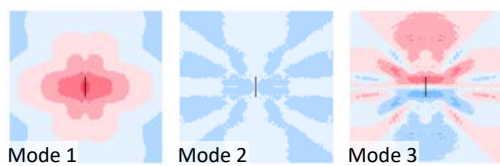


(c) FN成分の主成分得点（横軸）とFP成分の主成分得点（縦軸）との散布図（Rは両成分の相関係数を示す）

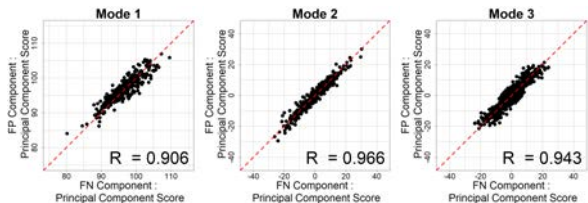
図-9 周期0.5秒での特異値分解解析の結果（モード1～3）



(a) FN成分のモード形状

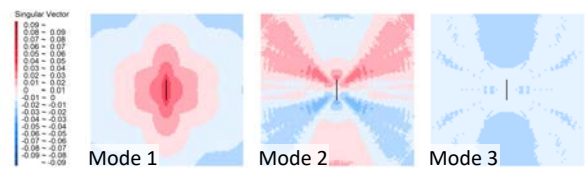


(b) FP成分のモード形状

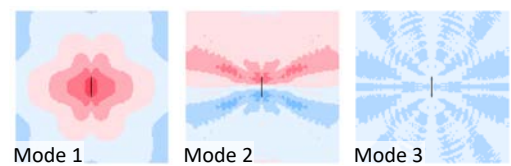


(c) FN成分の主成分得点（横軸）とFP成分の主成分得点（縦軸）との散布図（Rは両成分の相関係数を示す）

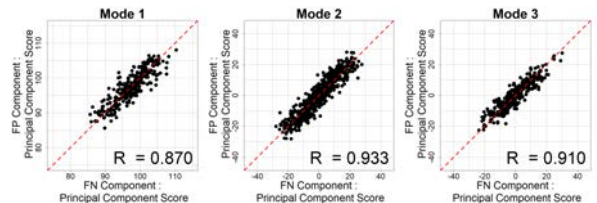
図-10 周期0.75秒での特異値分解解析の結果（モード1～3）



(a) FN成分のモード形状



(b) FP成分のモード形状



(c) FN成分の主成分得点（横軸）とFP成分の主成分得点（縦軸）との散布図（Rは両成分の相関係数を示す）

図-11 周期1.0秒での特異値分解解析の結果（モード1～3）

図-4) と対応している。C<sub>2</sub>も対称モードであり、モード2およびモード3の「マップのほぼ全域の地点間で正相関のモード」が属している。一方、反転モードであるC<sub>3</sub>は、モード2およびモード3の「マップの全域を大きく正負に2分割するモード」やそれに近い分布のモードが属している。

クラスター間の距離は、表-3に示す方法で定義されることが多い。階層的クラスター分析の結果の妥当性をコーフェン相関係数<sup>20)</sup>（クラスター間の距離を表すコーフ

エン行列と元の行列との相関係数）によって評価・比較した結果、今回用いた群平均法が最大値をとり、最適な定義であることが確認された。

### (3) モードの主成分得点とモード係数

FN成分の主成分得点とFP成分の主成分得点との散布図を周期別に図-8から図-12(c)にそれぞれ示す。1次モードの主成分得点の平均値は96.7～98.6であり、モード係数では0.0408 (=N<sup>-1/2</sup>)であった。変動係数については主成

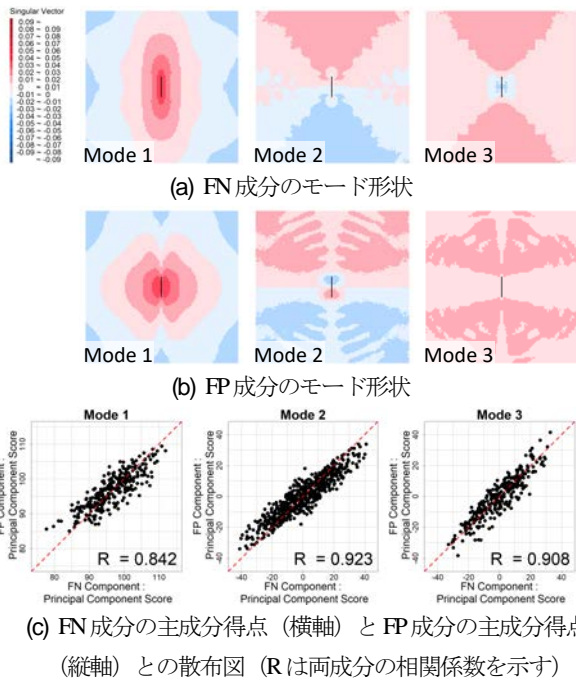


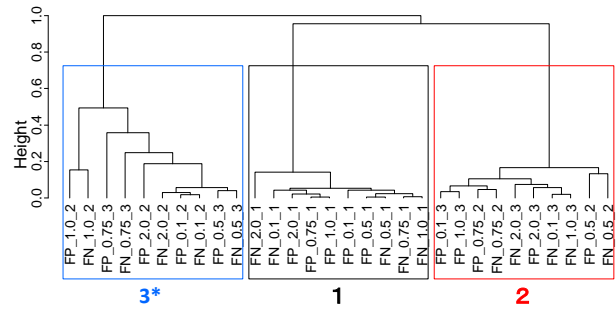
図-12 周期 2.0 秒での特異値分解解析の結果 (モード 1~3)

成分得点とモード係数ともに 1.8~6.4%となり、長周期ほど大きい結果となった。モード 2 以上の主成分得点およびモード係数の平均値は 0 であり、モード係数の標準偏差は 0.0408 ( $=N^{-1/2}$ )であった。FN 成分と FP 成分との主成分得点 (またはモード係数) の相関係数は全て 0.8 以上であり、両成分は強い相関関係にある。

#### (4) モードの特徴

SVD 解析では、相互関係の強い空間変動のみを抽出するため、それぞれの成分においても卓越した空間変動であるとは限らない。そこで、SVD 解析より得られた 1 次~3 次モードのモード形状 (図-8~12(a), (b)) と、成分別の特異値分解より得られたモード形状 (図示は省略) とを比較したところ、両者はほぼ同一の分布傾向を示していることを確認した。なお、類似したモード形状は一部を除き、両者とも同じモード次数で出現していた。また、モード 1~3 の SVD 解析のモード係数  $P, Q$  と、それに対応する特異値分解のモード係数との相関係数の絶対値は全て 1.0 である。さらに SVD 解析の成分別の特異値  $D_p, D_q$  は、対応する特異値分解の特異値と同値であった。これより、SVD 解析の 1 次~3 次モードは、成分別の特異値分解のモードと同一の空間構造を表すと判断できる。前報<sup>13)</sup>を参考に、1 次~3 次モードの特徴を下記に示す。

- ・モード 1: 距離減衰勾配を表すモード。周期・成分によっては、破壊開始点とアスペリティ配置によるラディエーション・パターンやバイラテラルな破壊進展の影響が現れる。
- ・マップのほぼ全域で正相関を示すモード: 地震モーメ



(最下段の数字は  $k=3$  におけるクラスター番号を示し、\*は反転モードのクラスター番号を示す。モード表記としては例えば「FP\_1.0\_2」は「FP 成分の周期 1.0 秒のモード 2」を表す。)

図-13 モード 1~3 のモード形状のデンドログラム

表-2 モード 1~3 のモード形状のクラスター番号 ( $k=3$ ) (\*は反転モードを示す)      表-3 コーフェン相関係数 (赤字は最大値)

周期 [秒]	成分	Mode 1	Mode 2	Mode 3
0.1	FN	1	3*	2
	FP	1	3*	2
0.5	FN	1	2	3*
	FP	1	2	3*
0.75	FN	1	2	3*
	FP	1	2	3*
1.0	FN	1	3*	2
	FP	1	3*	2
2.0	FN	1	3*	2
	FP	1	3*	2

方法	コーフェン相関係数
群平均法	0.993
最近隣法	0.971
最遠隣法	0.972
重心法	0.947
McQuitty法	0.992
メディアン法	0.944
ウォード法	0.987

ントによる影響が支配的なモード。モード 1 と同様に、周期・成分によっては、バイラテラルな破壊進展やラディエーション・パターンが現れる。

- ・マップの全域を大きく正負に 2 分割するモード: 短周期ではアスペリティ配置の重心位置の影響が大きく、長周期では水平方向のフォワード・ディレクティブティ効果の影響が支配的なモード。

以上より、水平 2 成分の空間的な相互関係として、最も卓越した空間構造は距離減衰勾配であり、両成分の相互共分散行列の 99.9%がこの空間構造によって表されている。次いで、ほぼ全域での正相関な空間変動および断層の垂直 2 等分線を境界として負相関を示す空間変動が両成分で共通した空間構造であった。

一方、4 次モード以上では、SVD 解析と特異値分解とでモード形状に違いが現れており、モードによっては両手法のモード係数の相関係数が 0.6 を下回る場合がある。しかし、4 次モード以上の SCF は、1~3 次モードと比べて小さく (ほぼ 0%)、地震動分布の空間分布に与える影響はほぼ無視できる。

4. (1)では、周期 2.0 秒の 2・3 次モードの SCF が他の周期よりも大きいことを指摘した。これは、2・3 次モードで現れるユニラテラルもしくはバイラテラルな破壊進展によるディレクティブティ効果の影響が長周期ほど強

くなることに起因すると考えられる。

## 5. 特異値分解解析に基づく水平2成分の地震動分布シミュレーションに関する検討

文献<sup>1)</sup>では特異値分解を用いたモード分解・合成による地震動分布のシミュレーション手法を提案している。この手法は、モード係数を効率的なモンテカルロ法によって新たに生成し、モード形状および特異値と再合成することで、空間構造を保持した地震動分布をシミュレーションする。先述のとおり、この手法は1成分の地震動分布を対象としていることから、水平2成分を対象とする場合には成分間の空間的な相互関係を考慮できるように拡張する必要がある。また、1成分を対象とした特異値分解と、2成分を対象としたSVD解析の相違点についてもシミュレーション手法に組み込む必要がある。以下に、SVD解析に基づく水平2成分の地震動分布シミュレーション手法で満たす必要がある条件について記す。

- ① モード係数  $\mathbf{P}, \mathbf{Q}'$  の平均値と変動係数・標準偏差  
1次モード : 平均値 0.0408, 変動係数 1.8~6.4%  
2次モード以上 : 平均値 0, 標準偏差 0.0408
- ②  $\mathbf{P}, \mathbf{Q}'$  の列ベクトルのノルムは  $S/N$  ( $S$  はシミュレーションの試行回数)
- ③ 式(8)の  $\mathbf{PQ}^T = \mathbf{QP}^T = \mathbf{D}$
- ④ 主成分得点  $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$  の列ベクトルの非直交性
- ⑤ 同次モード・同ケースにおける  $\mathbf{P}$  と  $\mathbf{Q}$  とのばらつき  
条件①, ②については、1成分のシミュレーション手法<sup>1)</sup>と同様の条件である。条件③~⑤については2成分を対象としたSVD解析特有の条件である。これらについては、モンテカルロ法によって設定したモード係数にばらつきを付与することで、条件を満たせる可能性がある。

## 6. まとめ

本研究では、水平2成分の地震動分布の相互的な空間構造を明らかにするために、横ずれ断層における600ケースの周期(0.1~2.0秒)別に水平2成分(FN, FP)の絶対加速度応答値の分布に特異値分解解析を適用した。得られた知見を以下にまとめる。

- (1) 特異値分解解析より得られたモード形状に、階層的クラスター分析を適用し、モードごとに明確な特徴を持ったクラスター群に分類した。2分類の場合、断層の垂直2等分線を境界とした「対称モード」と「反転モード」として簡潔に特徴を整理できた。
- (2) 同周期・同次モードの水平2成分の空間構造は類似

し、主成分得点も強い相関関係を示すことから、2成分の地震動分布の大局的な空間変動は対応していることを明らかにした。

- (3) 水平2成分の地震動分布で最も卓越した相互的な空間構造は、距離減衰勾配であった。この空間構造では周期によっては、ラディエーション・パターンやバイラテラルな破壊進展による影響が現れた。
- (4) マップのほぼ全域で正相関の空間変動構造は地震モーメントの違いによって全域の地震動強度を増減させる。周期によってはラディエーション・パターンやバイラテラルな破壊進展による影響も明らかになった。
- (5) 断層の垂直2等分線を境界とした負相関の空間変動は、短周期ではアスペリティ配置の重心位置の影響が大きく、長周期では水平方向のフォワード・ディレクティビティ効果による影響が大きかった。

今後は、文献<sup>1)</sup>で提案した1成分の地震動分布シミュレーション手法を、水平2成分の地震動分布に拡張する。その際に、5.で記した条件を満たすように主成分得点をシミュレーションすることで、2成分の空間構造を保持する。

謝辞：本研究はJSPS 科研費 JP20H02413, JP21J14654 の助成を受けたものである。記して謝意を表する次第である。

## 付録 dual formalismによる特異値分解解析

dual formalism<sup>4)</sup>によるSVD解析の計算手順を以下に記す。式(5), (8)より、 $\mathbf{X}_0$ の自己共分散行列は、次式のようになる。

$$\mathbf{X}_0^T \mathbf{X}_0 = \mathbf{P}^T \mathbf{U}^T \mathbf{U} \mathbf{P} = \mathbf{P}^T \mathbf{P} \quad (1.1)$$

付式(1.1)に右から行列 $\mathbf{Q}^T$ をかける。

$$(\mathbf{X}_0^T \mathbf{X}_0) \mathbf{Q}^T = (\mathbf{P}^T \mathbf{P}) \mathbf{Q}^T = \mathbf{P}^T \mathbf{D} \quad (1.2)$$

付式(1.2)に右から行列 $\mathbf{D}^{-1}$ をかける。

$$(\mathbf{X}_0^T \mathbf{X}_0) \mathbf{Q}^T \mathbf{D}^{-1} = \mathbf{P}^T \mathbf{D} \mathbf{D}^{-1} = \mathbf{P}^T \quad (1.3)$$

$\mathbf{Y}_0$ についても同様にすると、次式が得られる。

$$(\mathbf{Y}_0^T \mathbf{Y}_0) \mathbf{P}^T = (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q}) \mathbf{P}^T = \mathbf{Q}^T \mathbf{D} \quad (1.4)$$

$$(\mathbf{Y}_0^T \mathbf{Y}_0) \mathbf{P} \mathbf{D}^{-1} = \mathbf{Q}^T \quad (1.5)$$

付式(1.2)に付式(1.5)を代入し、付式(1.4)に付式(1.3)を代入すると次式のようになる。

$$(\mathbf{X}_0^T \mathbf{X}_0)(\mathbf{Y}_0^T \mathbf{Y}_0) \mathbf{P}^T = \mathbf{P}^T \mathbf{D}^2 \quad (1.6)$$

$$(\mathbf{Y}_0^T \mathbf{Y}_0)(\mathbf{X}_0^T \mathbf{X}_0) \mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}^T \mathbf{D}^2 \quad (1.7)$$

式(1.6), (1.7)より、行列 $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ および $\mathbf{D}$ は、 $N \times N (= \{(N \times M) \times (M \times N)\} \times \{(N \times M) \times (M \times N)\})$ 行列の固有値問題の解として得られる。

次に、行列 $\mathbf{U}, \mathbf{V}$ を求める。SVD解析では同じ成分間



の主成分得点は直交しないため、 $\mathbf{U}$  を異なる成分の主成分得点  $\mathbf{Q}$  より求める必要がある。式(8),(10)を次式のように式変形する。

$$\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{Q}^T \mathbf{D}^{-1} \quad (1.8)$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{X}_0 \mathbf{P}^{-1} \quad (1.9)$$

付式(1.8)を付式(1.9)に代入することで  $\mathbf{U}$  を求める。

$$\mathbf{U} = \mathbf{X}_0 \mathbf{Q}^T \mathbf{D}^{-1} \quad (1.10)$$

$\mathbf{V}$  についても同様に求める。

$$\mathbf{V} = \mathbf{Y}_0 \mathbf{P}^T \mathbf{D}^{-1} \quad (1.11)$$

以上の計算手順により、 $M$ 行 $M$ 列の相互共分散行列  $\mathbf{C}$  を明示的に扱わず、行列  $\mathbf{U}, \mathbf{D}, \mathbf{V}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}$  が得られる。

## 参考文献

- 1) 能島暢呂, 久世益充, LE QUANG DUC : シナリオ地震動予測地図の特異値分解によるモード分解と地震動分布のシミュレーション, 土木学会地震工学論文集, Vol. 18, No. 2, pp. 2\_95-2\_114, 2018.
- 2) Koide, H. and Kodera, K. : A SVD Analysis between the Winter NH 500-hPa Height and Surface Temperature Fields, *Journal of the Meteorological Society of Japan*, Vol. 77, No. 1, pp. 47-61, 1999.
- 3) 谷本陽一 : SVD (Singular Value Decomposition : 特異値分解) 解析, 天気, Vol.43, No. 4, pp.243-245, 1996.
- 4) 見延庄士郎 : 大気海洋統計データ解析, 第5章 多変量時間領域解析 その2 : SVD 解析, 北海道大学, 2001.
- 5) 松山洋, 谷本陽一 : UNIX/Windows/Macintosh を使った実践! 気象データ解析, 古今書院, 2008, 118p.
- 6) 野津厚, 盛川仁 : 特定活断層の影響が卓越する場合のハザード曲線の特徴, JCOSSAR 2003 論文集, pp. 659-664, 2003.
- 7) 糸井達哉, 翠川三郎, 鬼頭順三, 三浦弘之, 内山泰生, 坂本成弘 : 統計的グリーン関数法で評価した地殻内地震の応答スペクトルのバラツキ, 日本地震工学会論文集, Vol. 6, No. 1, pp. 128-142, 2009.
- 8) Yamada, M., Senna, S. and Fujiwara, H.: Statistical Analysis of Ground Motions Estimated on the Basis of a Recipe for Strong-motion Prediction: Approach to Quantitative Evaluation of Average and Standard Deviation of Ground Motion Distribution, *Pure and Applied Geophysics*, Vol. 168, pp.141-153, 2011.
- 9) Iwaki, A., Morikawa, N., Maeda, T. and Fujiwara, H.: Spatial Distribution of Ground-Motion Variability in Broad-band Ground-Motion Simulations, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 107, No. 6, pp.2963-2979, 2017.
- 10) 引田智樹, 池浦友則, 友澤祐介, 石田寛 : 断層モデルに基づく地震動応答スペクトル予測法と予測結果のばらつきに関する検討, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 80, No. 715, pp. 1403-1413, 2015.
- 11) 香川敬生 : 多数の断層破壊シナリオによる強震動のばらつき分布, 土木学会論文集 A1(構造・地震工学), Vol. 71, No. 4, pp. I\_191-I\_197, 2015.
- 12) 香川敬生 : 多数の断層破壊シナリオによる強震動周期特性の空間分布, 日本地震工学論文集, Vol. 15, No. 70, pp. 90-99, 2015.
- 13) 高橋幸宏, 能島暢呂, 香川敬生 : 地震動分布のモード分解による周期・方位依存の空間特性の分析, 第40回地震工学研究発表会講演概要集, 論文番号D13-1653, 2020.
- 14) 金谷健一 : これなら分かる応用数学教室 最小二乗法からウェーブレットまで, 共立出版, 2003, 270p.
- 15) 入倉孝次郎, 三宅弘恵 : シナリオ地震の強震動予測, 地学雑誌, Vol. 110, No. 6, pp. 849-875, 2001.
- 16) Irikura, K., Miyake, H., Iwata, T., Kamae, K., Kawabe, H. and Dalguer, D. L.: Recipe for predicting ground motion from future large earthquakes, *Proc. of 13WCEE*, DVD-ROM, Paper No. 1371, 2004.
- 17) Somerville, P. G., Irikura, K., Graves, R., Sawada, S., Wald, D., Abrahamson, N., Iwasaki, Y., Kagawa, T., Smith, N. and Kowada, A.: Characterizing crustal earthquake slip models for the prediction of strong ground motion, *Seismological Research Letters*, Vol. 70, No. 1, pp. 59-80, 1999.
- 18) Kagawa, T., Irikura, K. and Somerville, P. G.: Differences in ground motion and fault rupture process between the surface and buried rupture earthquakes, *Earth, Planets and Space*, Vol. 56, pp. 3-14, 2004.
- 19) 香川敬生 : ハイブリット合成法に用いる統計的グリーン関数法の長周期帯域への拡張, 日本地震工学会論文集, Vol. 34, No. 2, pp.21-32, 2004.
- 20) 金明哲 : R によるデータサイエンスデータ解析の基礎から最新手法まで, 森北出版, 320p., 2007.

# ANALYSIS OF SPATIAL INTERRELATIONSHIPS IN HORIZONTAL TWO-COMPONENT STRONG GROUND MOTION DISTRIBUTIONS

Yukihiro TAKAHASHI, Nobuoto NOJIMA and Takao KAGAWA

We analyzed the spatial interrelationships of variability in strong ground motion distributions of horizontal two-component (fault-normal and fault-parallel components). A singular value decomposition (SVD) analysis was applied to six hundred cases of absolute acceleration response distributions of horizontal two-components for various periods using strong ground motions simulated for a strike-slip fault. The decomposed modal forms represent the leading spatial patterns common to two-components. Mode 1 represents the attenuation characteristics. Mode 2 and Mode 3 represent the overall intensity level due to perturbed seismic moments, arrangement of asperities, and location of hypocenter. These modes were found to be common to two-components, and the spatial patterns of both components correspond to each other. As an application of SVD analysis, a simulation technique of two-components strong ground motion distribution using mode decomposition and synthesis is studied.