# 直交水平2成分を用いて定義される強震動指標 の比率分布の確率モデルの体系化

能島 暢呂1・横山 太郎2

<sup>1</sup>正会員 岐阜大学教授 工学部(〒501-1193 岐阜市柳戸1-1) E-mail: nojima@gifu-u.ac.jp (Corresponding Author)

<sup>2</sup>学生会員 岐阜大学大学院 自然科学技術研究科修士課程 (〒501-1193 岐阜市柳戸1-1) E-mail: z4523027@edu.gifu-u.ac.jp

直交水平2成分の地震動波形の最大値指標 (NS, EW),幾何平均GM,大きい方の値Larger,軸回転による最大値 rot100を対象として,指標間比率の自然対数変換値が従う確率分布をモデル化した. (NS, EW),GM,Largerの3指標間の比率分布については正規分布を基本とし,rot100を分子とする比率分布についてはガンマ分布を基本としてモデル化した.K-NETの加速度波形および5%減衰の線形一自由度系の応答波形を用いて,確率モデルが実データに適合することを示すとともに,分布の周期依存性について考察した.中央値 rot50 に関する修正モデルと,比率の分母・分子を入れ替えた場合の軸対称反転モデルを合わせて,全指標間の比率分布の確率モデルを体系化し,超過確率レベルを用いた指標変換を可能とした.

## *Key Words :* strong ground motion, intensity measure, conversion, orthogonal horizontal components, rotation of axis, geometric mean, larger value, rot50, rot100, probability distribution

## 1. はじめに

K-NET<sup>1</sup>などによる強震観測では直交水平2成分として, 通常, (NS, EW)の2成分が観測される.水平面内での地 震動特性は2成分の時刻歴波形で完全に記述される一方, 成分ごとの時刻歴波形の最大値指標は,センサーの設 置方向によって異なる値をとり,方位依存性を有する. 地震動予測式を構築する場合においては,強震動指標

(IM: Intensity measure) として、2 成分(NS, EW)を両方扱 う方法や、大きい方の値(Larger)を採用する方法<sup>3</sup>、幾 何平均(GM: Geometric mean)をとる方法<sup>3</sup>が用いられて きた. USGSにより即時的に公表される Shake Map の地 震動分布では、大きい方の値が採用されている<sup>4</sup>.

一方,方位に依存しない指標として,Boore et al.<sup>9</sup>は水 平2成分の最大加速度応答の幾何平均を軸回転して得ら れる中央値(50パーセンタイル値)GMRotI50を定義し た.さらにBoore<sup>9</sup>は幾何平均によらず加速度応答波形の 軸回転により得られる最大応答の中央値RotD50を定義 した.米国西海岸のSCECによる広帯域地震動プラット フォームBBP<sup>n</sup>や,PEERによる地震動予測式開発プロジ ェクトNGA-West2<sup>8</sup>で用いられているほか,わが国周辺 の海溝型地震を対象とした地震動予測式<sup>9</sup>も提案されて いる.強震動シミュレーションに基づく長周期地震動予 測地図<sup>10,11)</sup>では速度応答の RotD50 が用いられている. また,水平2成分の時刻歴波形のベクトル合成波形の最 大値は,全方位中の最大値(100パーセンタイル値) RotD100に相当し,地震動予測式<sup>12,13)</sup>や地震動の方向別 の変動特性の把握<sup>14</sup>に用いられている.

このように、水平2成分に基づく強震動指標の扱いは 様々であるが、地震ハザード評価や設計地震動の策定 に大きく影響するため、指標間の相互関係を明確化し ておくことが重要である.そこで、指標間の簡便な変 換係数や変換関数のモデル化に関する研究が多く行わ れてきた(土岐<sup>15</sup>),川島ら<sup>16</sup>, Beyer and Bommer<sup>17</sup>, Watson-Lamprey and Boore<sup>18</sup>, Huang et al.<sup>19</sup>, Shahi and Baker<sup>20, 21</sup>, Bradley and Baker<sup>22</sup>, 元木ら<sup>23</sup>, Boore and Kishida<sup>24</sup>). 工学的に重要となる RotD100 への変換がと りわけ重視される傾向にあるが、Larger, GM, GMRotI50, RotD50, RotD100 を包括的に扱った例<sup>24</sup>も見られる.

以上の既往研究においては、主として比率の平均値 と標準偏差による評価である.比率の分布形状に言及 した例として川島ら<sup>10</sup>は、地動の加速度・速度・変位を 対象として、RotD100/Largerに相当する比率分布を調べ、 比率1をピークとして指数関数的に減少する傾向を見出 した.比率 RotD100/RotD50 に関しては、絶対加速度応 答<sup>20</sup>、速度応答<sup>11</sup>、最大加速度<sup>25</sup>、継続時間<sup>25),20</sup>につい てヒストグラムが掲載された例が挙げられる.

指標間の比率のばらつきの特性を表す確率分布をモ デル化すれば、超過確率と関連付けた詳細な評価が可 能となるが、その研究事例は極めて少ないのが現状で ある. Beyer and Bommer<sup>17</sup>は主に幾何平均 GM を基準とし た比率の分布形状に正規分布、切断正規分布、ガンマ 分布をあてはめ、Watson-Lamprey and Boore<sup>18</sup>は h(RotD100/GMRotI50)に切断正規分布をあてはめた例を 示しているが、いずれも評価対象が限定的で、データ との適合性も悪い. このことを踏まえて Boore and Kishida<sup>24</sup>)は、標準偏差を用いて比率のばらつきを考慮す る場合には正規分布を必ずしも適用できないため要注 意であると指摘している.

こうした状況の原因は,確率論的考察が不十分であ ることと,そのために確率モデルの選択が適切になさ れていないことにあり,適切なモデル化により改善可 能であると考えられる.筆者ら<sup>50</sup>は,K-NETによる加速 度波形と線形一自由度系の応答波形(5%減衰,絶対加 速度・速度・変位)を用いて,確率論的考察に基づい て,中央値 rot50(RotD50の別表記)を基準とした各指 標の比率分布をモデル化した.絶対加速度応答と変位 応答については,比率分布の周期依存性が高い一方, 速度応答では低いことを明らかにした.

本研究は、これを発展させて、あらゆる強震動指標の 間の比率を網羅的に扱い、比率分布の確率モデルとして 体系化するものである.なお、わが国での適用事例が見 られない GMRotI50 については除外する.以下、2.では 対象とする強震動指標と用いた強震記録について説明す る.まず加速度波形を用いて、3.では水平2成分の値 (NS, EW)、幾何平均 GM、大きい方の値 Larger の間の比 率の分布を扱い、4.では rot100 (RotD100 の別表記) に関 する比率の分布のモデル化を行う.5.では応答波形を用 いたモデル化を行う.また、前報<sup>20</sup>で扱った rot50を基準 とする比率についても改めてモデル化を行ったので、そ の結果を付録(B)に示す.

#### 2. 対象とする指標間の比率と用いた強震記録

#### (1) 指標間の比率の定義

加速度記録の NS, EW 成分をそれぞれ $X_{NS}(t), X_{EW}(t)$ とし、真北から時計回りの回転角 $\theta$ [°](0°  $\leq \theta < 180$ °) の軸に関する成分を次式で算出する.

$$X_{\rm rot}(\theta, t) = X_{\rm NS}(t)\cos\theta + X_{\rm EW}(t)\sin\theta \qquad (1)$$

回転角 1<sup>o</sup>刻みで波形の最大値(絶対値)を求め,全 180 個の Pパーセンタイル値をそれぞれ rotPと表す.本研究 で扱う強震動指標を以下に記す<sup>27)</sup>.

- (NS, EW) : NS 成分と EW 成分それぞれの最大値をあ わせて統合して扱うもの
- ・GM : NS, EW の幾何平均
- ・Larger : NS, EW のうち大きい方の値
- ・Smaller : NS, EW のうち小さい方の値
- (後出の式展開のために前報<sup>20</sup>に追加)
   rot100 : 軸回転による全方位中の最大値
- mt50 · 前回転による主力位十の取入値

上記の指標間ペアの比率をrで表し、自然対数変換した hrの確率密度関数を評価する.例えば「指標 0」を 基準とした「指標 1」の比率の場合は次式となる.

$$\ln r_{\text{free}\,1/\text{free}\,0} = \ln \frac{\text{free}\,1}{\text{free}\,0} = -\ln r_{\text{free}\,0/\text{free}\,1} \tag{2}$$

表-1に示すように、各指標間の比率をA,B,Cのブロック別に考察を進める. なおブロック C のうち rot50 を分母とした緑の部分については、前報<sup>27</sup>において対数変換しない比率を用いたが、本研究では、他指標と同様に対数変換して再度モデル化した結果を付録(B)に記載する.

#### (2) 対象とする 52 地震と強震記録

本研究では前報<sup>27</sup>と同様に,全52地震(最小 $M_{JMA}$  = 4.8,最大 $M_w$  = 9,中央値 $M_{JMA}$  = 6.5)を対象とし,(独)防災科学技術研究所のK-NETによる加速度記録(計13,886記録×水平2成分)を使用した.なお,全記録の統計量は,最小値0.223 cm/s<sup>2</sup>,最大値2520 cm/s<sup>2</sup>,中央値8.321 cm/s<sup>2</sup>,平均値31.651 cm/s<sup>2</sup>である.

## 加速度波形を用いた(NS, EW), GM, Larger 間の 比率の確率分布

本研究では、指標間の比率の分布形状を考察するにあたって、区間幅 0.01 で総面積 1 となるヒストグラム、も



## 表-1 評価指標間の関係(濃色部分を明示的にモデル

しくは、それを表す折れ線で実データの分布の傾向を表 現する.本章では、加速度波形を用いて表-1のブロック Aについて検討する.

指標 GM および Larger を分母として,水平2成分 (NS, EW)の比率の自然対数変換値を縦軸・横軸にとった散布 図を図-1 に示す. GM 基準では傾き-1の直線上にプロッ トされ完全負相関となり, Larger 基準ではどちらか一方 が0となり,いずれにおいても密接な関連性がある.

#### (1) ln((NS,EW)/GM)の分布 (図-2)

水平2成分を分けて考えると、 $GM = \sqrt{NS \cdot EW}$ より、

$$\ln(NS/GM) = \ln\sqrt{NS/EW} = -\ln(EW/GM)$$
(3a)  
$$\ln(EW/GM) = \ln\sqrt{EW/NS} = -\ln(NS/GM)$$
(3b)

であり、両者は和が0で上述のように完全負相関の関係にある.従って両者を合わせたln((NS,EW)/GM)の分布は平均値0を挟んで左右対称となる.標準偏差を $\sigma_{GM}$ とすると、分布形状は正規分布 $N(0, \sigma_{GM}^2)$ で近似できるため、確率密度関数は、標準正規分布の確率密度関数 $\phi(\cdot)$ を用いて次式でモデル化される.

$$f_{\frac{(\text{NS,EW})}{\text{GM}}} = N(0, \sigma_{\text{GM}}^2) = \phi\left(\frac{\ln r}{\sigma_{\text{GM}}}\right)$$
(4)

#### (2) In(Larger/GM)の分布(図-3)

Larger = max (NS, EW)より次式が得られる.

 $\ln(\text{Larger/GM}) = \max(\ln(\text{NS/GM}), \ln(\text{EW/GM}))$  (5)

従ってその確率密度関数は,式(4)の正規分布の右半分 を縦軸方向に2倍とした半正規分布となる.

$$f_{\frac{\text{Larger}}{\text{GM}}} = 2N(0, \sigma_{\text{GM}}^2) = 2\phi\left(\frac{\ln r}{\sigma_{\text{GM}}}\right) \quad (\ln r \ge 0) \tag{6}$$

平均は $\sqrt{2/\pi}\sigma_{GM}$ ,標準偏差は $\sqrt{1-2/\pi}\sigma_{GM}$ ,中央値は $\Phi^{-1}(0.75)\sigma_{GM}$ である.

なお Smaller = min (NS, EW) であるが, GM =  $\sqrt{\text{Larger} \cdot \text{Smaller}}$ を用いると次式に示すように式(6)と 軸対称な分布となるので,これもあわせて図示した.

 $\ln(\text{Smaller/GM}) = -\ln(\text{Larger/GM})$  (7)

#### (3) In((NS,EW)/Larger)の分布(図-4)

水平2成分を分けて考えると,

$$\ln \frac{NS}{Larger} = \begin{cases} 0 & (NS \ge EW) \\ \ln \frac{NS}{EW} = 2 \ln \frac{NS}{GM} & (NS < EW) \\ \ln \frac{EW}{Larger} = \begin{cases} 0 & (EW \ge NS) \\ \ln \frac{EW}{NS} = 2 \ln \frac{EW}{GM} & (EW < NS) \end{cases}$$
(8b)

従って、両者を合わせたln((NS, EW)/Larger)の分布は、 原点で確率0.5の値を取る Dirac のデルタ関数δ(0)と、平 均値 0、標準偏差2σ<sub>GM</sub>の正規分布の左側の半正規分布 (ln(Smaller/Larger)に相当)で表すことができる.

$$f_{\frac{(\text{NS,EW})}{\text{Larger}}} = \begin{cases} 0.5\delta(0) & (\ln r = 0)\\ N(0, (2\sigma_{\text{GM}})^2) = \varphi\left(\frac{\ln r}{2\sigma_{\text{GM}}}\right) & (\ln r < 0) \end{cases}$$
(9)

平均は $-\sqrt{2/\pi}\sigma_{GM}$ ,標準偏差は $\sqrt{2(1-1/\pi)}\sigma_{GM}$ ,中央 値は0である.

#### (4) その他の分布

表-1 のブロック A のうち, (1)~(3)に示した指標間ペ ア以外に関しては, 次式が成り立つ.

$$\ln(GM/(NS, EW)) = -\ln((NS, EW)/GM)$$
(10a)

 $\ln(GM/Larger) = -\ln(Larger/GM)$  (10b)

 $\ln(\text{Larger}/(\text{NS}, \text{EW})) = -\ln((\text{NS}, \text{EW})/\text{Larger})$  (10c)

従って,これらの確率密度関数は,原点位置の縦軸を対称軸として,式(4),(6),(9)を左右反転させたものになる. 特にln(GM/(NS,EW))の分布はもともと左右対称であるから,ln((NS,EW)/GM)の分布と完全に一致する.

#### (5) その他の分布

GM基準のヒストグラムと式(4),(6)の比較を図-5に示し, Larger基準のヒストグラムと式(9),(10b)の比較を図-6に, (NS, EW)基準のヒストグラムと式(10a),(10c)の比較を図-7に示す.いずれも実データの傾向をよく捉えている.

なお, Beyer and Bommer<sup>17</sup>は, ln(Larger/GM)および ln(Larger/(NS, EW)の右半分(ln(Larger/Smaller) に相当)の分布に対して,ガンマ分布ならびに切断正規 分布を用いてモデル化する一方,適合は良くないとして いる.しかし本研究により,それぞれ式(6)および式(9) の半正規分布で適切にモデル化されることが示された.





(原点位置のデルタ関数は非表示)

## 4. 加速度波形を用いた rot100 に関する比率の確 率分布

本章では、加速度波形を用いて指標 rot100 を基準とし た比率 (表-1 のブロック B) について検討する. 指標 rot100 は全方位中の最大値であり、3. で示した(NS, EW), GM, Larger と直接的な関連性がない. しかし前報<sup>20</sup>で扱 った rot50 (表-1 のブロック C) と同様に,指標間比率に は相互に関連性があることと、必ずlnr≥0であること に注意して、同一の確率モデルを用いて確率密度関数を モデル化する.本研究では、後出図に示すように、様々 な形状を表現できる式(11a)のガンマ分布を採用する.パ ラメータ(k, θ)については、まずモーメント法より分布 の平均値µ,標準偏差σを求めてから,式(11b)に代入し て算出する.またδは変動係数である.

$$Gamma(k,\theta) = \frac{(\ln r)^{k-1} \exp\left(-\frac{\ln r}{\theta}\right)}{\theta^k \Gamma(k)} \qquad (r \ge 1) \qquad (11a)$$

$$k = \frac{\mu^2}{\sigma^2}, \ \theta = \frac{\sigma^2}{\mu}, \ \mu = k\theta, \ \sigma = \sqrt{k}\theta, \ \delta = \frac{1}{\sqrt{k}}$$
 (11b)

各指標間ペアの比率分布のヒストグラムとガンマ分布 によりモデル化された確率密度関数とを重ねて表示した ものを図-8~図-11に示す.

### (1) ln(rot100/GM)の分布(図-8)

平均値 0.171,標準偏差 0.085 で,正の歪を持つ分布と なっている. パラメータをk = 4.046,  $\theta = 0.042$  とし たガンマ分布は、ヒストグラムが示す傾向をよく捉えて いる.

$$f_{\frac{\text{rot100}}{\text{GM}}} = \text{Gamma}(k = 4.046, \theta = 0.042)$$
 (12)

#### (2) In(rot100 / Larger)の分布 (図-9)

平均値 0.071,標準偏差 0.067 で、ヒストグラムの最頻 値は 0 付近にあり、鋭いピークを持つ(その要因につい ては付録(A)に記載).次式によるモデルは、ピーク値 付近を除いて、概形はよく近似されている.ただし厳 密には上限値  $\ln \sqrt{2} \approx 0.347$  が存在する.

$$f_{\frac{\text{rot100}}{\text{Larger}}} = \text{Gamma}(k = 1.113, \theta = 0.064)$$
 (13)

ここで, kが 1 に近い値をとることは,式(11b)より変動 係数が 1 に近く,式(11a)より指数分布に近い形状となる ことを示しており,その意味では既往研究<sup>10</sup>の結果と調 和的である.

#### (3) In(rot100 / Smaller)の分布 (図-10)

指標間比率は、次のように相互に関連性がある.

$$\ln \frac{\text{rot100}}{\text{Larger}} = \ln \frac{\text{rot100}}{\text{GM}} - \ln \frac{\text{Larger}}{\text{GM}}$$
(14)

$$\ln \frac{\text{rot100}}{\text{Smaller}} = \ln \frac{\text{rot100}}{\text{GM}} + \ln \frac{\text{Larger}}{\text{GM}}$$
(15)

そこで, ln(rot100/Smaller)についても考察しておく. 平均値 0.272,標準偏差 0.152 で,図-10 に示すようにガ ンマ分布によるモデルは実データによく適合している.

$$f_{\frac{\text{rot100}}{\text{Smaller}}} = \text{Gamma}(k = 3.222, \theta = 0.084)$$
 (16)

#### (4) In(rot100/(NS, EW))の分布(図-11)

平均値 0.171, 標準偏差 0.154 であり, 指標(NS, EW)は Larger と Smaller が一対になったもので, 両者は必ず同数 となることから, ln(rot100/(NS, EW))の分布は式(13) と式(16)を用いて次式のように得られる.

$$f_{\frac{\text{rot100}}{(\text{NS,EW})}} = \frac{1}{2} \left( f_{\frac{\text{rot100}}{\text{Larger}}} + f_{\frac{\text{rot100}}{\text{Smaller}}} \right)$$
(17)

なお、上記の平均値と標準偏差を用いて単一のガンマ分 布でモデル化するよりも、式(17)の方が実データとの適 合性がよいことを確認した.

#### (5) rot100 に関するまとめ

以上の比率分布のヒストグラムを図-12に示し,式(12), (13),(16),(17)の確率密度関数を図-13に示す.元の分布の 傾向をよく反映している.

式(14), (15) より, ln(rot100/Larger) とln(rot100/ Smaller)の平均値  $\mu$  および標準偏差 $\sigma$ は, 次式で求められる(上添字 Larger, 下添字 Smaller に対応させて複号同順).

$$\mu_{\text{Smaller}}^{\text{Larger}} = \mu_{\underline{\text{rot100}}} \mp \mu_{\underline{\text{Larger}}} \tag{18}$$

$$\sigma_{\text{Smaller}}^{\text{Larger}} = \sqrt{\sigma_{\frac{\text{rot100}}{\text{GM}}}^2 + \sigma_{\frac{\text{Larger}}{\text{GM}}}^2 \mp 2\rho_{\text{Lr}}\sigma_{\frac{\text{rot100}}{\text{GM}}}\sigma_{\frac{\text{Larger}}{\text{GM}}}} \quad (19)$$

ここに、 $\rho_{Lr}$ はln(Larger/GM)とln(rot100/GM)の相関 係数である. 図-14 に示す散布図に基づき $\rho_{Lr} = 0.673$ と 求められ、上式が実際に成り立つことを確認した.



#### (6) その他の分布

**表-1** のブロック B のうち, rot100 を分母とするものに 関しては,

$$\ln(GM/rot100) = -\ln(rot100/GM)$$
(20a)

$$\ln(\text{Larger/rot100}) = -\ln(\text{rot100/Larger})$$
(20b)

 $\ln((NS, EW)/rot100) = -\ln(rot100/(NS, EW))$  (20c)

より,これらの確率密度関数は,原点位置の縦軸を対称 軸として,それぞれ式(12),(13),(17)を左右反転させて得 ることができる.

#### 5. 応答波形を用いた考察

加速度波形から算出される 5%減衰の線形一自由度系 (固有周期は T=0.125s, 0.25s, 0.5s, 1s, 2s, 4s, 8s の 7 種類)の各応答波形(絶対加速度応答,速度応答,変位 応答)を用いて,各指標間の比率を算出した.そのヒス トグラムとモデル化した確率密度関数を,絶対加速度応 答については図-15~図-20,速度応答については図-21~ 図-26)に示す.各図の(a)がヒストグラム,(b)が確率密度 関数のモデルである.前報<sup>20</sup>でも示したように,変位応 答に関する結果は,絶対加速度応答とほぼ同等となるた め,ここでは図示は省略する.ただしモデルパラメータ については,加速度波形,絶対加速度・速度・変位応答 波形を用いた場合のすべてのモデルについて,図-27~ 図-30 に示す.比率分布の基本的性状は,3.および 4.に 示した加速度波形の場合と同様であるため,以下では主 として周期依存性とモデルパラメータに着目して考察する.

## 指標 GM, Larger, (NS, EW)間の比率分布 (図-15~図-17,図-21~図-23)

共通する傾向として,絶対加速度応答(および変位応答)では周期依存性が強く,速度応答では周期依存性は低いという点が挙げられる.これは rot50 を対象とした前報<sup>27</sup>でも見られた傾向である.式(4),(6),(9)に基づく確率密度関数は,いずれも実データとよく適合している.ただしln((NS, EW)/Larger)の分布に関しては,横軸 0で確率 0.5 のデルタ関数を除いて表示している.

共通のパラメータである $\sigma_{GM}$ は、図-27 に示すように、 絶対加速度応答(および変位応答)では長周期側で大き くなり、分布形状が広がることを示している.

## (2) 指標 rot100 に関連する比率分布 (図-18~図-20,図-24~図-26)

ln(rot100/GM)においては、絶対加速度応答を用いた場合、長周期側でばらつきが大きくなり、かつ、ピークを与える比率が大きくなっている(図-18).速度応答では周期依存性が小さい(図-24).一方、 ln(rot100/Larger)ではいずれの応答においても周期依存性は小さい(図-19,図-25).ln(rot100/(NS,EW))の図-20においてわずかに周期依存性が見られるのは、式(17)の合成関数において、ln(rot100/Smaller)が周期 依存性を示したことによる(図示は省略).

式(12), (13), (17)に基づく確率密度関数は、いずれも実



図-14 ln(Larger/GM)とln(rot100/GM)の散布図



データとよく適合している.

図-28~図-30 はガンマ分布のパラメータである.パラ メータkがほぼ一定値であることは、式(11b)より分布の 変動係数の変化が小さいことを意味している.これに対 してパラメータのについては、上述の周期依存性が強い ものほど長周期側で大きな値をとっており、変動係数が ほぼ一定のまま、平均値・標準偏差ともに大きくなるこ とがわかる.





図-27 ln((NS,EW)/GM)の標準偏差σGM







図-30 ln((rot100/Smaller)を表すガンマ分布のパラメータおよび平均値±標準偏差

#### 6. まとめ

本研究により得られた成果を以下に示す.

- (1) 直交水平 2 成分の地震動波形の最大値指標(NS, EW), それらの幾何平均 GM,大きい方の値 Larger,軸回 転により得られる最大値 rot100 を対象として,指標 間比率の自然対数変換値が従う確率分布をモデル化 した.中央値 rot50 に関連する確率分布については, 比率を対数変換しなかった前報<sup>27)</sup>の結果に対して修 正を施し,改めてモデル化を行った.
- (2) 震度6弱以上を観測した地震より得られた加速度記録(計13,886記録×水平2成分)の加速度波形および線形一自由度系(5%減衰,周期0.125~8s)の絶

対加速度応答・速度・変位応答波形を用いて,比率 分布の確率密度関数は実データのヒストグラムの傾 向をよく捉えていることを示した.

- (NS, EW), GM, Largerの3指標間の比率分布については、正規分布を基本とする確率モデルで表現した.
   各ペアの比率が相互に有する確率論的な関連性より、 ln((NS, EW)/GM)の標準偏差σ<sub>GM</sub>を唯一の共通パラメータとして導出した.
- (4) rot100 を分子とする比率分布については、ガンマ分 布を用いてモデル化した. (NS, EW)を分母とする場 合については、Larger と Smaller に関するガンマ分布 の合成関数とした.
- (5) 比率分布の周期依存性については、絶対加速度応答

(および変位応答)の場合, ln(rot100/Larger)を 除き,いずれの分布においても長周期側でばらつき が大きくなる傾向を示した.加えて,rot100 に関す る比率に関しては変動係数はほぼ一定であった.一 方,速度応答の場合はいずれの比率分布においても 周期依存性がないか,極めて小さかった.

- (6) 分母と分子を入れ替えた比率の対数変換値の確率密度関数については、比率の対称性により、軸対称反転モデル(原点位置の縦軸を対称軸として元の確率密度関数を左右反転した分布モデル)として得ることができる.
- (7) 強震動指標間の変換係数は、従来の研究では「平均 値±標準偏差」で単純化されていた.本研究では、 全指標間の比率の確率分布を体系的にモデル化し、 超過確率レベルを用いて指標間の変換を行うことを 可能とした.

最後に、比率分布の確率密度関数、平均値、標準偏差 をまとめたものを**表-2**に示す.

謝辞:本研究の実施にあたり,JSPS 科研費 20H02413 の 補助を得た.また本研究では,国立研究開発法人防災 科学技術研究所 K-NET の強震記録を使用した.記して 謝意を示す次第である.

### 付録

#### (A) ln(rot100/Larger)が0付近で鋭いピークを持つ理由

式(1)の軸回転により得られる波形の最大値(絶対値) xを回転角 $\theta$ に対して描いた曲線 $x(\theta)$ は、区分的な正弦 波形の集合によって構成され、特に rot100 は正弦波形の 極大値で、そこでは勾配0となっている.

ここで、単純化のため、完全に極性を持ち振幅1で震動する波形を考えると、曲線 $x(\theta)$ は正弦波形のちょう ど 半 波 分 と な り 、 位 相 を 無 視 す れ ば 、  $x(\theta) = \sin \theta \ (0^\circ \le \theta \le 180^\circ)$ と表される. この曲線に 対して、あらゆる回転角 $\theta$ に対してサンプリングすると、 観測値xの累積分布関数は次式となる.

$$F_X(x) = \frac{2}{\pi} \sin^{-1} x \quad (0 \le x \le 1)$$
 (A1)

確率密度関数は、上式の導関数として次式となる.

$$f_X(x) = \frac{F_X(x)}{dx} = \frac{2}{\pi\sqrt{1-x^2}}$$
 (0 ≤ x ≤ 1) (A2)

**付図-A1** に示すように、この関数はx = 1 (設定した最 大値)で無限大となり鋭いピークを持つ.このことは、

分子 分母	(NS, EW)	GM	Larger	rot50	rot100
(NS, EW)		⇔	¢	\$	ガンマ分布の合成関数 $\frac{1}{2}$ {Gamma( $k = 1, 113, \theta = 0, 064$ ) + Gamma( $k = 3, 222, \theta = 0, 084$ )}
GM	正規分布 $N(0, \sigma_{GM}^2)$ $\phi\left(\frac{\ln r}{\sigma_{GM}}\right)$ $\sigma_{GM} = 0.129$		半正規分布 $2N(0, \sigma_{GM}^2)$ $\phi\left(\frac{\ln r}{\sigma_{GM}}\right), r \ge 1$ $\sigma_{GM} = 0.129$	\$	ガンマ分布 Gamma(k = 4,046, θ = 0,042)
Larger	デルタ関数と半正規分布 $N(0, (2\sigma_{GM})^2)$ $\begin{cases} 0.5\delta(0), r = 1\\ \phi\left(\frac{\ln r}{2\sigma_{GM}}\right), r > 1\\ \sigma_{GM} = 0.129 \end{cases}$	¢		¢	ガンマ分布 Gamma(k = 1.113, θ = 0.064)
rot50	ー様・レイリー 混合分布 $\sqrt{\frac{\pi}{6}} \cdot \frac{1}{\theta} \left\{ 1 - \Phi \left( \frac{ \ln r }{\sqrt{3}\theta} \right) \right\}$ $\theta = 0.096$	-様・レイリー 混合分布 $\sqrt{\frac{\pi}{6}} \cdot \frac{1}{\theta'} \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{ \ln r }{\sqrt{3\theta'}}\right) \right\}$ $\theta' = \theta \sqrt{(1+\rho)/2}$ $\theta' = 0.039$ $\theta = 0.096$ $\rho = -0.673$	ー様・レイリー混合分 布を用いた線形補間式 $2(1+\rho)F(\ln r)f(\ln r)$ $-2\rho f(\ln r)$ $\rho = -0.673$		3点を結んだ 折れ線モデル (ln 1.02, 0), (ln 1. 10, y <sub>1</sub> ), (ln $\sqrt{2}$ , y <sub>2</sub> ) $y_1 = 5.585$ $y_2 = 0.697$
rot100	÷	¢	÷	\$	

± ^			たんけい のハー		シャートオート	百斤
モン	公/冒煙間(/))	ヤンジャ (ノ) 日 ダ大 マゴクケク	とよ四4日 In r(/)/ティイ	コルーテリルレー	7~6倍23572511年15日455(7)—	一官
12-2	- ロコロ(示)(ロ) / /		文   矢   巴   11 / マノ / / /			一一元

注:加速度波形を用いた場合のパラメータ値をグレーの数字で示している. 応答波形を用いた場合のパラメータ値については、図-27~30を参照されたい. ⇔の部分については、分子・分母を逆転した比率との対称性から、軸対称反転モデルとして得られる.



確率密度として比較する限りにおいて,最大値に近い値 が水平成分のいずれかとして観測される可能性が最も高 いことを意味している.

ここに示したのは極端な例であり、実際の曲線 $x(\theta)$ では極大値が複数現れるような不規則な形状となるから、 鋭いピークは緩和されると考えられる.

以上のことが,図-9のln(rot100/Larger)および図-11 のln(rot100/(NS, EW))が0付近にピークを持つこと, ならびに,文献<sup>10</sup>における指摘の理論的背景であると考 えられる.図-9および図-11において,当該部分のフィ ッティングはよいとは言えないものの,指標変換の目的 の上では,比率1付近の重要性は高くはない.このため, 本研究では詳細な検討は行わないこととした.

#### (B) rot50 基準の比率に関する修正モデル

前報<sup>27</sup>では,指標 rot50を分母とした各指標の比率(表 -1のブロック Cのグレーの部分)を対象としてモデル化 した.その際, GM / rot50 を除いては自然対数変換して いなかった.また指標 rot50 を分子とした比率は扱わな かった.そこで本研究では,rot50に関する比率について も自然対数変換して再度モデル化し,全指標間の比率の 確率モデルの体系化を図る.なお,指標間の比率の主要 レンジのオーダーは狭く,対数変換に伴う分布形状の変 化は小さいため,基本的に前報<sup>27</sup>と同じタイプの確率分 布を適宜修正して,パラメータを新たに同定する.

#### (1) 加速度波形を用いた各指標の比率分布

#### a) In((NS, EW) / rot50)の分布(付図-B1)

「一様レイリー混合分布<sup>27</sup>」を用いるが、ここでは、 比率の自然対数をとるため、一様分布(平均値が 0,標 準偏差σがパラメータθのレイリー分布に従う)から導 出される修正式として、次式を適用する.

$$f_{\underline{(NS,EW)}}_{\underline{rot50}} = \sqrt{\frac{\pi}{6}} \cdot \frac{1}{\theta} \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{|\ln r|}{\sqrt{3\theta}}\right) \right\}$$
(B1)

パラメータ $\theta$ は最尤推定法より $\theta = 0.096$ と求められた.

#### b) In(GM/rot50) (付図-B2)

前報<sup>27)</sup>で既に対数変換して評価した. ln(EW/rot50) とln(NS/rot50)の相関係数は $\rho = -0.673$ であり, ln(GM/rot50)の標準偏差は $\sqrt{(1 + \rho)/2} = 0.404$ 倍に減 少する. パラメータを $\theta = 0.096 \times 0.404 = 0.039$ に修 正して式(B1)の確率密度関数を適用する.

c) In(Larger / rot50)の分布(付図-B3)

**ln(EW/rot50)**と**ln(NS/rot50)**が完全負相関および無 相関である場合を仮定した2つの確率密度関数の線形補 間として求められる<sup>27)</sup>.

$$f_{\underline{\text{Larger}}} = 2(1+\rho)F_{\underline{(\text{NS,EW})}}f_{\underline{(\text{NS,EW})}} - 2\rho f_{\underline{(\text{NS,EW})}}{rot50}$$

(第2項は
$$\ln r > 0$$
にのみ適用) (B2)

ここに F は式(Bl)の確率密度関数の累積分布関数であり、 相関係数は上述のように $\rho = -0.673$ である.

#### d) ln(rot100/rot50)の分布(付図-B4)

3点  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を結ぶ折れ線モデル<sup>20</sup>を用 いて,  $x_0 = \ln 1.02, x_1 = \ln 1.10, x_2 = \ln \sqrt{2}, y_0 = 0$ を 固定し, データから $y_1 = 5.585$ を求めた. さらに, 確 率密度関数の総面積1の制約条件により成り立つ次式

$$y_2 = \frac{2}{\ln\sqrt{2} - \ln 1.10} - \frac{\ln\sqrt{2} - \ln 1.02}{\ln\sqrt{2} - \ln 1.10} y_1 = 7.960 - 1.301 y_1$$
(B3)

に従って $y_2 = 0.697$ と求めた.

#### e) 加速度波形を用いた rot50 に関するまとめ

rot50を基準とする各指標の比率分布のヒストグラムを 付図-B5 に示し、a)~d)の確率密度関数を付図-B6 に示す. いずれのモデルも元の分布の傾向をよく反映している. なお、付図-B3 に関しては、前報<sup>27</sup>よりも適合性がやや 向上した.また付図-B4 に関しても、対数変換によりヒ ストグラムが直線形状になったことから、折れ線モデル の適合性がやや向上した.

なお,分母と分子を入れ替えた比率の分布は,前述の ように,軸対称反転モデルとして得られる.

 $\ln(\text{rot50}/(\text{NS,EW})) = -\ln((\text{NS,EW})/\text{rot50}) \quad (B4a)$ 

- $\ln(\text{rot50/GM}) = -\ln(\text{GM/rot50}) \tag{B4b}$
- $\ln(rot50/Larger) = -\ln(Larger/rot50)$  (B4c)
- $\ln(rot50/rot100) = -\ln(rot100/rot50)$  (B4d)

#### (2) 応答波形を用いた各指標の比率分布

応答波形を用いた比率分布の変動傾向を周期ごとに比較した結果を付図-B7~B14 に示す.いずれにおいても前報<sup>37</sup>とほぼ同様の結果が得られ,自然対数変換によっ



て傾向が大きく変化しないことが確認された.モデルパ ラメータをまとめて付図-B15~B18 に示す.また付図-B18 に関するパラメータy<sub>1</sub>の周期 *T*(s)による予測式と決 定係数 R<sup>2</sup>を次式に示す.

$$y_1 = \begin{cases} -0.671 \ln(T) + 3.770 & (R^2 = 0.982) \\ -0.139 \ln(T) + 4.104 & (R^2 = 0.730) & (B5) \\ -0.684 \ln(T) + 3.731 & (R^2 = 0.987) \end{cases}$$

パラメータy<sub>2</sub>は,式(B5)により得られたy<sub>1</sub>を式(B3)に代入して求められる.









#### 参考文献

- (独)防災科学技術研究所:強震観測網(K-NET, KiKnet), 2020.9. http://www.kyoshin.bosai.go.jp/kyoshin/
- 司宏俊,翠川三郎:断層タイプ及び地盤条件を考慮 した最大加速度・最大速度の距離減衰式,日本建築 学会構造系論文集,第523号,pp.63-70,1999.
- 内山泰生,翠川三郎:震源深さの影響を考慮した工 学的基盤における応答スペクトルの距離減衰式,日 本建築学会構造系論文集,第606号,pp.81-88,2006.
- 4) ShakeMap 4 Manual : Discussion of chosen map parameters (Intensity Measures), http://usgs.github.io/shakemap/manual4\_0/ug\_choice\_of\_p arameters.html#peak-values-vs-mean-4 (2021年7月5日 閲覧)
- Boore, D. M., Watson-Lamprey, J. and Abrahamson, N. A.: Orientation-independent measures of ground motion, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 96, No. 4, pp. 1502-1511, 2006.
- Boore, D. M.: Short note, orientation-independent, nongeometric-mean measures of seismic intensity from two horizontal components of motion, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 100, No. 4, pp. 1830-1835, 2010.
- 7) Southern California Earthquake Center (SCEC): Broadband Platform (BBP), http://scec.usc.edu/scecpedia/Broadband\_Platform (2021 年7月5日閲覧)
- Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER): NGA West 2, http://peer.berkeley.edu/ngawest2/ (2021 年 7月5日閲覧)
- 9) Si, H., Midorikawa, S. and Kishida, T.: Development of NGA-sub ground-motion model of 5%-damped pseudospectral acceleration based on database for subduction earthquakes in Japan, PEER Report No. 2020/06, Pacific Earthquake Engineering Research Center, December 2020.
- 地震調査研究推進本部地震調査委員会:「長周期地 震動評価 2016 年試作版 - 相模トラフ巨大地震の検討 -」, 2016.10.

https://www.jishin.go.jp/evaluation/seismic\_hazard\_map/l pshm/16 choshuki/ (2021年7月5日閲覧)

- 地震調査研究推進本部地震調査委員会:「長周期地 震動評価 2016 年試作版 -相模トラフ巨大地震の検討 -」,付録3長周期地震動評価指標,2016.10. https://www.jishin.go.jp/main/chousa/16\_choshuki/choshu ki2016\_a3.pdf(2021 年7月5日閲覧)
- 片岡正次郎,佐藤智美,松本俊輔,日下部毅明:短 周期レベルをパラメータとした地震動強さの距離減 衰式,土木学会論文集 A, Vol. 62, No. 4, pp. 740-757, 2006.
- Morikawa, N. and Fujiwara, H.: A new ground motion prediction equation for Japan applicable up to M9 megaearthquake, *Journal of Disaster Research*, Vol. 8, No. 5, pp. 878-888, 2013.
- 14) 井上和真,齋藤渓太,梅山雄多,五十嵐晃,池田隆 明:強震動の観測記録に基づく周期特性を考慮した2 方向地震動の方向性分析,土木学会論文集 A1(構 造・地震工学), Vol.76, No.4, I\_205-I\_213, 2020.
- 15) 土岐憲三:構造物の耐震解析,新体系土木工学 11, 技報堂出版, pp.37-38, 1981.
- 16) 川島一彦,相沢興,高橋和之:最大地震動および応 答スペクトルの推定式に及ぼす強震記録の水平2成分 合成の影響,土木学会論文報告集,第 329 号, pp.49-56, 1983.
- 17) Beyer, K., and J. J. Bommer.: Relationships between median values and between aleatory variabilities for different definitions of the horizontal component of motion, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 96, No. 4A, pp. 1512-1522, 2006.
- 18) Watson-Lamprey, J. A. and Boore, D. M.: Beyond SaGMRottl: conversion to SaArb, SaSN, and SaMaxRot, Bulletin of Seismological Society of America, Vol. 97, No. 5, pp. 1511-1524, 2007.
- 19) Huang, Y.-N., Whittaker, A. S. and Luco, N.: Maximum spectral demands in the near-fault region, *Earthquake Spectra*, Vol. 24, No. 1, pp. 319-341, February 2008.
- 20) Shahi, S. K. and Baker J. W.: NGA-West2 models for

ground-motion directionality,PEER Report 2013/10, Pacific Earthquake Enginnering Research Center, May 2013.

- Shahi, S. K. and Baker, J. W.: NGA-West2 models for ground-motion directionality, *Earthquake Spectra*, Vol. 30, No. 3, pp. 1285-1300, 2014.
- 22) Bradley, B. A. and Baker, J. W.: Ground motion directionality in the 2010-2011 Canterbury Earthquakes, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 44, pp. 371-384, 2015.
- 23) 元木健太郎,加藤研一,赤司二郎,本村一成,東章 吾:応答スペクトルの水平成分の処理方法が距離減 衰式の予測値に与える影響,日本地震工学会・大会-2015 梗概集, pp. 1-8, 2015.
- 24) Boore, D. M. and Kishida, T.:Relations between some horizontal-component ground-motion intensity measures

used in practice, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 107, No. 1, pp. 334-343, 2017.

- 25) 能島暢呂, 久世益充: 地震動の水平成分の軸回転が 振幅・継続時間特性に及ぼす影響, 日本地震工学会 論文集, pp. 1-13, 2019.
- 26) Lee, J.: Directionality of strong ground motion duration, Proc. of the Tenth U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Frontiers of Earthquake Engineering, Anchorage, Alaska, pp.1-6, 2014.
- 27) 能島暢呂,横山太郎:直交水平2成分を用いて定義される強震動指標の相互関係の確率論的考察,土木学会論文集 A1(構造・地震工学), Vol.77, No.4, pp.I\_128-I\_138, 2021.

## COMPREHENSIVE MODELING OF PROBABILITY DISTRIBUTIONS OF RATIOS AMONG GROUND MOTION INTENSITY MEASURES DERIVED FROM ORTHOGONAL HORIZONTAL COMPONENTS

## Nobuoto NOJIMA and Taro YOKOYAMA

The probability distributions have been comprehensively modeled for natural logarithm of the ratios of every pair of ground motion intensity measures (IM's) defined from orthogonal horizontal components of seismic waveforms; modeled are maximum values of each component (NS, EW), geometric mean (GM), larger value (Larger), maximum value obtained by axial rotation (rot100). Basically, normal distribution was employed for ratios among "(NS, EW)," "GM" and "Larger," and Gamma distribution was employed for ratios related to "rot100." Accelerograms recorded by K-NET and response waveforms of SDOF with 5% damping were used for the analysis. The proposed models agree well with the histograms of ratios. Period-dependent characteristics of the ratios was also discussed. Distribution of the inverted ratio can be derived as axially symmetric distribution of the original ratio. In addition, the models related to median value obtained by axial rotation (rot50) were modified from the previous study (Nojima and Yokoyama, 2021). The proposed comprehensive models enable one to convert an arbitrary pair of various IM's in a probabilistic manner using the exceeding level.