大規模3次元地盤・構造物モデルに対する 有限要素法による地震時液状化解析

日下部 亮太1·市村 強2·藤田 航平3·堀 宗朗4·Lalith WIJERATHNE⁵

¹学生会員 東京大学大学院 地震研究所 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1) E-mail: ryota-k@eri.u-tokyo.ac.jp

²正会員 東京大学教授 地震研究所 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1) E-mail: ichimura@eri.u-tokyo.ac.jp

³正会員 東京大学助教 地震研究所 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1) E-mail: fujita@eri.u-tokyo.ac.jp

⁴正会員 海洋研究開発機構 付加価値情報創生部門(〒237-0061 神奈川県横須賀市夏島町 2-15) E-mail: horimune@jamstec.go.jp

⁵正会員 東京大学准教授 地震研究所(〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1) E-mail: lalith @eri.u-tokyo.ac.jp

近年の空間データの蓄積と計算機環境・計算手法の発達に伴い,高詳細で大規模な3次元地盤・構造物 モデルを用いた液状化解析への期待が高まっている.しかし,解析に必要な計算コストがその実現の大き な障壁となっていた.本研究では,既往の研究である,液状化のない地震応答解析のための大規模3次元 解析手法をもとに,大規模3次元液状化解析の手法を開発した.この際,計算機のアーキテクチャと液状 化解析の両方の特性を考慮したアルゴリズムを構築することによって,既往の手法をそのまま液状化解析 に使用した場合と比較して約5倍の高速化を実現した.この手法を用いることで,実地形を模した大規模 で高詳細な3次元地盤・構造物モデルでの液状化解析を実現した.

Key Words: large-scale analysis, soil liquefaction, finite element method, parallel computation

1. 背景

地震時の液状化は地盤沈下, 噴砂, 側方流動, これら に伴う地上及び地下構造物への被害など様々な被害を引 き起こしてきた. 2011年の東日本大震災では, 東北地方 から関東地方にかけての広いエリアで液状化が発生し, 噴砂やマンホールの浮き上がりなどを引き起こした. 近 年では,空間データの蓄積や、計算機環境・計算手法の 開発により,より大規模な物理シミュレーションが可能 になってきており,地盤液状化解析の分野においても, 高詳細な3次元の地盤・構造物モデルを用いた大規模な 解析の実現への期待が高まっている. 大規模な3次元液 状化解析が可能になれば,地震時の液状化のメカニズム の解明や,液状化によって引き起こされうる構造物への 被害予測に関する分析, さらには、現在では2次元モデ ルでの検討が主であった液状化対策の性能評価などに 関して、より詳細な検討・議論が可能となり,地震時の 液状化による被害や液状化発生そのものの軽減に大きく 寄与すると考えられる.しかし、大規模な3次元のモデ ルを対象とした解析は、大きな計算コストを必要とする ため、多くの液状化解析では、鉛直2次元平面での解析 や、小規模な3次元解析にとどまっているのが現状であ る.

液状化解析に限らない,都市の地震応答解析としては, 大規模並列計算機のための有限要素法による3次元地震 応答解析ソルバーが開発されており¹,SCI4においてゴ ードンベル賞のファイナリストに選ばれている.(以降, SCI4 ソルバーと呼ぶ.)このソルバーでは,対象とす る問題の性質を考慮してアルゴリズムを設計することに よって,大規模な解析を高速で実行することに成功した. このような手法は液状化解析においても有効であると考 えられるが,SCI4 ソルバーが対象とする液状化を含ま ない地震応答解析と液状化解析では問題の性質が異なる ため,SCI4 ソルバーをそのまま液状化解析に拡張する だけでは、並列計算の効率性の低下が生じてしまうなど、 3. SC14 ソルバー 性能が悪化してしまう 2)3.

そこで我々は、SC14ソルバーをもとに、大規模な3次 元領域の液状化解析のための並列ソルバーを開発した 3. 並列計算の効率性の低下の主要な原因はロードインバラ ンスであるが、本研究ではスーパーコンピュータのアー キテクチャに適したロードインバランス解消手法を構築 した. さらに、液状化解析の特性に合わせて支配方程式 の求解アルゴリズムを改良し、さらなる高速化を図った.

開発した手法の適用事例として、スーパーコンピュー ターOakforest-PACS⁴上で大規模で高詳細な3次元の地 盤・構造物モデルに対する地震時動的液状化解析を実施 した.

2. 問題設定

式(1)は非排水条件下での液状化解析の支配方程式で ある. ただし、この式は有限要素法及びニューマークの β法で離散化・線形化されている.

$$\boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{u}^{(n)} = \boldsymbol{b} \tag{1}$$

ただし,

$$A = \frac{4}{dt^2} M + \frac{2}{dt} C^{(n-1)} + K^{(n-1)}$$
(2)
$$b = f^{(n)} - q^{(n-1)} + C^{(n-1)} v^{(n-1)} + M \left(a^{(n-1)} + \frac{4}{dt} v^{(n-1)} \right)$$
(3)

である. また, *⁽ⁿ⁾は第n時間ステップにおける変数* を表す. dtは時間ステップ幅, M,C,Kはそれぞれ, 質 量、レイリー減衰、剛性行列であり、 $\delta u, f, q, v, a$ はそ れぞれ,変位増分,外力,内力,速度,加速度ベクトル である.

各時間ステップにおいて、式(1)の求解、変位・速 度・加速度の更新、剛性・内力の更新を行うことで液状 化解析を実施する. ただし, 剛性・内力はそれぞれ, 式 (4),(5)に従って計算される.

$$K = \sum_{e} \int_{V_{e}} B^{\mathrm{T}} D B \, \mathrm{d} V \tag{4}$$
$$q = \sum_{e} \int_{V_{e}} B^{\mathrm{T}} \sigma \, \mathrm{d} V \tag{5}$$

ここで、Bは変位ひずみ変換行列であり、 \sum_{a} *は*をす べての要素について足し合わせること、 $\int_{V_a} * dV d* e$ 要素内で体積積分することを意味する. また, **D**.σはそ れぞれ弾塑性行列,応力ベクトルであり,構成則によっ て計算される.本研究では、マルチスプリングモデルと 過剰間隙水圧モデルを組み合わせた井合らの構成則 5を 使用した.

式(1)の求解のための計算コストは高く、液状化解析 の解析時間の大半を占める.本研究では、液状化のない 大規模3次元地震応答解析のためのソルバーであるSC14 ソルバーをもとに大規模3次元液状化解析の求解アルゴ リズムを開発した.本章では SC14 ソルバーの説明をす る.

SC14 ソルバーは、MPIと OpenMPを使ったハイブリッ ド並列を使った超並列計算によるスケーラブルで高速な 地震応答解析手法であり、反復解法の1つである可変的 前処理付き共役勾配法を採用している。通常の共役勾配 法では、前処理行列Mを用いた $z = M^{-1}r$ という前処理 を行うことによって反復回数の削減を図る.可変的前処 理付き共役勾配法では,前処理行列を使用する代わりに, 求解対象の方程式の係数行列Aを使用し、「前処理方程 式Az = rを粗く解くこと」を前処理としている.これ は, *M* ≈ *A*であるとみなすことができ, 高い前処理性 能が期待される.また,前処理方程式の求解に共役勾配 法を用いることで、大規模並列計算時に高い並列効率で 計算ができるため、高いスケーラビリティが発揮される.

前処理行列の求解のさらなる高速化のため SC14 ソル バーはマルチグリッド法を採用している. SC14 ソルバ ーは有限要素法の2次要素を用いたソルバーであるが, 前処理行列を2次要素のモデルで解く前に、同一領域を 1次要素で離散化したモデル上で前処理行列を解きその 解を初期値として、2次要素モデル上での前処理行列を 解いている.1次要素のモデルは2次要素のモデルに比 べて節点数が約8分の1であるため、1次要素モデルを 使うことによって計算量及び通信量を大幅に削減し、解 析の高速化を可能としている.

また、求解アルゴリズムの中で最も計算量を必要とす る行列ベクトル積の計算においては、エレメント・バ イ・エレメント(EBE)法を採用している.通常の行列ベ クトル積では、各要素の係数行列A。を足し合わせた全 体の係数行列 $A = \sum_{e} A_{e}$ が計算され、全体のベクトルxとの積Axが計算される. EBE 法では, 全体の係数行列 は計算されず、要素ごとの行列ベクトル積の和として全 体の行列ベクトル積が計算される. $(Ax = \sum_{e} (A_{e}x_{e}))$ これにより、全体の係数行列を格納するメモリが不要と なり、また全体の係数行列を読み書きするコストが削減 できるため、計算時間を短縮することができる.

4. SC14 ソルバーを用いた液状化解析の問題点

液状化のない地震応答解析と(非排水条件下での)液 状化解析の支配方程式はほとんど同一であるため, SC14 ソルバーに液状化構成則 ⁹を実装することで、大規 模な液状化解析を実施することが可能である².しかし, SC14 ソルバーは液状化解析を想定したアルゴリズムで はないため,SC14 ソルバーのアルゴリズムをそのまま 液状化解析に用いると性能が悪化してしまう.これは, 構成則による地盤物性の更新と求解アルゴリズム中の行 列ベクトル積計算の際のロードインバランスが並列計算 の効率性の低下を招くからである.

液状化解析では、線形層と非線形層(液状化層)で構 成則が異なる.特に本研究が採用しているマルチスプリ ングモデルでは3次元の非線形構成則を300本の1次元 ばねの重ね合わせで表現しており、非線形要素の物性更 新の計算コストは線形要素に比べて大幅に大きい.また、 線形要素と非線形要素では式(4)、(5)の要素積分の積分点 数が異なる.液状化解析においては、局所的に液状化が 発生するため、要素内での物性の変化を計算する必要が あり、非線形要素の積分点数が線形要素よりも多い.こ のように、液状化解析では、非線形要素1要素当たりの 計算量が非線形要素に比べて大きくなっている.

SC14 ソルバーが対象とする地震応答解析では要素の 特性にかかわらず、1 要素当たりの計算量がおおむねー 定であり、それを前提とした並列化アルゴリズムを採用 している.そのため、SC14 ソルバーを液状化解析に使 用すると、各 CPU コアに割り当てられた線形要素と非 線形要素の割合が異なり、非線形要素が多く割り当てら れた CPU コアに計算負荷が偏ってしまうロードインバ ランスが発生し、並列効率の低下を招いてしまう.

また,要素によって構成則が異なる場合,SCl4 ソル バーのアルゴリズムでは計算機のアーキテクチャを十分 に活用しきることが困難であり,この点においても計算 性能の改善の余地がある.

5. 手法

本章では第4章で説明した,SCl4ソルバーを液状化解 析に使用する際に生じる性能低下を克服するための手法 を提案する.まず,ロードバランスの改善手法を説明し たのち,液状化解析の特性を考慮した前処理の改良につ いて説明する.

(1) ロードバランスの改善

まず,スレッド並列時のロードバランスを改善するた めに,要素リオーダリングを用いた.通常の実装では, 線形要素と非線形要素の変数は1つの配列上に混在して 格納されている.本手法では,要素リオーダリングによ って,線形要素の変数を配列の前半に非線形要素の変数 を配列の後半になるように要素の順番を並び替えを行っ

doie = 1, ne				
if(第ie要素が線形要素)				
[線形要素の計算]				
else				
[非線形要素の計算]				
endif				
enddo				
SC14 ソルバー				
[要素リオーダリング]				
do ie = 1, ne_linear				
[線形要素の計算]				
enddo				
do ie = ne_linear+1, ne				
[非線形要素の計算]				
enddo				
亜実川 ナーガリング				

図-1 要素リオーダリングによる線形要素の計算と非線形 要素の計算の分離

た. これはよって,線形要素の計算と非線形要素の計算 を分離することが可能となる(図-1)ため,線形要素と 非線形要素を別々にスレッド並列化することができ,ロ ードバランスが改善することが期待される.

近年のスーパーコンピュータ開発の主流のアーキテク チャの一つに SIMD 幅の広い CPU を搭載したものがあ る. SIMD を使用することによって、複数のデータにつ いて同時に演算を行うことができるため、これを有効利 用できればプログラムを高速化することが可能である. しかし、SIMD の使用には制限があり、従来の方法のよ うに、異なる計算が混在している場合、効率的に SIMD を使うことができない. 要素リオーダリングを行うこと によって、同一の計算をまとめることができるため、 SIMD を効率的に使用できるようなプログラム構造にな り、さらなる高速化が期待される.

次に、プロセス並列時のロードバランスを改善するた めに、領域分割手法を改良した.SCl4 ソルバーでは各 プロセスが担当する要素数が均等になるように領域分割 をしている.領域分割時には要素特性が考慮されないた め、線形要素と非線形要素の割合が、プロセスごとに異 なる可能性があり、要素特性ごとに計算量が異なる液状 化解析では、ロードインバランスの原因となりうる.そ こで、本手法では、線形層と非線形層をそれぞれ別々に 分割し、各プロセスに線形層の1分割と非線形層の1分 割を割り当てた.(図-2)この手法を使うことで、各プ ロセスに割り当てられる線形要素と非線形要素の割合は おおむね均等になるため、ロードインバランスの解消が 期待される.



図-2 領域分割手法

(2) 前処理の改良

ロードバランスの改善に加えて、支配方程式求解時の 可変的前処理付き共役勾配法の前処理を液状化解析の特 性に合わせて改良し、さらなる高速を図った.

SCI4 ソルバーの対象とする地震応答解析は物性の空間的変化が比較的少なく,剛性は線形要素,非線形要素ともに要素内で一定と仮定されている.一方,液状化解析では,液状化の発生に伴い局所的に剛性が低下するため,要素内での剛性の変化を考慮する必要があり,本研究の実装では、5 つの点で剛性を評価している.そのため,式(4)で剛性行列Kを計算する際の計算量・メモリアクセス量が多くなる.行列ベクトル積の計算に EBE 法を用いているため,求解アルゴリズム全体の計算コストもそれに伴い大きくなる.そこで,本研究では,前処理方程式を2次要素上で解く前に、「要素内で剛性が一定であると仮定して計算した係数行列を用いた前処理方程式」を解き,その解を初期解として本来の前処理方程式を解くという手法を提案する.

SC14 ソルバーでは、前処理方程式を1次要素モデル上

で解いた後、2次要素モデル上で解くという2段階の前 処理を行っていたが、本手法では、前処理方程式を1次 要素モデル上で解いた後、計算量を落とした2次要素モ デル上で解き、最後に本来の2次要素モデル上で解くと いう3段階の前処理を行うことになる.

これにより、計算量・メモリアクセス量の多い「本来 解くべき」前処理方程式の良い初期解を低計算コストで 得ることができるようになり、計算量の多い前処理方程 式の求解のための共役勾配法の反復回数を削減できるた め、支配方程式求解の計算コストを削減することができ る.

6. 数值実験

実地盤を模した3次元モデルを用いた液状化解析を行い、 本手法の有効性を示す.まず、性能計測を行い、SC14 ソルバーとの比較を行う.次に、適用事例としての大規 模3次元液状化解析を示す.

(1) 性能計測

図-3 に示すモデルを x, y 方向に複製したモデルを用い て性能計測を行った. 地盤の物性は表-1 に示す. 地下水 面は地表面から 2m とし,入力波には,1995 年の兵庫県 南部地震際に観測された地震波 ^のを用いた. 時間ステッ プ幅は 0.001s である.

性能計測はすべて Oakforest-PACS (OFP)上で行った. OFPはSIMD幅の広いメニーコア CPUを搭載したスーパ ーコンピュータで,最先端共同 HPC 基盤施設によって 運営されている.68コアを持つIntel Xeon Phiprocessor 7250 (Knights Landing)1つと16GBのMCDRAMメモリー,96GB の DDR4-2400 メモリーからなるノードを 8,208 ノード搭 載している.各 CPUコアは512bitのベクトルユニットを 持ち AVX-512の SIMD 命令がサポートされている.

a) 性能比較

解析時間について SC14 ソルバーとの比較を行った. 表-2 に比較ケースを示す. Casel は要素リオーダリング によるスレッド並列時のロードバランスの改善及び SIMD の効率使用を図った実装である. Case2 はそれに加 えて領域分割手法を改良し,プロセス並列時のロードバ ランスの改善を図った実装である. Case3 はさらに支配 方程式求解アルゴリズムの前処理の改良を行い,さらな る高速化を図った実装である. 性能計測には 54,725,427 自由度のモデルを使用し,512 MPI プロセス×8 OpenMP スレッド (64 OFP ノード)を使用して 7,500 時間ステッ プの液状化解析を行った. 図4 に計算時間の比較を示す. SC14 ソルバーと比較して Case1 は支配方程式求解部で 2.03 倍の高速化,構成則計算部で 6.78 倍の高速を達成し



た. Case2 は Case1 と比較して,支配方程式求解部で 1.12 倍,構成則計算部で 1.89 倍の高速化を実現した. Case3 は Case2 と比較して支配方程式求解部で 1.13 倍の高速化を 実現している. Case3 と SC14 ソルバーを比較すると 4.85 倍の高速化を実現しており,提案手法の有効性が示され ているといえる.

b) スケーラビリティ

次に、Case3 と SC14 ソルバーについてウィーク・スケ ーラビリティを計測した.表-3 に問題規模を示す.100 時間ステップの液状化解析を1 MPI プロセス当たりの問 題規模を一定に保ちながら、512 から 16,368 MPI プロセ スで計算した.図-5 に計算時間を示す.すべての問題規 模において Case3 は SC14 ソルバーの約5倍の計算速度を 実現している.最も大きな問題規模の解析では、OFPの 全8,208 ノード中2,046 ノードを使用しており、OFPの1/4 を使用した解析においても、本手法が有効であることを **表-2** 比較ケース

	SC14 ソルバー	Case1	Case2	Case3
要素 リオーダリング	-	+	+	+
領域分割の改良	-	-	+	+
前処理の改良	-	-	-	+



図-4 計算時間比較

表-3 問題規模							
	OFPノード数	MPIプロセス数	モデル自由度				
	64	512	109,425,213				
	128	1,024	218,798,889				
	256	2,048	437,546,541				
	512	4,096	874,990,053				
	1,024	8,192	1,749,877,677				
	2,046	16,368	3,499,549,341				



示唆している. Case3 における 512 MPI プロセスから 16,368 MPI プロセスへのウィーク・スケーラビリティは 75%である. 非構造要素の有限要素法の解析であること,

液状化解析におけるロードバランスの維持などのために

複雑な手法を用いてること、さらには、構成則の計算に



(c)间原水の物性					
密度[kg/m³]	間隙率	体積弾性係数 [GPa]			
1000	0.45	2200			

大量のメモリーをするために1 MPI プロセス当たりの問 題規模を小さくせざるを得ないことを考慮に入れると、 このスケーラビリティは高水準であると考えられる.

(2) 適用例

最後に適用例として、河口付近の地形を模した地盤モデ ルでの液状化解析を実施した.モデルの外観および拡大 断面図を図-6に、材料物性を表-4に示す.非線形層には、 比較的密な土の液状化パラメタ^のを考慮している.川の



図-7変位応答の時刻歴

水面および地下水面はモデル底辺から 241m であり,河 床は水面から6mである.モデルは61,886,928自由度であ り,要素数は14,792,972である.30,000時間ステップの液 状化解析を128 MPI プロセス×9 OpenMP スレッド=1024 並列で実行した.計算時間は10時間39分だった.

図-7に点A,B,C,Dにおける変位応答の時刻歴を示す. 3次元的な地形の影響で,各点が全く異なる応答を示しており,3次元的な地形の中に設置された構造物の応答 は複雑なものになりうることがわかる. つまり, このような構造物の地震応答評価における3次元解析の必要性が示唆されているといえる.

7. まとめ

本研究では、既往の大規模3次元地震応答解析のため のソルバー(SCl4ソルバー)をもとに、大規模3次元地 震時液状化解析のための手法を開発した.スーパーコン ピュータのアーキテクチャと液状化解析の両方の特性を 考慮したアルゴリズムを構築することで、SCl4 ソルバ ーと比較して約5倍の高速化を実現した.また、最大3.5 億自由度のモデルを用いた液状化解析を実施し本手法の 有効性を示すとともに、実地形を模した3次元地盤・構 造物モデルでの液状化解析を実施し、本手法のような大 規模3次元液状化解析の高速求解手法の必要性を示唆し た.

謝辞:液状化構成則の導入にあたり,東電設計株式会社 の溜幸生博士,大塚悠一博士から有益なコメントをいた だいた.また,本研究は,ポスト京コンピュータープロ ジェクト(重点課題 3 地震・津波による複合災害の統 合的予測システムの構築 hp180217,hp190177)及び科研費 (18H05239,18K18873)の助成を一部受けている.ここ に記して謝意を表する.

参考文献

- Ichimura, T., Fujita, K., Tanaka, S., Hori, M., Lalith, M., Shizawa, Y. and Kobayashi, H.: Physics-Based Urban Earthquake Simulation Enhanced by 10.7 BlnDOF × 30 K Time-Step Unstructured FE Non-Linear Seismic Wave Simulation, *SC'14: Proceedings of the International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis*, pp.15-26, 2014.
- Kusakabe, R., Ichimura, T., Fujita, K., Hori, M., and Wijerathne, L.: A finite element analysis method for simulating seismic soil liquefaction based on a large-scale 3D soil structure model. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol.123, pp.64-74, 2019.
- Kusakabe, R., Fujita, K., Ichimura, T., Hori, M., & Wijerathne, L.: A Fast 3D Finite-Element Solver for Large-Scale Seismic Soil Liquefaction Analysis. *International Conference on Computational Science*, pp. 349-362, 2019.
- Joint Center for Advanced High Performance Computing. Basic specification of oakforest-pacs, http://jcahpc.jp/files/OFP-basic.pdf.
- 5) Iai, S.: Three dimensional formulation and objectivity of a strain splace multiple mechanism model for sand, *Soils and Foundations*, Vol.33, No.1, pp.192-199, 1993.
- 6) JMA observatory, Japan Meteorological Agency. Strong ground motion of the southern hyogo prefecture earthquake in 1995 observed at kobe. http://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/kyoshin/jishin/h hyog_nanbu/dat/H1171931.csv
- Iai. S., Morita, T., Kameoka, T., Matsunaga, Y. and Abiko, K.: Response of a dense sand deposit during 1993 Kushiro Oki earthquake, *Soils and Foundations*, Vol.35, No.1, pp.115-132, 1995.

SIESMIC SOIL LIQUEFACTION ANALYSIS USING FINITE ELEMENT METHOD OF THE LARGE-SCALE 3D SOIL-STRUCTURE MODEL

Ryota KUSAKABE, Tsuyoshi ICHIMURA, Kohei FUJITA, Muneo HORI and Lalith WIJERATHNE

The accumulation of spatial data and development of computer architectures and computational techniques raise expectations for large-scale soil liquefaction simulations using highly detailed 3D soil-structure models. However, the large computational cost remains the major obstacle to realizing this in practice. In this study, we developed a soil liquefaction analysis method for large-scale 3D model. It is based on a seismic response analysis method for large-scale 3D model without soil liquefaction. By considering the characteristics of both computer architecture and soil liquefaction analysis, we achieved a 5-fold increase in speed over the previous study. Using the developed method, we performed soil liquefaction analysis of a large-scale highly-detailed 3D soil-structure model that mimics actual ground structure.