堆積盆地における振動モードの同定に関する基礎的研究

鈴木　祐輔[1]・飯山　かほり[2]・盛川　仁[3]・坂井　公俊[4]・荒木　豪[5]

[1] 東京工業大学修士課程　環境・社会理工学院（〒226-8502 神奈川県横浜市緑区長津田町 4259-G3-7）
E-mail: suzuki.y.cv@m.titech.ac.jp

[2] 正会員　東京工業大学助教　環境・社会理工学院
E-mail: iiyama.k.aa@m.titech.ac.jp

[3] 正会員　東京工業大学教授　環境・社会理工学院
E-mail: morika@enveng.titech.ac.jp

[4] 正会員　鉄道総合技術研究所　鉄道地震工学研究センター　地震応答制御研究室

[5] 正会員　ライト工業株式会社　材料開発部

堆積盆地や埋積谷といった不整形地盤では盆地全体でモードが形成されることが知られている．本研究ではホワイトノイズが入力されたシステムの応答波形を多点で同時観測することでモード特性を同定する手法である FDD (Frequency Domain Decomposition)法を局所的な堆積盆地上で観測された常時微動記録に適用した．堆積層へ入力される振動が厳密なホワイトノイズではない場合，FDD 法により得られた特異値スペクトルのピークには振動モード特性だけでなく入力振動の増幅も含まれることが考えられる．基盤上でのフーリエスペクトルと特異値スペクトルを比較し，振動モード特性を表すピークの選定を試みた．得られた振動モード特性を有限要素法による固有値解析結果と比較することでピークを選定する必要性と，ピーク以外の点も堆積盆地の振動モード特性を表している可能性があることが示唆された．

Key Words: *sediment-filled valley, sedimentary basin, resonance, mode shape*

1. はじめに

構造物を建設する際，支持地盤の深度および地盤特性を事前に推定する必要がある．地盤構造を知るためには工事範囲の代表点を選定してボーリング調査を行うのが一般的であるが，掘削を伴う調査は時間及び金銭的なコストが大きい．そのため，掘削することなく地盤構造を推定する手法の開発によって工事の低コスト化が期待される．

常時微動を用いて地下構造を推定する手法は表面波に着目した SPAC 法や CCA 法などいくつか提案されているが，これらの手法は地盤構造の同定において水平成層構造を仮定しているため，傾斜基盤のような不整形地盤に適用することは適切でない．Zhang and Morikawa [1]は拡散波動場の理論をもとに傾斜基盤深度を推定する手法を提案しているが，局所的な堆積盆地などでは拡散波動場が成り立たない可能性が示唆されている [2]．したがって堆積盆地のような不整形基盤を有する地盤の地下構造推定手法の開発が望まれる．

堆積盆地や山間部に囲まれた谷状地形ではモードが形成されることが知られている [3]．これまでにも数値解析的検討 [3]や，観測記録と数値解析の比較 [4][5]も行われている．しかし，基盤形状とモード形状の関係や，谷の横断方向とその垂直方向に生じるモードの定量的な性質は未だ議論されておらず，モード特性を地下構造推定に利用するためには実測や数値解析によるさらなる検討が必要である．著者らはある測線上で基盤形状が既知である幅 83m，深さ 15m 程度の局所的な堆積盆地上で行われた微動観測によって得られた記録 [6]を用いて地盤全体のモード特性を同定することを試みた [6]．解析には，多点で同時観測された応答波形からモード特性を同定する手法の１つである FDD 法 (Frequency domain decomposition method)を用い，得られた特異値スペクトルのピークおよび特異ベクトルを振動モード特性とみなした [6]．しかし，特異値スペクトルが非常に複雑な形状をしており，ピークを与える振動数での特異ベクトルが振動モードとして妥当

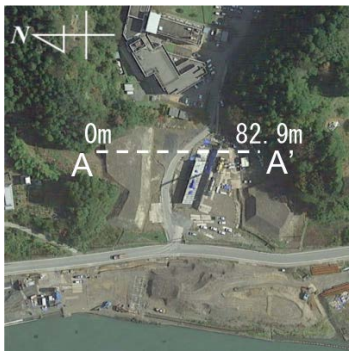

図-1　対象地点周辺の地形

（点線 AA'は観測測線，衛星写真は Google Earth より転載）

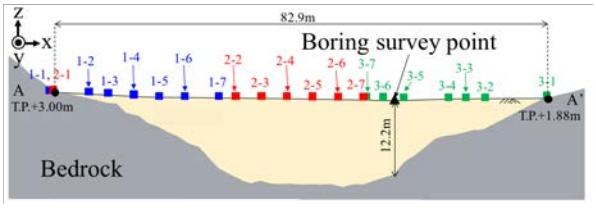

図-2　対象測線の地盤構造と観測点の位置

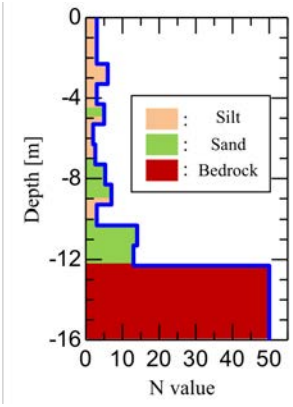

図-3　ボーリング調査結果

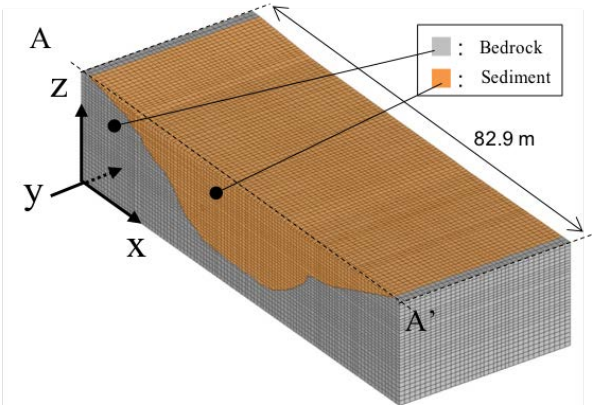

図-4　有限要素法で使用した地盤モデル

であるかについて十分な吟味が必要であった．そこで本研究では堆積層へ入力される震動が特異値スペクトルに及ぼす影響を明らかにするため，各測定点のフーリエスペクトルを比較し固有振動数の選定を行う．得られた特異ベクトルを固有値解析により得られた固有モード形状と比較し，その妥当性について検討する．

2.　観測概要と有限要素法によるモデル化 [6)7)]

(1)　対象地点

宮城県気仙沼市浪板の小規模な堆積盆地で実施された常時微動観測記録を用いる．本検討では**図-1** に示す延長約 80 m の測線 AA'を対象とした．対象測線の外側（**図-1** の南北側）は標高が急激に変化し風化岩が露頭しており，十分な剛性・支持力が期待される地盤である．測線 AA'の東側は徐々に標高が高くなっており，西側は海岸に向かって平坦な地形が続いている．

対象とした地域では地盤改良工事が実施がされており，工事の際に得られた測線 AA'の詳細な基盤形状を**図-2** に示す．また**図-2** に示されている 1 地点でボーリング調査が行われている．この地点における支持層の深度は 12.2 m であり，堆積層の N 値は**図-3** より，3~7 程度と支持層と比較して軟弱な地盤が連続して堆積している．

(2)　観測方法について

2017 年 6 月 22 日および 23 日の夜間に各ケースごとに約 50 分の微動観測が行われた．観測には 200Hz サンプリング，24bit 量子化分解能で記録が可能なデータロガーと三成分一体型のフォースバランス型高感度加速度計 (Nanometrics 社製，Titan)を 7 台使用し，測線 AA'に沿って CASE1~3 の計 3 回の観測が行われた．加速度計の測定位置を**図-2** に示す．各データロガーの絶対時刻は GPS に同期しており，データの時間分解能に対して十分な同期精度で観測が実施されている．CASE1-1, 2-1, 3-1 は基盤岩が露頭している地点での観測である．以降これらを基盤上の観測記録と呼ぶこととする．また，本検討では測線 AA'方向（谷横断方向）を x 方向，測線直角方向（**図-2** の紙面奥行き方向）を y 方向とする．

(3)　有限要素法によるモデル化 [7)]

基盤深度調査の結果をもとに，CTC の FINAS/STAR を用いて 3 次元有限要素モデル（**図-4**）の固有値解析を実施した．地盤物性は地盤調査結果と PS 検層の結果をもとに，堆積層でせん断波速度$Vs = 0.16\ \mathrm{km/s}$，密度$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$，基盤層で$Vs = 2.8\ \mathrm{km/s}$，$\gamma = 25\ \mathrm{kN/m^3}$とした．ポアソン比は全層に渡って$\nu = 0.33$を設定した．基盤形状は**図-2** の形状を忠実に再現し，測線直角方向に同一の構造が連続するモデルを作成した．メッシュは 30 Hz までの振動を適切に保証できるサイズで分割し，境界条件は底面・側面ともに固定境界とした．

3. 解析手法

(1) FDD 法

FDD 法は多点で同時測定されたシステムの応答波形のクロス・パワースペクトル行列を特異値分解することで，システムのモード特性を同定する手法である．これは一般粘性減衰系の振動理論に基づいて展開された応答クロス・パワースペクトル行列の近似式が特異値分解式と同形であることから説明される[8]．

計測対象システムの応答クロス・パワスペクトル行列$[G_{yy}(j\omega)]$はある観測点iでの応答（フーリエ領域）をy_iとして次式で表される．

$$[G_{yy}(j\omega)] = \begin{bmatrix} < y_1^* y_1 > & \cdots & < y_1^* y_n > \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ < y_n^* y_1 > & \cdots & < y_n^* y_n > \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで，j, ω, yはそれぞれ虚数単位，円振動数，計測対象システムの出力の Fourier 係数，$< >$はアンサンブル平均，添字n ,$*$はそれぞれ観測点の数と共役複素数を表す．システムへの入力がホワイトノイズかつ減衰が小さいときに，$[G_{yy}]$は次式に示す近似が成り立つ．

$$[G_{yy}(j\omega)]|_{\omega=\omega_k} \approx \alpha_k(j\omega)\{\phi_k^*\}\{\phi_k\}^T \quad (2)$$

$\omega_k, \{\phi_k\}$はそれぞれシステムの k 次の固有円振動数，モードベクトルを表し，$\alpha_k(j\omega)$はそれらに対応する係数である．添字Tは転置を表す．

一方，$[G_{yy}(j\omega)]$を特異値分解すると

$$[G_{yy}(j\omega)] = \sum_{i=1}^{n} s_i \{u_i^*\}\{u_i\}^T \quad (3)$$

と表される．$s_i, \{u_i\}$はそれぞれ i 次の特異値，特異ベクトルを表す．式(2)，(3)より，係数$\alpha_k(j\omega)$とモードベクトル$\{\phi_k\}$はそれぞれ，特異値s_iと特異ベクトル$\{u_i\}$に対応する．したがってシステムの応答クロス・パワースペクトルを特異値分解し，特異値スペクトルのピークおよびそれに対応する特異ベクトルを求めることでシステムの振動特性を同定することができる．

(2) 観測記録の整理

観測された常時微動記録[6]は次の手順で整理した．観測記録にカットオフ周波数が 0.2Hz および 20 Hz のバンドパスフィルターを適用した後，自動車の通過などに伴う外乱を避け，長さ 20 秒のブロックを抽出した．各観測で解析に用いたブロックの個数は CASE1，2，3 でそれぞれ 51，97，39 個である．それらの各ブロックに対してフーリエ変換を行い，Hanning window を 3 回適用して平滑化した．その後それぞれのブロックごとにクロススペクトルおよびパワースペクトルを求め，それらのアンサンブル平均を取ることでクロス・パワースペクトル行列求めた．求めたクロス・パワースペクトル行列を特異値分解し，得られた特異値とそれに対応する特異ベクトルを用いて検討を行った． CASE1~3 は個別に観測されているため各ケース毎に FDD 法を適用した．そのため得られた特異ベクトルは事項で述べる方法でつなぎ合わせ，測線全体のモード形状を求めた．

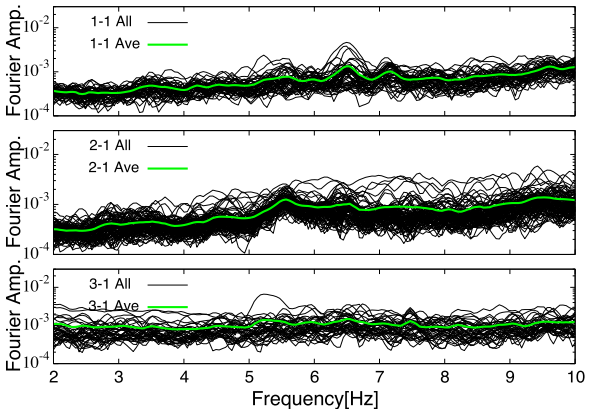

図-5 基盤上のフーリエスペクトル（x 方向）
上：CASE1-1，中：CASE2-1，下：CASE3-1

(3) モードのつなぎ合わせ

本検討で対象としている測線 AA'上では 7 点同時観測を 3 回に分けて行ったため，対象測線全体のモード形状を推定するためには求めた特異ベクトルを繋ぎ合わせる必要がある．同一点を測定した CASE 2-7 と CASE 3-7（x=51.2 m）は各方向で位相と振幅が等しいという条件でモードをつなぎ合わせた．基盤上以外で同一点を観測していない CASE1 と CASE2 に関しては，隣り合う CASE1-7（x=27.9 m）と CASE2-2（x=30.7 m）を用いて，特異ベクトルの絶対値を距離に対して線形補間し，位相が等しくなるようにつなぎ合わせた．また，繋いだ特異ベクトルの各点において絶対値が最も大きい点を基準とし，その大きさが 1，虚部が 0 になるように複素数平面上で回転させた．

4. 観測結果

(1) FDD 法の適用条件の確認

FDD 法はシステムの入力がホワイトノイズであることを前提としているため，入力振動の周波数領域における特徴を把握しておくことが望ましい．**図-5** は

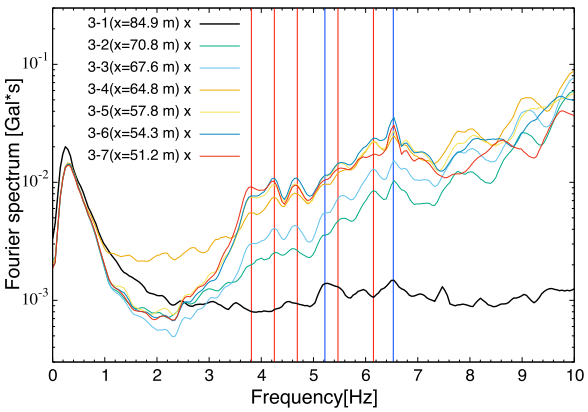

図-6　CASE1-1~1-7 のフーリエ振幅の変化（x 方向）

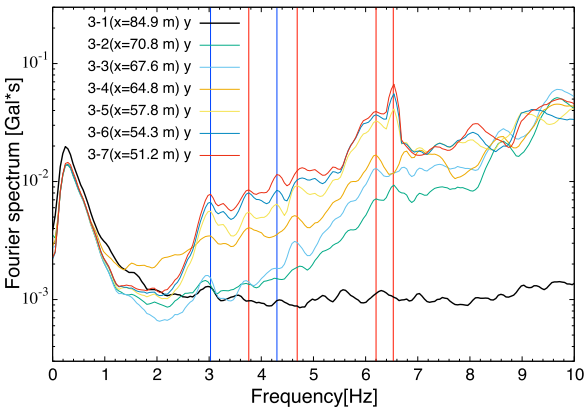

図-7　CASE1-1~1-7 のフーリエ振幅の変化（y 方向）

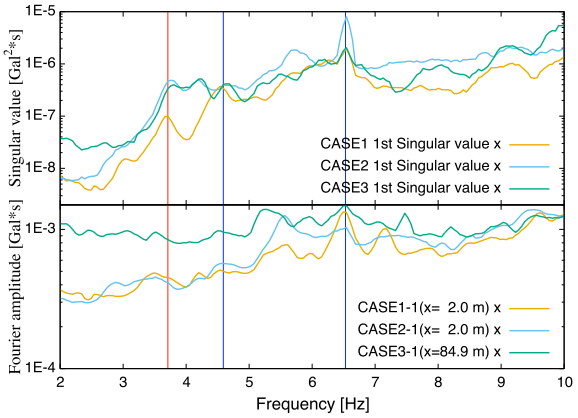

図-8　上段：各 CASE の特異値スペクトル（x 方向），
下段：基盤上のフーリエスペクトル（x 方向）

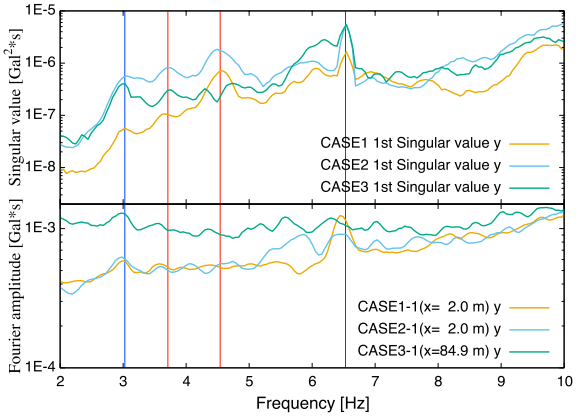

図-9　上段：各 CASE の特異値スペクトル（y 方向），
下段：基盤上のフーリエスペクトル（y 方向）

CASE1~3 の基盤上でのフーリエスペクトル（x 方向）を表しており，黒線は各ブロックごとのフーリエスペクトルを，緑線はそれらの平均値を表している． 2~10Hz に着目すると，CASE1-1, CASE2-1 では振動数が高くなるにつれて振幅が大きくなっているものの凹凸はほとんどない．CASE3-1 は振動数軸に対してほぼ平行であり，いずれのケースについてもホワイトノイズ的であるといえる．しかし，CASE1-1 の 6.5 Hz，CASE2-1 の 5.5 Hz，CASE3-1 の 7.4 Hz 付近で卓越しており，完全なホワイトノイズとはいえない．

(2)　測定点間のフーリエスペクトルの違い

前節にみられた入力の周波数特性の影響について検討する．**図- 6，図- 7** は基盤上の観測点である CASE1-1（x=2 m）から堆積盆地全体の約 3 分の 1 の地点にあたる CASE1-7（x=27.9 m）までのフーリエ振幅の変化を表している．図中の縦線は卓越振動数を示しており，赤線は CASE1-1 のピークと一致していない振動数を，青線は CASE1-1 のピークと一致している振動数を表している．

一般に工学的基盤から堆積層に伝播することで震動の振幅が増幅することが知られており，**図-6，図-7** でも明らかなフーリエ振幅の増幅がみられる．このような入力特性が増幅されてできたピークは特異値スペクトルの形状に影響を及ぼしている可能性が考えられる．**図- 6，図- 7** の赤の縦線は入力に由来せず，堆積層の震動特性を表しているとみられる振動数であり，青の縦線は入力の影響により卓越していると考えられる振動数を表している．

(3)　特異値スペクトルと入力の関係

各 CASE に FDD 法を適用して得られた特異値スペクトル（上段）と基盤上のフーリエスペクトル（下段）の関係を**図-6，図-7** に示す．各 CASE で計測された基盤上のフーリエスペクトルと各 CASE の特異値スペクトルに共通しているピークを青の縦線で，共通していない場合は赤の縦線で表している．**図-8，図-9** のフーリエスペクトルの形状を参考にすると，**図- 9** の特異値スペクトルの最も低振動数側のピークである 3 Hz 付近は基本振動数ではなく入力が反映されたものである可能性が高いことが考えられる．同様に，**図-8，図-9** の 6.5 Hz 付近は基

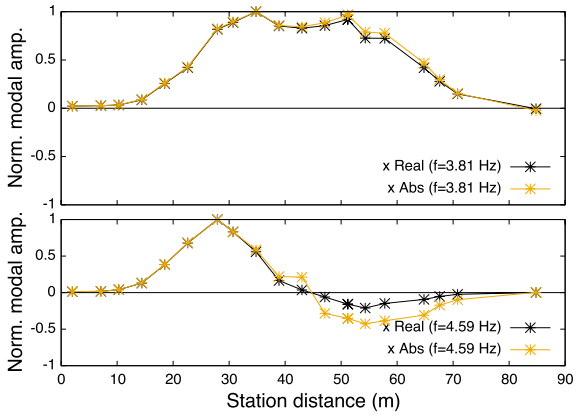

図-10　縦線付近の特異ベクトル（x 方向）

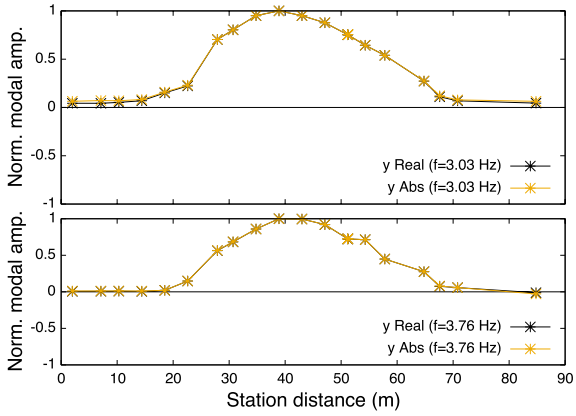

図-11　縦線付近の特異ベクトル（y 方向）

盤上のフーリエスペクトルと特異値スペクトルのピークが対応しており，堆積盆地の震動特性を表していないと考えられる．

以上より，入力震動の特定の振動数が卓越している場合，特異値スペクトルのピークに反映されてしまう可能性があり，特に応答が増幅するような場合は，その影響が顕著であると考えられる．入力の周波数特性に起因すると考えられる特異値スペクトルのピークを除外すると，対象としている測線 AA'の基本振動数は x, y 方向どちらも 3.8 Hz 付近であると推定される．

一方，基本振動数よりも高次の振動特性を**図-8**，**図-9** のような特異値スペクトルの形状のみで区別することは難しい．これは基本モードと比べ高次のモードはその寄与率が小さく特異値スペクトルの卓越がノイズに埋もれやすくなってしまうためだと考えられる．

(4)　特異値スペクトルのピークに対応する特異ベクトル

図-8 の 3.81 Hz, 4.59 Hz に対応する特異ベクトルを**図-10** に，**図-9** の 3.03 Hz, 3.76 Hz に対応する特異ベクトルを**図-11** に示す．**図-11** より y 方向の 3.03 Hz に対応する特異ベクトルは非対称な形状を示しており，また基盤上の x=2

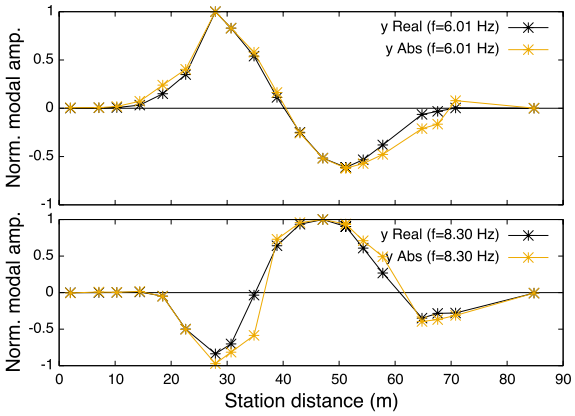

図-12　ピーク点以外の特異ベクトル（y 方向）

m, 84.9 m 地点の特異ベクトルの値が 0 ではない．既往の研究[4,5]によると左右非対称な谷の場合，基盤形状の影響を受けて基本モード形状も非対称な形になることが指摘されている．本検討で対象としている谷の基盤形状は非対称性が大きいとはいえないため基本振動数も左右対称な形をとることが期待される．また，基盤上での特異ベクトルの値が 0 ではないということは，谷で形成されるモード形状の最大振幅に対して基盤上の振幅が 0 とみなせるほど小さくないことを示している．実際に基盤層と堆積層が一体となって振動することも十分に考えられるが，本検討が対象としているような堆積層と基盤層の位相速度のコントラストが非常に大きい場合は，基盤上のモード振幅は堆積層上のモード振幅に比べて十分に小さくなることが予想される．一方**図-11** の 3.76 Hz の特異ベクトルはほぼ左右対称の形をしており，基盤上の特異ベクトルは 0 に近い値をとっているため，3.03 Hz よりも基本モードである可能性が高いと考えられる．同様に**図-10** の 3.81 Hz は基本モードを表していると考えられ，4.59 Hz は二次モードのように見えるが，**図-8** より入力振動の影響によるピークの可能性があり，二次モードと基本モードの中間の振動数である可能性が考えられる．

(5)　特異値スペクトルのピークに対応していない特異ベクトル

FDD 法の理論によると特異値スペクトルの卓越振動数はシステム固有の振動特性を表すが，本検討のように入力にノイズが含まれている場合はピークがノイズに埋もれてしまう可能性があることは先に述べた．このような場合，実際の特異値スペクトルの卓越振動数以外にもノイズに埋もれてしまったピークに相当する振動数が存在すると考えられ，それはシステムの振動特性を表している可能性があると考えられる．

図-12 は y 方向の特異値スペクトルのピークに対応していない特異ベクトルを表しており，6.01 Hz は 2 次のモ

表-1　固有値解析結果[7]

固有振動数(Hz)	刺激係数		
	x	y	z
3.48	0.000	1.637	0.000
4.19	1.404	0.000	-0.006
5.72	0.008	0.000	1.580
6.24	0.230	0.000	0.041
6.26	0.000	0.698	0.000
6.29	0.016	0.000	0.502

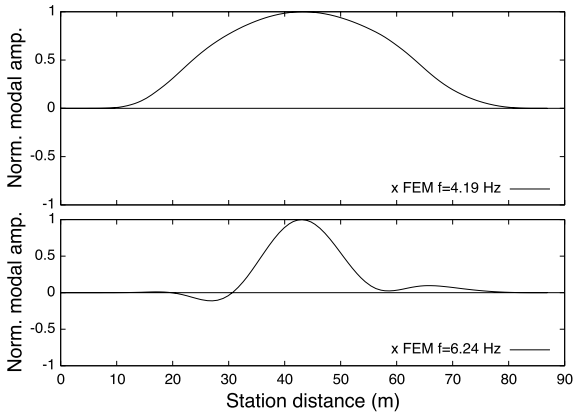

図-13　x 方向の基本モードと 2 次モード

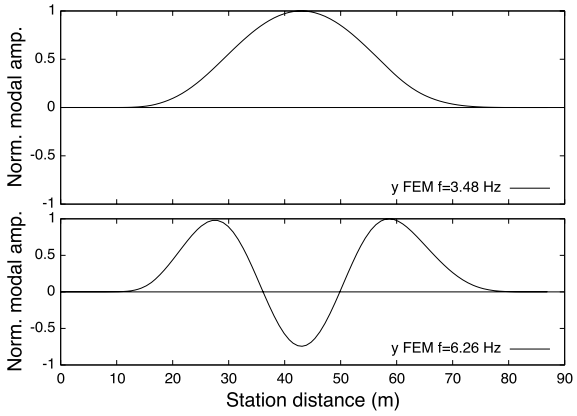

図-14　y 方向の基本振動数と 2 次モード

ード形状，8.30Hz は 3 次のモード形状を表しているようにみえる．このようなピークに対応していない振動数が実際の振動特性を表しているかを確認することは難しいが，FDD 法による解析結果には上記のような情報が含まれている可能性がある．

5.　FEM による固有値解析結果との比較[7]

(1)　固有値解析結果

2 節(3)項の有限要素法によるモデル化で述べた条件で有限要素解析モデルを構築し，固有値解析を実施した．各モードの固有振動数，刺激係数を**表 1** に示す．x，y 方向それぞれについて刺激係数が大きいモードを**図-13**，**図-14** に示す．どちらの方向も基本モード形状は左右対称であるが，高次になると複雑な形状を示すようになり，特に x 方向の 6.24Hz のモードは非対称な形状を示している．また，基本モード形状を比較すると，x 方向よりも y 方向の方が鋭い形状を示しており，これは既往の研究[4][5]でもみられる特徴である．

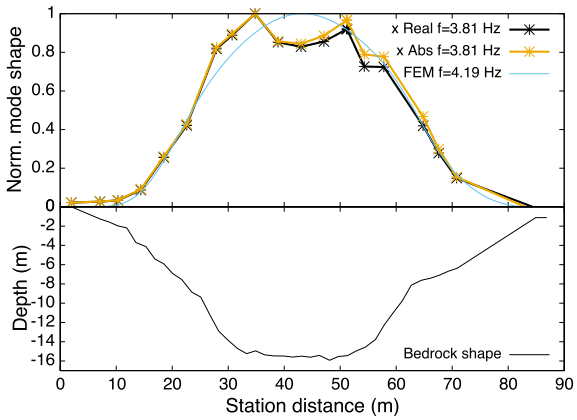

図-15　x 方向の FDD 法と FEM の固有振動数（上段），基盤形状（下段）

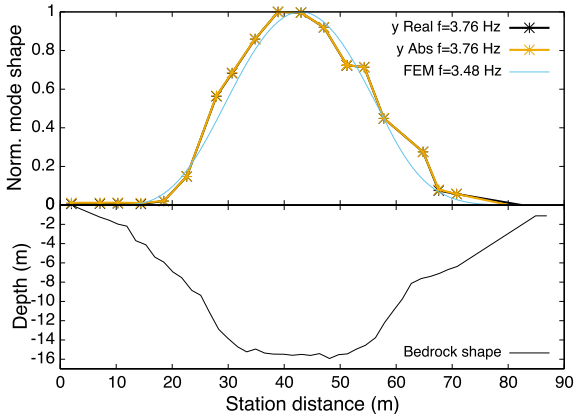

図-16　y 方向の FDD 法と FEM の固有振動数（上段），基盤形状（下段）

(2)　観測記録との比較

図-15，**図-16** では観測記録に FDD 法を適用することで得られた特異ベクトル（**図-10**，**図-11**）と FEM による固有値解析結果（**図-13**，**図-14**）の基本モードを比較した．ピークの選定の際に入力の影響を受けていないと判断した 3.8 Hz 付近のモード形状は x, y 方向どちらも FEM による基本モードと類似した形状を示している．しかし，x 方向は特に基本モード形状の頂点付近に凹凸がみられるほか，固有値解析では x 方向の基本振動数は 3.48Hz，y 方向は 4.19 Hz と各方向で約 0.7 Hz の差があるのに対し，FDD 法の結果はどちらも 3.8 Hz 付近で卓越している．このような観測記録と数値解析結果の差異に関しては 2 次元的・3 次元的な基盤形状の影響を考慮する必要があると考えられる．また**図-12** のような高次のモ

ードに関しては，FEM 結果と類似した特徴をもつ特異ベクトルも存在するものの，特異値スペクトルのピークを伴っていないため，高次モードと判断するのは難しい.

6. 結論

本検討では局所的な堆積盆地上の微動観測記録に FDD 法を適用し，特異値スペクトルと特異ベクトルを求めた．特異値スペクトルのピークピッキングの際に堆積層への入力震動だと考えられる基盤上の震動の周波数特性と特異値スペクトルの形状を比較した．また，固有値解析結果と比較することで以下の結論を得た.

- 特異値スペクトルのピークは観測対象の振動特性だけでなく堆積層に入力された震動の特性も反映している.
- 堆積層の振動特性ではなく入力震動に起因すると考えられるピークの周波数特性は，基盤上のフーリエスペクトルを参照することにより区別できる可能性がある.
- 特異値スペクトルのピークピッキングの際，高次のモードは入力ノイズに埋もれてしまう可能性があり，ピーク以外の振動数も振動特性を表す可能性がある.
- 固有値解析により得られた振動モードとの比較により，ピークの選別により得た基本振動モードは FEM 結果との対応がみられたが，モード形状の細かな凹凸や固有振動数，高次のモードを推定するにはさらなる検討が必要である.

今後は，基盤形状がモード形状に及ぼす影響や固有値解析では得ることのできない固有値間のモード形状の遷移を明らかにするために，2 次元の数値解析的検討を行う予定である.

謝辞：本研究の一部は JSPS 科研費 19H02400 の助成を受けたものです.

参考文献

1) Zhang, X. and Morikawa, H.: A new significance on the vertical component ratio of the power spectra between two sites in the application of array methods, *Journal of Seismology*, 20 (1), 185-196, 2016.
2) 飯田剛史，飯山かほり，宮本崇，盛川仁，後藤浩之，秦吉弥：2 点同時微動観測を用いた益城町赤井地区における基盤傾斜の推定の試み，断層帯近傍における地震動評価に関するシンポジウム，土木学会，2017.
3) Bard, P.Y. and Bouchon, M.: The two-dimensional resonance of sediment-filled valleys, *Bull. seism. Soc. Am.*, 75(2), 519–541, 1985.
4) Ermert, L., Poggi,V., Burjánek, J and Fäh, D.: Fundamental and higher 2-D resonance modes of an Alpine valley, *Geophys. J. Int.*, 198(2), 795– 811, 2014.
5) Poggi, V., Ermert, L. and Burjánek, J, Michel, C. and Fäh, D.: Modal analysis of 2-D sedimentary basin from frequency domain decomposition of ambient vibration array recordings, *Geophys. J. Int.*, 200, 615-626, 2015.
6) 鈴木祐輔，飯山かほり，石橋利倫，荒木豪，坂井公俊，盛川仁:表層地盤の振動モードの同定における FDD 法の適用性の検討，第 15 回日本地震工学シンポジウム論文集，2018.
7) 石橋利倫，荒木豪，飯山かほり，盛川仁，坂井公俊: 不整形を有する基盤形状の推定における常時微動 記録の適用性に関する一考察，第 15 回日本地震工学シンポジウム論文集，2018.
8) Brincker, R., Zhang, L. and Andersen, P.: Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition, *Smart Materials and Structures*, Vol.10, No.3, 441–445, 2001.

(Received ?)
(Accepted ?)

A STUDY ON A BASIS OF MODAL PROPERTIES OF SEDIMENTARY BASIN

Yusuke SUZUKI, Kahori IIYAMA, Hitoshi MORIKAWA,
Kimitoshi SAKAI and Go ARAKI

A few studies reported that a mode is formed within sedimentary basins. We apply the Frequency domain decomposition technique to microtremor data observed on the sediment filled valley. Several dominant frequencies of the singular value spectra are identified, however, some of them are affected by the frequency characteristics of input motions. To distinguish vibration characteristics from some noise at the dominant frequencies of singular value spectra, we compare the Fourier spectra of the microtremor records on the base rock with singular value spectra. Identified vibration modes are compared with those obtained through eigenvalue analysis by a finite element method. It is confirmed that some of predominant frequencies are affected by the input motions and hidden by unknown noise.