地震動に起因する
気液二相流体場の数値解析

坪郷　浩一[1]・兵動　正幸[2]

[1]学生会員　放送大学全科履修生　教養学部山口学習センター
（〒753-0841 山口県山口市吉田 1677-1（山口大学吉田キャンパス大学会館内））
E-mail: 1420320064＠campus.ouj.ac.jp

[2]正会員　山口大学大学院特命教授　創成科学研究科(工学)
（〒755-8611 山口県宇部市常盤台 2-16-1（山口大学工学部））
E-mail: hyodo@yamaguchi-u.ac.jp

マグネチュードが大きくなる程，長周期地震動による被害が顕著になることが容易に想像できる．長周期地震動による危険物施設の被害としては，石油タンク，LNG タンクおよび液体貯蔵タンクの液面揺動（スロッシング）によるものがあげられる．

そこで本論文では，自由表面流れ解析の有力な手法の一つである密度関数法のスロッシング現象への適用性について検討を行った．その結果，提案した手法は，スロッシング現象に代表される壁面境界が大きく運動する計算条件下においても，数値拡散などが発生しなかった．したがって，提案した手法は，従来の手法より堅牢であると考えられる．

Key Words: *density function, earthquake ground motion, sloshing*

1. はじめに

粘性土地盤は，砂質土の液状化のような急激な力学特性の変化を起こさない．そのため砂質土の液状化ほどは研究が行われていない．しかし，現在では空港建設や都市開発により，沿岸部や都市周辺部の軟弱地盤上に多くの構 造物（石油タンク，LNG タンクおよび液体貯蔵タンクなど）が建設されている．これらの構造物に対しては，粘性土地盤の地震時挙動が大きな影響をおよぼす可能性がある[1]．

2011 年 3 月東日本大震災は，想像を超えるマグネチュード 9.0 の巨大地震で，岩手県沖から茨城県沖までが震源域となった．マグネチュードが大きくなる程，長周期地震動による被害が顕著になることが容易に想像できる．長周期地震動による危険物施設の被害としては，石油タンク，LNG タンクおよび液体貯蔵タンクの液面揺動（スロッシング）によるものがあげられる[2]．液体燃料貯蔵タンクのスロッシングは，長周期地震動と共振することで振幅が増大して，火災および内容物の流出といった災害につながる[3]．また，危険構造物ではないが，重要なライフラインの一つである水道施設は貯水タンクおよび満水状態の配管網などの施設を有する[4]．これらの耐震性は，地震動に共振する液体のスロッシングにも着目して検討する必要がある．このようにスロッシング現象は，流体工学・地盤工学に共通の重要課題である[5]．

スロッシング現象は，気液二相流の流体現象であり，気液界面の融合・分裂という界面大変形を伴う．気液界面を再現する手法として界面追跡法，界面捕捉法および粒子法[5]などがあるが，界面大変形問題では VOF 法[6]に代表されるような界面捕捉法が有効である．最近は気液二相流を直接解く手法が発展しており，C-CUP 法[7]，密度関数法[8]，Level Set 法[9]などがその代表例として挙げられる．しかしながら，計算進行とともに界面のぼやけなどで計算解が不安定になる場合があり，改善の余地がある．

密度関数法は，朝位・坪郷[10]により，高次差分移流計算スキームと数値拡散を回避し体積を補正する手法を組み合わせることで界面近傍の数値拡散が抑制され界面鋭敏化の効果，液相体積保存および質量保存の保証が可能となる．そして，密度の移流輸送の計算に 3 次精度保存形式 6-point scheme[11]を用いた場合，高精度な解が得られた．しかし，この手法を持ってしても数値拡散を完全に

抑えることができなかった．さらに，この手法は，流体運動を抑制する．そこで本論文では，朝位・坪郷の密度関数法の問題点の改善を行い，スロッシング現象への適用性を検討した．

提案する手法は，流体運動の抑制が改善され，スロッシング現象に代表される壁面境界を大きく運動する計算条件下においても，数値拡散が発生しないモデルの構築を目指す．

2. 密度関数法

(1) 基礎方程式

基礎方程式は，非圧縮性流体における連続式，運動方程式および密度の保存式から以下のように構成される．

$$\nabla \cdot u = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla(u \cdot u) = \frac{1}{\rho}(F - \nabla p + \mu \nabla^2 u) \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (u\rho) = 0 \tag{3}$$

ここで，u，p，μ，および F は，それぞれ流速ベクトル，圧力，粘性係数および体積力である．

(2) 密度関数法

密度関数法は，式(3)を直接解く代わりに密度関数Φの保存則を式(4)から求める．

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot (u\Phi) = 0 \tag{4}$$

密度関数Φの値は，0から1の範囲で正規化したものである．Φの値が1ならば流体を液相とする．Φ値が0ならば流体を気相とする．また，Φ値が0.5であるならば界面とする．

密度関数と密度および粘性係数の関係は次式を用いる．

$$\rho = \Phi \rho_{Liq} + (1 - \Phi)\rho_{Gas} \tag{5}$$

$$\mu = \Phi \mu_{Liq} + (1 - \Phi)\mu_{Gas} \tag{6}$$

ここで，ρ_{Liq}，ρ_{Gas}，μ_{Liq}およびμ_{Gas}は，それぞれ液相の密度，気相の密度，液相の粘性係数および気相の粘性係数である．

(3) 体積補正法 [10]

この体積補正法は，体積補正および質量補正からなる．以下に手順を示す[12]．ここでは閉じた容器内の流動現象を対象として初期液相体積が保存することを前提とする．

密度関数Φが 0.5 の等値線を界面として，その線が通る計算格子を求める．これにより，計算格子は液相，気相および界面の属性に分けることができる．

時間 0 と現在時間 t の液相体積の差 $V_{diff.}(t)$は式(7) で表せる．

$$V_{diff.}(t) = V_{Liq}(t) - V_{Liq}(0) \tag{7}$$

ここで，$V_{Liq}(0)$ は初期液相体積である．

この差 $V_{diff.}(t)$を界面計算格子の総体積 $A(t)$で除したならば，密度関数Φの体積補正値 $L_{diff.}(t)$を得る．

$$L_{diff.}(t) = \frac{V_{diff.}(t)}{A(t)} \tag{8}$$

If $L_{diff.}(t) < 0$，等値線$\Phi(x, y, t) = 0.5$ を次のように気相側へ動かす．

$$\Phi^{n+1} = \begin{cases} \Phi^n - \left|L_{diff.}(t)\right| : & \text{気相計算格子} \\ \Phi^n + \left|L_{diff.}(t)\right| : & else \end{cases} \tag{9}$$

同様にして，If $L_{diff.}(t) > 0$，

$$\Phi^{n+1} = \begin{cases} \Phi^n + \left|L_{diff.}(t)\right| : & \text{液相計算格子} \\ \Phi^n - \left|L_{diff.}(t)\right| : & else \end{cases} \tag{10}$$

この体積補正は，等値線Φ＝0.5 を液相側または気相側に動かすことで初期液相体積を保存する方法である．また補正によって 1 を超える場合には 1，0 以下になる場合は 0 とする．

体積補正の後に全質量の保存を保証する質量補正を行う．時間 0 と現在時間 t の質量の差 $M_{diff.}(t)$は式(11) で表せる．

$$M_{diff.}(t) = M(t) - M(0) \tag{11}$$

ここで，$M(0)$ と $M(t)$は，それぞれ初期質量および現在時間の質量である．

つぎに界面近傍領域 Ω_M（$0 < \Phi < 1$）の任意時間体積 $A_M(t)$ を求める．

質量の差 $M_{diff.}(t)$ を界面近傍領域 Ω_M（$0<\Phi<1$）の任意時間体積 $A_M(t)$ で除したならば，質量補正量 $M_{diff.}$ を得る．質量は，界面近傍領域 Ω_M の各計算格子から $M_{diff.}$ を引くことで式(12)のように補正される．

$$\Phi^{n+1} = \Phi^{n} - M_{diff.} \qquad (12)$$

(4) 流速補正

前節の補正は，体積補正により液相体積は保存されるが，数値拡散により界面を拡げる方向に進む流速には何ら補正が付加されていない．

そこで本節は，界面計算格子に着目して，体積および質量補正の後に以下の手順で流速補正を行う．体積および質量補正後，各計算格子の属性は，判別をし直す．再判別後，全ての界面計算格子おける各方向流速成分の最大絶対値 U_{smax} は以下のように求められる．

$$\begin{cases} u_{smax} = max(u_{smax}, |u_{i,j}|) \\ v_{smax} = max(v_{smax}, |v_{i,j}|) \end{cases} \qquad (13)$$

ここで，u_{smax} と v_{smax} は，それぞれ界面計算格子における水平方向および鉛直方向流速成分の最大絶対値である．

つぎに，流速補正は，計算格子ごとに各方向流速成分の絶対値と界面計算格子の各方向流速成分の最大絶対値を以下のようにして比較を行い，各方向流速成分を補正する．

If $|u_{i,j}| > u_{smax}$，水平方向流速成分は式(14)で補正する．

$$\begin{cases} u_{i,j} \geq 0 \text{ のとき } u_{i,j}^{n+1} = \ \ |u_{S\,max}| \\ u_{i,j} < 0 \text{ のとき } u_{i,j}^{n+1} = -|u_{S\,max}| \end{cases} \qquad (14)$$

If $|v_{i,j}| > v_{smax}$，鉛直方向流速成分は式(15)で補正する．

$$\begin{cases} v_{i,j} \geq 0 \text{ のとき } v_{i,j}^{n+1} = \ \ |v_{S\,max}| \\ v_{i,j} < 0 \text{ のとき } v_{i,j}^{n+1} = -|v_{S\,max}| \end{cases} \qquad (15)$$

(5) 計算アルゴリズム

数値計算のアルゴリズム（**図-1** のフローチャート参照）は，圧力，流速および密度関数Φの時間発展を求める．つぎに，計算格子の属性判別して，体積補正と質量補正を交互に繰り返す．これらの手順は，時間 0 と任意時間 t の液相体積の差および質量の差が各閾値を下回るまで計算して密度関数Φを補正する．再び，計算格子の属性判別して，流速を補正する．なお，本論文は，2.3 節，

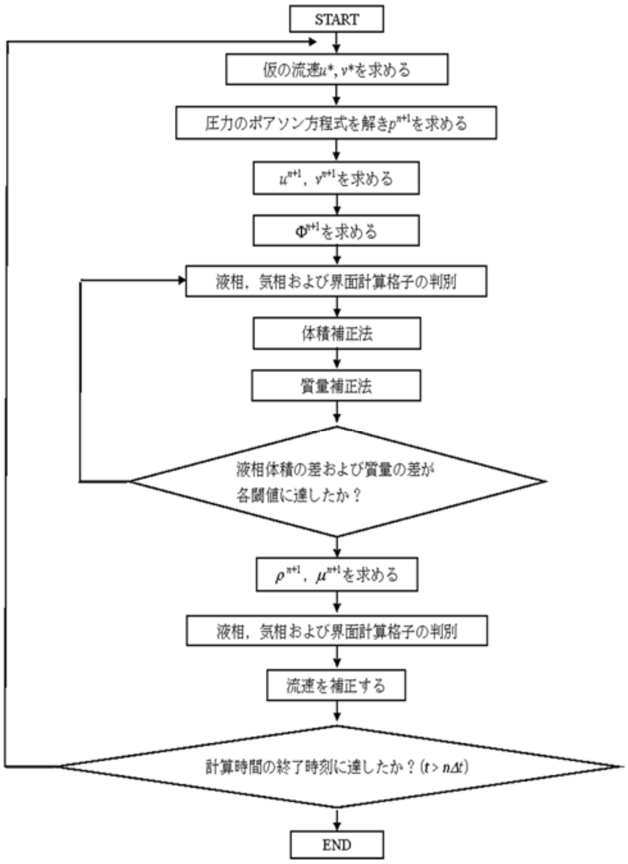


図-1 計算アルゴリズムのフローチャート

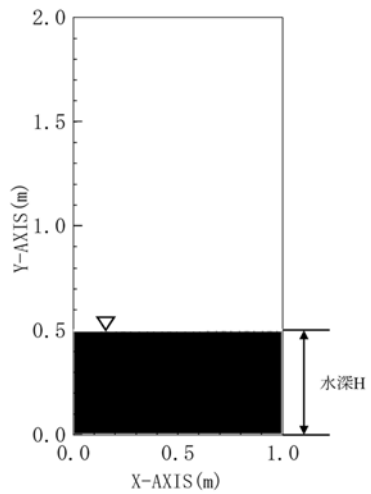


図-2 二次元水槽モデル（水深 0.5m の場合）

表-1 計算モデルで使用した物性値

物性	値
水の密度	1000 kg/m^3
空気の密度	1.25 kg/m^3
水の粘性係数	1.00×10^{-3} (Pa・s)
空気の粘性係数	1.50×10^{-5} (Pa・s)
重力加速度	9.80 (m/s^2)

2.4 節で初期液相体積を保存するために様々の補正を行う．それゆえ以降は，体積補正，質量補正および流速補正を合わせて体積補正法と呼ぶ．

3. スロッシング現象の流れ解析

(1) 計算条件

第 2 章で提案した手法の有効性の検討は，直径 1m の円形水槽を想定して，図-2 に示すような二次元スロッシング現象問題を取り上げ，水深の異なる水槽について検討する [3]．そこで起振力は，式(16)で表せられる水平加速度を与える．

$$a = -\frac{4\pi^2}{T^2} A sin \frac{2\pi}{T} t \tag{16}$$

本モデルは，振幅 A を 0.05m および 0.10m として，周期 T=1 秒で水深 H=0.25m，0.50m，0.75m，1.00m と水深を変化させて計算を行った．本モデルの物性値は表-1 に示す．計算条件として計算格子間隔がΔx=Δy=0.01m とし，時間刻みはΔt = 0.0001 秒で一定値とした．計算時間は，20 秒して，その間，起振力を与え続けた．境界条件は全て滑りなしの固体壁とした．空気と水を想定したため，気液二相流の密度比は 800，粘性比約 67 となる．移流項計算には，5 次精度保存形式 6-point scheme[13]を用いている．以降の数値計算においては，朝位・坪郷の体積補正法を CASE1，本論文で提案する体積補正法を CASE2 で用いる．

(2) Housner の理論解

本論文で用いるスロッシング現象の理論式は，Housner の計算式 [14]である．この式から液面揺動時の最大水面変位を求める．また、直径 1m の円形水槽を想定していることから用いる Housner の計算式は以下のようになる．

$$M_1 = M(0.6)\frac{tanh1.8\dfrac{h}{R}}{1.8\dfrac{h}{R}} \tag{17}$$

質量 M_1は、大部分の地震問題にとって重要な mode である水の振動の fundamental mode に対応する．なお，M，h および Rは，それぞれタンク内水の全質量，水深および円形水槽の半径である．ばね定数 k_1 は式(18)より求まる．

$$k_1 = 5.4\frac{M_1^2}{M}\frac{gh}{R^2} \tag{18}$$

表-2 Housner の理論解と振動振幅

振幅(m)	水深(m)	dmax	0.2h	判別
0.05	0.250	0.047	0.050	安定
	0.500	0.071	0.100	
	0.750	0.077	0.150	
	1.000	0.078	0.200	
0.10	0.250	0.113	0.050	非線形
	0.500	0.212	0.100	
	0.750	0.245	0.150	
	1.000	0.251	0.200	

Housner の計算式から液面揺動時の最大水面変位の理論解は式(19)から求まる．

$$d_{max} = \frac{0.63A_1\left(\dfrac{k_1R}{M_1g}\right)}{1 - 0.85\dfrac{A_1}{R}\left(\dfrac{k_1R}{M_1g}\right)^2} \tag{19}$$

Housner によると上記の式は，振動振幅 d_{max}<0.2h に対して良好な結果を与えるが，より大きい振幅では，振動においてある程度の非線形性が観察されると指摘している．本解析においては，表-2 より，振幅 0.05m のとき良好な解が得られ，振幅 0.10m のとき非線形性が強い解が得られると推測される．

(3) 計算結果と考察

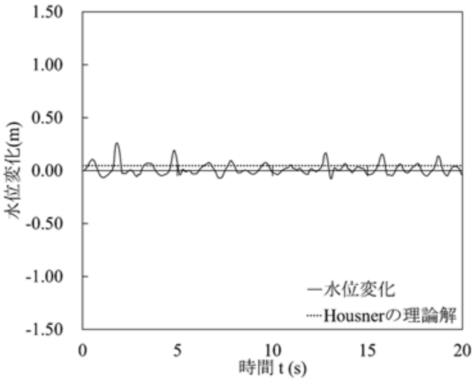
a) 振動振幅 0.05m の場合

水位の時間変化については，　図-3 で左壁水位，図-4 で右壁水位を示す．なお，水位変位は現在時刻の水深から初期水深を差し引いた値とする．

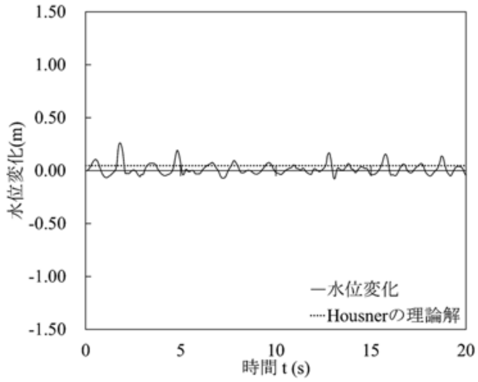
CASE1 については，図-3，4 より，初期水深 H=0.25m の場合で計算時間の進行とともに Housner の理論解に近づいている．しかし，初期水深が深くなるにつれて Housner の理論解より高い変位変化を示している．これは，数値拡散を十分に抑制していないためだと考えられる．一方，CASE2 については，図-3，4 より，初期水深の深さに関係なく時間進行とともに Housner の理論解に近づいている．さらに左右壁水位変化についてもおおむね同様な傾向を示している．これは，本論文で提案した流速補正が数値拡散を十分に制御して，Housner の理論解近傍を変位する流体現象になったと考えられる．

b) 振動振幅 0.10m の場合

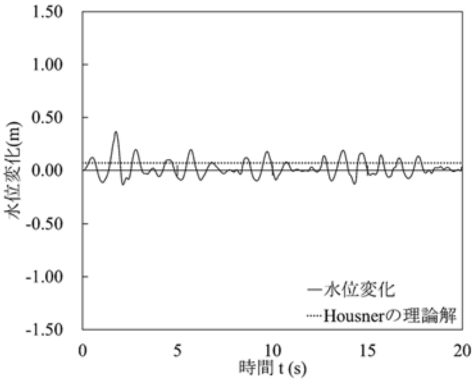
CASE1 おいては，初期水深 0.25m 以外で解が発散して，計算が途中で終了した．この原因として朝位・坪郷の補正法では，流体流速に何ら補正を行っていないため数値拡散の要因が改善されていないためだと考えられる．一方，CASE2 においては，初期水深に関わりなく計算が止まることがなかった．これは，本論文で提案した流速



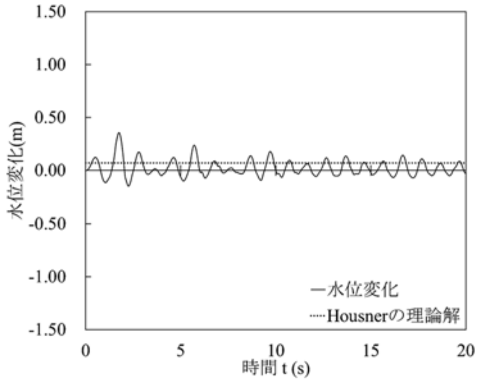
(a) CASE1（初期水深 0.25m）



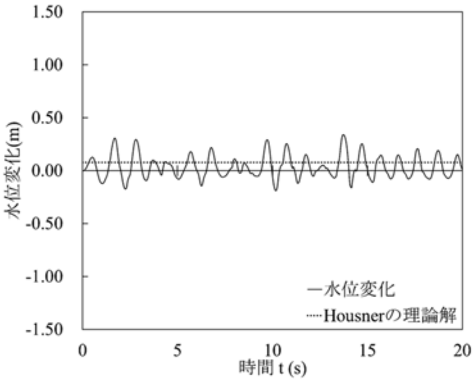
(b) CASE2（初期水深 0.25m）



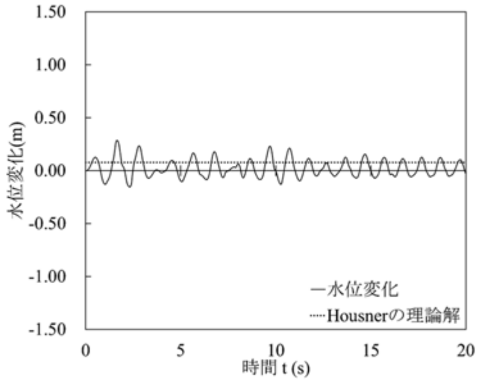
(c) CASE1（初期水深 0.50m）



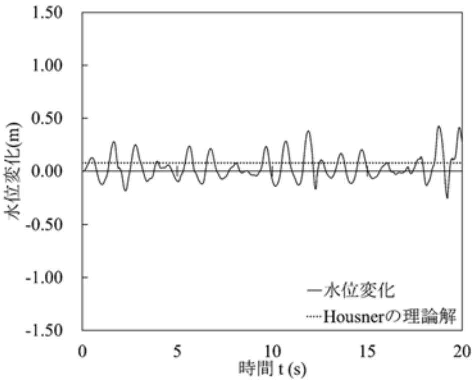
(d) CASE2（初期水深 0.50m）



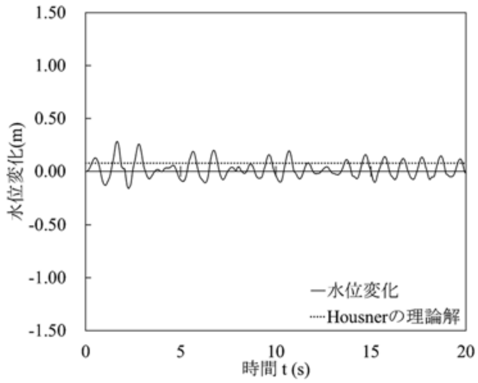
(e) CASE1（初期水深 0.75m）



(f) CASE2（初期水深 0.75m）

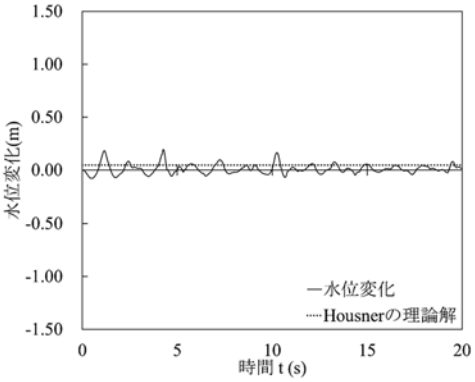


(g) CASE1（初期水深 1.00m）

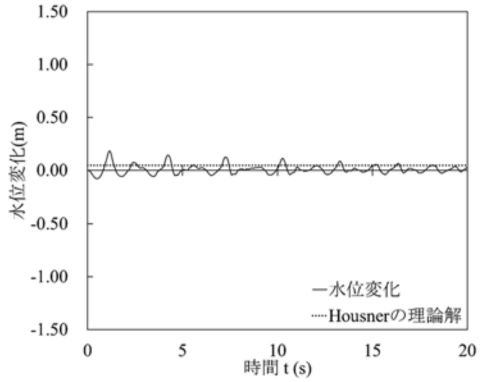


(h) CASE2（初期水深 1.00m）

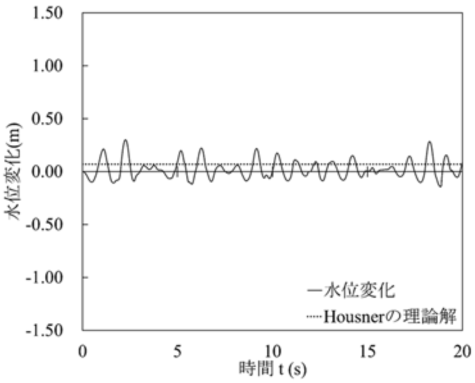
図-3 振動振幅 0.05m のときの左壁面水位の時間変化



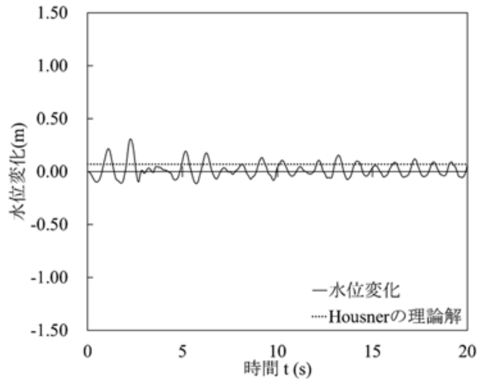
(a) CASE1（初期水深 0.25m）



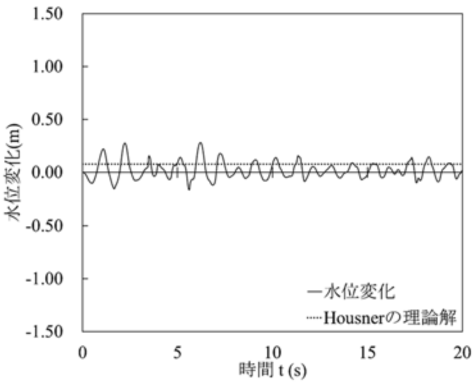
(b) CASE2（初期水深 0.25m）



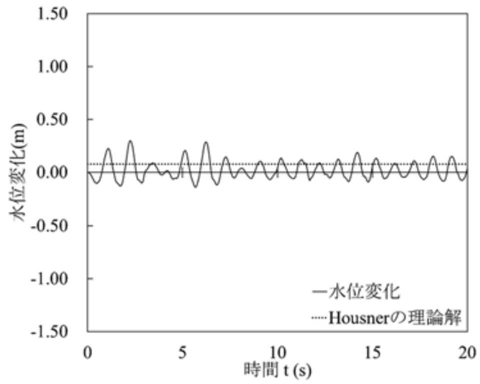
(c) CASE1（初期水深 0.50m）



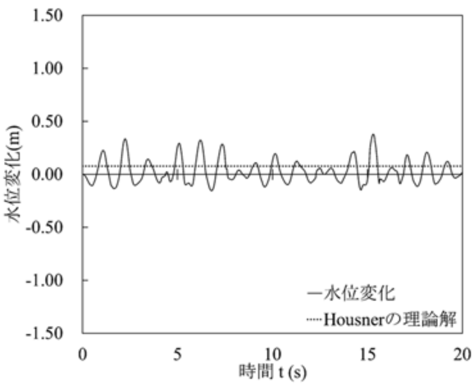
(d) CASE2（初期水深 0.50m）



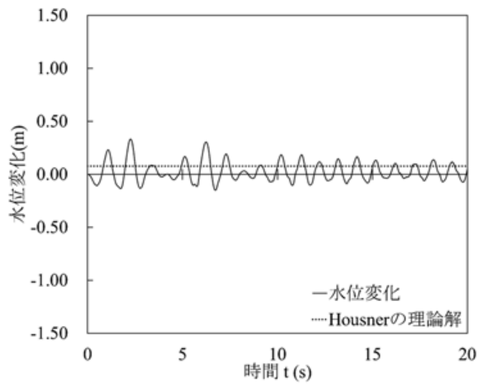
(e) CASE1（初期水深 0.75m）



(f) CASE2（初期水深 0.75m）

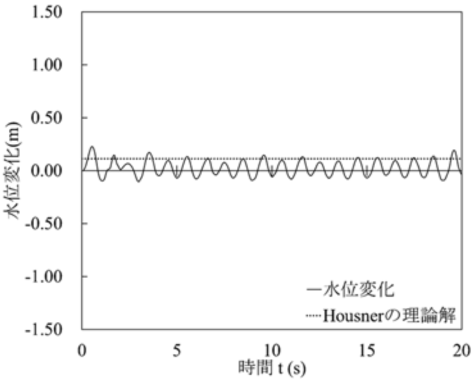


(g) CASE1（初期水深 1.00m）

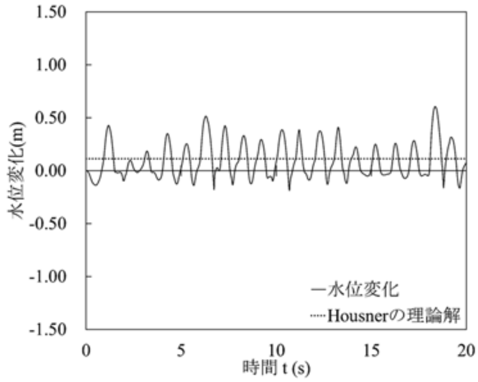


(h) CASE2（初期水深 1.00m）

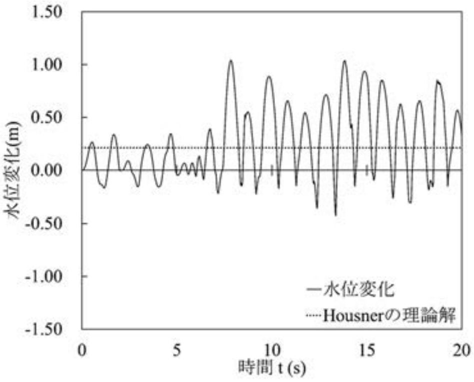
図-4 振動振幅 0.05m のときの右壁面水位の時間変化



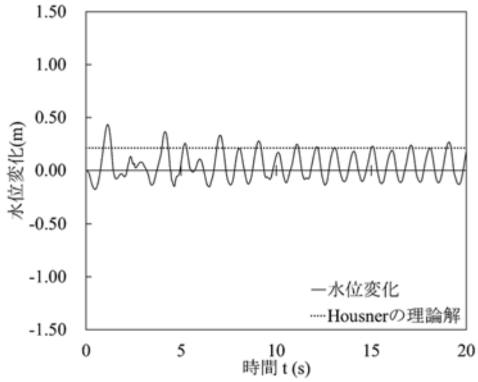
(a)　左壁水位（初期水深 0.25m）



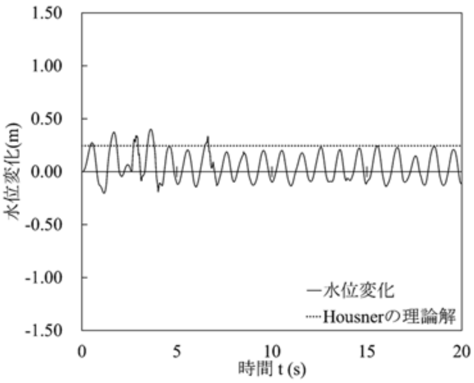
(b)　右壁水位（初期水深 0.25m）



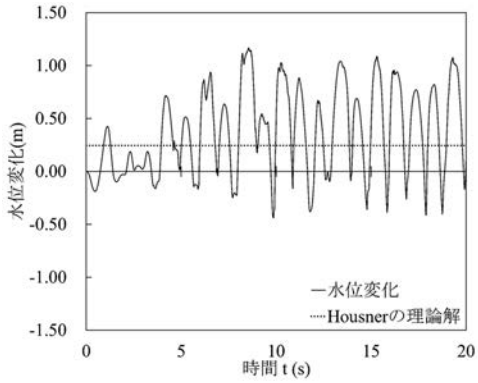
(c)　左壁水位（初期水深 0.50m）



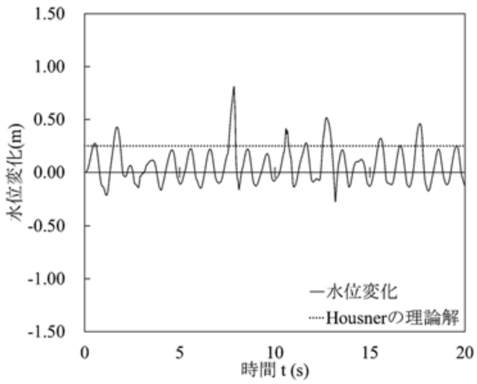
(d)　右壁水位（初期水深 0.50m）



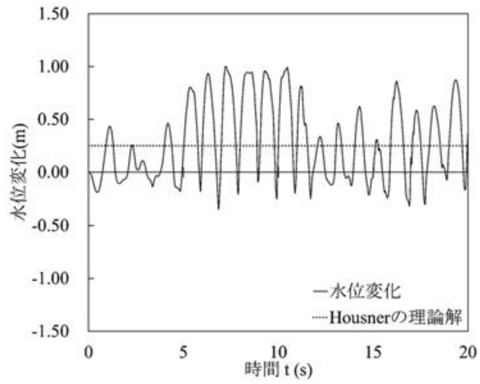
(e)　左壁水位（初期水深 0.75m）



(f)　右壁水位（初期水深 0.75m）



(g)　左壁水位（初期水深 1.00m）



(h)　右壁水位（初期水深 1.00m）

図-5　振動振幅 0.10m のときの左右壁面水位の時間変化（CASE2）

補正が十分に機能して解の発生を防いだ結果だと考えられる．また，左右壁の水位変化は，左右非対称である．

4. まとめ

本論文では，地震動に起因するスロッシング現象のための気液二相流モデルの開発を目指した．

本論文で提案した体積補正法は，朝位・坪郷の体積補正法の欠点を改善して，界面大変形がともなうスロッシング現象において安定して計算を行うことを可能とした．またHousnerの理論解との比較を行い，振動振幅0.05mで良好な結果を得られ，振動振幅 0.10m で Housner の指摘通り非線形流体現象となっている．

以上のことから，本論文で提案した手法は，朝位・坪郷の体積補正法より優れいると考えられる．今後の課題としては，長周期地震動によるスロッシング現象の再現計算を行う予定である．

参考文献

1) 山口晶，吉田望，飛田善雄：軟弱粘土地盤のせん断特性と地震時の地盤挙動の関係，日本地震工学会論文集，第 7 巻，第 1 号，pp.1-13，2007.
2) 座間信作：巨大地震と石油タンクのスロッシング，Safety & Tomorrow，No.154，pp.25-33，2014.
3) 小野祐輔，岩本哲也，Charles Scawthorn：SPH シミュレーションに基づく液体貯蔵タンクの固定式屋根に作用するスロッシング荷重の評価，応用力学論文集，Vol.10，pp.623-630，2007.
4) 福田光治，林豊：熊本被圧地下水地震応答変位，熊本地学会誌，162，pp.12-16，2013.
5) 後藤仁志，Khayyer Abbas，五十里洋行，堀智恵実，市川洋一：高次 Laplacian モデルを用いた高精度粒子法のスロッシング現象への適用性，土木学会論文集 B2（海岸工学），Vol.66，No.1，pp.051-055，2010.
6) C.W.Hirt and B.D.Nichols : Volume of Fluid(VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, Journal of Computational Physics, Vol.39, pp.201-225, 1981.
7) Yabe,T. and P.-Y. Wang: Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid, J.Physical Society of Japan, Vol.60, No.7, pp.2105-2108, 1991.
8) 金井亮浩，宮田秀：密度関数法を応用した気泡の数値シミュレーション，日本造船学会論文集，第 179 号，pp.41-48，1996.
9) Sussmann,M., P.Smereka and S.Osher : A level set approach for computing solutions to incompressible two phase flow, J.Comp.Phys., Vol.114, pp.146-159, 1994.
10) 朝位孝二，坪郷浩一：密度関数法による自由水表面流れ解析のための体積補正法に関する研究，土木学会論文集，No. 810/II-74，pp.127-132，2006.
11) 朝位孝二，坪郷浩一，小松利光：高次精度 6-point scheme の開発と高精度かつ高解像度移流輸送計算への応用，土木学会論文集，No. 803/II-73, pp. 29-44, 2005.
12) 荒巻英世，坂本道泰，種浦圭輔，PALLAV KOIRALA，朝位孝二：体積補正法を組み込んだ密度関数法による段落ち流れの計算，計算工学講演会論文集，Vol.14，pp.745-748，2009.
13) 坪郷浩一：特性曲線法に基づく高次精度移流輸送計算手法の開発，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol. 73，No. 1 , pp. 1-10，2017.
14) Housner GW：The dynamic behavior of water tanks Bulletin of the Seismological Society of America, 53(2), pp381-387, 1963.

(Received ? ?, ?)
(Accepted ? ?, ?)

NUMERICAL ANALYSIS OF GAS AND LIQUID PHASES FLUID FIELD CAUSED BY EARTHQUQKE VIBRATION

Koichi TSUBOGO, Masayuki HYODO

Damage to dangerous facilities due to long-period earthquake ground motion is caused by liquid surface fluctuation (sloshing) of oil, LNG and liquid storage tanks. In this paper, the interface capturing method deals with complex water surface large deformation problems. We use the density function method which is one of the effective methods of interface capturing method for numerical analysis of two phase fluid fields of gas and liquid. As a result, under the calculation condition of the sloshing phenomenon, this method does not generate numerical diffusion. Therefore, this model is more robust than the conventional model.