

地震時の進行型崩壊を対象としたSPH解析

小野 祐輔¹

¹正会員 鳥取大学教授 工学部社会システム土木系学科 (〒680-8552 鳥取県鳥取市湖山町南 4-101)
E-mail: ysk@tottori-u.ac.jp

本研究では、Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法を用いた地震応答解析により、地震によって引き起こされる進行型斜面崩壊の特徴と解析手法の有効性を検討した。SPH 法は、弾塑性体の構成則を利用可能な連続体の大変形解析法であり、崩壊を伴う斜面の地震応答解析に適用可能である。一方、進行型斜面崩壊とは、斜面の変形が地震動の作用時のみに限られており、地震動が終了すると斜面の変形が停止するような斜面崩壊の形式である。本研究では、SPH 法を用いた斜面の地震応答解析を複数の解析ケースについて実施することにより、地震時の進行型斜面崩壊に対して、入力地震動の周期と材料強度が及ぼす影響について明らかにした。さらに、SPH 法による微小変形解析を実施し、大変形解析の結果と比較することで、進行型斜面崩壊を対象とした地震応答解析において、SPH 法による大変形解析が有効であることを示した。

Key Words: Smoothed particle hydrodynamics (SPH) method, progressive slope failure, earthquake-induced slope failure, and large deformation analysis

1. はじめに

地震による斜面崩壊は、崩壊の様態に基づき滑落型と進行型に分類することができる。滑落型崩壊では、地震の作用で斜面の強度が低下した後、すべり土塊が重力の作用により一気に滑り落ちる。一方、進行型崩壊では、地震の作用により斜面の強度が低下し、すべり土塊が移動を始めるものの、その移動は地震動の作用時のみに限られ、重力のみの作用に対しては安定した状態を保つ。すなわち、地震の作用が終了すると、すべり土塊の移動は停止する。

これまで、地震時の斜面崩壊に対する検討では、Newmark 変位¹⁾が広く用いられてきた。Newmark 変位は、摩擦のある斜面上に置かれた剛体に地震動が作用した際に生じる永久変位として求められる。Newmark 変位は、与えられた地震動に対する斜面の安定性と崩壊の規模を表す統一的な尺度として有用であるが、斜面崩壊の詳細な様態を表すことができない。

そこで、斜面崩壊の詳細な様態を解析的に求められる解析手法として、Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法^{2),3)}が注目されている。SPH 法は、連続体の大変形解析を行うための数値解析手法である。有限要素法や有限差分法とは異なり解析格子やメッシュが不要であることから、解析モデルの作成が容易であり、かつ、大変形時のメッシュの歪みにより計算が不可能となることがない。さらに、弾塑性体の構成則を利用可能であるため、個別要素法のように地震応答特性を再現するためのパラメータチューニングを必要としない⁴⁾。これらの点から、SPH 法は地震時の斜面崩壊の数値解

析に適した手法であると考えられる。特に、進行型崩壊では、すべり土塊内部も含めた斜面全体の地震応答が最終的な変形状態に影響することから、SPH 法による解析を行うことが有効であると考えられる。

本研究では、地震時の進行型斜面崩壊に対して、入力地震動の周期特性と材料強度が及ぼす影響について考察した。さらに、SPH 法による微小変形解析を実施し、大変形解析の結果と比較した。

2. 解析方法

(1) SPH 法の基本式

SPH 法では、連続体中の位置 x における物理量 $f(x)$ の近似値 $\langle f(x) \rangle$ を、カーネル関数 $W(x, h)$ を用いた重み付き平均として次式のように求める^{2),3)}。

$$\langle f(x) \rangle = \int_{\Omega} f(x') W(x - x', h) dx' \quad (1)$$

ここで、 $W(x, h)$ はカーネル関数と呼ばれる重み関数である。SPH 法においてカーネル関数は、原点で頂点を持ち、原点から離れるに従って単調減少し、距離 h 以上でゼロとなる形状を持つ関数が用いられる。

次に、解析対象となる連続体を粒子と呼ばれる微小単位に分割することで、式 (1) を次のように離散化する。

$$\langle f(x) \rangle = \sum_{j=1}^N m_j \frac{f(x_j)}{\rho_j} W(x - x', h) \quad (2)$$

ここで、 m_j 、 ρ_j はそれぞれ粒子 j の持つ質量と密度である。

図-1 は、二次元問題を対象として SPH 法における粒子を用いた離散化の概念を模式的に表したものである。

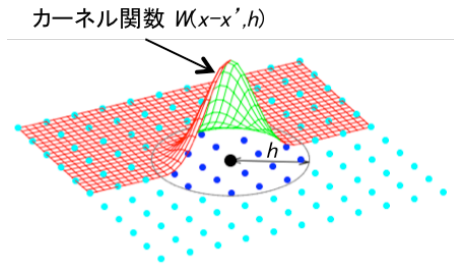


図-1 SPH 法による離散化

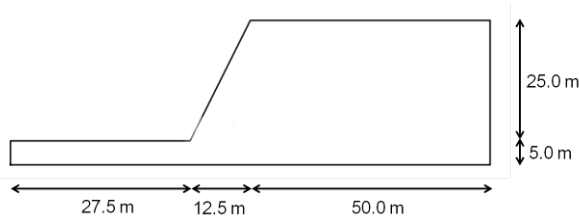


図-2 解析斜面モデル

ある一つの粒子に着目した場合、この粒子を中心に半径 h の円を描き、この円内にある粒子の持つ物理量をカーネル関数を重みとした重み付き平均により求める。

(2) 運動方程式の離散化

連続体の運動方程式は、次式で与えられる。

$$\frac{dv^\alpha}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\sigma^{\alpha\beta}}{x^\beta} + b^\alpha \quad (3)$$

ここで、 v は速度、 t は時間、 σ は応力、 b は物体力、添字 α 及び β は座標軸を表す。

式 (3) を SPH 法によって離散化することにより、次式を得る。

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left\{ \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{(\rho_i)^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{(\rho_j)^2} \right\} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j^\beta} + b_i^\alpha \quad (4)$$

ここで、 $W_{ij} = W(x_i - x_j)$ である。

(3) レイリー減衰の導入

地震応答解析では、人為的に解析境界が設定されるため、適切な減衰モデルを導入し、過度な震動エネルギー

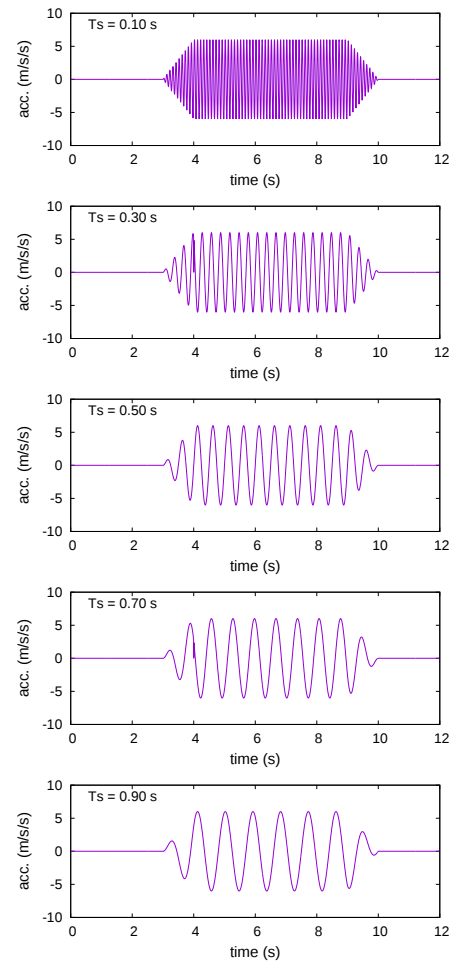


図-3 入力地震動の加速度時刻歴波形

の蓄積を防ぐ必要がある。また、SPH 法では、粒子位置の更新に伴い高振動数の数値ノイズが発生する⁴⁾ことが知られており、やはり適切な減衰モデルの導入が必要である。

本研究では、有限要素法による地震応答解析で一般に用いられているレイリー減衰を用いた。SPH 法におけるレイリー減衰は、小野⁴⁾に示された手法に従った。

(4) 構成式

SPH 法では、有限差分法や有限要素法で用いられている構成式（応力とひずみの関係）を用いることができる。斜面崩壊解析のために様々な構成式が提案されているが、本研究では最も簡単なモール・クーロンモデルを用いた。すなわち、材料強度は内部摩擦角 ϕ と粘着力 c で定義される。

表-1 材料定数

材料定数	ケース 1	ケース 2	ケース 3
密度 ρ		$1.96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$	
ヤング係数 E		$1.675 \times 10^8 \text{ N/m}^2$	
ポアソン比 ν		0.364	
内部摩擦角 ϕ		5.9 deg.	
粘着力 c	100 kPa	120 kPa	140 kPa

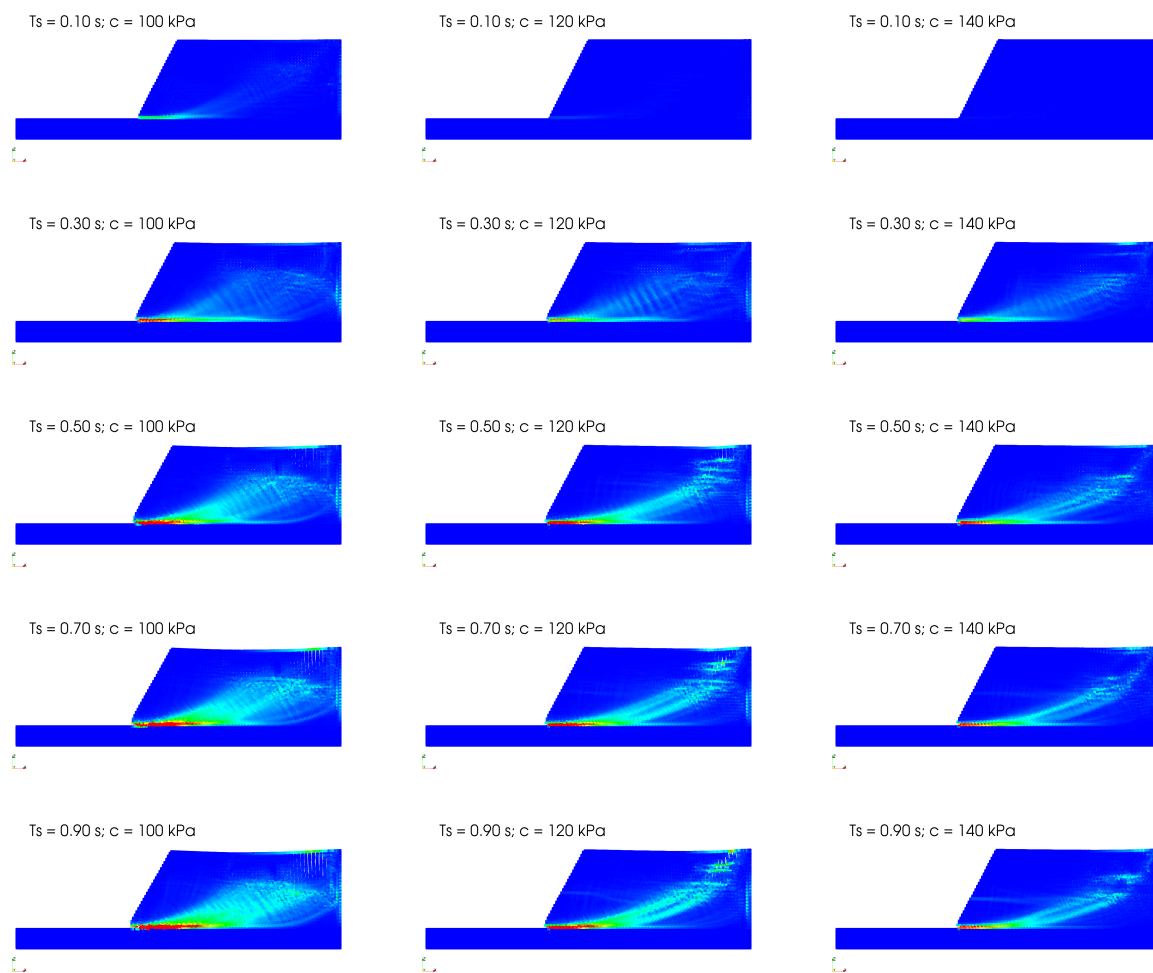


図-4 累積塑性ひずみの分布（大変形解析）

3. 解析モデル

(1) 斜面モデル

解析に用いた斜面モデルの幾何学的形状を図-2 に示す。このモデルは、小野⁴⁾ が SPH 法の斜面の地震応答解析への適用性を検討する際に用いたものを引用した。ただし、本研究の解析では、材料定数と入力地震動が小野⁴⁾ とは異なる。境界条件は、解析モデル底面を固定、側面を水平固定、鉛直フリーとした。また、解析境界部にすべり領域が現れることを防ぐため、法尻より下の領域を弾性体、法尻より上の領域を弾塑性体とした。

解析に必要な材料定数は、表-1 に示すとおりである。材料強度の影響について検討するため、粘着力 c を変えた解析ケースを設定した。粘着力 c 以外の材料定数は共通とした。レイリー減衰のパラメータは、同じ形状で密度 ρ 、ヤング係数 E 、ポアソン比 ν が等しい有限要素モデルを作成し、固有値解析を行って得られた 1 次モードと 2 次モードにおいてそれぞれ減衰定数 5% となるように設定した。

解析に用いる SPH 粒子は、初期状態において均一に 0.50 m 間隔で配置した。

(2) 入力地震動

解析に用いた入力地震動を図-3 に示す。有限要素モデルによる固有値解析の結果、この斜面の 1 次モードの固有周期は約 0.3 秒であった。そこで、1 次モードの固有周期よりも短い周期 T_s が 0.1 秒の正弦波、1 次モードの固有周期に相当する T_s が 0.3 秒の正弦波、1 次モードの固有周期よりも大きな周期 T_s となる 0.50 秒、0.70 秒、および 0.90 秒の正弦波を用いることにした。入力地震動の振幅に対し、加振開始時と加振終了時のそれぞれに 1 秒ずつ直線状のテーパ部を設けた。正弦波部の振幅は、斜面崩壊が起きるように 600 gal とした。また、正弦波部の継続時間は 5 秒間とした。

(3) SPH 法による微小変形解析

SPH 法では、各時刻において SPH 粒子の位置を更新することで大変形解析を行う。一方、各時刻で SPH 粒

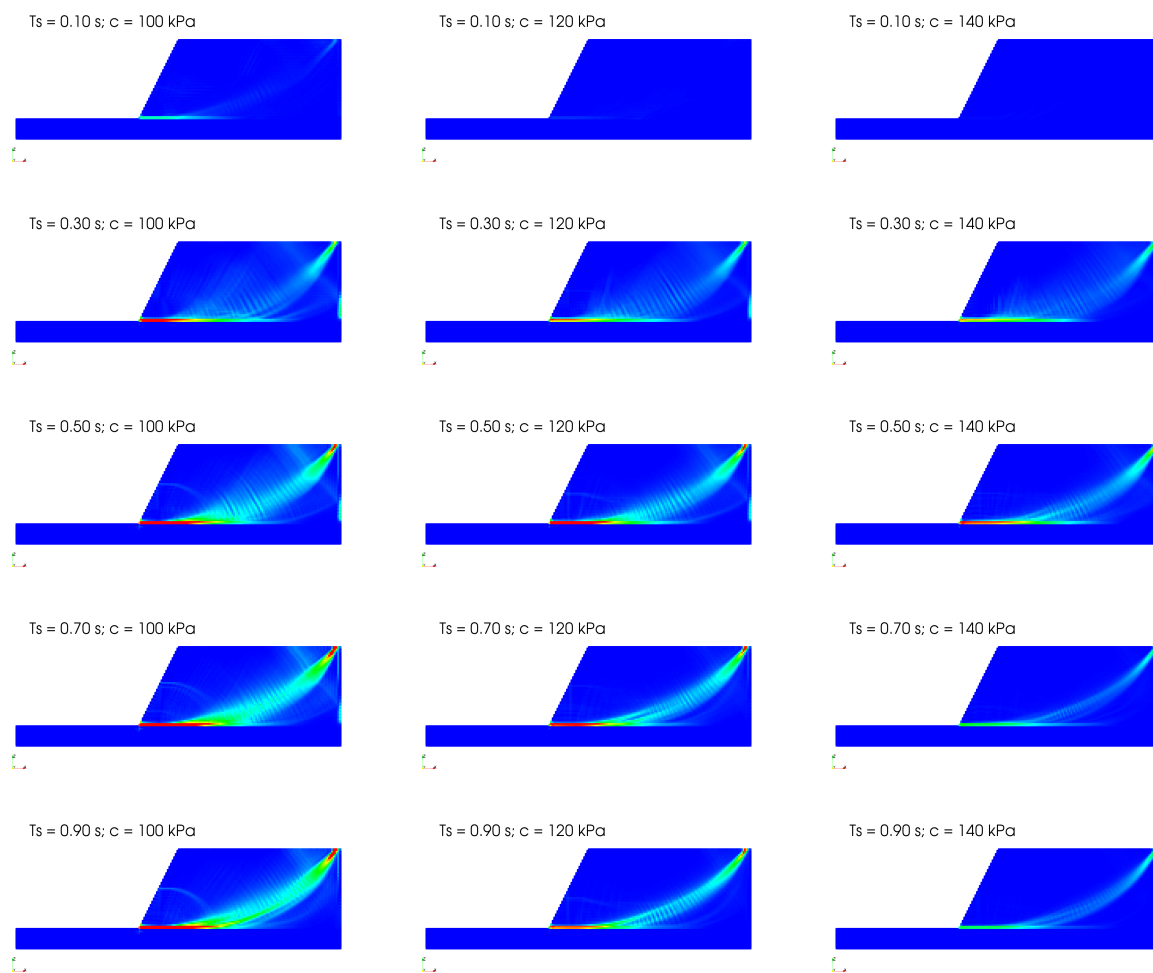


図-5 累積塑性ひずみの分布（微小変形解析）

子の位置を更新しないことで、微小変形解析を行うことができる⁴⁾。本研究では、大変形解析と微小変形解析で、得られる結果にどのような違いが現れるのかを確認することを目的として、微小変形解析も実施した。

4. 解析結果と考察

(1) 累積塑性ひずみの分布

解析の結果得られた加振後の斜面の形状と累積塑性ひずみの分布について、大変形解析の場合を図4、微小変形解析の場合を図5にそれぞれに示す。微小変形解析では、SPH粒子位置が更新されないため、斜面の変形は求められない。これらの図から、入力地震波の周期 T_s と材料強度 c 、あるいは大変形解析と微小変形解析の違いによって、すべり領域の発生の様子が異なることがわかる。

まず大変形解析結果についてみると、入力地震波の周期 T_s が大きくなるほどすべり領域がはっきりと見られるようになり、かつ、斜面の変形が大きくなっている。

また、入力地震波の周期 T_s が同じ場合、材料強度 c が小さくなるにつれて、すべり領域が地表方向に広がっていく様子が見られる。

大変形解析（図4）と微小変形解析（図5）を比べると、入力地震波の周期 T_s と材料強度 c の違いによる影響はよく似ている。ただし、入力地震波の周期 T_s と材料強度 c の値が等しい場合、大変形解析の方が微小変形解析よりもすべり領域が大きくなっており、解析手法の違いの影響が明瞭に現れている。

(2) 法肩の変位応答の時刻歴

図-6は、解析を行ったすべてのケースについて、法肩の変位応答の時刻歴を比較したものである。すべてのケースにおいて、法肩の変位は地震波の入力直後から始まり、地震波が終了した時点で停止している。すなわち、進行型斜面崩壊が再現されている。また、すべてのケースにおいて鉛直方向よりも水平方向の変位が大きくなっていることから、すべり土塊の回転を伴う円弧すべりよりも、すべり土塊が水平方向にスライ

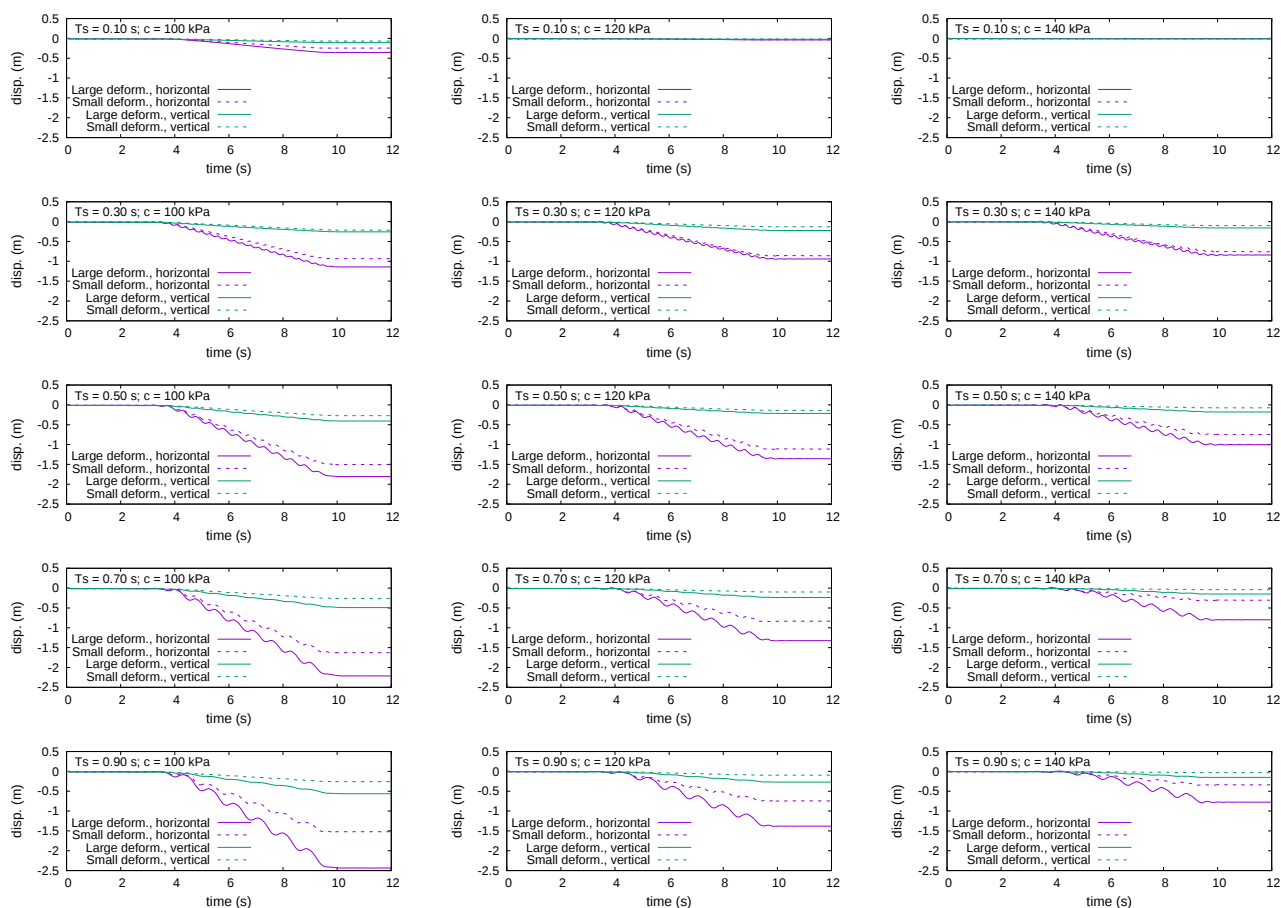


図-6 変位応答の時刻歴

ドする崩壊モードが卓越しているとみられる。

入力地震波の周期 T_s の影響についてみると、粘着力 c の値が最も小さい 100 kPa のケースにおいて、 T_s が大きくなるにしたがって法肩の水平方向と鉛直方向の変位がいずれも大きくなる傾向がみられる。一方、粘着力 c の値が 120 kPa と 140 kPa の場合では、入力地震波の周期 T_s が斜面モデルの 1 次モードの固有周期である 0.3 秒以上において、法肩の水平方向と鉛直方向の変位はそれぞれ大きな変化は現れていない。

大変形解析と微小変形解析で比較すると、水平方向と鉛直方向のいずれについても、大変形解析から得られる変位が微小変形解析から得られる変位をすべて上回っている。すなわち、地震動が作用している際の斜面の形状の変化の影響が考慮できない微小変形によって求めた斜面の変形は、危険側の評価となることを示している。

(3) 考察

これまでに示した解析結果を総括し考察を与えるため、入力地震波の周期と永久変位（残留変位）の関係について、図-7 に整理した。

まず、大変形解析について入力地震波の周期 T_s と永久変位の関係をみると、粘着力 c の値によって特性が異なることがわかる。まず、粘着力 c が最も小さい 100 kPa のケースでは、入力地震波の周期 T_s が大きくなるに従い、水平方向、鉛直方向共に残留変位が増加している。次に、 $c=100$ kPa のケースでは、入力地震波の周期 T_s が斜面の 1 次モードの固有周期である 0.3 秒を超えると、残留変位は水平方向と鉛直方向のいずれについても頭打ちとなっている。さらに、粘着力 c が 140 kPa のケースでは、残留変位は水平方向、鉛直方向ともに入力地震波の周期 T_s が斜面の 1 次モードの固有周期と一致したところで最大となっている。このように、入力地震波の周期 T_s と粘着力 c が地震時の斜面崩壊に与える影響は、互いに連成しており、その性質については今後の詳細な検討が必要である。

次に、大変形解析と微小変形解析の結果の違いについて確認する。いずれの解析ケースにおいても、大変形解析によって得られた永久変位は、微小変形解析によるものよりも大きい。特に、入力地震波の周期 T_s が斜面の 1 次モードの固有周期である 0.3 秒よりも大きい場合に、大変形解析と微小変形解析の結果の差が大き

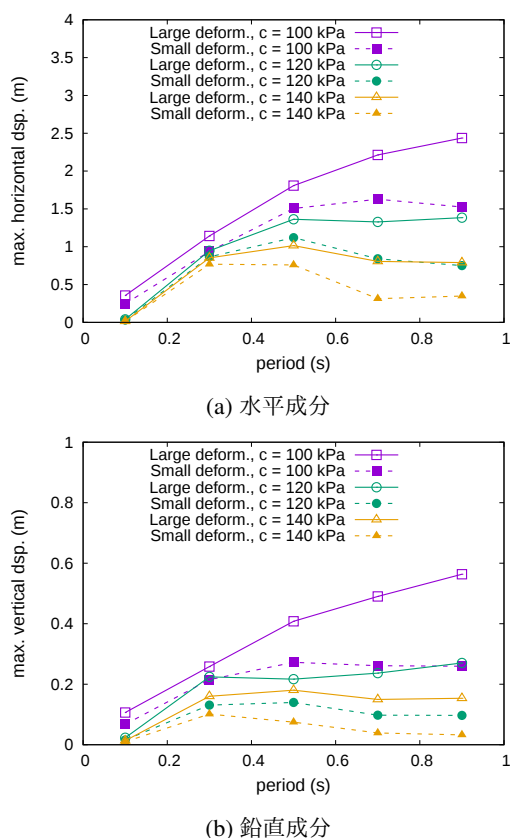


図-7 入力波の周期と永久変位の関係

くなる傾向がある。このことから、斜面に大きな変形を生じる状況が想定される場合には、微小変形解析ではなく大変形解析を行う必要があることがわかる。すなわち、大変形解析である SPH 法による解析が有効である。

5. 結論

本研究では、地震時に進行型斜面崩壊が生じる斜面を対象として、入力地震動の周期と材料強度の影響について検討した結果、入力地震動の周期の影響は、斜面の材料強度の値によって変化することが分かった。すなわち、解析を行ったケースの中で材料強度が最も小さい場合には、入力地震動の周期の増加に伴って斜面の変形量が増加したのに対し、材料強度が最も大きいケースでは、入力地震動の周期と斜面の固有周期が等しい場合に斜面の変形量が最も大きくなった。

さらに、SPH 法による微小変形解析を実施し大変形解析の結果と比較したところ、微小変形解析で得られる斜面の変形量は、解析を行ったすべてのケースにおいて大変形解析よりも小さく、危険側の評価を与えた。したがって、SPH 法による大変形解析は、地震時の進行型斜面崩壊を対象とした解析に有効な手法であることが示された。

謝辞： 本研究は JSPS 科研費 18H01523 の助成を受けた。

参考文献

- 1) Newmark, N.M.: Effects of earthquakes on dams and embankments, *Geotechnique*, Vol.15, pp.139-159, 1965.
- 2) Lucy, L.: A numerical approach to testing the fission hypothesis, *Astronomical Journal*, Vol.82, pp.1013-1024, 1977.
- 3) Gingold, R.A. and Monaghan, J.J.: Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to nonspherical stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol.181, pp.375-389, 1977.
- 4) 小野祐輔：SPH 法による斜面の地震応答と崩壊挙動の解析，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.69, No.4, p.I.650 -I.660, 2013.

SPH ANALYSIS OF PROGRESSIVE SLOPE FAILURE INDUCED BY EARTHQUAKE GROUND MOTION

Yusuke ONO

In this study, we investigated the characteristics of progressive slope failures induced by earthquakes and the applicability of earthquake response analysis method using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method. The SPH method is a large deformation analysis method of a continuous body that utilizes the elasto-plastic constitutive model and is possible to analyze a slope failure induced by earthquake ground motion. On the other hand, progressive slope failure is a form of slope collapse in which the deformation of the slope is induced only when the earthquake ground motion is in effect. In this study, we investigated the effect of the period of input seismic motion and the material strength on progressive slope failures by carrying out the earthquake response analysis of the slope models by use of the SPH method. Furthermore, by conducting small deformation analysis by SPH method, we showed that large deformation analysis by SPH method is effective in seismic response analysis for progressive slope failure.