高分解能モデルを利用した 不整形地盤の局所的な地盤増幅の確率論的推定

飯山かほり1・吉行 淳2・藤田 航平3・市村 強4・盛川 仁5・堀 宗朗6

¹正会員 東京大学地震研究所 特任研究員 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1) E-mail: kiiyama@eri.u-tokyo.ac.jp

²正会員 東京大学地震研究所 修士課程 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1) E-mail: y-atsu@eri.u-tokyo.ac.jp

³正会員 東京大学地震研究所 助教 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1) E-mail: fujita@eri.u-tokyo.ac.jp

⁴正会員 東京大学地震研究所 准教授 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1) E-mail: ichimura@eri.u-tokyo.ac.jp

5正会員 東京工業大学環境・社会理工学院 教授 (〒226-8502 神奈川県横浜市緑区長津田町 4259)

E-mail: morika@enveng.titech.ac.jp

⁶正会員 東京大学地震研究所 教授 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1) E-mail: hori@eri.u-tokyo.ac.jp

表層地盤の不整形性に起因する局所的な地震動の増幅現象を評価するためには、ローカルな地盤形状から地盤物性・非線形特性までを丁寧にモデル化し、表層地盤の3次元効果を考慮できる数値解析手法を適用することが望ましい。しかし地盤構造情報はもとより不確定性の高いものであり、地盤モデルの設定時には経験的な仮定を導入せざるを得ない。このため地盤の特性を確率変数として取り扱うことは合理的と考えられるが、特にモデル規模が大きい場合、多くの試行回数を必要とする確率的評価法の適用は解析コストの面から難しい。本研究では精度と解析コストの両立を目指し、高分解能の3次元モデルに対する地盤応答解析に高速化計算と、限定された試行回数から応答を評価する点推定とを組み合わせて地盤応答の確率的評価を行い、その実用性を検討した。

Key Words: 3D Finite Element Method, Point estimate, Ground Irregularity, Stochastic evaluation

1. はじめに

表層地盤における地震動の局所的な増幅現象を精度よく推定できることは、パイプライン等の地中線状構造物の安全性評価に役立つ.表層地盤の増幅現象は、ローカルな地盤形状や地盤物性値、地盤の非線形性に強く影響を受けるため、地盤の高分解能モデルと地形の3次元効果を考慮できる3次元非線形応答解析手法が有効である.現在ではこうした局所的な地盤応答も高精度で解析する技術は確立されてきているが、地盤情報には多くの曖昧さを含むため、モデル化に際しては経験的な仮定を導入せざるを得ないのが実情である.このため、地盤構造の不確定性を考慮した地盤すべりや構造物の安全性評価法に関してはいくつかの研究が進められている例えば 15).

これらは主に地盤物性値を確率変数としたものであり、ベースとしてモンテカルロシミュレーションが利用されている。しかし、表層応答を大きく左右する要素である地盤の3次元的な不整形性を確率変数として取り扱った事例は見られない。また、モンテカルロシミュレーションは精度の高い推定結果が期待できるものの、分解能の高いモデルによる3次元非線形解析への適用は解析コストの観点から現実的でなく、限られた試行から確率的挙動を推定する点推定のは極めて優位性が高いと思われる。これらを踏まえ、本研究では、地盤を精緻に解析するための数値解析法と、地盤の不整形性の曖昧さを考慮した確率的手法として点推定を組み合わせ、表層地盤の不整形性に起因する局所的な地盤増幅現象の評価を試みる。そして、応答の推定精度と計算時間の観点からその実用

性を検証する.

なお、ライフライン等、地中線上構造物の耐震設計は ひずみで照査が行われることを踏まえ、推定対象として はひずみに着目する。また、応答の平均値だけでなくば らつきまでを考慮できる確率分布を推定することで、取 り得るひずみの値を確率的に評価する.

2. 応答推定の方法

本章では、本研究における地震時の表層地盤応答推定 法の根幹をなす(1)地盤構造の高分解能での解析を実現 するための高速化手法、および(2)地盤構造の不確定性 を考慮した解析手法を概説する.

(1) 地盤の解析

本研究では既往研究 ^{1,2} に従い,複雑形状を適切に離散化でき、かつ、表面において応力フリーの境界条件を満足する非線形有限要素法を適用する。複数の地盤形状モデルに対して有限要素解析を実行するため、高速な有限要素解析、及び、有限要素モデルの高速・ロバストな自動構築方法が必要となる。以下、対象問題の有限要素法による離散化、用いた高速有限要素法ソルバー、及び、有限要素モデル生成手法を概説する。

地盤震動を非線形動弾性体内の波動伝播と考え、 Newmark- β 法(β =1/4, δ =1/2)により時間積分

$$\left(\frac{4}{dt^{2}}\mathbf{M} + \frac{4}{dt}\mathbf{C}^{n} + \mathbf{K}^{n}\right)\delta\mathbf{u}^{n} = \mathbf{f}^{n} - \mathbf{q}^{n-1} + \mathbf{C}^{n}\mathbf{v}^{n-1} + \mathbf{M}\left(\mathbf{a}^{n-1} + \frac{4}{dt}\mathbf{v}^{n-1}\right),$$
(1)

を実施する. ここで、 \mathbf{q}^n , \mathbf{u}^n , \mathbf{v}^n , \mathbf{a}^n は

$$\mathbf{q}^{n} = \mathbf{q}^{n-1} + \mathbf{K}^{n} \delta \mathbf{u}^{n},$$

$$\mathbf{u}^{n} = \mathbf{u}^{n-1} + \delta \mathbf{u}^{n},$$

$$\mathbf{v}^{n} = -\mathbf{v}^{n-1} + \frac{2}{dt} \delta \mathbf{u}^{n},$$

$$\mathbf{a}^{n} = -\mathbf{a}^{n-1} - \frac{4}{dt} \mathbf{v}^{n-1} + \frac{4}{dt^{2}} \delta \mathbf{u}^{n},$$

で更新する. ここで、 δu , u, v, a, f は、各々、変位増分、変位、速度、加速度、外力ベクトルである. また、M, C, K は質量、減衰、剛性マトリクスであり、dt, n は時間刻み、タイムステップ数である. なお、減衰には Rayleigh 減衰を用いる. ここでは、要素減衰マトリクス C^n を

$$\mathbf{C}_{a}^{n} = \alpha \mathbf{M}_{a} + \beta \mathbf{K}_{a}^{n}, \qquad (2)$$

として求める. ここで \mathbf{M}_e , \mathbf{K}_e はそれぞれ要素質量マトリクス及び要素剛性マトリクスであり, α と β は最小二

乗問題

$$\min imize \left[\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \left(h - \left(\frac{\alpha}{4\pi f} + \beta \pi f \right) \right)^2 df \right], \quad (3)$$

を解くことで定める. fmax, fmin, h は解析対象最大周波数, 最小周波数,減衰定数である. 地盤材料の構成則として Ramberg-Osgood モデル³と Masing 則⁴を用いる. 有限要素モデルの底面に基盤波を入力し、側面及び底面に半無限吸収境界条件を適用する. 解析コストが膨大となることから、MPI/OpenMP ベースの並列三次元非線形動的有限要素法を用いる⁵.

本研究では、多数の地盤モデルに対する有限要素法メッシュを生成するため、バックグランド格子法ベースの有限要素モデル生成手法 %を使う. 対象領域を囲むバックグラウンド格子を使って格子毎にローカルに要素分割を行うため、複雑形状を高速・ロバストに要素分割できる方法となっている. 上記の高速な有限要素解析手法と組み合わせることで、非線形物性・複雑地盤形状を反映した地盤震動解析を多数の地盤モデルに対し実行できる.

(2) 不確定性を考慮した解析 (多次元点推定)

複数地点での表層厚を確率変数として取り扱う問題は 多次元の確率問題に帰着できるが、高分解能の3次元地 盤非線形応答解析といった計算負荷の大きい問題に対し、 モンテカルロシミュレーションベースの方法を適用する のは不利である。そこで、演算回数の点では極めて優位 性が高い点推定12の適用を考える。

1次元問題のm点推定 ($m \ge 2$, mは自然数) では、1つの確率変数Xのうちm個の評価点X: (i=1,...,m) とそれに対応する重みP:から、各評価点に対応する応答Y=g(X)の期待値を次式のように近似する 12 .

$$E[Y^{k}] \cong \sum_{i=1}^{m} P_{i} \cdot Y_{i}^{k} = \sum_{i=1}^{m} P_{i} \cdot g^{k}(X_{i}).$$
 (4)

評価点 X_i (i=1,...,m) は,各 X_i と対応する重み P_i から求まる Xの期待値が,Xの確率密度関数 p(X) (連続量) の期待値を満足するように決定する $^{M imes i \pi 12}$.

$$E[X^{k}] = \int_{-\infty}^{\infty} X^{k} p(X) dx = \sum_{i=1}^{m} P_{i} X_{i}^{k}$$

多次元問題への拡張については、確率変数同士に相関がある場合や確率密度分布が非対称である場合を対象とした様々な手法が提案されているが例えば 1417 、計算効率の観点から殆どの研究が 2 点推定、多くても 3 点推定をベースとしている。最も単純な 2 1次元 2 点推定の単純な拡張では 2 2 他の評価点が必要となり、最少の 2 点であっても 2 2 の増大に伴う計算回数の増大は無視

できないものとなる. このため Rosenblueth は確率変数同士に相関がない場合を対象に次式を提案している 19.

$$\frac{\overline{Y}}{y} \cong \frac{\overline{Y_1}}{y} \frac{\overline{Y_2}}{y} \cdots \frac{\overline{Y_N}}{y},.$$

$$1 + V_Y^2 \cong (1 + V_{Y1}^2)(1 + V_{Y2}^2) \cdots (1 + V_{YN}^2)$$
. (5)

ここに、 \overline{Y} は推定したい応答の平均、 \overline{Y}_i は X_i のみ確率変数とし X_i ($j\neq i$)を平均 μ_i とした場合の応答、Yは推定したい応答の変動係数($=\sigma_i / Y$)、 Y_i は X_i のみ確率変数とし X_i ($j\neq i$)を平均とした場合の応答の変動係数である。すなわち、(5)式によれば、応答の平均と変動係数(標準偏差)を、(2N+1)個の評価点から推定できることになる。本研究ではこの方法を適用する。

ここで、点推定から求められる期待値 \overline{Y} 、 \overline{Y}_i は、(4) 式を多次元化した次式のとおり、近似値である.

$$E[Y^k] = \int \int \cdots \int g^k(\mathbf{X}) p(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \cong \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m P_{ij} \cdot Y_{ij}^k.$$

ここに,
$$\mathbf{X} = (X_1,...,X_m)$$
, i は次元の番号, i は評価点番号を表す (6

このため、点推定の精度は(6)式の近似精度に依存するが、(6)式の近似精度を上げるには単純に評価点mの数を増やす必要があるため 13 、計算負荷と精度とは当然ながらトレードオフである。ただし、2 点推定から発展した(5)式は、y を各確率変数に重複利用することで評価点数(2N+1)個を変えることなく3 点推定に置き換えられる点に、本研究では着目する.

なお、点推定からは期待値のみの推定となるため、確率分布を推定するには別途、確率密度関数を適用する必要がある. これについては後述する.

3. 問題設定

方法の有効性を検証するために,2章(1)の手法を通して数値実験を行い地表面の最大主ひずみを算出し,2章(2)の手法から最大主ひずみの超過確率を算出する.

(1) 地盤モデル

対象数値モデルは、表層と基盤層の 2 層不整形地盤を模擬し、図-1 のように作成した。表層のみ地盤非線形を考慮し、基盤相は線形とした。当該モデルのメッシュサイズは $4m\sim16m$,自由度は $704,699\times3$,四面体 2 次要素数は 495,918 である。各種地盤物性は表-1 のとおりとした。ここで h_{max} は最大減衰定数, γ は基準ひずみである。

(2) 入力地震動

入力特性の違いによる影響を考え、ここでは次の3種の地震動について検討した.入力は水平2成分および上下の3方向、解析時間間隔は0.005sとした.

- ・神戸海洋気象台(以下,神戸波) 20000ステップ
- ・宮城県桶谷町新町(以下,東日本波)50000ステップ
- ・新潟県小千谷市城内(以下,中越波)20000ステップ

(3) 確率変数の設定

図-1 の点 α_i (i=1,...6) の 6 地点における表層厚(図-1(b)の z 座標位置に相当)を確率変数 X_i とし、それぞれ表-2 に示す平均及び標準偏差を有する正規分布を仮定した。 すなわち、この問題では N=6 であり、点推定による演算は 2N+1=13 ケースとなる。2 点推定の場合の評価点 X_i および重み P_i は

 X_{i-} = μ_i - σ_i , X_{i+} = μ_i + σ_i , P_{i-} = P_{i+} =0.5, 3 点推定の場合は

 $X_{i-}=\mu_{i}-\sqrt{3}\sigma_{i}, X_{0}=\mu_{i}, X_{i+}=\mu_{i}+\sigma_{i},$ $P_{i-}=1/6, P_{0}=2/3, P_{i+}=1/6,$ であるため、計算ケースは表-2のとおりとなる.

(4) 応答の確率密度変数の設定

各計算ケースから算出された地表面最大主ひずみ ε_{max} は 0以上であること ($\varepsilon_{max} \ge 0$) , またその分布特性を考慮し、ここでは確率密度関数のうちガンマ分布

$$f(t) = t^{k-1} \frac{e^{-t/\theta}}{\Gamma(k)\theta^k}$$
 (t>0, \theta>0, k>0),

ここに、 $\Gamma(k)$ はガンマ関数、k、 θ はそれぞれ形状母数、尺度母数、

を選定し、ガンマ分布の平均 kd, 分散 kd に点推定から 得られた期待値を代入した.この累積分布から、ターゲットとする最大主ひずみの超過確率を算出した.

(5) 結果の比較検証

点推定より求めた超過確率の精度検証には、モンテカルロシミュレーションによる結果をリファレンスとした. なお、地表各点の最大主ひずみの平均および標準偏差に対する収束性を確認した結果、300回程度で概ね収束することを確認した. モンテカルロシミュレーションの実行回数は、十分な収束を確保するため500回とした.

以下,モンテカルロシミュレーション法による推定をMCM,m点推定法による推定をmPEMと表記する.

4. 解析結果

(1) 点推定による応答推定の精度について

図-2 に、神戸波入力時の最大主ひずみ 0.1%, 0.3%, 0.5%, 0.7% (0.7%は基準ひずみに相当) に対する超過確率の空間分布を、MCM と 2PEM で比較して示す. ただし各 αの位置と同図の座標との対応は表-3 に示した. 同図より、MCM と 2PEM では微小な違いはみられるものの、ひずみレベルによらず両手法で差異はほとんど見られず、2 点推定による推定精度は非常に良好である. 同様に、図-3 に東日本波入力時の結果として、最大主ひずみ 0.1%, 0.3%の超過確率を示す. 同図においても 2PEMの推定精度は非常に良好であり、点推定の適用可能性に期待が持てる.

次に、図4 上 2 段に、中越波入力時の最大主ひずみ 0.05%, 0.1%の MCM と 2PEM の比較結果を示す。同図によれば、ひずみレベルが大きくないにも関わらず、2PEM の推定精度が神戸波、東日本波入力時と比較して劣っている。このことは、当問題の入力(層厚)と応答(ひずみ)の関係性においては、地盤の非線形化に起因した複雑性よりもむしろ地震動の位相特性に起因した複雑性の影響が大きいことを示唆するものである。

そこで、先に述べたように 2 点推定を利用した(5)式が評価点数を変えることなく 3 点推定に置き換えられる点に着目し、3 点推定で求めた超過確率を図4 の最下段に3PEM として示す。同図から、2PEM と比較して3PEMによる推定精度は大幅に向上していることが読み取れる.MCM との差異は若干残るものの、簡易推定としては十分な精度であるといえる.

(2) 手法の実用性について

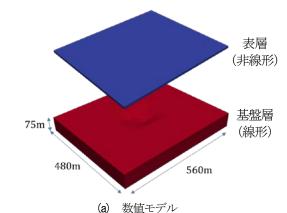
先の計算は、高速化計算を適用したことで、1 ケースの計算時間は 20000 ステップの場合、約 25 分(3 次元解析時間 15 分弱、60 ノード使用時)であり、モンテカルロシミュレーションの計算時間約 75 時間(500 個のモデルを連続的に解析、4 並列)に対し、点推定によるケース(N=6)の合計計算時間は約 1.5 時間(13 個のモデルを連続的に解析、4 並列)であった.

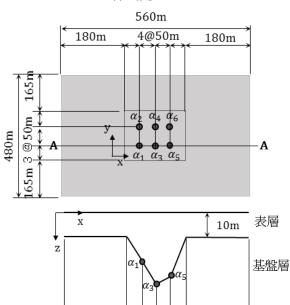
同手法を,最大ひずみが生じる位置の1次的な評価と 位置付ければ,十分に現実的な計算時間かつ精度が得ら れたと考えている.

5. まとめ

不整形地盤に起因する局所的な地盤増幅の影響を,地 盤構造の曖昧さを考慮した上で評価することを目的とし て,高分解能の地盤応答解析と確率的評価を組み合わせ た検討を行った.

地盤の局所的な応答を精度よく表現するためには3次元非線形有限要素法は有効であるが、領域や分解能に応じた計算時間を要するため、モンテカルロシミュレーシ





Section A-A

(b) 数値モデルの平面 (上) および断面形状 (下)

4@50m

180m

180m

図-1 不整形地盤モデル

表-1 地盤物性の設定値

	V_p [m/s]	V_s [m/s]	ρ[kg/m³]	h_{max}	γ
表層	700	100	1500	0.23	0.007
基盤層	2100	700	2100	0.001	∞

表-2 確率変数としての各位置の表層厚の設定と計算ケース

位置	α_1	α_2	α_3	<i>0</i> 4	α_5	α_6	
層厚平均 $\mu_i[m]$	20	25	30	20	25	25	
層厚標準偏差 σ _i [m]	5	5	5	5	5	5	
計算ケース1	2点推定,		3点推定ともに		全て平	均μ _i	
	2点推定:						

計算ケース 2~13 いずれか1 箇所のみ μ± σ, 他は平均 μ, 3 点推定:

いずれか1箇所のみ μ_i ± $\sqrt{3}\sigma_i$,他は平均 μ_i

表-3 結果描画における各αの位置

位置	α_1	α_2	<i>0</i> (3	<i>0</i> 4	α_5	α_6
x座標	90	90	140	140	190	190
y座標	35	85	35	85	35	85

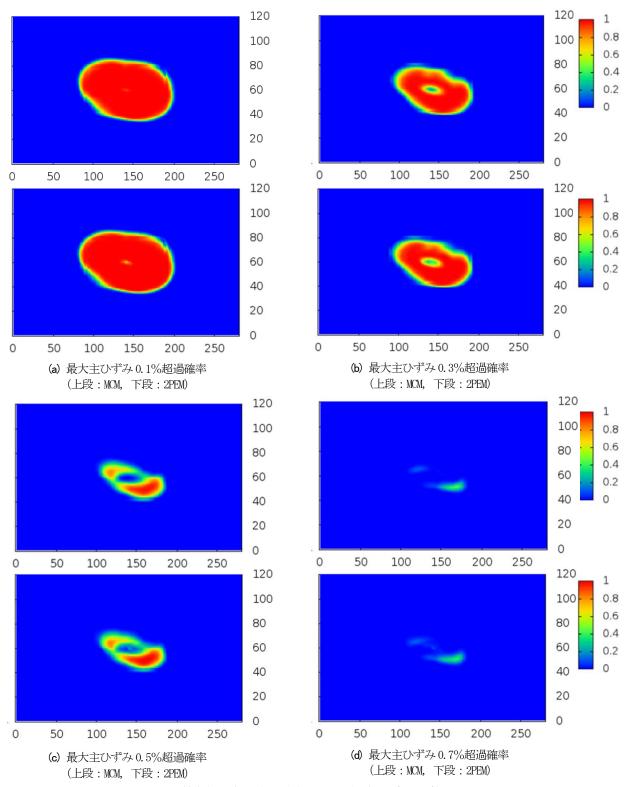


図-2 最大主ひずみの超過確率の空間分布(神戸波入力時)

ョンのような確率的評価への適用は非現実的となる. そこで,計算の高速化手法を適用することで計算時間の短縮を目指すと同時に,モンテカルロシミュレーションの代替として多次元点推定を適用することで,演算回数の減少を目指した.

この方法による応答評価の精度と計算時間の現実性について、2層不整形地盤を模擬した数値解析から検証した。各地点の表層厚を確率変数として地表最大主ひずみ

の超過確率を求め、これをモンテカルロシミュレーションによる超過確率と比較した結果、多次元3点推定を適用することで少ない演算回数からでも十分な精度でひずみ超過確率の空間分布を推定できることがわかった。また、高速化計算を適用したところ、十分に現実的な時間内で上記の推定を実行できることを示した。これらの結果は、局所的な地盤増幅に対する1次的な評価としての同方法の実用性を示すものと考えている。

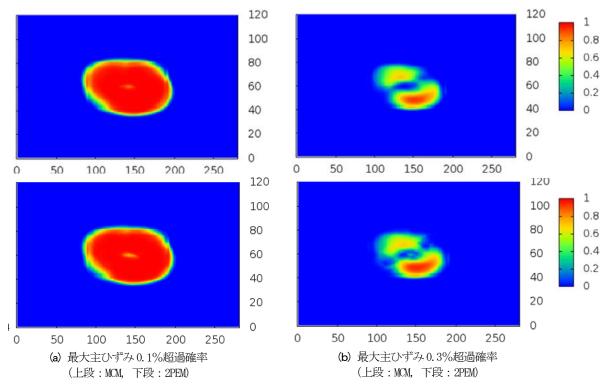


図-3 最大主ひずみの超過確率の空間分布(東日本波入力時)

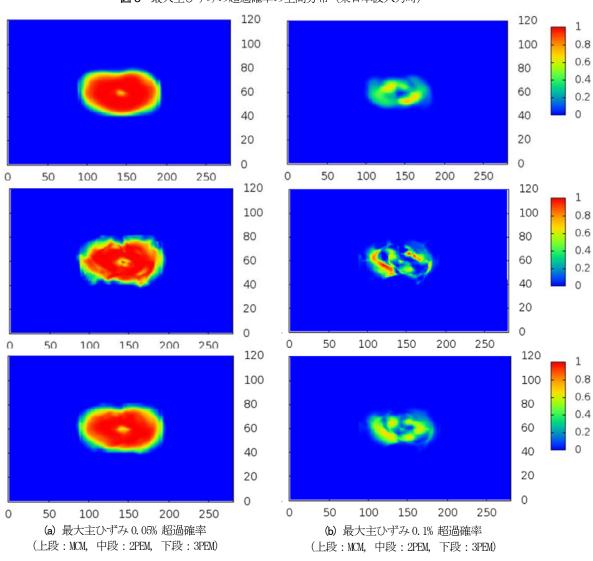


図4 最大主ひずみの超過確率の空間分布(中越波入力時)

参考文献

- Fei Kang, Shaoxuan Han, Rodrigo Salgado, Junjie Li: System probabilistic stability analysis of soil slopes using Gaussian process regression with Latin hypercube sampling, Computers and Geotechnics, Vol.63, pp.13–25, 2015.
- Dian-Qing Li, Shui-Hua Jiang, Zi-Jun Caoa, Wei Zhou, Chuang-Bing Zhou, Li-Min Zhang: A multiple response-surface method for slope reliability analysis considering spatial variability of soil properties, Engineering Geology, Vol.187, pp. 60–72, 2015.
- 3) 大竹雄, 本城勇介: 地盤構造物設計の不確実性寄与度分析と設計の観点からみた地盤工学の課題, 土木学会論文集C(地圏工学), Vol.72, No.4, P.310-226, 2016.
- 4) 畑明仁, 志波由紀夫: 地盤物性の不確定性が地盤の 地震応答特性に与える影響検討, 大成建設技術セン ター報, 第43号, pp. 11-1-11-8, 2010.
- 5) 畑明仁:地盤物性の不確実性を考慮した地中構造物 の損傷確率評価法に関する研究,京都大学大学院工学 研究科都市社会工学専攻博士課程学位論文,2015.
- Rosenblueth E. 1975.: Point estimate for probability moments. Proc. Nat. Acad. Sci. USA. Vol. 72. No. 10. 3812-3814., 1975.
- 7) Tsuyoshi Ichimura, Kohei Fujita, Muneo Hori, Takashi Sakanoue, Ryo Hamanaka, Three-dimensional Nonlinear Seismic Ground Response Analysis of Local Site Effects for Estimating Seismic Behavior of Buried Pipelines, Journal of Pressure Vessel Technology, American Society of Mechan-ical Engineers, 136, Paper No: PVT-13-1131, 2014.
- Ichimura T, Fujita K, Errol Quinay P, et al. Comprehensive Seismic Response Analysis for Estimating the Seismic Be-havior of Buried Pipelines Enhanced by Three-Dimensional Dynamic Finite Element Analysis of Ground Motion and Soil Amplification. ASME. J. Pressure Vessel Technol. 2016;138(5).
- Idriss, I.M., Singh, R.D. and Dobry, R.: Nonlin-ear Behavior of Soft Clays during Cyclic Loading," Journal of the Geotechnical Engineering

- Division, 104, pp. 1427-1447, 1978.
- Masing, G.: Eigenspannungen und Verfestigung beim Messing," Proceedings of the 2nd International Congress of Applied Mechanics, pp. 332–335 (in German), 1926.
- T. Ichimura, K. Fujita, P.E.B. Quinay, L. Maddegedara, M. Hori, S. Tanaka, Y. Shizawa, H. Kobayashi, and K. Mi-nami: Implicit nonlinear wave simulation with 1.08T DOF and 0.270T unstructured finite elements to enhance compre-hensive earthquake simulation, Proceedings of the Interna-tional Conference on High Performance Computing, Net-working, Storage and Analysis, (SC'15), 2015.
- 12) Ichimura, T., Hori, M., Bielak, J., , "A Hybrid Multiresolution Meshing Technique for Finite Element Three-Dimensional Earthquake Ground Motion Modeling in Basins Including Topography," Geophysical Journal International, 177, pp. 1221–1232, 2009.
- 13) Iiyama, K., Morikawa, H., Hirose, S., Fujita, K., and Ichimura, T.: Number of evaluation points to improve accuracy of seismic damage evaluation using point estimate method, *Proc. of the Tenth Pacific Con*ference on Earthquake Engineering, Building an Earthquake-Resilient Pacific, 6-8 November, Sydney, Australia, Australian Earthquake Engineering Society, Paper Number 129, 2015.
- Harr, M. E.: Probability estimate for multivariate analysis, Appl. Math. Model., Vol.13, No.5, pp.313-318, 1989.
- Li, K. S.: Poiint estimate method for calculating statistical moments, J. Eng. Mech., Vol.118, No.7, pp.1506-1511, 1992.
- Chang, C. H., Thung, Y. K., and Yang, J. C.: Evaluation of probability point estimate methods, Appl. Math. Model., Vol.19, No.2, pp.95-105, 1995
- Rosenblueth E.: Point estimate for probability, Appl. Math. Model., Vol.5, pp.329-335, 1981.

STOCHASTIC ESTIMATION OF TOPOGRAPHICAL EFFECTS OF GROUND MOTION AMPLIFICATION USING HIGH RESOLUTION MODEL

Kahori IIYAMA, Atsushi YOSHIYUKI, Kohei FUJITA, Tsuyoshi ICHIMURA, Hitoshi MORIKAWA, and Muneo HORI

For the accurate estimation of the topographical effects on the ground motion amplification, it is necessary to analyze an underground structure model using in-site data. However, the quality and quantity of the data are often limited. In this paper, we propose a stochastic estimation that accounts for the uncertainty of the underground structures, presuming a suitable stochastic distribution for uncertain geometrical or material parameters. The number of models which are generated as a realization of the stochastic model is minimized to reduce numerical computation. The stochastic estimation is applied to the ground motion amplification analysis that uses high resolution models and to the ground strain analysis, both of which use high resolution models of an underground structure.