カーネル密度推定と混合正規分布モデルによる 地震動波形の包絡線近似と地震動特性の考察

久世 益充1・能島 暢呂2

¹正会員 岐阜大学准教授 流域圏科学研究センター (〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1) E-mail:kuse@gifu-u.ac.jp ²正会員 岐阜大学教授 工学部社会基盤工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1) E-mail:nojima@gifu-u.ac.jp

本研究では、地震動の経時特性に着目し、正規化加速度累積パワー曲線に基づいた 99 次元特徴ベクト ルを用いて地震動特性について検討した。具体的には、特徴ベクトルを用いてカーネル密度推定、ならび に混合正規分布モデルを適用して地震動を包絡線近似しその有効性について考察した。99 次元特徴ベクト ルより算定した混合正規分布モデルが、2~8 次元に次元縮約できることを確認した。地震動走時に基づい て震源過程を比較した結果、混合正規分布モデルの要素モデルより震源過程を考察できる可能性を示した。 さらに、非定常パワースペクトルに適用した結果、次元縮約可能であることを確認したと共に、表面波の 有無を比較できる可能性を示した。

Key Words: Gaussian mixture model, Kernel density estimation, Feature vector, Husid plot, The 2011 Off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake

1. はじめに

地震動特性の評価は地震工学における基本的な課題で あり、地震動ごとに異なる特徴を的確に捉えることが重 要である.筆者らは正規化加速度累積パワー曲線(Husid plot)に基づいた地震動の経時特性について、その評価方 法を検討した^{1,3}.本研究では、Husid Plot より算出した 99 次元の特徴ベクトルを用いて、地震動振幅の走時を 比較した.具体的には、99 次元の特徴ベクトルから地 震動包絡線を確率密度分布で近似した著者らの手法³を 2011 年東北地方太平洋沖地震で観測された波形記録に 適用し、その有効性について考察した.

2. 特徴ベクトルと地震動波形の包絡線近似

(1) 特徴ベクトルの算出

1.で前述したように,著者ら³は 99 次元の特徴ベクト ルを用いて,地震動の包絡線を確率密度分布で近似した. 近似では,ノンパラメトリックモデルであるカーネル密 度推定,セミパラメトリックモデルである混合正規分布 モデルをそれぞれ適用した.99次元の特徴ベクトルは, 水平1成分ごとの地震動加速度波形 A(t)の全パワーで正 規化された累積パワー曲線(Husid plot)Pc(τ)より算出する. 図-1に概念図を示す.本研究では,式(1)の Pc(t)より, 1%刻みで離散化した99個のパーセントタイル値t(i=1, …,99)を99次元の特徴ベクトル **=**{t}と定義する.

$$P_{C}(t) = \frac{100 \int_{0}^{t} A^{2}(\tau) d\tau}{\int_{0}^{t_{end}} A^{2}(\tau) d\tau}$$
(1)

図-1 Husid plot と特徴ベクトルtの概念図(文献1に加筆)

(2) カーネル密度推定による包絡線近似

要素数*M*(本研究では99次元)の特徴ベクトルtが与えられたときの密度関数*p*(*t*)は次式のように求められる.

$$p(t) = \frac{1}{Mh} \sum_{i=1}^{M} K\left(\frac{t-t_i}{h}\right)$$
(2)

$$K(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)$$
(3)

$$h = \frac{0.9\sigma}{M^{1/5}}$$
(4)

$$\sigma = \min\left\{s, \frac{Q_{75} - Q_{25}}{1.34}\right\}$$
(5)

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{M} \left(t_i - \bar{t}\right)^2}{M}} \tag{6}$$

ここに、K(t)はカーネル関数で、本研究ではガウス分 布を採用する.また、hは平滑化パラメータ(バンド幅) であり、Silvermanの方法^{4,9}では、ベクトルtの標本標準 偏差 s と、四分位範囲(第 3 四分位点 Q_5 と第 1 四分位点 Q_5 との差)を 1.34 で除した値(標準正規分布での標準偏差 に相当)との小さい方の値を採用した σ およびデータ数 Mに基づいて定められる.なお、図-2 に後述する 3 波形 の hは、AKT008 は 12.84(s)、CHB003 は 2.91(s)、MYG004 は 10.09(s)であった.

(3) 混合正規分布モデルによる包絡線近似

平均μ,標準偏差σの正規分布の確率密度関数を,

$$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(t-\mu\right)^2}{2\sigma^2}\right\}$$
(7)

とするとき, G 個の正規分布を要素モデルとする混合正 規分布の確率密度関数は,

$$p(t;\theta) = \sum_{g=1}^{G} \pi_g \phi(t;\mu_g,\sigma_g)$$
(8)

で表される.ただし、 $\pi_{g}(g=1, \dots, G)$ は式(9)を満たし、 θ は全てのパラメータを表したものである.

$$\pi_g \ge 0, \ \sum_{g=1}^G \pi_g = 1$$
 (9)

$$\theta = \left\{ \pi_g, \mu_g, \sigma_g; g = 1, \dots, G \right\}$$
(10)

要素モデル数 Gは BIC(Bayesian Information Criterion)に基づいて決定する. BIC は最尤推定で得られたモデルのパラメータを として,次式より評価される.

$$BIC(\hat{\theta}) = -2\sum_{i=1}^{M} \ln p(t_i; \hat{\theta}) + k \ln M$$
(11)

ただし Mは要素数(本研究では 99), kはモデルの自由度, すなわちパラメータ数であり,本研究の場合,式(10)よ り k=3G-1 となる.

3. 特徴ベクトルと地震動波形の包絡線近似

(1) 特徴ベクトルに基づく包絡線近似の比較

2011 年東北地方太平洋沖地震において,防災科学技 術研究所 K-NET[®]で観測された 691 地点の加速度記録 (EW 成分)を用いて 99 次元の特徴ベクトル t={t}を算出し, カーネル密度推定と混合正規分布モデルを適用した.

図-2に加速度波形を示す.図示した波形は,(a)地震動 が長く標準的な包絡形状を有した波形,(b)振幅が鋭く 単峰形の波形,(c)複数の大振幅を持つ双峰形の波形であ る.図-3に確率密度分布を近似した結果を示す.灰線 のカーネル密度推定結果は,図-3の加速度波形と比較 して,地震動の包絡形状を概ね近似できていると言える. 赤線の混合正規分布モデルは,BICによる最適の要素モ デル数で近似した結果であり,単峰形のAKT008, CHB003は要素モデル数2,双峰形のMYG004は要素モ デル数3であった.また,カーネル密度推定と比較して, AKT008, CHB003はほぼ一致している.MYG004はピー クの鋭さがかなり強調された結果であるが,包絡線の傾 向は近似できていると言える.

表-1 に、図-2、図-3のパラメーター覧を示す.図-2の 加速度波形は 0.01 秒間隔で 300 秒間の加速度データを使 用しており、最もパラメータが多い.カーネル密度推定 は 99 次元の特徴ベクトルより推定した包絡線である. 混合正規分布モデルは特徴ベクトルをさらに次元縮約し た結果であり、表に示すように、5次元(要素モデル数 2) または 8 次元(要素モデル数 3)で包絡形状を縮約表現可 能であることが確認できた.



図-3 カーネル密度推定,混合正規分布モデルによる包絡線近似の比較(下黒線は特徴ベクトルの時間分布,灰線はカーネル密度 推定結果,赤線は混合正規分布モデル,青線は混合正規分布モデルの要素モデル)

表-1パラメータ数の比較			
	AKT008	CHB003	MYG004
加速度波形	30000		
カーネル密度推定	99		
混合正規分布モデル	5	5	8

(2) 混合正規分布モデルの地域比較

対象の 691 波形について, 混合正規分布モデルを適用 した場合の最適な要素モデル数の分布を図4に示す. 図中の赤丸は野津による疑似点震源モデルのサブイベン ト地点であり 7,4.で後述する.要素モデル数が4以上 の波形もごく一部に見られるが、ほとんどの波形が要素 モデル数 1~3(2,5,8 次元)で包絡線を近似できているこ とが確認できる. 図4の分布を見ると、1つの要素モデ ル数で近似できた観測波形は日本海沿岸部〜中部,関西 にかけて分布している. 図示は省略するが、これらは比 較的継続時間が長い波形が多い. 青森県・北海道に見ら れる双峰形がやや崩れた傾向の波形や、関東地方に見ら れる鋭く尖ったピークの波形は要素モデル数2であった. 双峰形の特徴を有し、比較的震源に近い岩手県・宮城県 の波形は、要素モデル数3であった、図4より、要素モ デル数より波形の包絡形状のおおまかな傾向を推察する ことが可能である. なお、地震動の特徴を抽出・分類し た著者らの検討結果 1/2)でも、図-4 に類似の傾向が見ら れた.

4. 震源過程と走時曲線の比較

(1) 強震動生成域の走時特性と包絡形状の比較

以上の考察より、次元縮約した地震動の包絡線近似が



図-4 要素モデル数Gの分布(赤星は震源位置,赤丸は野津⁷ によるサブイベントの位置を示す)

有効であることが確認できた.ところで,2011 年東北 地方太平洋沖地震では,特徴的な波群があることが指摘 されている^{例えば 8}.そこで,本研究で近似した地震動の 包絡形状と震源過程について,ペーストアップ図を作成 して考察した.図-5,東北地方から関東地方の太平洋に 面した 6 県(青森県,岩手県,宮城県,福島県,茨城県, 千葉県)の観測波形を用いて作成したペーストアップ図 を示す.図中の縦軸は震源距離であり,気象庁震源情報 ⁹と観測点の位置情報より算出した.図-5 では,震源北 方の観測点は正の値,南方の観測点は負の値で示した.

走時については、気象庁の JMA2001 走時表¹⁰より求 めた. JMA2001 走時表は、市川・望月¹¹の走時表を修正 した浜田ら¹²の走時表について、上野ら¹³が人工地震や M4 以上の内陸の浅い自然地震の走時データを参考に修 正したものである.加えて、メッシュ間隔を小さくし、 水平方向に 0~2000km の範囲で 10km 間隔、深さ方向に 深さ 200km までは 10km 間隔、200~700km は 20km 間隔 で整備し、高精度化されたものである.走時計算におい ては、浜田ら¹³の方法と同様に、水平方向に隣接する 3 点、深さ方向に隣接する 3 点の合わせて 9 点の走時表の 値より、距離・深さ方向共に 2 次式で内挿して求めた.

さらに図-5 では、波形の特徴と震源過程について考察するため、野津による疑似源震源モデル⁷を用いて、 9 個のサブイベントの走時を示した.疑似点震源モデル は震源モデルを単純化することを目的に提案されたモデ ルであり、9 個のサブイベントは、近傍の観測波形より 走時を読み取って得られたスーパーアスペリティ¹⁴を基 に、図-4 のように設定された.アスペリティを点震源 に相当するサブイベントとして表し、図-5 のようにサ ブイベントの走時と観測波形を比較することで、震源過 程の関係を考察した.なお、図-5 は震源距離を基準に 整理しているため、サブイベントの走時は同図上ではば らついている.これは、震源とサブイベントで観測地点 までの距離が異なるところを、震源距離で統一表示した ことによる.

図-5(a)に示す加速度波形のペーストアップを見ると, 震源北方では震源近傍の4個のサブイベントがS波到達 から約20秒後,約60秒後に2組の波群として到達し, その後残りの5個のサブイベントが順に到達している. この結果が岩手県・宮城県に見られる双峰形の波形の特 徴として表れていることがわかる.震源南方では北方と 同様に震源近傍の2個のサブイベントがS波到達から約 20秒後に到達し,7個のサブイベントは,約60秒後か ら順に到達している.2個のサブイベントは震源に近い 地点では振幅が大きいが,遠方では距離減衰により小さ くなることが確認できる.一方,残り7個のイベントは,







図−6 混合分布モデル(要素モデル)の比較(赤,緑の十字線はそれぞれ P 波走時,S 波走時,赤・緑・青・紫・黄は順に要素モデル番号(1~5),丸の大きさは大きな順に,μ_g, μ_g± σ_g,μ_g±2 σ_gを示す)

震源に近い地点ではばらつきが見られるが,震源距離約 300km 以遠では比較的集中しており,この効果が,茨城 県・千葉県に見られる単峰形の鋭いピークが特徴的な波 形として表れることがわかる.

ところで、加速度波形を比較した図-5(a)では、振幅の 時間変動が複雑なため、観測波形にフィルターを施すな どの処理をしないと、 地震波の走時と最大振幅が表れる 時刻の比較は少々難しい. そこで、本研究で定義した 2 種類の包絡線近似を用いて比較する. カーネル密度推定 による包絡形状と走時を比較した図-5 (b)を見ると、同 図(a)と比べて、シンプルな包絡形状で表現しているため、 波形ごとの走時や最大振幅が表れる時刻を容易に比較す ることが可能である. 混合正規分布モデルによる包絡形 状を用いた図-5(c)では、図-3に示したように、波形によ ってはピークを強調した包絡線になるため、同図(a)、(b) よりも最大振幅をより明瞭に比較することが可能である. 加えて、図-5(こ)の包絡線は、表-1に前述したように少な いパラメータで表していることから、混合正規分布モデ ルにより数次元程度に縮約した波形より走時や震源過程 を考察可能であると言える.

(2) 混合正規分布モデルのパラメータによる比較

図-6に、混合正規分布モデルより得られた要素モデ ルのパラメータ(π_g , μ_g , σ_g)より算出した, μ_g , μ_g $\pm \sigma_{g}$, $\mu_{g} \pm 2\sigma_{g}$ を比較した結果を示す. パラメータの 添字gは2.(3)に前述したように要素モデルの番号であり、 ここでは、 µgが早いものから順に µ1, µ2, µ3とした. 図に示すように、*µg*は大きな振幅が見られる時刻にお おむね対応している. 震源北方の包絡形状を見ると, 赤・緑で示したμ1,μ2が2つの波群を表している. 震 源南方では,震源に比較的近い波形では赤・緑は分離し ているが、震源から遠ざかるとμ1、μ2、μ3が同じ時間 帯に重なっており、4.(1)に前述したように、単峰形のピ ークが表れる特徴と対応していることがわかる. さらに, 北方震源に比較的近い波形では、µg-2 σg が大振幅の 走時と考えられる時刻にプロットされていることから、 混合正規分布モデルより得られるパラメータより、震源 過程を考察できる可能性が示唆された.

5. 非定常パワースペクトルへの適用と考察

(1) 非定常パワースペクトルの特徴ベクトルの定義

次に,著者らの特徴ベクトルの算出方法を非定常パワ ースペクトル¹⁵に適用し,地震動の非定常性と混合正規 分布モデルによる次元縮約について考察する. 亀田¹⁵は, 地震動の時刻歴応答に基づいた非定常パワースペクトル $G(t, \omega)$ を次式のように定義した.

$$G(t,\omega) = \frac{2h\omega^3 r^2(t)}{\pi}$$
(12)

$$r^{2}(t) = y^{2}(t) + \frac{\dot{y}^{2}(t)}{\omega^{2}}$$
(13)

ここで、hは減衰定数、 ω は固有円振動数、y(t)は加速度 波形 A(t)による線形 1 自由度系の相対変位である.式 (12)を用いて、式(1)と同様に次式により非定常パワース ペクトル正規化し、 $P_{c}(t, \omega)$ を 1%刻みで離散化した t (i=1,...,99)を固有円振動数 ω における、非定常パワースペ クトルの 99 次元特徴ベクトル $t_{e}=\{t\}$ と定義する.

$$P_{\rm e}(t,\omega) = \frac{100\int_{0}^{t}G(\tau,\omega)d\tau}{\int_{0}^{t_{\rm end}}G(\tau,\omega)d\tau}$$
(14)

(2) 非定常パワースペクトルの包絡線近似

非定常パワースペクトルの特徴ベクトル t_eの適用例と して、図-2に前述した AKT008, CHB003, MYG004を対 象に考察する.非定常パワースペクトルは、周期 0.1~ 10.0(s)を対数軸上で等間隔になるように 100分割した 101 成分の固有周期を対象に算出し、t_eを求めた.図-7 に、 非定常パワースペクトル(周波数ごとの最大値で正規 化),特徴ベクトル t_eの時間分布,カーネル密度推定、 混合正規分布モデルをそれぞれ示す.同図では比較を容 易にするため、101成分の中から 34成分の固有周期を抽 出している.図中の赤十字は混合正規分布モデルの要素 モデルの平均μgである.

図-7 (al), (bl), (cl)の非定常パワースペクトル, (a2), (b2), (c2)の特徴ベクトルの時間分布, (a3), (b3), (c3)の カーネル密度推定を比較すると, Husid Plotによる図-2, 図-3 の考察と同様に,非定常パワースペクトルの包絡 形状を概ね近似していることがわかる. 同様に図-7 (a4), (b4), (c4)の混合正規分布モデルでは, 図-6 と同様に振幅 の鋭いピークが強調されるが, 包絡線の傾向を近似でき ていると言える.

図-7 (a4), (b4), (c4)の要素モデルの平均µgを見ると, 各周期のパワーの大きな時刻に対応しており,図-2 に 前述した加速度波形の最大振幅の時刻に概ね対応してい ることが確認できる.さらに,周期数秒以上に見られる, 地震動の表面波成分と思われる後続波を近似したµgも 確認できることから,混合正規分布モデルを用いて,地 震動の表面波の有無を比較できる可能性が示唆された.



図-7 包絡線近似した非定常パワースペクトルの比較(混合分布モデルの赤点は,要素モデルの平均 / gを示す)

表-1 に前述したように、加速度波形は 0.01 秒間隔で 300 秒間のデータであり、加速度波形より算出した固有 周期 101 成分の非定常パワースペクトルのパラメータ数 は 3030000 である.一方、特徴ベクトル teは 99 次元であ り、パラメータ数を 9999 まで次元縮約ができる. さら に混合正規分布モデルでは、202 次元(固有周期が全て要 素モデル数 1 の場合)~1111 次元(固有周期が全て要素モ デル数 4 の場合)の範囲に次元縮約して包絡形状を表現 することが可能であることを示す.

6. おわりに

本研究では、著者ら ^{1,2)}の特徴ベクトルを基に地震動

の包絡線近似を行い,次元縮約した地震動包絡線より得られる地震動特性について考察した.得られた成果を以下に示す.

- 地震動加速度波形の全パワーで正規化された累積パワー曲線に基づいて定義された経時特性の特徴ベクトル(99次元)を用いて、カーネル密度推定、混合正規分布モデルで包絡線近似する手法を提案した.
- 2) 提案した手法を 2011 年東北地方太平洋沖地震の観 測波形に適用した結果,カーネル密度推定では 99 次元,混合正規分布モデルでは 2,5,8 次元(それ ぞれ M=1,2,3)に縮約表現が可能であることを確 認できた.
- 3) 観測波形の走時と,野津 つによるサブイベントから の走時を求め,混合正規分布モデルの要素パラメー

タと比較した結果,要素モデルから震源過程を考察 できる可能性が示唆された.

4) 著者ら¹²⁰の特徴ベクトルを非定常パワースペクト ルに適用した結果,加速度波形と同様に非定常パワ ースペクトルを次元縮約することが可能であること を確認した.加えて,混合正規分布モデルの要素モ デルμ。より表面波の有無を比較できると思われる. 本研究では、2011年東北地方太平洋沖地震の EW 成 分を対象に、カーネル密度推定,混合正規分布による地 震動経時特性の包絡線近似の有効性を示すことができた. さらに、非定常パワースペクトルに対しても同様の考え で次元縮約が可能であることを確認した.今後は、他の 既往地震に適用し、手法の有効性や、震源過程,地震動 特性について考察を進める方針である.

謝辞:本研究は JSPS 科研費 JP17H02068 の助成を受けた ものである.また,波形データは(国研)防災科学技術研 究所 K-NET の強震記録を使用した.記して感謝の意を 表する.

参考文献

- 能島暢呂,久世益充,高島拓也:地震動の経時特性の特徴抽出と階層的クラスター分析による分類,日本地震工学会論文集 Vol. 17 (2017) No. 2 p. 2_128-2_141.
- 2) 久世益充,能島暢呂,高島拓也:地震動経時特性の 特徴抽出と自己組織化マップによる評価,土木学会 論文集 A1S, Vol.73, No.4, 2017. (登載決定)
- 久世益充,能島暢呂:カーネル密度推定と混合正規 分布モデルによる地震動波形の包絡線近似,平成29 年度土木学会第72回年次学術講演会,I-387, 2017.9.

- 金森敬文,竹之内高志,村田昇:パターン認識,R で学ぶデータサイエンス5,共立出版,2009.
- 5) R Documentation, https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/ library/stats/html/density.html (2017年8月30日閲覧)
- (国研)防災科学技術研究所,強震観測網(K-NET, KiK-net), http://www.kyoshin.bosai.go.jp/kyoshin/
- 7) 野津厚:強震動を対象とした海溝型巨大地震の震源 モデルをより単純化する試み-疑似点震源モデルに よる 2011 年東北地方太平洋沖地震の強震動シミュ レーション-,地震 2,第65巻, pp.45-68, 2012.
- 青井真, 切刀卓, 鈴木亘, 森川信之, 中村洋光, 先 名重樹, 藤原広行: 2011 年東北地方太平洋沖地震の 強震動, 地震 2, 第 64 巻, pp.169-182, 2012.
- 9) 気象庁:地震月報(カタログ編), http://www.data.jma. go.jp/svd/eqev/data/bulletin/index.html (2017 年 8 月 30 日閲覧)
- 気象庁:走時表,http://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/ data/bulletin/catalog/appendix/trtime/trt_j.html (2017年8 月 30 日閲覧)
- 市川政治,望月英志:近地地震用走時表について, 気象研究所研究報告第22巻第3-4号, pp.229-290, 1971.
- 浜田信生,吉田明夫,橋本春次:気象庁震源計算プ ログラムの改良(1980年伊豆半島東方沖の地震活動 と松代群発地震の震源分布の再調査),験震時報第48 巻,pp.35~55,1983.
- 13) 上野寛, 畠山信一,明田川保,舟崎淳,浜田信生: 気象庁の震源決定方法の改善-浅部速度構造と重み 関数の改良-,験震時報第65巻, pp.123~134, 2002.
- 14) 野津厚:東北地方太平洋沖地震を対象とするスーパ ーアスペリティモデルの提案,日本地震工学会論文 集,第12巻,第2号,pp.21-40,2012.
- 15) 亀田弘行:強震地震動の非定常パワースペクトルの 算出法に関する一考察,土木学会論文報告集,No. 235, pp.55-62, 1975.

(2017. ??. ?? 受付)

ANALYSIS OF EARTHQUAKE MOTION USING THE KERNEL DENSITY ESTIMATION AND GAUSSIAN MIXTURE MODEL

Masumitsu KUSE and Nobuoto NOJIMA

The evaluation of earthquake motion is basic problem in the earthquake engineering. In this study, the kernel density estimation and the Gaussian mixture model were applied of the 99-dimensional feature vector representing the temporal characteristics of a strong motion on the basis of its Husid plot. For numerical example, the acceleration records observed from the 2011 Off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake were used. The shape of envelopes that were calculated by proposed method were similar to the earthquake motion. Next, the travel time estimated using the acceleration record and the proposed method were compared with reference to the source process. The average and standard deviation of element model of from the Gaussian mixture model were applied to describe evolutionally power spectrum. The average of element model from the Gaussian mixture model indicated the capability to find the surface wave.