地震動加速度が有する不連続性の本質

佐藤　忠信[1]

[1]正会員　東南大学客座教授　城市工程科学技術研究院（210096, 中華人民共和国南京市四牌路2）
E-mail: satotdnbseu@yahoo.co.jp

地震動加速度記録を対象として，そのフーリエ変換が円振動数に対する確率過程として取り扱えるとことを前提として，その確率特性から得られる結果を利用して，加速度記録に内在する不連続性の本質的特性を解明する．まず，フーリエ位相ならびに振幅の円振動数に関する微係数の確率密度関数がレヴィフライト分布関数で表現できることを誘導する．レヴィフライト分布関数の分散値は定義できないので，地震加速度記録のフーリエ変換の実数部と虚数部を円振動数に関する確率過程として見ると，その微係数の分散が定義できず，自己アフィン相似性を有することになり，加速度時系列の時間に関する一階微分である躍度(jark)が時間の不連続関数になることが示唆される．

Key Words : *discontinuity, jark, self-affine similarity, derivative of Fourier amplitude and phase, Levy flight distribution*

1. まえがき

地震動加速度のフーリエ振幅と位相を確率過程としてモデル化するする場合には，フラクタル性に起因する，標本過程の媒介変数に関する微分不可能性[1]が重要な役割を果たす．本研究の主題は，地震動加速度に潜む不連続性の本質的特性を解明することである．

地震動は，地震断層の破壊過程に基づいて発震される震源時間関数が地殻内を伝播し観測されるものである．地震断層の破壊過程は，すでに破断されたせん断面の再固結した部分がせん断破壊するものであるが，岩石材料のせん断破壊面はフラクタルな形状[2]を有していることは良く知られているので，断層破壊面はフラクタルな特性を有しているものと考えてよい．こうした観点に立って，断層破壊面のフラクタル特性を，表現定理に基づいて，震源関数に取り込む研究[3]も行われている．また，地震波動が伝播する地殻内に存在する岩石結晶構造や節理の不規則性は，そのサイズ分布がベキ則[4,5]に従っているので，透過する波動にはベキ則に基づくフラクタル特性が包含されているものと考えられる．こうした物理特性を背景にして，地震動加速度記録のフーリエ位相特性にフラクタル性が存在することを見出して[6]以来，地震動加速度記録のフーリエ位相[7]と振幅[8]の確率特性について考究し，特に，フーリエ位相に焦点を当て，その模擬法に関して講究[9]を重ねてきた．

自然界に見られるフラクタル特性を有する物理過程では，微視的に見たときと巨視的に見たときの過程特性に，自己アフィン相似性[10]が出現する．自己アフィン相似性を有する標本過程は媒介変数(時間や円振動数)に関して不連続な特性[11]を有するので，フラクタル過程を離散確率過程として模擬する場合には，確率過程の媒介変数を適当な離散間隔で離散化した上で，現象の確率特性を規定する確率密度関数から，独立同分布で生成した乱数列を離散点上に当てはめ，その重み付き和として離散確率過程を表現するの普遍的である．

したがって，地震動加速度のフーリエ位相や振幅過程を確率過程として模擬するためには，フーリエ変換形に含まれているフラクタル特性，すなわち不連続な性質が，どのような形式で検出できるのかを明確にしておく必要がある．本論文では，地震動加速度のフーリエ位相や振幅を確率過程としてモデル化する際に，位相や振幅の微分過程の近似値である位相や振幅の平均勾配を離散確率過程としてモデル化する観点から，位相や振幅の確率特性を通してそれらの不連続性を詳細に考究する．

2. フーリエ位相差分の確率特性

(1) 地震動加速度記録のフーリエ変換

時間tの連続関数として表現される地震動の変位を$x(t)$として，その速度$\dot{x}(t)$や加速度$\ddot{x}(t)$も時間の連続関数と考えることにする．我が国[12,13]のみならず諸外国[14]

で提供されている離散化された地震動の観測記録は加速度であることが多く，基本的には加速度記録を積分することにより速度，変位が計算できることを前提としており，加速度が時間の連続関数であることは大前提とされている．もし，地震動の加速度が時間の至る所で不連続な関数であるとすると，その積分計算は不可能になり加速度から速度や変位を求めることができないことになる．したがって，これまで地震動を時間の連続関数として行ってきた，信号処理の体系は崩壊することになる．のみならず，公開されている多くの地震動観測データベースが使用不可能になる．こうした観点から，本論文では，地震動の加速度は時間の連続関数であることを大前提として，議論を進めることにする．そこで，地震動の加速度を$\ddot{x}(t)=f(t)$と書き直し，$f(t)$のフーリエ変換$F(\omega)$を次式で定義する．

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,\mathrm{e}^{i\omega t}dt=R(\omega)+iI(\omega) \\ =A(\omega)\exp\bigl(i\phi(\omega)\bigr) \quad (1)$$

ここに，ωは円振動数，$R(\omega)$と$I(\omega)$はフーリエ変換の実数部と虚数部で円振動数の連続関数である．$A(\omega)$と$\phi(\omega)$はフーリエ振幅と位相であり，フーリエ変換の実数部と虚数部を用いて次式のように表現される．

$$A(\omega)=\sqrt{R^2+I^2},\quad \phi(\omega)=\tan^{-1}\left(\frac{I}{R}\right) \quad (2)$$

以下では，ここで定義された振幅$A(\omega)$と位相$\phi(\omega)$を対象として，それらの微係数に関する不連続性を議論する．

この場合に注意しておかなければならないのは，フーリエ変換の定義から，実数部$R(\omega)$と虚数部$I(\omega)$はωに関する連続関数になっていることである．したがって，加速度記録のフーリエ振幅は円振動数の連続関数となる．一方，位相に関しては，基本的には円振動数の連続関数として取り扱えるが，実数部と虚数部が同時にゼロになるときには，式(2)の第 2 式で定義される位相は不定となり，位相に$\pm\pi$の不連続性が発生する．実数部と虚数部の複素平面における軌跡が反時計回りとなるときを正と定義すれば，式(2)の位相$\phi(\omega)$の定義から，不連続性の値はπとなる．したがって，その点を除けば位相はωに関する連続関数として取り扱える．

なお，ここで取り扱っているフーリエ変換の実数部$R(\omega)$と虚数部$I(\omega)$は加速度時間関数に対するものであることである．したがって，速度や変位のフーリエ変換を対象とするときには，ここでの実数部や虚数部に$-i\omega$や$-\omega^2$を乗じなければならないので，振幅$A(\omega)$の表現形式は異なるが，位相$\phi(\omega)$の表現形式は，式(2)の定義から明らかなように，実数部と虚数部の比によって定義されるので，用いる地震動記録を変位・速度・加速度のいずれに変えても，変化しないことである．この事実は，非常に重要である．それは，解析の対象とする時間関数が時間の連続関数である限り，変位・速度・加速度・変位の高階微係数(3 階以上)のいずれを用いても，位相には同じ情報が出現するからである．

なお，式(1)のフーリエ変換は高速離散フーリエ変換(FFT)を利用して，各種データベースから提供されている加速度時系列の後にゼロ点を付け加えることにより，離散点総数を2^{29}個とした上で，解析を行う．したがって，データベースとして提供される加速度時系列の離散時間間隔を$\Delta_0 t$とすれば，離散円振動数間隔は$\Delta_0\omega=2\pi/\Delta_0 t/2^{29}$となる．これを基本離散円振動数間隔と名付け，この間隔で離散化された円振動数の離散点列を次式のように表現することにする．

$$\{\omega_j\}(j=1,2,\cdots,2^{29}) \quad (3)$$

FFT の解析では，ナイキスト円振動数は$\pi/\Delta_0 t$であり，フーリエ変換の実数部や虚数部の値が意味を持つのはナイキスト振動数の範囲内であるので，離散円振動数点として有効なのは2^{29}個ではなく，$2^{28}+1$個までであることに注意しておかねばならない．

(2) 用いる地震動記録の前処理

どんな地震動の加速度記録も，そのフーリエ振幅スペクトルは振動数に対して激しく上下し，せん断型の多自由度系構造物の応答倍率スペクトルのように，振動数に対して滑らかでゆっくりと変動するようなスペクトルにはならない．フーリエ振幅値が大きくなる所は，その振動数帯域における地震波動の発生原因となる物理機構が震源過程中に多く含まれているか，または伝播経路の不規則性に基づく波動の屈折反射・散乱現象が対象とする振動数帯域の波動を強く励起するためであり，逆に特定の振動数帯域のフーリエ振幅値がゼロに近くなるのは，その振動数帯域の地震波動が，震源域からの信号として発震されることが少ない上に，伝播経路に沿う波動生成過程を経ても強く励起される機会が少ないためと考えられる．しかし，発震過程と伝播経路がいかに複雑なものであったとしても，地震波動の生成・伝播過程を物理過程として見ると，その物理過程が担保している振動数帯域内で，特定振動数のフーリエ振幅値が絶対ゼロになる現象(その振動数の波動が震源から観測点までの間で全く生成されない現象と読み替えられる)は稀であると考えられるので，フーリエ振幅値が絶対ゼロ（すなわちフーリエ変換の実数部と虚数部の値が同時にゼロ）になるような現象は非常に特異な現象と考えることができる．こうした現象が頻繁に発生するものであれば，その現象の発生する物理法則を詳細に考究しなければならないが，めったに発生しない特異な現象であるのならば，その成分を無視すれば，フーリエ位相を円振動数のほぼ至る所で連続な関数と考えた上で，フーリエ位相の微係数を対象として，その不連続性を議論することは可能である．

こうした観点に立ち，フーリエ振幅が特定の閾値より小さくなるときのフーリエ位相の情報を削除することにする．このようにして削除された位相情報を用いても，削除される量が少なければ，位相の微係数が有している本質的不連続性(位相に発生するπの不連続を無視)に基づく確率特性を議論する支障にはならないと考える．

本解析で用いる加速度記録は，1993 年釧路沖地震(M=7.5)の際に釧路気象台で観測されたNS 成分(離散時間間隔0.02秒)，1993 年北海道南西沖地震(M=7.8)の際に寿都町新栄で観測されたEW 成分(離散時間間隔0.02秒)，1994年北海道東方沖地震(M=8.2)の際に根室市弥栄で観測されたEW成分(離散時間間隔0.02秒)，1995年兵庫県南部地震(M=7.3)の際に神戸海洋気象台で観測されたNS 成分(離散時間間隔0.02秒)，1997 年鹿児島県北西部地震(M6.3)の際にK13 観測点で観測されたNS 成分(離散時間間隔0.01秒)，2004 年9 月5 日紀伊半島沖地震(M=7.4)の際に亀岡観測点で観測されたNS成分(離散時間間隔0.01 秒)である．以下では，これら6記録を釧路・寿都・根室・神戸・K13・亀岡記録と呼ぶことにする．

まず，解析に用いる全記録に対して，フーリエ振幅が特定の閾値より小さくなる割合がどの程度の割合でフーリエ振幅スペクトルの主要部に発生するかを検証する．フーリエ振幅スペクトルの主要部の選択は，フーリエ振幅の 2 乗値の累積和を計算し，それを累積和の最終値で正規化した値（0～1 の値を取る）がある微小な一定値ε_sを超える円振動数ω_sから，$(1-\varepsilon_s)$を超える円振動数ω_eの間の領域$[\omega_s, \omega_e]$とする．閾値の値はなるべく小さな値とするのが望ましいが，あまり小さくすると，数値計算上発生する誤差の範囲に入り，実数部と虚数部の軌跡が原点近傍を通過する(フーリエ振幅値がゼロ近傍の値を取ると同義語)ケースを厳密に評価できなくなる恐れがある．本論文での数値計算は全て倍精度で行っているので，FFT により求められるフーリエ変換の実数部と虚数部の有効桁数は 12 桁であるが，数値計算上発生する各種誤差を考慮しても，閾値を0.001に設定しておけば，十分な精度でフーリエ変換の実数部と虚数部の軌跡がゼロ近傍を通過する個数を評価できていると考える．上記加速度記録のフーリエ振幅スペクトルでは，$\varepsilon_s = 0$とした場合でも，0.001より小さくなるフーリエ振幅値は，亀岡記録で 10 回検出される以外は，全ての記録で検出回数はゼロであった．**図-1** はその一例である．したがって，以下の解析では，位相にπの不連続性が発生する場合を取り除いて解析を行う．

(3) フーリエ位相差分の基本確率特性

なお本論文では，上記の考察に基づいて，位相は円振動数の連続関数になるように調整されているとして，その微係数の不連続性を考察の対象とするので，位相の連続性が保障されている，次式で位相差分を計算する．

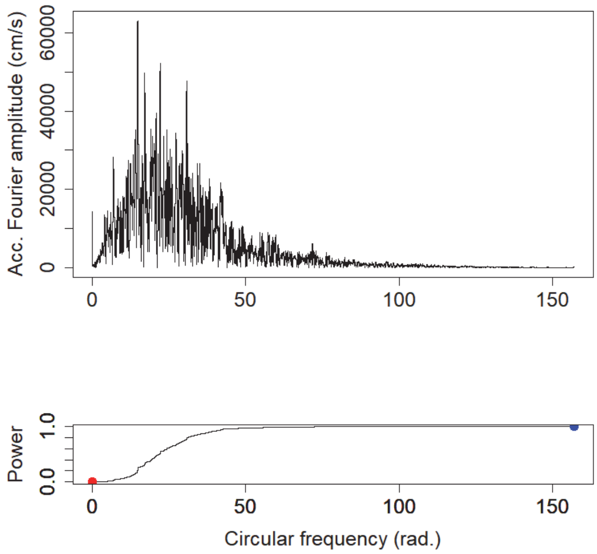


図-1 フーリ振幅がゼロになる点を確認するための円振動数範囲の決定法(釧路記録を例として)．フーリエ振幅の2 乗値の累積分布(下図)を求め，その値が全累積値の0%(赤○)と100%(青○)になる点の間の円振動数領域で，フーリエ振幅値(上図)が0.001 以下になる点を数え上げた．亀岡を除く全記録ではこの点の数はゼロであった．

$$\Delta\phi(\omega) = \frac{R\Delta I - I\Delta R}{R^2 + I^2} \tag{4}$$

ここに， ΔRとΔIは実数部と虚数部の円振動数ωにおける差分である．式(2)の第2式で与えられる位相は$[-\pi, \pi]$における主値のみであるので，$\phi(\omega)$をωの連続関数として求めるには，主値の位相を$-\pi$からπへアンラップする操作が必要である．この合理的方法はないので，位相$\phi(\omega)$は式(4)で与えられる位相差分$\Delta\phi(\omega)$を足し合わせて求めることにする．この場合，離散時間間隔$\Delta_0 t$で離散化されている時系列を用いて，離散フーリエ変換を行うが，位相のフラクタル(自己アフィン相似)特性を精度よく抽出するには，位相差分を計算する離散円振動数間隔$\Delta\omega$は小さければ小さいほど良い．計算に用いることのできる最小の$\Delta\omega$を基本離散円振動数間隔$\Delta_0\omega$と名付けるが，本解析で用いることができるのは，計算資源の関係で，$\Delta_0\omega = 2\pi/\Delta_0 t/2^{29}$が限界である．

なお，地震動位相の不連続特性を抽出するのが目的であるので，計算された位相$\phi(\omega)$をさらに，線形遅れ部とそこからの変動部に分解し，以下のように表す．

$$\phi(\omega) = -\omega t_0 + \psi(\omega) \tag{5}$$

ここに，$-\omega t_0$は線形位相遅れ部，$\psi(\omega)$はそこからの変動部である．以下の解析では，この位相変動部を位相と呼び，円振動数領域における確率過程と見なし，その不連続特性を明らかにする．また，円振動数ωにおける離

散円振動数間隔$\Delta\omega$での位相変動部の位相差分$\Delta\psi(\omega)$を次式のように前進差分で定義してそれを位相差分と呼ぶ．

$$\Delta\psi(\Delta\omega,\omega)=\psi(\omega+\Delta\omega)-\psi(\omega) \qquad (6)$$

なお，$\Delta\omega$は次式で定義する．

$$\Delta\omega=k\cdot\Delta_0\omega \qquad (7)$$

ここに，$k=2^m(m=0,1,2,\cdots)$である．$m=0$のときの$\Delta\psi(\omega)$をあらためて，$\Delta_0\psi(\omega)$として，基本位相差分と名付ける．この場合，基本円振動数間隔$\Delta_0\omega$で計算された基本位相差分過程$\{\Delta_0\psi_l\}$をk個飛ばしにk個ずつ足し合わせて得られる，次式で定義されるような，差分間隔の大きい位相差分過程$\{\Delta\psi_j\}$を考える．

$$\Delta\psi_j=\sum_{l=0}^{k-1}\Delta_0\psi_{k(j-1)+l}\ (j=1,2,\cdots,M) \qquad (8)$$

ここに，$M=2^{28}/k$であり，差分間隔を大きく取ったときの離散点総数である．この$\{\Delta\psi_j\}$を用いて，各種の考察を行うが，kの値が大きくなるとMの値が小さくなりすぎて，解析結果が不安定になる．そこで以下では，データの重複を許さない式(8)に代わって，データの重複を許した次式の表現で$\{\Delta\psi_j\}$を求め，これを考察の対象とする．

$$\Delta\psi_j=\sum_{l=0}^{k-1}\Delta_0\psi_{(j-1)+l}\ (j=1,2,\cdots,M) \qquad (9)$$

この場合には，$M=2^{28}+1-k$となる．

位相そのものが，ωの連続関数になっていることを再確認する目的で，位相差分を確率過程として見た時の確率特性を明らかにする．そのため，$k=2^m(m=0,1,2,\cdots,27)$として，次式で定義される$\Delta\psi_j$の円振動数に対する2乗平均値を求め，その性質を調べる．

$$E[(\Delta\psi)^2]=\sigma^2_{\Delta\psi}(\Delta\omega)=\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}\left(\Delta\psi_j\right)^2 \qquad (10)$$

得られた結果が**図-2**に底10の両対数で表示されている．実線は最小2乗近似直線($m=2$～26のデータを利用)である．観測加速度記録から求められる$\sigma^2_{\Delta\psi}(\Delta\omega)$と$\Delta\omega$の関係(〇印)はどのケースも上に凸の分布をしており，$\Delta\omega$の小さいところと大きいところで，直線近似から外れる場合(特に緑と青色)もあるが，いずれの観測記録についても，$\Delta\omega$のかなり広い範囲に渡って，次式の関係が成立することが分かる．

$$E\left[(\Delta\psi)^2\right]=\sigma^2_{\Delta\psi}=\sigma^2_\psi(\Delta\omega)^{2H_\psi} \qquad (11)$$

図の説明文中に同定されたσ_ψとH_ψの値を記入した．

この結果は$\Delta\omega\to 0$の極限において，$E[(\Delta\psi)^2]\to 0$になることを示しており，位相差分が2乗平均値の意味で$\Delta\psi\to 0$になること，すなわち位相過程が円振動数ωの連続過程になっていることを示唆している．このことは，地震動の加速度のフーリエ変換の実数部と虚数部が円振動数のほぼ至る所で連続関数になっていることを裏付け

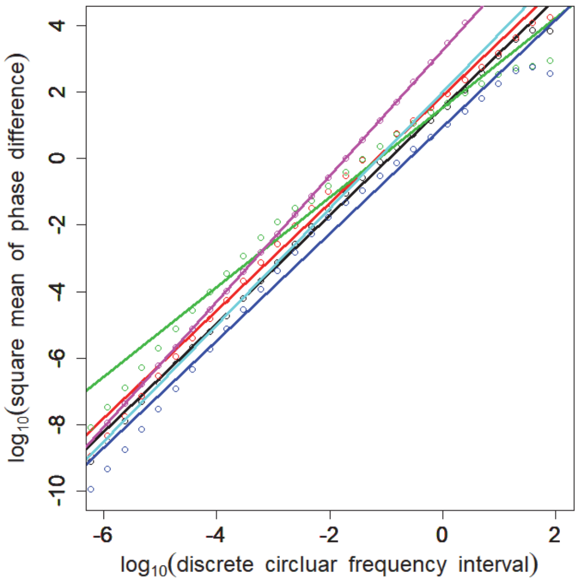


図-2 釧路・寿都・根室・神戸・K13・亀岡記録(黒・赤・緑・青・水・紫色に対応)から求まる$\sigma^2_{\Delta\psi}(\Delta\omega)$と$\Delta\omega$の関係を底10の両対数で表示．〇印は観測加速度記録から求められたもので，同じ色の太直線は最小2乗近似直線である．式(11)のパラメータは以下のように同定される．

釧路：$\sigma_\psi=5.827, H_\psi=0.8130$
寿都：$\sigma_\psi=8.658, H_\psi=0.8085$
根室：$\sigma_\psi=5.769, H_\psi=0.6737$
神戸：$\sigma_\psi=2.971, H_\psi=0.8031$
K13：$\sigma_\psi=10.05, H_\psi=0.8763$
亀岡：$\sigma_\psi=42.54, H_\psi=0.9444$

ている．なお，式（11）の関係は，ここで用いた加速度記録のみならず，地震のマグニチュードで5～8，震央距離で数キロから2百数十キロに渡る数百の地震加速度記録に対して成立することが確認されている[15),16)]．

以下では，各種の差分計算を行うが，変数Yの差分をΔYで表し，微小な差分の場合を$\Delta_0 Y$と表現する．したがって，変数Yの円振動数ωに対する平均勾配は$\Delta Y/\Delta\omega$と表現されることになり，微小な差分に対する平均勾配は$\Delta_0 Y/\Delta_0\omega$となる．なお，$dY/d\omega$は$\omega$点における変数$Y$の微係数を表すもので，平均勾配$\Delta Y/\Delta\omega$の$\Delta\omega\to 0$における極限として定義されるものとする．

3. フーリエ位相平均勾配の確率特性

(1) 位相平均勾配の間接的評価

位相の円振動数に対する一階微分は群遅延時間と呼ばれている．そこで群遅延時間の近似値に相当する位相平均勾配$\Delta\psi/\Delta\omega$の 2 乗和平均値$E[(\Delta\psi/\Delta\omega)^2]$の特性を考える．式(11)から位相平均勾配の 2 乗和平均値の間接的評価値が次式のように与えられる．

$$E\left[\left(\frac{\Delta\psi}{\Delta\omega}\right)^2\right] = \sigma_\psi^2(\Delta\omega)^{2(H_\psi - 1)} \qquad (12)$$

図-2で与えられていたH_ψの値は全て$H_\psi < 1$であったから，式(12)は$\Delta\omega \to 0$の極限において，$E[(\Delta\psi/\Delta\omega)^2] \to \infty$になることを示している．これは，群遅延時間が2乗平均値の意味で，円振動数のほぼ至る所で発散することと同等であり，確率過程として見る位相過程は円振動数に対して一階微分不可能な過程になっていることを示唆している．

(2) 位相平均勾配の確率密度関数の再評価

位相平均勾(群遅延時間の近似値)$X = \Delta\psi/\Delta\omega$の確率密度関数のモデル化に関しては，$\Delta\omega$を式(7)で定義すると$m$のかなり広範囲にわたって，$X = \Delta\psi/\Delta\omega$の確率密度関数$p(X)$が，同一のパラメータ$\alpha_0$と$\gamma_0$で構成されるレヴィフライト(安定)分布[17),18)]関数で，$S(\alpha_0,\gamma_0,X)$と表現できることを見出し，$\Delta\psi/\Delta\omega$を確率過程として模擬する方法論を展開した[9)]．ただ，$p(X) = S(\alpha_0,\gamma_0,X)$とするモデルを構築するために，観測記録から求めた確率変数Xの範囲は最大の場合でも$[-150,150]$であった．モデル化された確率密度関数$S(\alpha_0,\gamma_0,X)$を用いて，$X = \Delta\psi/\Delta\omega$を確率過程として模擬した結果から，再推定した確率密度関数$\tilde{p}(X)$が$X \in [-150,150]$の範囲内で$\tilde{p}(X) \cong p(X) = S(\alpha_0,\gamma_0,X)$を満たすことは確認済みであるが，広範囲にわたる$X$，すなわち，$X \in [-\infty,\infty]$において，$\tilde{p}(X) \cong p(X) = S(\alpha_0,\gamma_0,X)$が成立するかどうかに関しては，今後の課題としていた[9)]．

この点を明確にするために，本節では，$\Delta\psi/\Delta\omega$を直接計算した上で，その確率密度関数が$\Delta\omega$の大きさによってどのように変化するかを，詳細に検討することにする．**図-2**で$\Delta\omega$の小さいところを見ると，〇印の値が色付きの太直線の下側に系統的にずれるようである．そこで，mの値の小さい$(m = 0,1,2,\cdots,9)$部分の$\Delta\omega$に対する$X = \Delta\psi/\Delta\omega$の確率密度関数を再評価する．いずれの記録を用いても同じような結果が得られるが，典型例として，実線からの乖離の最も大きかった根室の記録(緑色)を用いる．確率密度関数は$X = \Delta\psi/\Delta\omega$のヒストグラムのピーク値を結ぶ形式で求めているが，そのためにはXの階級幅を最適に選定する必要がある．ここでは，統計解析ソフトR[19)]で提供されているScottの方法[20)]を用いている．結果が，**図-3**に灰色実線で示されている．分布の裾野部分が乱れているが，$(m = 0,1,2,\cdots,9)$に対する全ての確率密度関数が，確率変数のかなり広範囲$X \in [-6000,6000]$にわたって，ほぼ重なっている．得られた分布関数は原点対称で尖り度が大きく，裾野の厚い分布であること，確率密度関数の値が10^{-8}以下(極端に小さな確率密度値を対象にしていることに注意してほしい)になると，解析精度が保てなくなり，全ての確率密

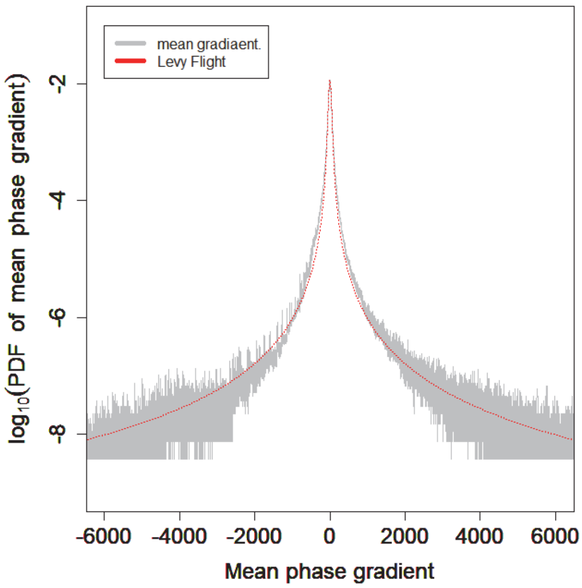


図-3 根室記録を用いた場合の，位相平均勾配$\Delta\psi/\Delta\omega$の$(m = 0,1,2,\cdots,9)$に対する確率密度関数を同時に上描したもの．mの値(足し込数)が大きくなるにしたがって，確率密度値の小さい裾野部でのばらつきが大きくなるが，ほぼ同一の分布関数で表現できている．いずれも尖り度が大きく，左右対称で，裾野の厚い分布特性を示している．赤点線は，パラメータ$\alpha_0 = 1.55$で$\gamma_0 = 25$としたレヴィフライト確率密度関数である．mの値によらず，広範囲の確率変数と確率密度値の範囲に渡って同一のマスターカーブで確率密度関数の表現できていることが分かる．

度の下限値が$10^{-8.4}$の一定値になることが分かる．こうした確率密度関数をモデル化するために原点対称のレヴィフライト分布[18)]関数$S(\alpha_0,\gamma_0,X)$を用いる．図中の赤点線は$\alpha_0 = 1.55$で$\gamma_0 = 25$としたレヴィフライト確率密度関数である．図から明かなように，$(m = 0,1,2,\cdots,9)$に対して，ヒストグラムとして推定された全ての確率密度関数が赤点線をマスターカーブとする単一の曲線で近似できることが分かる．この事実は，すでに発表済みの結果[9)]と整合的で，次式の成立することを裏付けている．

$$X = \Delta\psi/\Delta\omega \sim S(\alpha_0,\gamma_0,X) = aS(\alpha_0,1,\gamma_0 Z) \qquad (13)$$

ここに，$\sim$は確率密度関数の等号性を示す記号であり，$S(\alpha_0,1,Z)$は標準レヴィフライト確率密度関数[18)]と名付けられており，正規分布における標準正規確率密度関数と同様な役割を果たす確率密度関数であり，aは確率密度関数の積分値を1にするための正規化変数である．

式(13)から$\Delta\omega \to 0$の極限で定義される群遅延時間$d\psi/d\omega$の確率密度関数は次式で表現されることになる．

$$d\psi/d\omega \sim S(\alpha_0,\gamma_0,X) = aS(\alpha_0,1,\gamma_0 Z) \qquad (14)$$

レヴィフライト確率密度関数は分散の定義できない(分散が∞に発散する)分布関数[17)]であるので，式(14)は，位相の円振動数に関する一階微係数が存在できないことを示唆している．問題は，自然現象の確率特性を分散の

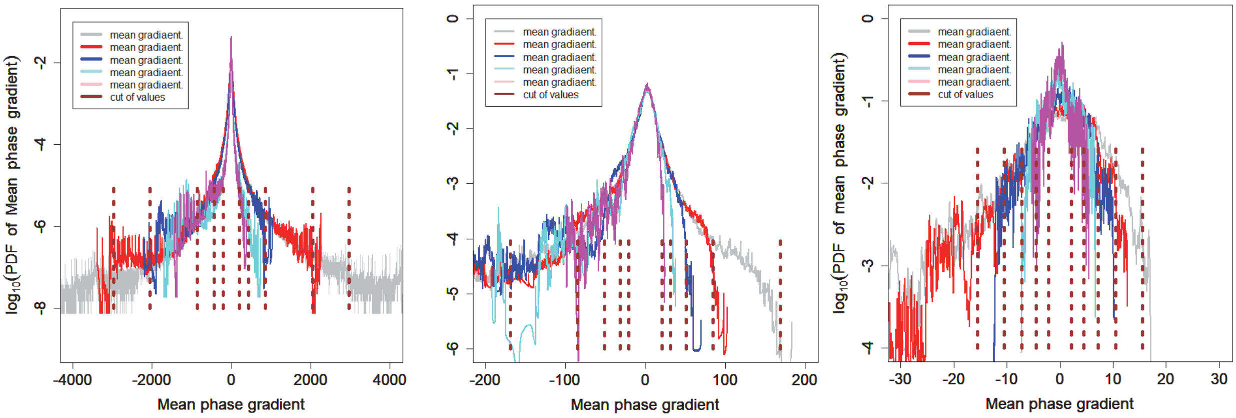


図-4 根室記録を用いた場合の，位相平均勾配$X = \Delta\psi/\Delta\omega$の$(m = 10,12,\cdots,24)$に対する確率密度関数の裾切値の推定過程．左から右へ，$(m = 10,11,12,13,14)$，$(m = 15,16,17,18,19)$と$(m = 20,21,22,23,24)$の順に並んでいる．Xの分布特性はmの値が比較的小さいときは左右対称の分布になっているが，mの値が大きくなると，対称性が崩れるとともに，分布の右側における裾切値X_cの存在が明確になってくる．図中の右側における褐色太点線の垂線はこの裾切値X_cを示したものである．X分布の対称性を仮定して，Xの負側にも褐色太点線で垂線が示されている．mの値が大きくなるにつれて，裾切値が次第に小さくなるとともに，尖り度が減少することなどが明らかとなる．

定義できない確率密度関数でモデル化する妥当性とその根拠を明確に示すことができるかどうかである．これは，「自然界の現象を観測すると，それらは有限量の離散数値として与えられるので，分散が必ず求められること．発生確率が10^{-8}以下になるような現象に対して，十分な観測量が確保できるのかどうか？」と言う素朴な疑問に根差している．一方，レヴィフライト分布関数の裾野を僅かでも切り落とすと分散が有限値になる[21]ので，分散が有限値となる裾切レヴィフライト分布関数[22]用いて物理現象をモデル化する方が合理的であるとの指摘[23]もある．そこで，$X = \Delta\psi/\Delta\omega$の確率密度関数の裾切値が，$\Delta\omega$によりどのように変化するかを**図-4**に示した．左から，$(m = 10,11,12,13,14)$，$(m = 15,16,17,18,19)$と$(m = 20,21,22,23,24)$の順に並んでいる．mの値が大きくなるにしたがって，確率密度関数の分布の有効幅が次第に小さくなっていくことが分かる．また，mの値が大きくなるにしたがって，確率密度関数の対称性が崩れ，左右非対称の分布特性が出現するが，確率密度関数を定義する有効幅が小さくなっていく特性は変化しない．そこで，裾切確率変数の代表値を，右側裾野の確率密度関数値が急激に小さくなる確率変数値として，それを目視で読み取り，各々の図に褐色太点線の垂直線で描画した．これを確率変数Xの裾切値と名付け，X_cとする．確率密度関数の対称性が保持されているとして，確率変数が負の値を取る位置にも対応する裾切値が存在するものとして，それを垂直線で描画した．左図では分布の対称性がある程度保持されているが，中央・右図では分布の対称性の崩れていることが分かる．mを大きくすることは，基本離散円振動数間隔$\Delta_0\omega = 1/\Delta_0 t/2^{29}$で計算された

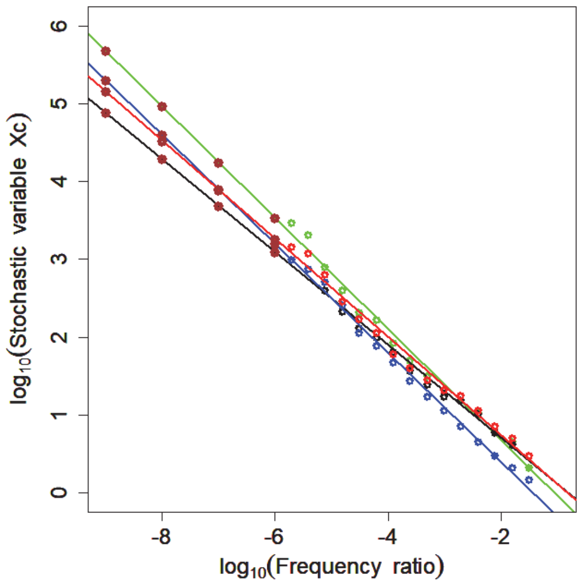


図-5 釧路・寿都・根室・神戸記録を用いた場合の，位相平均勾配$\Delta\psi/\Delta\omega$の裾切値の離散円振動数間隔比に対する変化．黒・赤・緑・青の○印が各観測記録の位相平均勾配の分布特性から決定したものであり，各色の太実線は○印データを用いた最小2乗近似直線であり褐色●印は離散円振動数間隔比の値が10^{-6}，$10^{-7}, 10^{-8}$となるときの裾切値の外挿推定値を与えている．

基本位相差分過程$\{\Delta_0\psi_l\}$を$k = 2^m$個足し込んで求められる差分間隔の大きな位相差分過程$\{\Delta\psi_j\}$を大きな離散円振動間隔$\Delta\omega = k\cdot\Delta_0\omega$で除した位相平均勾配過程$\{\Delta\psi_j/\Delta\omega\}$の確率密度関数を対象とすることであり，これは，位相過程にある種の平均化操作を施した確率変数の確率密度関数を取り扱うことに相当している．したが

って，$\{X_j\}=\{\Delta\psi_j/\Delta\omega\}$で定義される確率変数$X_j$の有効領域は，$m=0$の基本位相平均勾配過程$\{\Delta_0\psi_j/\Delta_0\omega\}$から求められる確率変数の有効領域より，$m$の値が大きくなるにつれて小さくなる．これが，基本位相平均勾配過程の確率変数の非常に大きな所に存在していた裾野部分における対称性の乱れが，mを大きくするにつれて，確率変数の小さな領域で顕在化して来る主な原因であると考えられる．

図-4から求まる裾切確率変数値X_cと足し込数$k=2^m$を2^{29}で除した振動数比$r_\omega=2^m/2^{29}$の関係を底10 の対数を取って描画したのが**図-5**である．$(m=10,\cdots,24)$を対象として，釧路記録から求められたものが図中の黒〇印であり，黒の直線は最小2乗近似である．寿都・根室・神戸の記録に対して，同じ解析を行ったものが，赤・緑・青の〇印と同色の直線で示されている．裾切確率変数値X_cを求めているmの値の範囲は狭いが，mの値が小さくなるにしたがって，X_cの値が大きくなっていくことが図から読み取れる．これは，離散円振動数間隔の基本離散円振動数に対する比が小さくなるとX_cの値が無限大になることを意味しており，$r_\omega\to 0$のとき，すなわち，$\Delta\omega\to 0$の極限で，$X=\Delta\psi/\Delta\omega$の確率密度関数がレヴィフライト分布に収束することを保証している．この結果は，式(14)の下で述べていた，「位相の一階微分は発散する」と言う記述を裏付けている．これから，$\Delta\omega\to 0$の極限で式(14)の成立することが保証されていると考えて良い．一方，式(4)から次式が成立するので，

$$\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}=\frac{R\dfrac{dI}{d\omega}-I\dfrac{dR}{d\omega}}{R^2+I^2} \tag{15}$$

式(5)と式(14)を考慮すれば，次式が得られる．

$$\frac{R\dfrac{dI}{d\omega}-I\dfrac{dR}{d\omega}}{R^2+I^2}+t_0\sim S(\alpha_0,\gamma_0,X) \tag{16}$$

4. フーリエ振幅差分の分散特性

以上地震動加速度記録を対象として，そのフーリエ位相の平均勾配の確率特性に関する考察を行って，位相の円振動数に関する一階微分係数として定義される群遅延時間を確率過程としてモデル化するためには，その確率密度関数をレヴィフライト分布関数とすれば良いこと[9]を再確認した．レヴィフライト分布の分散は定義できないので，位相の円振動数に関する一階微分係数は，円振動数の不連続関数となることが示唆される．このことは加速度記録のフーリエ振幅にも，同様な不連続性の存在することを示唆している．本章では，その点を明確にする．

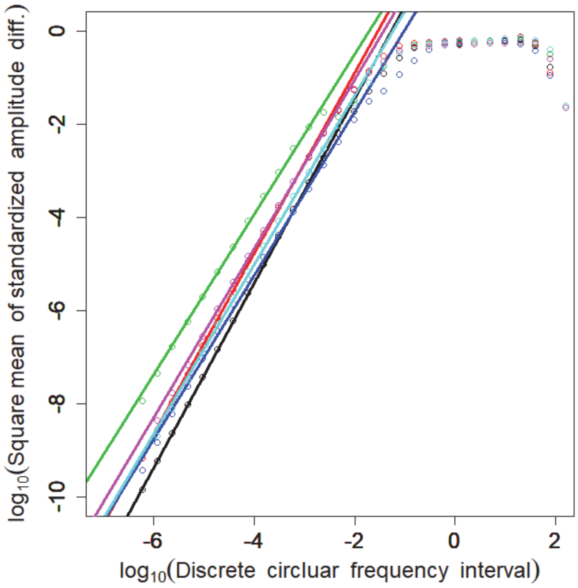


図-6 釧路・寿都・根室・神戸・K13・亀岡での記録から求まる$\sigma_{\Delta B}^2(\Delta\omega)$と$\Delta\omega$の関係．黒・赤・緑・青・水・紫色の〇印で示したのが観測加速度記録から求められたもので，同じ色の太直線は最小2乗近似直線であり，式(23)のパラメータは以下のように同定される．

釧路：$\sigma_B=18.212, H_B=0.988$
寿都：$\sigma_B=30.502, H_B=0.966$
根室：$\sigma_B=29.085, H_B=0.856$
神戸：$\sigma_B=7.8981, H_B=0.877$
K13：$\sigma_B=13.570, H_B=0.907$
亀岡：$\sigma_B=19.010, H_B=0.902$

(1) フーリエ振幅差分の基本的確率特性

まず，円振動数$\omega+\Delta\omega$とωの間の，フーリエ振幅$A(\omega)$の差分$\Delta A(\omega)$を考える．これは次式で与えられる．

$$\Delta A(\omega)\cong\frac{R\Delta R+I\Delta I}{\sqrt{R^2+I^2}} \tag{17}$$

ここに，ΔRとΔIは実数部と虚数部の$\Delta\omega$間の差分であり，$\Delta\omega\to 0$のときにゼロに漸近するので，$\Delta A(\omega)\to 0$が保障されており，フーリエ振幅が円振動数の連続関数になることを裏付けている．しかし，式(17)で定義したフーリエ振幅差分をそのまま解析に用いると，$A(\omega)$の値が小さくなる領域では，対応する$\Delta A(\omega)$の値も小さくなり，ゼロ近傍での$\Delta A(\omega)$の発生確率が多く見積もられることになり，確率分布特性を取り扱う見地からは不適切なので，円振動数$\omega+\Delta\omega$とωの間で定義される適切なフーリエ振幅$A(\omega_a)$で標準化した，次式で定義される標準化フーリエ振幅差分$\Delta B(\omega)$を考察の対象とする．

$$\Delta B(\omega)=\frac{\Delta A(\omega)}{A(\omega_a)}=\frac{A(\omega_j+\Delta\omega)-A(\omega_j)}{A(\omega_a)} \tag{18}$$

$\Delta B(\omega)$を具体的に計算するために，式(3)で定義した離散点ω_jを対象にして，次式で$\Delta B(\omega_j)=\Delta B_j$を計算することにする．

$$\Delta B_j = \frac{\Delta A(\omega_j)}{\frac{1}{2}\{A(\omega_j)+A(\omega_j+\Delta\omega)\}} \quad (j=1,\cdots,M) \qquad (19)$$

注意してほしいのは，式(19)の分母では，式(18)の$A(\omega_a)$が，次式のように，フーリエ振幅差分を計算するフーリエ振幅の平均値になっており，差分を取るフーリエ振幅の中央値と定義されていることである．

$$\begin{aligned} A(\omega_a) &= \frac{1}{2}\{A(\omega_j)+A(\omega_j+\Delta\omega)\} \\ &= A(\omega_j) + 0.5\Delta A(\omega_j) \end{aligned} \qquad (20)$$

$A(\omega_a)$の値を適切に設定しないと，ΔB_jの確率分布特性を評価する際に，その対称性が崩れ，確率密度関数の推定が困難になる．こうした問題を避けるため，試行錯誤を経て設定したのが式(20)の形式である．$\Delta\omega$は式(7)で次式のように定義されていた．

$$\Delta\omega = k \cdot d\omega, \qquad k = 2^m (m = 0,1,2,\cdots)$$

なお，式(19)中に記述されている，離散点総個数Mの値はΔB_j値の有効個数を表しており，次式で与えられる．

$$M = 2^{28} + 1 - k \qquad (21)$$

式(19)で定義される標準化フーリエ振幅差分の 2 乗平均値を次式で定義し，その特性を考察する．

$$E\left[(\Delta B_j)^2\right] = \sigma_{\Delta B}^2(\Delta\omega) = \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}(\Delta B_j)^2 \qquad (22)$$

結果が**図-6** に示されている．底を 10 ととして，両対数で$\sigma_{\Delta B}^2(\Delta\omega)$と$\Delta\omega$の関係を示したものである．用いた観測記録は，釧路・寿都・根室・神戸・K13・亀岡と名付けられた 6 記録である．図中に黒・赤・緑・青・水・紫色の〇印で示したのが各加速度記録から求められる$\sigma_{\Delta B}^2(\Delta\omega)$と$\Delta\omega$の関係であり，同じ色の太直線が最小 2 乗法による直線近似である．この直線近似は$\Delta\omega$値として，m値が$2\sim12$の場合に相当する値を用いて行った．この結果から，全ての記録に対して，$\sigma_{\Delta B}^2(\Delta\omega)$と$\Delta\omega$の関係が次式で近似できることが分かる．

$$\sigma_{\Delta B}^2(\Delta\omega) = \sigma_B^2(\Delta\omega)^{2H_B} \qquad (23)$$

ここに，σ_Bは直線の切片を規定する変数，H_Bは現象のフラクタル特性を規定するパラメータでハースト指数と呼ばれており，地震動記録ごとに異なる値を取る．なお，**図-6** に示した全ての直線の勾配を規定するH_Bの値が 1 より小さい値をとっていることが判明する．

いま，式(11)の両辺を$(\Delta\omega)^2$で除した，次式を考える．

$$E\left[\left(\frac{\Delta B_j}{\Delta\omega}\right)^2\right] = \sigma_B^2(\Delta\omega)^{2(H_B-1)} \qquad (24)$$

$H_B < 1$であったから，式(24)は，確率過程として見ると，$\Delta B_j/\Delta\omega$(標準化フーリエ振幅勾配)の存在できないことを示唆している．この結果は，すでに発表済みのフーリエ振幅勾配の確率特性 [8]とは異なっている．発表済みの論文ではΔB_jの定義法が異なっていたので，$H_B \cong 1$となっており，確率過程として見る標準化フーリエ振幅過程の微分可能性が保障される結果となっていた．ここでの結果はそれを否定している．しかし，これまでに位相差分過程の確率特性で得られてきた結果[6), 7), 9), 15), 16)]と整合的であることから，現象の物理特性を的確にモデル化するためには，モデル化する変数の標準化方法が重要であることが判明する．フーリエ位相に関してフラクタル特性が発現するなら，フーリエ振幅にも同様な特性が発現するはずであるので，今回のフーリエ振幅差分の標準化法の方が既発表の方法[8)]より合理的であることが分かる．

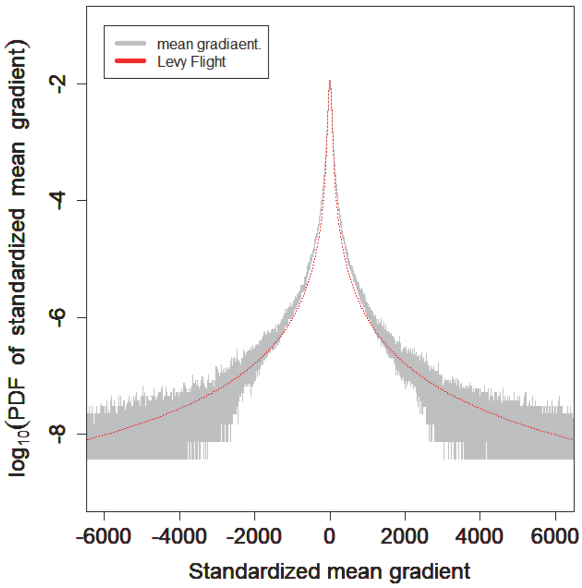


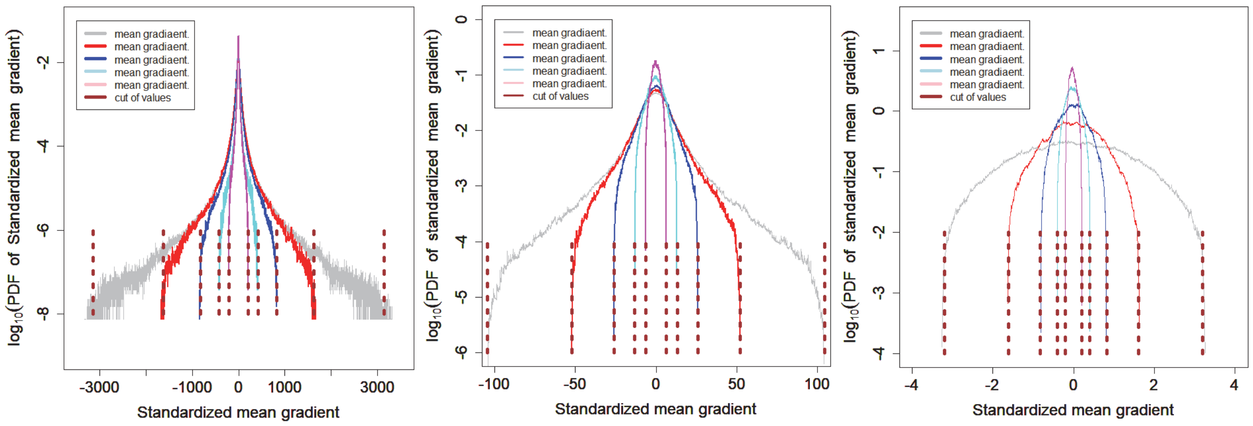
図-7 根室記録を用いた場合の，標準化フーリエ振幅の平均勾配$\Delta B_j/\Delta\omega$の$(m = 0,1,2,\cdots,9)$に対する確率密度関数を同時に上描したもの．mの値が大きくなるにしたがって，分布の裾野のばらつきが大きくなるが，ほぼ同一の分布関数で表現できる．いずれも尖り度が大きく，左右対称で，裾野の厚い分布特性となっている．分布特性を統一的に表現するために，パラメータ$\alpha_0 = 1.55$で$\gamma_0 = 25$としたレヴィフライト分布関数を赤点線で描画している．このパラメータは**図-3**に示した位相平均勾配の確率密度関数のパラメータと一致している．

(2) 標準化平均振幅勾配の確率分布特性

$\Delta\omega$を基本離散円振動数間隔$\Delta_0\omega = 2\pi/\Delta_0 t/2^{29}$の$k = 2^m(m = 0,1,2,\cdots,27)$倍，すなわち，$\Delta\omega = k\cdot\Delta_0\omega$としたときの，$\Delta B_j/\Delta\omega = \Delta A_j/\Delta\omega/A(\omega_a)$を，改めて，標準化平均振幅勾配と名付け，その確率密度関数が，mの値によりどのように変化するか調べる．この値は式(19)と(20)を用いて，次式のように表現される．

$$\frac{\Delta B_j}{\Delta\omega} = \frac{\Delta A(\omega_j)/\Delta\omega}{A(\omega_j)+0.5\Delta A(\omega_j)} \qquad (25)$$

紙面の関係で，位相の解析例の場合と同じように，根室記録の確率密度関数を用いて，詳細に考究する．まず，足し込数の小さい$(m = 0,1,2,\cdots,9)$ときの確率密度関数を**図-7**に描画する．用いている計算機資源の関係で，確



$(m = 10,11,12,13,14)$　　$(m = 15,16,17,18,19)$　　$(m = 20,21,22,23,24)$

図-8　根室記録を用いた場合の標準化平均振幅勾配$\Delta B_j/\Delta\omega$の確率密度関数を，広範囲のm値に対して同時に描画したもの．mの値が小さいときは，分布の裾野のばらつきが大きいのが特徴であるが，mの値によらず裾野部分の切り落とされることが明白である．各m値に対応する裾切値を褐色の垂直太点線で表示した．mの値が大きくなるにつれ，裾切確率変数の値が小さくなることが明白である．

率密度関数値が10^{-8}以下になると，ヒストグラムの落ち込み部分の形状が正確に求められなくなり，確率密度の下限値が$10^{-8.4}$の一定値として表示される．しかし，いずれのmに対しても，確率密度関数は尖り度が大きく左右対称で，裾野の厚い分布特性を示していることが分かる．図中には，こうした確率密度関数の特性をよく表現できるレヴィフライト分布関数[17),18)]を用いて，そのパラメータを$\alpha_0 = 1.55$で$\gamma_0 = 25$とした場合が赤点線で描画してある．mの値が比較的小さい範囲では，観測記録から求まる確率密度関数を良く表現できている．特筆されるのは，このパラメータの値が**図-3**に与えられていた，位相平均勾配に対するレヴィフライト分布関数のパラメータと一致しており，標準化平均振幅勾配の分布特性も，位相の平均勾配と同じ確率密度関数で表現できることである．なお，確率密度関数のこうした同値性は，根室以外の記録に対しても同様に抽出されている．

図-8は足し込数を大きくしたときの標準化平均振幅勾配の確率分布特性がどのように変化するかを描画したものである．左から$(m = 10,\cdots,14)$，$(m = 15,\cdots,19)$，$(m = 20,\cdots,24)$の場合を対象して確率密度関数が描画されている．確率密度関数値が10^{-8}以上の値として求められるので，確率密度関数の裾切形状がそれなりに明確に表示できている．これらの図から，**図-4**と同様に，mの値が大きくなるにしたがって，確率密度関数の分布の有効幅が次第に小さくなり，裾切確率変数の値X_cが小さくなっていくことが分かる．しかし，**図-4**の場合とは異なり，確率密度関数の分布形状の対称性が崩れることはなく，裾切確率変数値が明確に読み取れる．これから，mの値が有る程度以上になれば，確率密度関数の裾野が明確に切り落とされ，裾切確率変数値がmの増加とともに次第に小さくなることが判明する．レヴィフライト分布関数は分散値が定義できないが，裾野を少しでも切り落とせば，分散値は求めることが可能である．ただ，裾切確率変数値が大きくなると分散値は次第に大きくなるので，この点を明確にするために，**図-8**から，裾切確

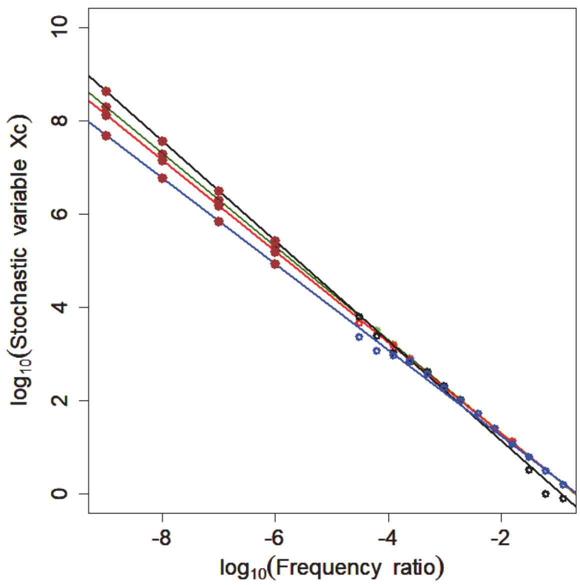


図-9　釧路・寿都・根室・神戸記録に対する，標準化平均振幅勾配$(A(\omega + \Delta\omega) - A(\omega))/\Delta\omega/(A(\omega) + 0.5\Delta A(\omega))$の裾切値の離散円振動数間隔に対する変化．黒・赤・緑・青の○印が各観測記録の標準化平均振幅勾配の分布特性から決定したものであり，各色の太実線は○印データを用いた最小2乗近似直線であり褐色●印は離散円振動数間隔比の値が10^{-6}，10^{-7}, 10^{-8}となるときの裾切値の外挿推定値を与えている．

率変数値X_cを読み取り，図-5の場合と同じように振動数比$r_\omega = 2^m/2^{29}$との関係を底10の対数値で示したのが，図-9である．図から明かなように，いずれの記録についても，振動数比が小さくなるにつれて裾切値が増大し，外挿ではあるが，基本離散円振動数間隔が無限小になる$\Delta_0\omega \to 0$の極限で裾切値の値が無限大に発散することが判明する．この事実は，図-7に示した結果，すなわちmの値が比較的小さいときには，mの値によらず，$\Delta B_j/\Delta\omega$の分布特性が同じパラメータ値を持つレヴィフライト密度関数で表現できるとした結果を裏付けている．これから，$\Delta\omega \to 0$の極限では，$\Delta A(\omega_j) \to 0$になることを考慮すれば，式(25)から次式が成立することになる．

$$\frac{1}{A(\omega_j)}\frac{dA(\omega_j)}{d\omega} \sim S(\alpha_0,\gamma_0,X) \tag{26}$$

ここに，~は確率密度関数の等号性を表す記号であり，式(26)はフーリエ振幅の円振動数に関する一階微分をその点の振幅で標準化したものが，レヴィフライト分布に従うことを意味している．$A(\omega_j) = \sqrt{R^2+I^2}$であったから，式(26)は次式のように書き変えられる．

$$\frac{R\dfrac{dR}{d\omega} + I\dfrac{dI}{d\omega}}{R^2+I^2} \sim S(\alpha_0,\gamma_0,X) \tag{27}$$

5. 加速度記録のフーリエ変換に内在する不連続特性

地震動加速度記録のフーリエ位相と振幅の確率特性に関して，式(16)と式(27)が成立するので，この両式から，以下の両式が得られる．まず，実数部の円振動数に関する一階微分に対して，次式が与えられる．

$$\frac{1}{(R-I)}\left(\frac{dR}{d\omega} - t_0 I\right) \sim S(\alpha_0,\gamma_0,X) \tag{28}$$

虚数部の円振動数に関する一階微分に対して，次式が与えられる．

$$\frac{1}{(R+I)}\left(\frac{dI}{d\omega} + t_0 R\right) \sim S(\alpha_0,\gamma_0,X) \tag{29}$$

加速度時系列は時間に関する連続関数であると仮定していたので，そのフーリエ変換の実数部と虚数部は円振動数に関する連続関数になっている．このことを念頭に置き，$S(\alpha_0,\gamma_0,X)$がレヴィフライト確率密度関数であり，そのサンプル値の有界性が保障されないこと，分散が定義できなかったことを思い起こせば，式(28)と(29)の結果は，加速度記録のフーリエ変換の実数部と虚数部を確率過程として取り扱うと，それらの円振動数に関する一階微分の標本過程は，有界にならず，その分散が円振動数の至る所で発散することととなり，一階微分が確率的に見て定義できないことを意味している．この結果は，加速度時系列過程の時間に関する一階微分が時間の連続関数とはならないことを示唆している．

無論，こうしたことを，時間領域で直接検証するためには，広帯域で扁平な振幅特性を有し位相変動の少ない，高感度の地震計を用い，数メガHzの離散化に耐えられるような加速度計測システムを開発した上で，極微小な時間間隔で離散化された加速度記録の提供されていることが必要になる．これは，現存の地震動観測システムでは実現できないので，地震動観測に携わっている有意の研究者の協力が不可欠である．

6. むすび

以上，観測された地震動加速度記録のフーリエ位相と振幅を，円振動数に関する確率過程と捉え，その確率特性を明確にすることにより，フーリエ変換の実数部と虚数部の円振動数に関する不連続特性の本質を明確にしようと試みた．得られた結果をまとめると以下のようである．

a) 離散円振動数間隔のかなり広範囲に渡って，位相差分を求め，位相の円振動数に関する平均勾配の確率特性を考察することにより，離散円振動数間隔を無限小にしたときの位相平均勾配として定義される群遅延時間過程の確率特性を明確にした．
b) その結果，群遅延時間の確率特性がレヴィフライト確率密度関数で記述できるとする，既発表の結果を再確認できた．
c) 位相差分の計算のために設定したのと同じ広範囲の離散円振動数間隔に対して，フーリエ振幅差分を計算し，差分を取ったフーリエ振幅の平均値で標準化したものを対象として，その分散を計算すると，それが離散円振動数間隔に対してベキ乗則に従うことを見出した．
d) フーリエ振幅差分を離散円振動数間隔で除した値を平均振幅勾配と名付け，それを差分を取ったフーリエ振幅の平均値で除した標準化平均振幅勾配の確率分布が，レヴィフライト分布関数で表現できることを見出した．
e) 離散円振動数間隔を無限小にすることにより，フーリエ振幅勾配をフーリエ振幅で正規化した値の確率密度関数が群遅延時間の確率密度関数と同じ確率密度関数で表現できることを見出した．
f) 上記の結果と群遅延時間の結果とから，フーリエ変換の実数部と虚数部の微係数が満たさなければならない，確率分布特性を解析的に誘導し，

それらがレヴィフライト分布関数で表現されなければならないことを明らかにした.

g) レヴィフライ分布関数の分散値は定義できなので，地震動加速度記録のフーリエ変換の実数部と虚数部を確率過程とすれば，それらの微係数が定義できなることを明らかにした．その結果から，加速度の時間に関する一階微分である躍度(jerk, 加加速度)が定義できなくなることを示唆した.

参考文献

1) Karatzas, I. and Shreve S.E. : *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag, New York, 1991.
2) Bles, J.L. and Feuga B. : *The Fracture of Rock*, Translated by Wanklyn J., North Oxford Academic Publishers Ltd. , A division of Kogan Page, 1986.
3) Herrero, A. and Bernard P.：A kinematic Self-Similar Rupture Process for Earthquakes, *Bulletin of the Seismological Society of America,* Vol.84, No.4, pp.1216-1228.1994.
4) Bonnet, E., Bour, O., Odling, N.E., Davy, P., Main, I., Cowie, P. and Berkowitz B. : Scailing of Fracture Systems in Geological Media, *Reviews of Geophysics*, Vol.39, No.3, pp.347-383, 2001.
5) Jerram, D.A., Cheadle, M.J. and Philpotts, A.R. :Quantifing the Building Block of Igneous Rock: Are Clustered Crystal Frameworks the Foundation?, *Journal of Petrology*, Vo.14, No.11, pp.2033-2051,2003.
6) 佐藤忠信，吉田郁政，大島義信：地震動位相のモデル化について，土木学会論文集 A1(構造・地震工学)，Vol.70, No.4(地震工学論文集第 33 巻)，pp.I_273-I_284, 2014.
7) 佐藤忠信：自己相似仮説から導出される地震動位相の確率特性と地震動振幅の減衰，土木学会論文集 A1(構造・地震工学)，Vol.70, No.3, pp.463-473, 2014.
8) 佐藤忠信：地震動記録のフーリエ振幅に見る確率特性，第 36 回地震工学研究発表会講演集，論文番号 C12-934, 2016.
9) 佐藤忠信：地震動位相差分の特異な確率特性と確率過程ー分散の定義できない群遅延時間のモデル化ー，土木学会論文集 A1(構造・地震工学)，Vol.73, No.2, pp.344-363, 2017.
10) 松葉育雄：長期記憶過程の統計ー自己相似な時系列の理論と方法ー，共立出版社，2007.
11) Kenneth Falconer : *Fractal Geometry; Mathematical Foundation and Application,* 2nd ed. John Wiley & Sons, Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, 2003.
12) 国土交通省気象庁，主な地震の強振観測データ，http://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/kyoshin/jishin/index.html，2017 年 8 月 12 日閲覧.
13) 防災科学技術研究所，共振観測網(K-net，KiK-net)，http://www.kyoshin.bosai.go.jp/kyoshin/，2017 年 8 月 12 日閲覧.
14) PEER Ground Motion Database，NGA, http://ngawest2.berkeley.edu/, 2017 年 8 月 12 日閲覧.
15) 田中浩平・佐藤忠信・室野剛隆：Hurst 指数による伝播媒質の不均質性評価のための基礎的検討，第 14 回日本地震工学シンポジュウム論文集，GO12-Sat-6, 2014.
16) Tanaka, K. & Sato T. : Evaluation of inhomogeneous structures in seismic propagation path in Japan based on the fractal characteristic of observed earthquake motion phase, *Proceedings of 16th WCEE*, Paper No.1420, 2017.
17) Voit, J.：*The Statistical Mechanics of Financial Markets*, p.126-128, Third Edition, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.
18) Nolan J. P.：*Stable Distribution: Models for Heavy Tailed Data,* http://academic2.american.edu/~jpnolan/stble/chap1.pdf , 2015 年 11 月 13 日閲覧.
19) R の URL，青木繁伸著 R による統計解析，オーム社，2009：https://cran.r-project.org/，2017 年 7 月 1 日閲覧.
20) Scott, D. W. : *Multivariate Density Estimation: Theory, Practice and Visualization*, Wiley, 1992.
21) Voit, J.：*The Statistical Mechanics of Financial Markets*, p.129-130, Third Edition, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.
22) Matengna N. R. and Stanley H. E. : Stochastic process with ultraslow convergence to a Gaussian: the truncated Levy flight, *Phys. Rev. Lett.* Vol.73, pp.2946-2949,1994.
23) Mantegna, N. R. and Stanley H. E. : *An Introduction to Econophysics Correlations and Complexity in Finace*, Cambridge University Press, New York, Fourth Edition, 2004.

(2017. 9. 1 受付)

ESSENTIAL DISCONTINUOUS FEATURES IN THE EARTHQUAKE ACCELERATION TIME HISTORIES

Tadanobu SATO

The purpose of this research was to discuss the discontinuous features hidden in observed earthquake acceleration records. On the assumption that the Fourier transformations of acceleration time history, such as the real and imaginary parts as well as the amplitude and phase, are continuous stochastic process with respect to (wrt) the circular frequency, we investigated their stochastic characteristics such as variance and distribution characteristics. We found that probability distribution functions of the first derivative of real and imaginary parts of the Fourier transform of acceleration time history wrt the circular frequency were expressed by the Levy flight distribution with same parameters. This resulted in that the real and imaginary parts were discontinuous function wrt the circular frequency because the variance of Levy flight distribution could not be defined. The jerk (the derivation of acceleration wrt time) of observed acceleration records were, therefore, suggested to be a discontinuous functions wrt time.