

水平2方向入力のPhase Polarityを考慮した 非対称橋梁の2方向地震応答特性

五十嵐 晃¹・儀久 昂²

¹正会員 京都大学防災研究所 教授 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)
E-mail: igarashi.akira.7m@kyoto-u.ac.jp

²正会員 三井住友建設株式会社 (〒104-0051 東京都中央区佃2-1-6)
E-mail: giggs11baru@gmail.com

耐震性能照査のため、水平2方向地震動入力を用いて橋梁モデルの非線形動的解析を行う状況を考えた場合、入力方向を特定の根拠一意に決定できない場合には、用意した水平2方向入力を 360° の範囲での様々な方向に変化させて入力し構造物の時刻歴上の最大応答値を求め、それらの入力方向に関する最大値を定めれば、最も不利な地震動入力方向に対する最大応答が得られる。さらに一方の成分のみの符号を反転することで得られる2方向入力を考える。本研究では、これらの2つのグループを区別する性質を位相極性 (phase polarity) として導入し、2方向入力の位相極性が線形構造物の応答に与える影響に関する理論的定式化を行った。モード分解により最大応答は水平2方向入力の場合のみに現れる量を含むモード重ね合わせで表現され、位相極性の影響はクロス項の影響で決まることを示した。免制震曲線橋の簡易モデルを用いて、位相極性が構造物の最大応答に与える影響に関する数値計算を行い、位相極性の相違により最大応答量が大きく異なるケースがあることが示された。

Key Words : bi-directional ground motions; bi-directional seismic response; phase polarity;

1. はじめに

道路橋示方書¹⁾に見られるように、橋梁の耐震性能は橋軸方向と橋軸直交方向それぞれの方向についての、1方向地震動入力に対する応答に基づき確認する考え方が一般的である。現実には3次元性を有する地震動作用時の橋梁応答をこのような方法で適切に評価する主要な根拠としては、橋梁における橋軸、橋軸直交方向応答がその方向への入力のみで励起されやすい事、さらにそれらの応答に支配的なモードの固有周期が分離しているケースが多い事、等の性質が挙げられる。

しかしながら、曲線橋のような非対称橋梁においては橋軸方向／橋軸直交方向が厳密には定められず、上記のような動的応答の橋軸方向／橋軸直交方向への分離が明確には成立しない。このような場合は、水平面上の様々な方位角を刻んで設定した1方向地震動入力に対する応答を検討することで耐震性照査を行う方法が用いられるが、この方法が曲線橋のような非対称橋梁における想定レベルの設計地震動に対する最大地震応答の評価として妥当である理論的な根拠は不明確である。非対称の線形に加え、さらに近年積極的に導入されている免震・制震を導入した曲線橋、またダンパー配置が非対称性を有するような橋梁においては、応答の多方向性が顕著であり、

従来の1方向地震動入力による耐震性能照査を正当化する仮定のいくつかが成立しなくなる。このような橋梁においては、水平2方向入力に基づく時刻歴応答解析による応答評価に基づく耐震性能照査がより合理的であり、その手順や手法の確立は重要な課題と考えられる。

このような目的で水平2方向入力を用いた非線形動的解析を行う場合、橋梁の3次元解析モデルの方向軸とは別に、水平2方向入力の入力方向を定義する必要がある。入力方向を特定の根拠一意に決定できない場合には、用意した水平2方向入力を 360° の範囲での様々な方向に変化させて入力し構造物の時刻歴上の最大応答値を求め、それらの入力方向に関する最大値を定めれば、最も不利な地震動入力方向に対する最大応答が得られる。これは、構造物の耐震性能で定まる許容値と比較する対象として最も妥当な応答量であると考えられる。このように、全ての入力方向に対する最大応答を評価する問題を、本論文では「全方向2方向入力問題」と呼ぶこととする。全方向2方向入力問題の概要を図-1に示す。

全方向2方向入力問題を検討する上での理論に関連する代表的な既往研究を挙げる。Smeby, Kiureghian²⁾らはPenzien-Watabeモデル³⁾に従うような水平2方向地震動作用時の線形多自由度系の最大応答量を、各モードに対応する応答スペクトルとモード間の相関係数を用いて定式

化した。この手法はCQC3法と呼ばれており、建築分野では実務的な簡易予測手法として用いられているものである。Athanatopoulou⁹⁾は、任意の水平2方向地震動作用時の線形多自由度系の最大応答量とその応答を生じる入力方向を定式化し、それらは2回の数値解析で得られることを示している。RigatoとMedina⁹⁾は39組の観測波を用いて、非線形な1質点系でモデル化された建築物の様々な応答量について、入力方向の違いによる最大応答量の違いを検証し、最大応答量を生じる方向(critical angle)は地震動、着目応答量で異なることを示している。Taskan⁹⁾ら厳密にモデル化された99mの長大3スパン橋を対象に、入力方向の違いが橋脚や支承のフラジリティカーブに与える影響を調べ、入力方向の違いの影響が無視できないことを示し、入力方向の違いに対して鋭敏な部材を特定する必要性を指摘している。

本研究では、全方向2方向入力問題を、用意した水平2方向入力の成分のうち一方の成分のみを符号反転することで得られる水平2方向入力を含めて考える。このようにして符号反転の上で入力方向を回転することで得られる水平2方向入力群と、元の水平2方向地震動入力群の中には、入力方向をどのように変化させても互いに一致する2方向入力は存在しない。したがって、1成分の符号反転の有無により、異なったグループの2方向入力ができる。これらの2つのグループを区別する性質を位相極性(phase polarity)と呼ぶこととする。位相極性の概要を図-2に示す。

位相極性の異なる2つの水平2方向入力群の中には、各成分の弾性応答スペクトルが同一となるような対が存在するため、CQC3法に基づく構造物の最大応答量は位相極性のいずれを選んででも同一であるように思われる。

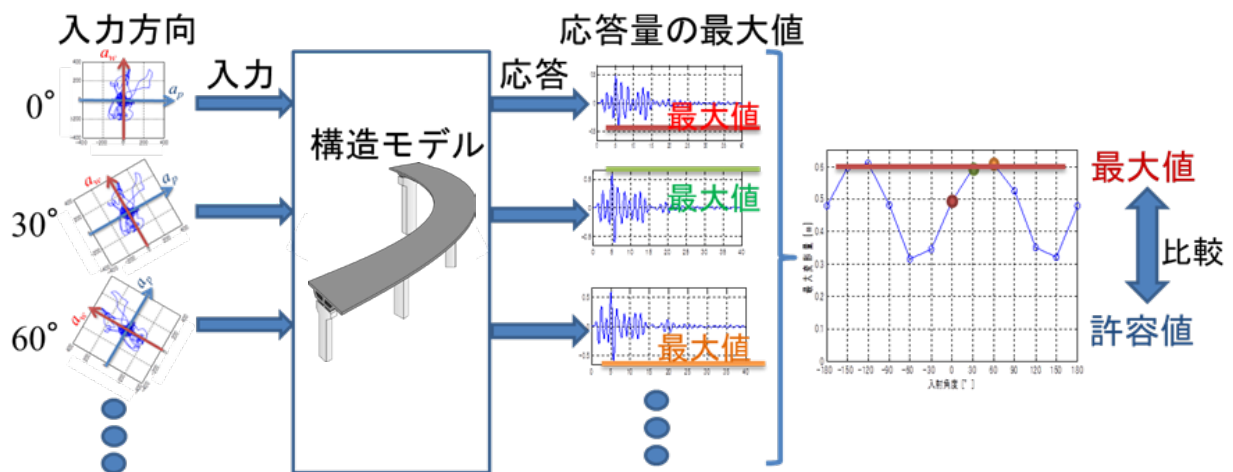


図-1 全方向2方向入力問題

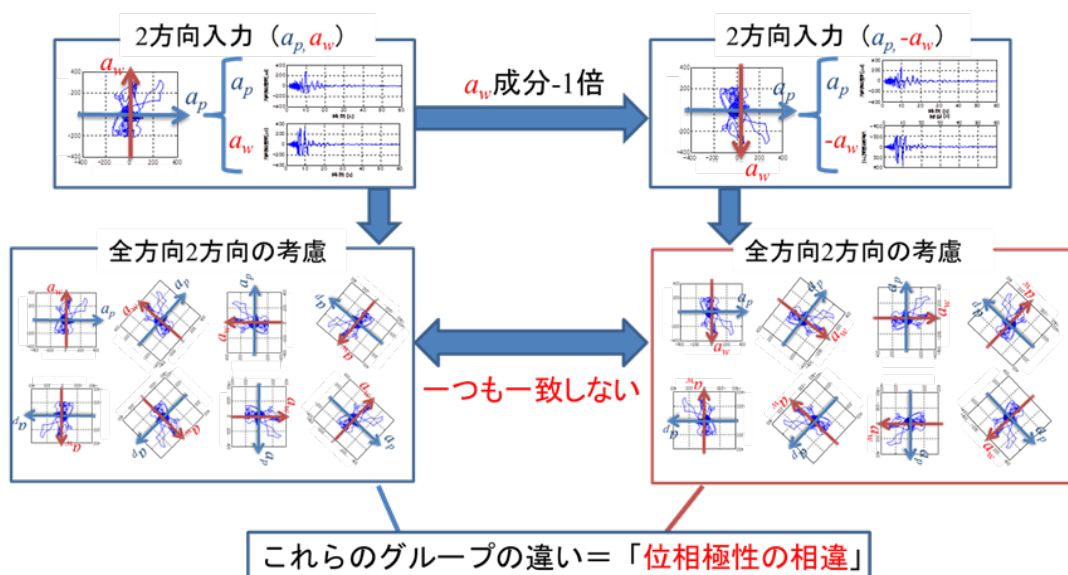


図-2 2方向入力の位相極性の概念

ところが、松田ら⁷⁾は、五十嵐ら⁸⁾が提案する標準波一相補直交成分波と厳密にモデル化された曲線橋モデルを用いて「時計回り」「反時計回り」の2つの位相極性の影響を検証した結果、ダンパーの最大伸縮量が約2倍異なるケースが存在することを報告している。このような応答量の相違が生じる理論的理由は明らかにされていない。

そこで本論文では、2方向入力の位相極性 (Phase polarity) が線形構造物の応答に与える影響に関する理論的定式化を通じた一般化を行うとともに、免制震曲線橋の簡易モデルを用いて、位相極性が構造物の最大応答に与える影響に関する数値計算を行った結果について述べる。

2. 2方向入力の位相極性を考慮した構造物の最大応答の定式化

水平2方向入力($a_x(t)$, $a_y(t)$)が N 自由度の線形多自由度系に作用する際の運動方程式は次式で表現される。

$$M\ddot{\mathbf{u}}(t) + C\dot{\mathbf{u}}(t) + K\mathbf{u}(t) = -M\{\bar{\mathbf{I}}_x a_x(t) + \bar{\mathbf{I}}_y a_y(t)\} \quad (1)$$

ここに、各パラメータは次のように定義される。

$\mathbf{u}(t)$: 質点 l の (x , y , θ) 方向応答を連ねた縦ベクトル

$$[x_1 \ y_1 \ \theta_1 \ \cdots \ x_N \ y_N \ \theta_N]^T$$

M : 質量マトリクス

C : 減衰マトリクス

K : 剛性マトリクス

$\bar{\mathbf{I}}_x, \bar{\mathbf{I}}_y$: 影響ベクトル。それぞれ x , y 方向に対応する自由度のみ成分が 1, 他は 0 となる縦ベクトル。

$a_x(t), a_y(t)$: 構造軸 x , y の方向の地震動成分

また、減衰マトリクス C としてはレイリー減衰により決定されるものを用いる。

今、構造応答 $\mathbf{u}(t)$ について、モード分解可能であるとする、 $\mathbf{u}(t)$ は次式のように表現される。

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^N q_i(t) \bar{\Phi}_i \quad (2)$$

ここに

$q_i(t)$: i 次振動モードの一般化座標の時刻歴

$\bar{\Phi}_i$: i 次モード形ベクトル。 $M^{-1}K$ の i 次右固有ベクトルをユークリッドノルムが 1 となるように正規化したものを用いる。

また、 $q_i(t)$ は次式より求まる。

$$\ddot{q}_i(t) + 2h_i\omega_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = -(\gamma_i^x \ \gamma_i^y) \bullet \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここに、

ω_i : i 次モードの固有円振動数

h_i : i 次モードの減衰定数

γ_i^x, γ_i^y : i 次モードの x , y 方向入力に対する刺激係数。式(4)より求まる。

$$\gamma_i^{x,y} = \frac{\bar{\mathbf{w}}_i^T \bullet M\bar{\mathbf{I}}_{x,y}}{\bar{\mathbf{w}}_i^T \bullet M\bar{\Phi}_i} \quad (4)$$

ここに、 $\bar{\mathbf{w}}_i$ は $M^{-1}K$ の左固有ベクトルである。刺激係数の定義式としては、式 (4) に $\bar{\mathbf{w}}_i = \bar{\Phi}_i$ を代入した形式がよく用いられる。これは剛性マトリクス K が対称行列であることを仮定したものであり、 K が非対称行列となる場合でも適用可能な刺激係数の一般的な定義式は式 (4) である。

今、水平2方向入力($a_x(t)$, $a_y(t)$)^Tとして、ある水平2方向地震動($a_x(t)$, $a_w(t)$)^Tを θ 回転させたものを使用する場合には、($a_x(t)$, $a_y(t)$)^Tは次式で表される。

$$\begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_p(t) \\ a_w(t) \end{pmatrix} \quad (5)$$

($a_x(t)$, $a_y(t)$)^Tとして、($a_x(t)$, $a_w(t)$)^Tのうち $a_w(t)$ 成分の符号を反転した水平2方向地震動($a_x(t)$, $-a_w(t)$)^Tを θ 回転させたものを使用する場合には、($a_x(t)$, $a_y(t)$)^Tは次式で表される。

$$\begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_p(t) \\ -a_w(t) \end{pmatrix} \quad (6)$$

よって、用意した水平2方向入力($a_x(t)$, $a_w(t)$)^Tの入力方向と位相極性を考慮した水平2方向入力は次式で表現される。

$$\begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_p(t) \\ \pm a_w(t) \end{pmatrix} \quad (7)$$

式(7)を式(3)に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \ddot{q}_i(t) + 2h_i\omega_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) \\ &= -(\gamma_i^x \ \gamma_i^y) \bullet \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_p(t) \\ \pm a_w(t) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、

$$\ddot{q}_i(t) + 2h_i\omega_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = -a_p(t) \quad (9)$$

の解を $r_i^p(t)$,

$$\ddot{q}_i(t) + 2h_i\omega_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = -a_w(t) \quad (10)$$

の解を $r_i^w(t)$ とすると、 $q_i(t)$ は次式で表される。

$$q_i(t) = -(\gamma_i^x \ \gamma_i^y) \bullet \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r_i^p(t) \\ \pm r_i^w(t) \end{pmatrix} \quad (11)$$

式(11)を式(2)に代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{u}(t) \\ &= -\sum_{i=1}^N \left\{ (\gamma_i^x \ \gamma_i^y) \bullet \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r_i^p(t) \\ \pm r_i^w(t) \end{pmatrix} \right\} \bar{\Phi}_i \end{aligned} \quad (12)$$

式を展開すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= \sum_{i=1}^N \left[\left\{ \gamma_i^x \cos \theta + \gamma_i^y \sin \theta \right\} r_i^p(t) \right. \\ & \quad \left. \pm \left\{ -\gamma_i^x \sin \theta + \gamma_i^y \cos \theta \right\} r_i^w(t) \right] \bar{\Phi}_i \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)より入力方向と位相極性の相違によって応答量に相違が生じることが分かる。

次に、ある応答量の最大値の相違について検証する。ここでは、次式のように横ベクトル $\vec{f}$ を用いて表現することができる応答量 $v(t)$ を取り扱う。

$$v(t) = \vec{f} \bullet \vec{u}(t) \quad (14)$$

このような応答量は文献2) などでも扱われる量であり、性能照査の対象となるような応答量の多くをこのように表現することができる。例えば、ある質点の x , y 方向への変位やダンパーの伸縮量などはこのように表現可能な応答量である。

式(14)に式(13)を代入すると、

$$v(t) = \sum_{i=1}^N \left[\left\{ \psi_i^x \cos \theta + \psi_i^y \sin \theta \right\} r_i^p(t) \right. \quad (15)$$

$$\left. + \left\{ -\psi_i^x \sin \theta + \psi_i^y \cos \theta \right\} r_i^w(t) \right] \vec{f} \bullet \vec{\Phi}_i$$

ここで、 ψ_i^x , ψ_i^y を次のようにおく。

$$\psi_i^x = \gamma_i^x \vec{f} \bullet \vec{\Phi}_i \quad (16)$$

$$\psi_i^y = \gamma_i^y \vec{f} \bullet \vec{\Phi}_i$$

これらを用いると、式(15)は次式に変換される。

$$v(t) = \left\{ \sum_{i=1}^N \psi_i^x r_i^p(t) \pm \psi_i^y r_i^w(t) \right\} \cos \theta \quad (17)$$

$$+ \left\{ \sum_{i=1}^N \psi_i^y r_i^p(t) \mp \psi_i^x r_i^w(t) \right\} \sin \theta$$

式(17)に三角関数の合成を用いると次式が得られる。

$$v(t)^2 = \left[\left\{ \sum_{i=1}^N \psi_i^x r_i^p(t) \pm \psi_i^y r_i^w(t) \right\}^2 \right. \quad (18)$$

$$\left. + \left\{ \sum_{i=1}^N \psi_i^y r_i^p(t) \mp \psi_i^x r_i^w(t) \right\}^2 \right] \cos^2(\theta + \alpha_{\pm}(t))$$

ここに、

$$\tan(\alpha_{\pm}(t)) = \frac{\sum_{i=1}^N \psi_i^y r_i^p(t) \mp \psi_i^x r_i^w(t)}{\sum_{i=1}^N \psi_i^x r_i^p(t) \pm \psi_i^y r_i^w(t)} \quad (19)$$

全方向2方向入力によって性能照査を行う場合、前述の通り、全入力方向の中での着目応答量の最大値が重要となる。この値を求めると次式で表現される。

$$\max_{\theta} \max_t |v(t)|^2 \quad (20)$$

$$= \max_{\theta} \max_t \left[\left\{ \sum_{i=1}^N \psi_i^x r_i^p(t) \pm \psi_i^y r_i^w(t) \right\}^2 \right. \\ \left. + \left\{ \sum_{i=1}^N \psi_i^y r_i^p(t) \mp \psi_i^x r_i^w(t) \right\}^2 \right] \cos^2(\theta + \alpha_{\pm}(t))$$

ここで t と θ は互いに独立な変数であり、最大値をとる順番を入れ替えることが出来るので、次式(21)が得られる。

$$\max_{\theta} \max_t |v(t)|^2 \quad (21)$$

$$= \max_t \left[\left\{ \sum_{i=1}^N \psi_i^x r_i^p(t) \pm \psi_i^y r_i^w(t) \right\}^2 \right. \\ \left. + \left\{ \sum_{i=1}^N \psi_i^y r_i^p(t) \mp \psi_i^x r_i^w(t) \right\}^2 \right] \\ = \max_t \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\psi_i^x \psi_j^x + \psi_i^y \psi_j^y) (r_i^p(t) r_j^p(t) + r_i^w(t) r_j^w(t)) \right. \\ \left. \pm \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\psi_i^x \psi_j^y - \psi_i^y \psi_j^x) (r_i^p(t) r_j^w(t) - r_i^w(t) r_j^p(t)) \right]$$

ここに、

$$\vec{r}_i(t) = (r_i^p(t) \quad r_i^w(t))^T \quad (22)$$

$$\vec{\psi}_i = (\psi_i^x \quad \psi_i^y) \quad (23)$$

とすると、式(21)は次式のように表される。

$$\max_{\theta} \max_t |v(t)|^2 \quad (24)$$

$$= \max_t \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\vec{\psi}_i \bullet \vec{\psi}_j) (\vec{r}_i(t) \bullet \vec{r}_j(t)) \right. \\ \left. \pm \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\vec{\psi}_i \times \vec{\psi}_j)_z (\vec{r}_i(t) \times \vec{r}_j(t))_z \right]$$

ここに $(\bullet)$ は内積を、 $(\times)_z$ は外積を表している。また、 $\vec{r}_i(t)$ は $r_i^p(t)$, $r_i^w(t)$ の定義から水平2方向地震動 $a_p(t)$, $a_w(t)$ を i 次モードに対応する固有円振動数 ω_i と減衰定数 h_i を持つ等方な1質点系に互いに直交する方向に同時に入力した際の変位応答軌跡を表しており(図-3)、主に地震動依存する時間変数である。また、 $\vec{\psi}_i$ は式(16)、式(23)より次式で表現される。

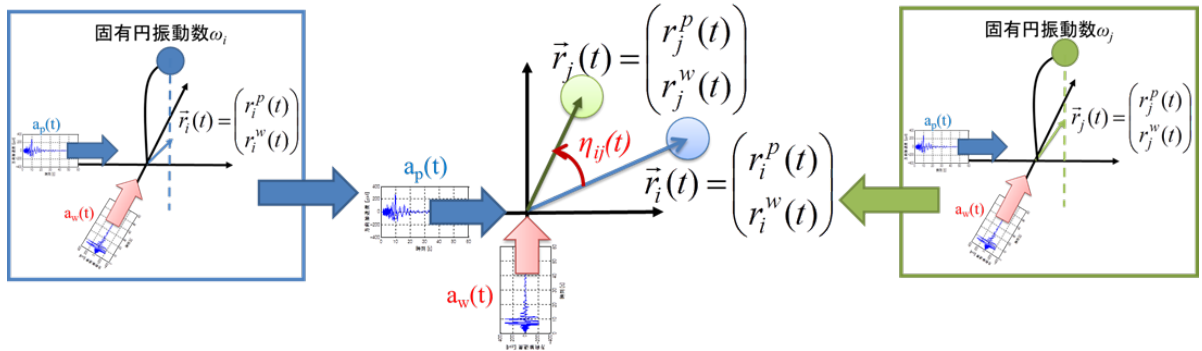


図-3 1質点系の変位応答軌跡

$$\bar{\psi}_i = \begin{pmatrix} \gamma_i^x & \gamma_i^y \end{pmatrix} \bar{f} \bullet \bar{\Phi}_i \quad (25)$$

よって、 $\bar{\psi}_i$ は水平2方向入力によって、着目応答量の応答モードがどのくらい励起されるかを表す構造依存の係数であることが分かる。

式(24)は主に地震動依存の時間変数である $\bar{r}_i(t)$ と $\bar{r}_j(t)$ の内積と外積、構造のみに依存する構造係数 $\bar{\psi}_i$ と $\bar{\psi}_j$ の内積、外積で構成されていることが分かる。そこで、 $\bar{r}_i(t)$ と $\bar{r}_j(t)$ の内積 $(\bar{r}_i(t) \bullet \bar{r}_j(t))$ を i - j ドット項、外積 $(\bar{r}_i(t) \times \bar{r}_j(t))_z$ を i - j クロス項と呼ぶものとする。またそれらにかかる構造係数 $(\bar{\psi}_i \bullet \bar{\psi}_j)$ 、 $(\bar{\psi}_i \times \bar{\psi}_j)_z$ も同様にドット項 i - j の構造係数、クロス項 i - j の構造係数と呼ぶ。ドット項とクロス項はその定義より、 $\bar{r}_i(t)$ 、 $\bar{r}_j(t)$ に対応する i 次モード、 j 次モードの1質点系の固有円振動数、減衰定数が決まると、用意した水平2方向入力 $(a_x(t), a_y(t))$ に対してただ一つに決まり、用意した水平2方向入力の観測座標系に依存しない量であることが分かる。また、その単位系は長さの二乗である。また、 i と j の順番を入れ替えた項についてはドット項×構造係数、クロス項×構造係数のどちらについても同じ値となる。

あるいは、式(24)は次のように表すこともできる。

$$\begin{aligned} & \max_{\theta} \max_t |v(t)|^2 \\ & = \max_t \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |\bar{\psi}_i| |\bar{\psi}_j| |\bar{r}_i(t)| |\bar{r}_j(t)| \cos(\eta_{ij}(t) \mp \delta_{oj}) \right] \quad (26) \end{aligned}$$

ここに、 $\eta_{ij}(t)$ は図-3のように定義される角度で $\bar{r}_i(t)$ から $\bar{r}_j(t)$ へのなす角度である。また、 δ_{oj} は同様に $\bar{\psi}_i$ から $\bar{\psi}_j$ へのなす角度である。

ドット項で i - j とした値の時間領域最大値の平方根を取った値は RotD100⁹⁾、major-axis spectral displacement¹⁰⁾ に一致する。あるいは bi-axial response spectrum⁸⁾ と呼ばれる加速度応答について定義された応答スペクトルを変位について同様に定義したものに対応する。また、現行の道路橋示方書の設計スペクトルは bi-axial response spectrum によって定義されていることを踏まえると、ドット項については、加速度と変位という違いはあるものの規定が存在していると言える。しかし、クロス項については現行の基準では全く規定が存在していない。

また、1方向入力時の結果から水平2方向入力時の結果を予測する手法として代表的な前述の CQC3 法について、CQC3 法は水平2方向地震動を Penzien-Watabe モデルに従うものとする、という仮定を用いているが、この仮定を使用した場合、クロス項の着目応答量への影響はゼロと計算される。

このようなことを踏まえると、クロス項はこれまで着目されたことのない量であり、応答量との関係が明らかにされていない量であるといえる。

3. 観測記録のドット項、クロス項の計算例

ドット項、クロス項が具体的にどのような値を取るのかを調べるため、観測記録を用いてそれらの分析を行った。

(1) 分析に用いた観測記録

ドット項、クロス項の分析には、兵庫県南部地震時の観測記録3組を使用した。それらの加速度軌跡と波形を図-4(a)、図-4(b)、図-4(c)に示す。

(2) ドット項、クロス項の分析結果

ドット項、クロス項の分析には、 $T_1=0.5\sim 1.5$ 秒、 T_2/T_1

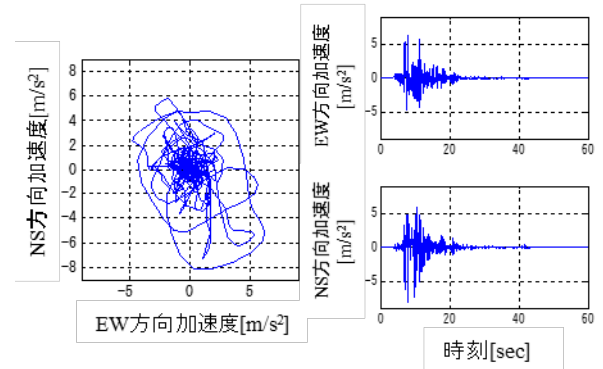


図-4(a) 神戸海洋気象台での観測記録
(JMA 神戸記録)

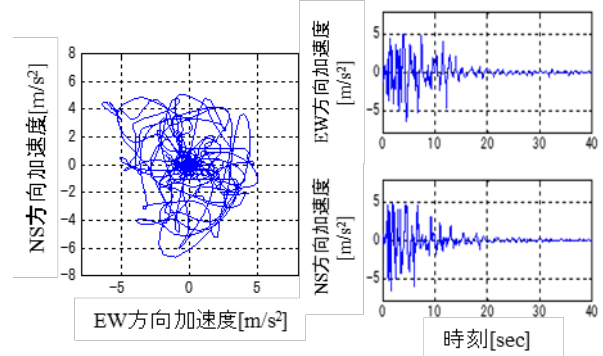


図-4(b) JR 鷹取駅での観測記録
(JR 鷹取記録)

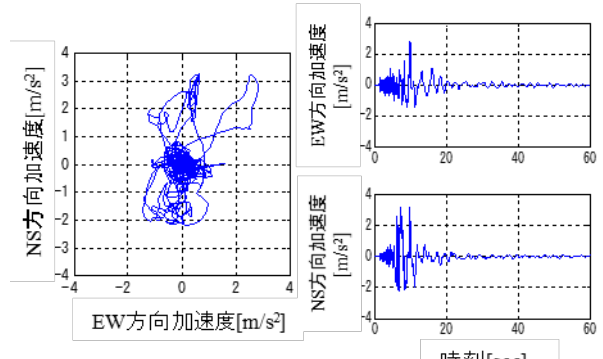


図-4(c) 東神戸大橋での観測記録
(東神戸大橋記録)

$=0.1\sim 1.0$, 減衰定数0.05の等方1質点系を用いた。1質点系の固有周期の組合せとして, $(T_1, T_2)=(1.5秒, 1.3秒)$, $(1.3秒, 1.3秒)$, $(1.3秒, 1.1秒)$ の3通りに入力した際の鷹取記録のドット項の時刻歴を図-5(a)に, クロス項の時刻歴を図-5(b)に示す。また, 全ての固有周期の組合せについて, ドット項の絶対値の時間領域最大値を求めて整理したものを図-6(a), 図-6(b), 図-6(c)に, クロス項の絶対値の時間領域最大値を求めて整理したものを図-7(a), 図-7(b), 図-7(c)に示す。図-6よりドット項は T_1 と T_2 が近づくほど大きくなる傾向を有している。また, 前述の通り, これらの図の $T_2/T_1=1.0$ の値はRotD100の二乗値に対応している。

クロス項についてはその定義より $T_2/T_1=1.0$ では0となる。また, 図-7より T_2 と T_1 が離れるに従い最大値が大きくなり, $T_2/T_1=0.8$ 程度で最大値をとる傾向が見られる。よって, 主要2モードの固有周期がそのような値を取る場合にはクロス項が応答量に与える影響が大きくなる可能性があると言える。

4. 評価式より得られる知見

2章で得られた評価式より2つの知見が得られる。それらを順に示す。

(1) 1方向入力と水平2方向入力の相違

用意した水平2方向入力の成分 $a_p(t)$ のみの1方向入力の全入力方向の中での最大値は, 式(23)より次のように求まる。

$$\begin{aligned} & \left(\max_{\theta} |v(t)|^2 \right)_{(a_p, 0)} \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\psi_i^x \psi_j^x + \psi_i^y \psi_j^y) (r_i^p(t) r_j^p(t)) \end{aligned} \quad (27)$$

ここに下付きの (a_p, a_w) は用意した水平2方向入力 $(a_p(t), a_w(t))$ を表している。すなわち $(a_p(t), 0)$ は $a_p(t)$ の1方向入力を表している。同様に, 成分 $a_w(t)$ のみの1方向入力時の最大値は, 次のように求まる。

$$\begin{aligned} & \left(\max_{\theta} |v(t)|^2 \right)_{(a_w, 0)} \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\psi_i^x \psi_j^x + \psi_i^y \psi_j^y) (r_i^w(t) r_j^w(t)) \end{aligned} \quad (28)$$

式(26)と式(27)を式(21)に代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left(\max_{\theta} \max_t |v(t)|^2 \right)_{(a_p, a_w)} \\ &= \max_t \left[\left(\max_{\theta} |v(t)|^2 \right)_{(a_p, 0)} + \left(\max_{\theta} |v(t)|^2 \right)_{(a_w, 0)} \right. \\ & \quad \left. \pm \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\psi_i^x \psi_j^y - \psi_i^y \psi_j^x) (r_i^p(t) r_j^w(t) - r_i^w(t) r_j^p(t)) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

式(29)より右辺第3項のクロス項の重ねあわせに相当する項は1方向入力からは評価されないことが分かる。よって, クロス項の影響の大きな応答量については1方向入力では水平2方向入力時の応答が正しく評価されない可能性が高いと言える。例えば3章の観測記録の分析から, 着目応答量への影響の大きい主要2モードの固有周期の比 $T_2/T_1=0.8$ 程度であるような場合がそのようなケースである可能性が高いと言える。

また, 式(29)の右辺について, 第1項, 第2項はそれぞれ二乗値であるため, 必ず正の値を取る。一方で第3項の符号 $\pm$ は位相極性の相違に対応しているが, 正となる方の値を取れば, 右辺は正の値の和となる。よって, 次式が示される。

$$\begin{aligned} & \left(\max_{\theta} \max_t |v(t)|^2 \right)_{(a_p, a_w)} \\ & \geq \max_t \left(\max_{\theta} |v(t)|^2 \right)_{(a_p, 0)} + \max_t \left(\max_{\theta} |v(t)|^2 \right)_{(a_w, 0)} \end{aligned} \quad (30)$$

このことから, 用意した水平2方向地震動の各成分の1方向入力時に求まる最大応答量よりも, 位相極性を考慮した水平2方向入力時に求まる最大応答量の方が必ず大きくなることが示される。

(2) 位相極性の相違の影響

式(24)より位相極性の相違の影響はクロス項の重ねあわせに関する項の符号 $\pm$ の相違だけであることが分かる。このことから, クロス項の着目応答量への影響が大きくなるような水平2方向地震動, 着目応答量については位相極性の相違による最大応答量の相違が大きくなると言える。例えば, $T_2/T_1=0.8$ 程度であるような場合には, 位相極性の相違による最大応答量の相違が大きくなる可能性が高いと言える。

5. 簡易曲線橋モデルを用いた位相極性の影響の定量化

2章で得られた評価式より, 位相極性の相違によって最大応答量が異なることは分かった。そこで位相極性の影響が最大応答量に与える影響を具体的に調べるため, 簡易曲線橋モデルを用いた数値計算を行いその相違の定量化を行った。

(1) 簡易曲線橋モデル

曲線桁と強軸, 弱軸を有する橋脚に等方なゴム支承と制振ダンパーの取り付けられた桁橋の1径間を対象とした。対象構造の正面図を図-8に, 平面図を図-9に示す。

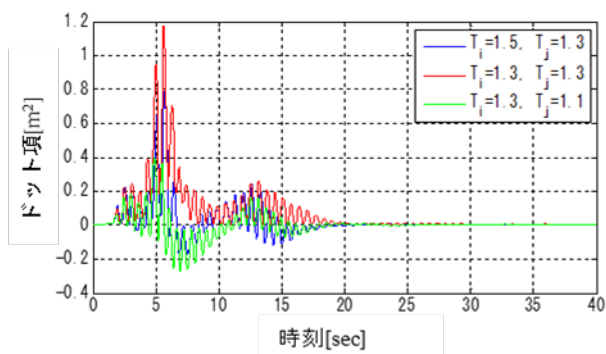


図-5(a) ドット項の時刻歴

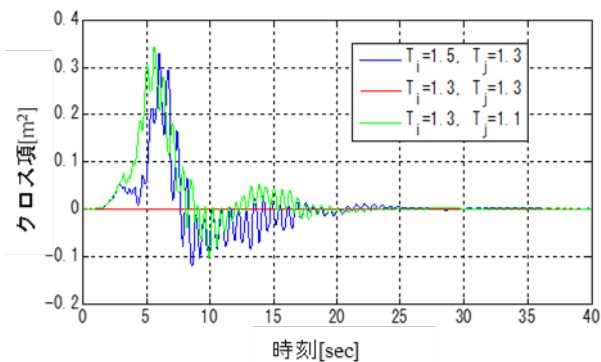


図-5(b) クロス項の時刻歴

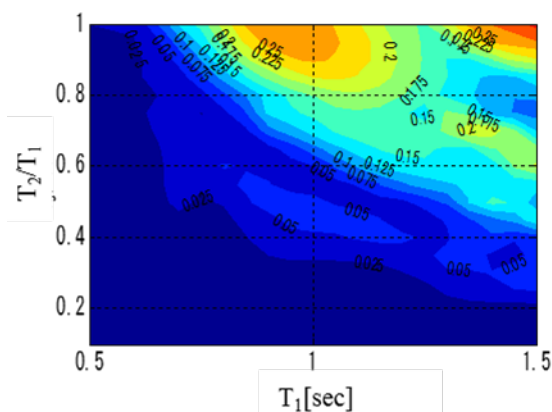


図-6(a) JMA 神戸記録のドット項の最大値

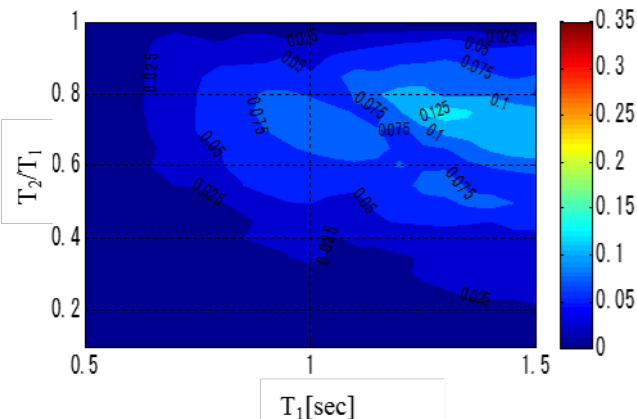


図-7(a) JMA 神戸記録のクロス項の最大値

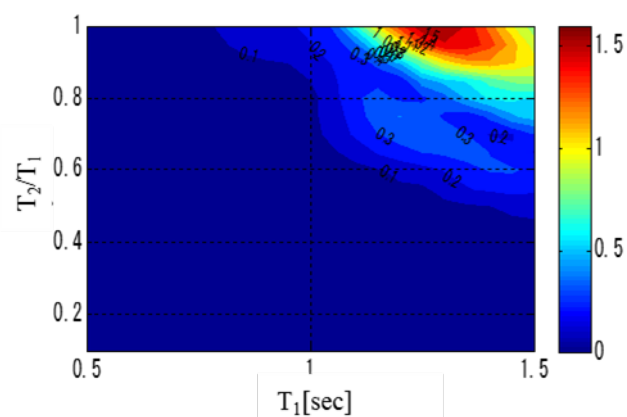


図-6(b) JR 鷹取記録のドット項の最大値

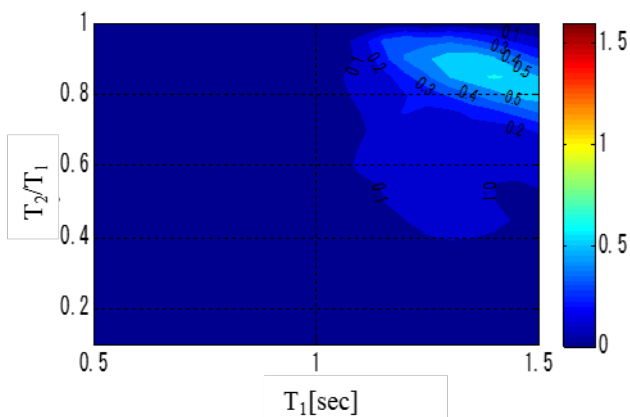


図-7(b) JR 鷹取記録のクロス項の最大値

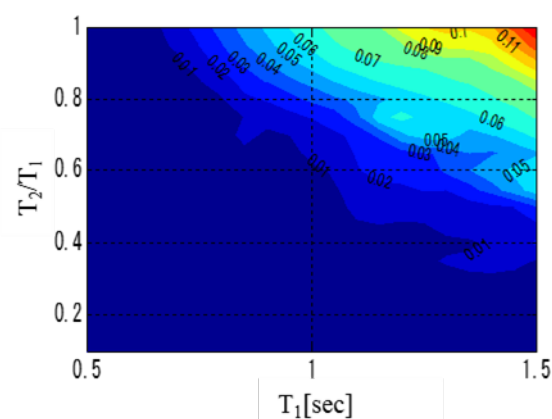


図-6(c) 東神戸大橋記録のドット項の最大値

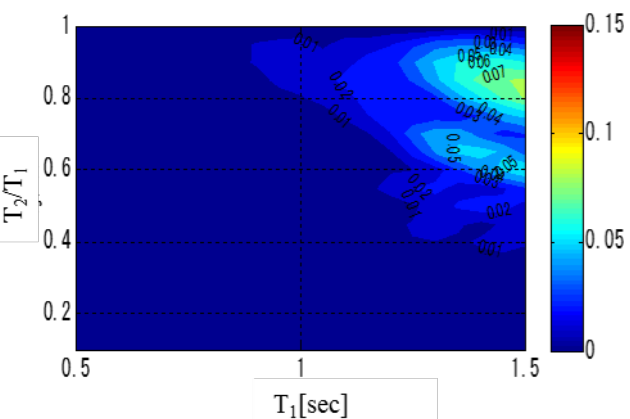


図-7(c) 東神戸大橋記録のクロス項の最大値

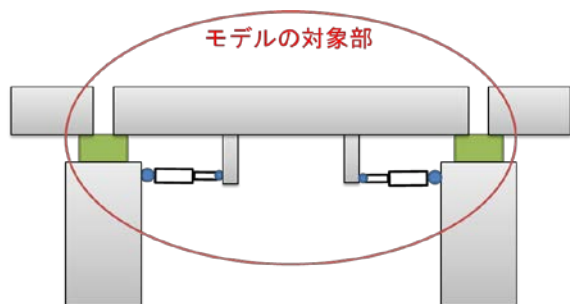


図-8 簡易曲線橋モデル正面図

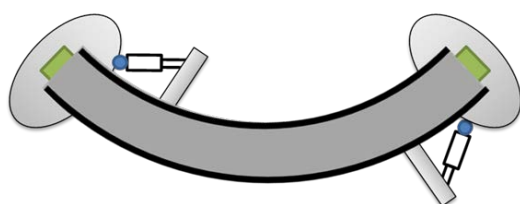


図-9 簡易曲線橋モデル平面図

橋脚の変形は支承の変形に比べて十分小さいと仮定し、橋脚-支承を線形せん断バネの直列バネでモデル化した。また、曲線桁は剛体とみなして、剛体の2方向並進と回転方向の3自由度1剛体系でモデル化した。また、ダンパー応答は初期配置時の軸方向への射影量で近似でき、復元力は軸方向の変形速度に比例し、初期配置時の軸方向に作用するものとみなした。また、復元力によるモーメントは無視できるものとした。このようにすることで本検証モデルは線形系となり、ダンパーの減衰を考慮しない場合には、第2章で得られた評価式の対象となる。

検証に使用した桁、橋脚、支承に関する構造パラメータの一覧を表-1に示す。また、固有値モード解析より得られるモード形状の簡易図を図-10に示す。また、各モード固有周期も同図に併せて示す。また、レイリー減衰に使用する減衰定数としては、支承変形が支配的であることを考慮して、1次モード、2次モードに対して3%とした。

ダンパーの伸縮変位量に関するドット項、クロス項の構造係数 $(\vec{\psi}_i \bullet \vec{\psi}_j)$ 、 $(\vec{\psi}_i \times \vec{\psi}_j)_z$ ($i, j=1\sim3$)はダンパーを橋脚からどの方向に取り付けるかで変化する。そこで、ダンパーをどの方向に取り付けると、それらの値がどのような値をとるかを図-9の右側ダンパーについて調べたものを図-11に示す。この図に示していないモード組合せの構造係数はその値が1-1ドット項、2-2ドット項、1-2クロス項の構造係数と比べて小さな値を取るため、省略している。この図で原点からの距離がその方向に取

り付けた際のそのモード組合せの構造係数の値を示している。本検証では、位相極性の影響が大きくなるようなケースについて検証を行うために、1-2クロス項の構造係数が最大となるような方向にダンパーを取り付けた。図-11に実際にダンパーを取り付けた方向を黒い矢印で示している。また、そのような方向は図-9に示したような方向であり、曲線桁接線方向からなす角 20° というような方向であった。また、左側ダンパーについては、図-9のように右側ダンパーとは逆側に 20° の方向に取

表-1 曲線桁のパラメータ

パラメータ名	数値
桁の総質量 [ton]	500
幅員 [m]	10
支間長 [m]	30
交角 [°]	80.0
支承1基の水平剛性 [kN/m]	9250
橋脚1体の弱軸方向剛性 [kN/m]	18500
橋脚1体の強軸方向剛性 [kN/m]	52725

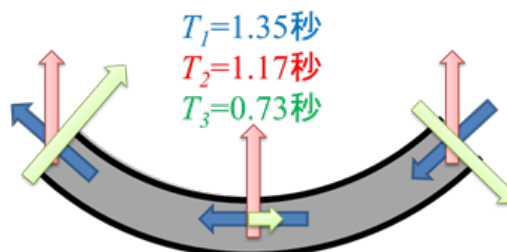


図-10 桁応答のモード形状とモード固有周期

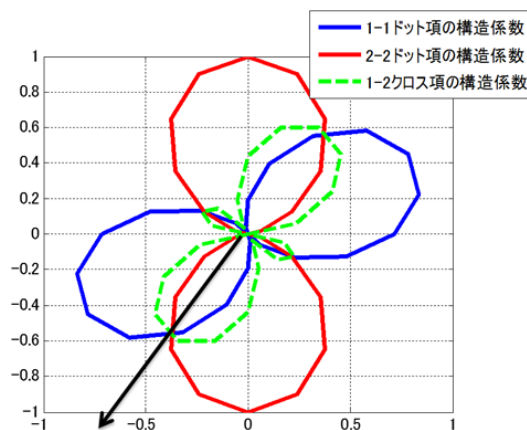


図-11 右側ダンパーの配置方向と構造係数の関係

り付けた。設定したダンパーのパラメータを表-2に示す。ここでダンパーの復元力は1次モードの固有周期の等方1質点系への付加減衰性能が5%となるように設定した。また、ダンパーのもともとの長さは3mとした。

(2) 入力地震動

数値解析には、3章で分析を行った水平2方向地震動のうち東神戸大橋記録を用いた。その加速度軌跡と加速度波形は図-4(c)に示した通りである。

本検証モデルで現れる東神戸大橋のドット項、クロス項の最大値は図-6(c)、図-7(c)より、1-1ドット項の最大値が $0.10[m^2]$ 、2-2ドット項の最大値が $0.08[m^2]$ 、1-2クロス項の最大値が $0.06[m^2]$ である。2-1クロス項は1-2クロス項と全く同じ値を取ることを考慮すれば、本検証モデルにおいては、クロス項の影響がドット項に比べて決して小さくない可能性が高いと言える。

このような水平2方向入力を全方向2方向入力と位相極性の相違を考慮して構造モデルに入力した。また、水平2方向入力と併せて、用意した水平2方向入力の各成

分の1方向入力も行った。

(3) 数値解析結果

ダンパーによる付加減衰性能を考慮しない仮想ダンパーを導入した際の、右側ダンパーの最大伸縮量を水平2方向入力、各成分の1方向入力の全入力方向について求め、入力方向との関係を整理したものを図-12に示す。この図で赤線、緑線は各成分の1方向入力時の結果を、水色線、紫線が位相極性の異なる水平2方向入力時の結果を示している。

1方向入力と水平2方向入力との関係について、図-12より、各成分の1方向入力時に求まる最大応答量（赤線、緑線について最大伸縮量の最大値）よりも位相極性の相違を考慮した水平2方向入力時に求まる最大応答量（水色、紫線の最大伸縮量の両方の中での最大値）が大きくなることを確認出来る。

また、位相極性の相違の影響について、図-12より水色線、紫線とでは全入力方向に関しての最大値が大きく異なる事がわかる。その値は水色線については $0.45[m]$ 、

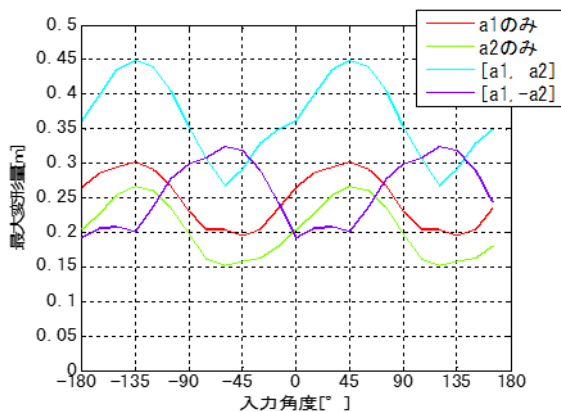


図-12 右側ダンパー最大伸縮量と入力方向との関係

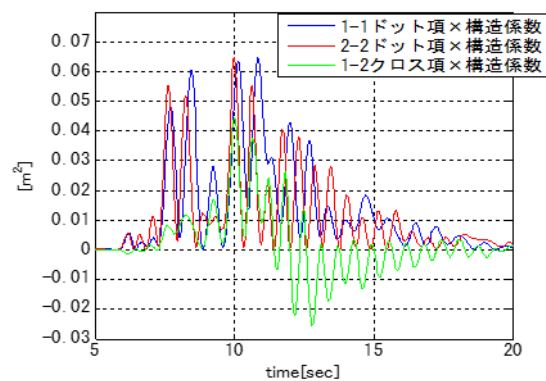


図-13 ドット項×構造係数とクロス項×構造係数の時刻歴

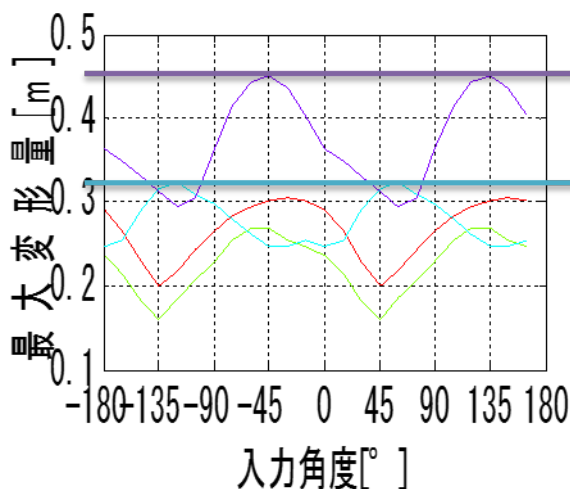


図-14 ダンパーの減衰を考慮しない場合の左側支承の最大変形量

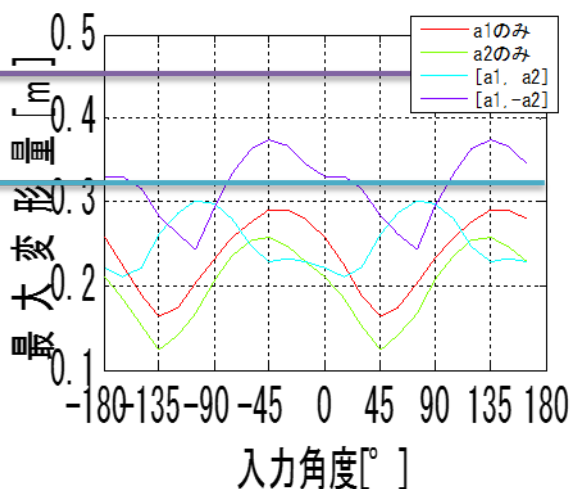


図-15 ダンパーの減衰を考慮する場合の左側支承の最大変形量

紫線については0.32[m]であり、差で12[cm]、比で1.4倍の相違である。このように位相極性の相違によって最大応答量に大きな相違が現れることが分かる。

また、右側ダンパーの伸縮量について、ドット項×構造係数とクロス項×構造係数の時刻歴を調べたものを図-13に示す。構造係数同様、値が小さくなるモード組合せについては省略している。この図より、1-2クロス項がドット項に比べて無視できない大きさを取っていることが分かる。

また、ダンパーの付加減衰性能5%を考慮しない場合の左側支承の最大変形量を図-14に、考慮する場合を図-15に示す。これらの図から、支承のような等方な部材についても位相極性の相違によって、その最大変形量に相違を生じることが分かる。また、位相極性の異なる水平2方向入力のうち、紫線についてはダンパーをつけることで大きな応答低減効果が得られているのに対して、水色線についてはその応答低減効果がほとんど現れていないことが分かる。このことから位相極性の相違によって、ダンパーによる応答低減性能が異なることが分かる。よって、ダンパーによる応答低減効果を期待する場合には、位相極性の相違を考慮する必要性が高いと言える。

5. 結論

水平2方向入力の全方向2方向入力と位相極性の相違を考慮した構造物応答量を、モード分解を用いて定式化した。その評価式は、用意した水平2方向入力の1質点系の応答により決定される主に地震動に依存する時間関数であるドット項、クロス項と、構造のみに依存する構造係数とのモード重ねあわせの形で表されることを示した。ここで、クロス項は1方向入力では評価することのできない項であり、この項の影響が大きいような着目応答量、地震動については、水平2方向入力による評価が合理的であることが分かった。

また、観測記録の分析より、クロス項の影響は主要2モードの固有周期の比 T_2/T_1 が0.8程度となる場合に大きくなることが分かった。ただし、本研究で分析を行った観測記録は非常に限定的であり、0.8という値自体には工学的重要性は乏しいと考えられる。しかし、クロス項がその定義より $T_1=T_2$ においてゼロとなり、長周期側において変位応答が大きくなることを考慮すれば、 T_1 と T_2 の乖離が大きすぎず、小さすぎずという範囲でクロス項が大きな値をとるということを定性的に再現する結果であるといえる。

簡易曲線橋モデルを用いた数値解析例より、位相極性の相違によって、ダンパーの最大伸縮量が1.4倍程度異なるようなケースを示した。また、ダンパー

による支承変形量の応答低減効果は位相極性の相違で異なることを示した。

本研究は線形系を仮定しているが、非線形系においても位相極性の相違の影響は生じると予想される。よって、理論と数値解析例より得られた知見をふまえると、位相極性の相違の影響は無視できず、水平2方向入力地震動を用いた耐震性能照査を行う場合には、位相極性の相違を考慮する必要性があるといえる。

謝辞：本研究は、日本学術振興会・科学研究費費基盤研究(B)（課題番号25289136および16H04399）の助成を受けたものである。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，2012.
- 2) Smeby W, Der Kiureghian A : Modal combination rules for multicomponent earthquake excitation, EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS, Vol. 13, 1-12, 1985.
- 3) Penzien J, Watabe M : Characteristics of 3-dimensional earthquake ground motion, EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS, Vol. 13, 1-12, 1975.
- 4) Athanatopoulou A.M. : Critical orientation of three correlated seismic components, Engineering Structure, Vol. 27, 301-312, 2005.
- 5) Rigato A B, Medina R A : Influence of angle of incidence on seismic demands for inelastic single-storey structures subjected to bi-directional ground motions, Engineering Structures Vol.29, 2593- 2601, 2007.
- 6) Taskari O and Sextos A : Multi-angle, multi-damage fragility curves for seismic assessment of bridges, Earthquake Engineering Structure Dynamics, Vol. 44, 2281-2301, 2015.
- 7) 松田哲夫, 五十嵐晃, 古川愛子, 大内浩之, 宇野裕恵, 松田宏：免制震すべりシステム (ICSS) の地震応答に 2 方向同時入力の位相効果が及ぼす影響, 土木学会論文集 A1, Vol. 69, No. 4, I_688-I_702, 2013.
- 8) 五十嵐晃, 井上和真, 古川愛子, 宇野裕恵, 松田宏：標準波一相補直交成分波の組み合わせによる橋梁の耐震照査用水平 2 方向入力地震動, 土木学会論文集 A1, Vol.68, No.4, I_458-I_469, 2012.
- 9) Boore, D M. : Short Note orientation-independent, nongeometric-mean measures of seismic intensity from two horizontal component of motion, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 100, No. 4, pp. 1830-1835, 2010/
- 10) Grant, D N. : Response spectral matching of two horizontal ground-motion components, ASCE Journal of structural engineering, Vol.137, No.3, pp289-297, 2011.

BI-DIRECTIONAL SEISMIC RESPONSE OF ASYMMETRIC BRIDGES ACCOUNTING FOR PHASE POLARITY OF BI-DIRECTIONAL INPUT GROUND MOTION

Akira IGARASHI and Subaru GIGYU

For the purpose of seismic performance assessment of bridge using bi-directional seismic ground motion input, the maximum structural response can be determined by changing the incident angle of the ground motion in the range of 360 degrees and by taking the maximum value. It can also be possible to change the sign of one of the two ground motion components to obtain another group of bi-directional inputs. The distinction of the two groups are defined as the phase polarity of the bi-directional input, and the influence of the phase polarity on the maximum structural response is formulated using the modal decomposition technique. It is shown that the influence of the phase polarity of the input is represented by the 'cross product term' of the input, that appears only for the case of bi-directional ground motion. Using simplified numerical model of curved bridges with seismic isolation and energy dissipation devices, it is numerically shown that the maximum seismic response of the structure can be greatly affected by the choice of the phase polarity of the input ground motion.