地震時の斜面安定問題におけるスペクトル確率有限要素法の適用に関する基礎的研究

堀田　渉[1]・羽場　一基[2]・畑　明仁[3]・渡辺　和明[4]・堀　宗朗[5]

[1]正会員　大成建設株式会社　原子力本部（〒163-0606 東京都新宿区西新宿 1-25-1）
E-mail:ht-wtr00@pub.taisei.co.jp

[2]正会員　博(理)　大成建設株式会社　原子力本部（〒163-0606 東京都新宿区西新宿 1-25-1）
[3]正会員　博(工)　大成建設株式会社　技術センター（〒245-0051 神奈川県横浜市戸塚区名瀬町 344-1）
[4]正会員　大成建設株式会社　原子力本部（〒163-0606 東京都新宿区西新宿 1-25-1）
[5]正会員　Ph.D.　東京大学地震研究所（〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1）

原子力施設の耐震設計審査指針においては，不確定性を考慮した確率論的な評価が求められており，著者らはこの課題に対し，地盤物性等のばらつきが地震応答に与える影響を定量的に評価できる手法として，スペクトル確率有限要素法の適用性の検討を進めている．スペクトル確率有限要素法は，多数回の演算を必要とするモンテカルロシミュレーションと異なり，一度の数値計算で応答値のばらつきを算定できるという長所を有している．

本論文では，原子力発電所の地震 PRA の効率化を目的として，地震時の斜面安定問題におけるスペクトル確率有限要素法の適用性を検討した．簡単な斜面モデルを用いたモンテカルロシミュレーションとの比較検証の結果，同等の精度と計算負荷の軽減が期待でき，地震 PRA の有効な評価手法となり得ることが明らかになった．

Key Words : *Spectral stochastic finite element method, Karhunen-Loeve expansion, Polynomial chaos, Slope stability, Propability of failure*

1.　はじめに

地盤物性を精度良く把握することは，地震工学の分野において重要な課題の一つであり，これまで多くの調査・研究がなされている．しかし，地盤物性は本来不均質であり，またボーリング等による限られた原位置情報より推定する必要があるため，不可避の不確実性を有するものである．各種設計基準における性能設計・信頼性設計の導入や，国内の原子力発電所を対象とした確率論的リスク評価の適用が進む中，不確実性の取り扱い方法は技術的に重要な課題となっている．

こうした背景を踏まえ，著者らはこれらの不確実性を合理的に取り扱うための数学的ツールであるスペクトル確率有限要素法[1),2)]（Spectral Stochastic Finite Element Method, 以下，SSFEM）を用いて，地盤物性等のばらつきが地震応答に与える影響を定量的に評価する検討を進めている．SSFEM は，入力値を変えながら多数回の演算を必要とするモンテカルロシミュレーション（以下，MCS）と異なり，一度の数値計算で応答値の期待値，標準偏差，さらに確率密度関数を算定できるという長所を有している．

国内におけるSSFEMを用いた地盤物性等の不確実性を取り扱った検討事例は少なく，著者ら[3)]が示した事例の他，堀・中川ら[4)-6)]による検討，本田ら[7)]による検討に限られる．これは，様々な不確実性を比較的容易に扱えるMCSと異なり，確率変数として地盤剛性しか定式化されていないこと，地盤の非線形性を表現する手法が成熟していないことが要因と考えられる．また，解析自由度が通常のFEMに比べ大幅に増加するために，大規模なモデルを対象とした数値計算が困難であることも要因の一つと考えられる．しかし，近年の計算機性能の向上により，MCSに比べてより効率的な計算手法として，SSFEMは有効なツールとなる可能性を有している．特に，MCSでは困難となる三次元モデルによる数値計算においては，大幅な計算時間の軽減が期待できる．

従来の地震時の斜面安定問題では，動的解析により安全性の検討を行うことが一般的である．SSFEMの動的問題への適用については，本田ら[7)]が行った適用事例が挙げられるが，検証例題としては線形一質点系モデルを用いた入力地震動の不確定性の影響を取り扱ったものである．また，SSFEMを用いた斜面安定問題への適用事

例は，Jiang[8]らによる地盤の強度に着目した検討や，Farah[9]らによる摂動法およびMCSとの比較検討があるが，どちらも静的問題を対象としている．以上のように，地震時の斜面安定問題を対象としたSSFEMの適用事例はこれまで無い．

本論文は，この点に着目し動的SSFEMの適用性を検討したものである．まず，SSFEMの概要と動的SSFEMの具体的な定式化を示す．次に，一次元地盤モデルを用いてMCSとの比較を行い，SSFEMの妥当性を検証する．さらに，日本原子力学会「原子力発電所に対する地震を起因とした確率論的リスク評価に関する実施基準[10]（以下，地震PRA基準）」において規定される地盤崩壊確率（以下，損傷確率）を算定し，従来のサンプリング数分計算するMCSによる手法の結果と比較することで，SSFEMの有用性を検討する．最後に，簡単な斜面モデルを用いて，地震時の斜面安定性を評価する上で影響が大きいとされている地盤強度のばらつきに加えて，地盤剛性のばらつきおよび地盤剛性の空間相関が斜面の損傷確率に与える影響を定量的に評価する．

2. SSFEMの概要

SSFEMは，Karhunen-Loeve展開（以下，KL展開）とPolynomial Chaos（以下，PC展開）を用いて，確率変数で表されるパラメータを多項式で近似し，有限要素法に適用した解析手法である．これらの展開を用いることで，物性値の空間相関と応答値の複雑な確率分布を考慮した確率過程を，一度の数値計算で評価できる特徴を持つ．なお，本論文に示すSSFEMにおいては，Ghanem and Spanos[1]に倣い，地盤剛性（ヤング率，動的問題の場合はせん断弾性係数）を確率変数として入力する．

(1) 入力物性値のKL展開

まず，ヤング率 E が，以下に示すように確定成分と確率変動成分に分離できるものとする．

$$E(x,\omega) = \langle E\rangle\{1+\alpha(x,\omega)\} \tag{1}$$

ここで，$\langle E\rangle$はヤング率の期待値，ωは標本空間の標本点であり，変動成分$\alpha(x,\omega)$をガウス場とすると，$\alpha(x,\omega)$はKL展開により，以下の独立な正規確率変数の級数に展開できる．

$$\alpha(x,\omega) = \sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{\lambda_n}\phi_n(x)\xi_n(\omega) \tag{2}$$

ここで，λ_nは$\alpha(x,\omega)$の共分散関数$C(x_1,x_2)$の固有値，$\phi_n(x)$は固有関数，$\xi_n(\omega)$は標準正規確率変量である．式(2)においてλ_n，$\phi_n(x)$は以下の固有値問題により求められる．

$$\int C(x_1,x_2)\phi_n(x_2)dx_2 = \lambda_n\phi_n(x_1)\ ,n=1,2,3,\cdots \tag{3}$$

σをヤング率の変動係数（=標準偏差/期待値），θを相関距離とおくと，指数型の場合，共分散関数$C(x_1,x_2)$は，以下のように表される．

$$C(x_1,x_2) = \sigma^2\exp(-\frac{|x_1-x_2|}{\theta}) \tag{4}$$

(2) 応答値のPC展開

一方，ヤング率がガウス分布であっても，一般に境界値問題の解である変位$u(x,\omega)$が常にガウス分布になるとは限らない．このため，$u(x,\omega)$の近似では以下に示すPC展開を用いる．PC展開は，Hermite多項式を基底として確率場を級数和で近似するものである．

$$u(\xi_{i1},\ldots) = u_0\Gamma_0 + \sum_{i1=1}^{\infty}u_{i1}\Gamma_1(\xi_{i1}) + \sum_{i1=1}^{\infty}\sum_{i2=1}^{i1}u_{i1i2}\Gamma_2(\xi_{i1},\xi_{i2}) + \sum_{i1=1}^{\infty}\sum_{i2=1}^{i1}\sum_{i3=1}^{i2}u_{i1i2i3}\Gamma_3(\xi_{i1},\xi_{i2},\xi_{i3}) + \ldots \tag{5}$$

ここで，$\Gamma_n(\cdot)$が n 次のHermite多項式であり，下式で与えられる．

$$\Gamma_n(\xi_{i1},\ldots,\xi_{in}) = e^{\frac{1}{2}\xi^T\xi}(-1)^n\frac{\partial^n}{\partial\xi_{i1}\ldots\partial\xi_{in}}e^{-\frac{1}{2}\xi^T\xi}$$

$$\xi = (\xi_{i1},\ldots,\xi_{in})^T \tag{6}$$

以下，式(5)を簡便に下式のように表す．

$$u(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty}u_i\Psi_i[\{\xi\}] \tag{7}$$

ここで，$\Psi_i[\{\xi\}]$は式(5)を構成する各々のHermite多項式を意味する．また，$\Psi_i[\{\xi\}]$は以下の直交性を持つ．

$$<\Psi_i[\{\xi\}]\Psi_j[\{\xi\}]> = \delta_{ij} \tag{8}$$

ここで，δ_{ij}はKroneckerのデルタである．

(3) 動的SSFEMの定式化

動的SSFEMの支配方程式を下式に示す．

$$M\alpha(x,\omega) + C(x,\omega)v(x,\omega) + K(x,\omega)u(x,\omega) = p \tag{9}$$

ここで，M，$C(x,\omega)$，$K(x,\omega)$はそれぞれ質量，減衰，剛性マトリクス，$\alpha(x,\omega)$，$v(x,\omega)$，$u(x,\omega)$は加速度，速度，変位ベクトルである．また，p は外力ベクトルである．なお，時間を表す引数tは省略した．ここで，$C(x,\omega)$ が $K(x,\omega)$ と同様にKL展開された下式で表されるとする．

$$C(x,\omega) = \sum_{n=0}^{\infty}C^{(n)}\xi_n \tag{10}$$

Reyleigh減衰の場合は，

$$C^{(n)}=\begin{cases}aM+bK^{(0)}(n=0)\\ bK^{(n)}(n\neq 0)\end{cases} \tag{11}$$

と与えられる．ここで，a，b は係数である．次に，$\alpha(x,\omega)$，$v(x,\omega)$ は，式(7)と同様に PC 展開することで以下のように表される．

$$a(x,\omega)=\sum_{i=0}^{\infty}a_i\Psi_i[\{\xi\}] \tag{12}$$

$$v(x,\omega)=\sum_{i=0}^{\infty}v_i\Psi_i[\{\xi\}] \tag{13}$$

なお，$\Psi_i[\{\xi\}]$ は時間に依存しないことを考慮すると，加速度および速度の係数 α_i，v_i は，

$$a_i=\frac{d^2}{dt^2}u_i\ ,\quad v_i=\frac{d}{dt}u_i \tag{14}$$

という関係にある．式(9)に式(7)，式(10)，式(12)および式(13)と KL 展開された地盤剛性を入力すると，

$$M\sum_{i=0}^{\infty}\alpha_i\Psi_i[\{\xi\}]+\sum_{n=0}^{\infty}C^{(n)}\xi_n\sum_{i=0}^{\infty}v_i\Psi_i[\{\xi\}]$$
$$+\sum_{n=0}^{\infty}K^{(n)}\xi_n\sum_{i=0}^{\infty}u_i\Psi_i[\{\xi\}]=p \tag{15}$$

のように整理され，式(15)の両辺に，$\Psi_j[\{\xi\}]$ との積の期待値をとり，式(8)を考慮すると下式が得られる．

$$M\alpha_j+\sum_{i=0}^{\infty}v_i\sum_{n=0}^{\infty}<\xi_n\Psi_i[\{\xi\}]\Psi_j[\{\xi\}]>C^{(n)}$$
$$+\sum_{i=0}^{\infty}u_i\sum_{n=0}^{\infty}<\xi_n\Psi_i[\{\xi\}]\Psi_j[\{\xi\}]>K^{(n)}=<p\Psi_j[\{\xi\}]> \tag{16}$$

ここで，

$$C_{ij}=\sum_{n=0}^{\infty}<\xi_n\Psi_i[\{\xi\}]\Psi_j[\{\xi\}]>C^{(n)} \tag{17}$$

$$K_{ij}=\sum_{n=0}^{\infty}<\xi_n\Psi_i[\{\xi\}]\Psi_j[\{\xi\}]>K^{(n)} \tag{18}$$

$$p_j=<p\Psi_j[\{\xi\}]> \tag{19}$$

と置くと，式(16)は，

$$M\alpha_j+\sum_{i=0}^{\infty}C_{ij}v_i+\sum_{i=0}^{\infty}K_{ij}u_i=p_j \tag{20}$$

に帰着することが分かる．

次に，時間領域における数値積分法について述べる．ここでは，陰解法として Newmark の β 法（β=0.25，γ=0.5）を用いる．時間間隔 Δt で離散化した時刻を添字 n で表すものとし，$t=t^n$ から $t=t^{n+1}$ へ更新する定式化を考える．そのとき，変位，速度は以下のように表される．

$$v_i^{n+1}=v_i^n+\frac{\Delta t}{2}a_i^n+\frac{\Delta t}{4}a_i^{n+1} \tag{21}$$

$$u_i^{n+1}=u_i^n+v_i^n\Delta t+\frac{\Delta t^2}{4}a_i^n+\frac{\Delta t^2}{4}a_i^{n+1} \tag{22}$$

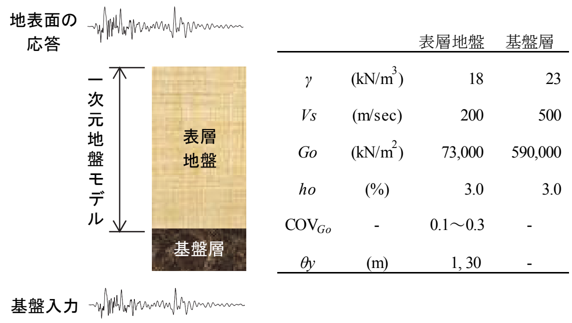
式(21)，式(22)を $t=t^{n+1}$ における式(20)に代入することで，変位，速度および加速度は求められる．

以上の定式化により，式(16)は，通常の運動方程式と同様に，二階の微分方程式として解けることが分かる．ここで，通常の数値計算においては，式(16)の展開次数を有限な値で打ち切り近似を行う．また，式(20)から分かるように，質量，減衰，剛性マトリクスは，通常の FEM に比べ確率項に対応してマトリクスサイズが大きくなる．そのため，SSFEM においてはマトリクスの効率的な処理が重要となる．

3. MCS との比較検証

本章では，**図-1** に示すような線形弾性体の一次元地盤モデルを対象に，地表面の応答値のばらつきについて MCS の結果と比較することにより，SSFEM の妥当性を検証する．地盤剛性のばらつきは一次元の自己相関構造を考慮し，SSFEM については KL 展開，MCS についてはフーリエ級数を用いて確率場を生成した [11]．地盤剛性の確率場についてはガウス分布，自己相関関数は指数型を採用した．なお，MCS の試行回数については 1,000 回とした．

対象とする地盤モデルは，工学的基盤である軟岩層（Vs=500m/sec）の上面に，深度 30m の一次元表層自由地盤（Vs=200m/sec）を模擬したモデルであり，層分割は 0.5m とした．地盤物性のばらつきはせん断弾性係数 G_0 のばらつきを考慮し，その変動係数 COV_{Go} は 0.1～0.3 で変化させた．また，一次元方向の相関距離 θy についても 1m と 30m の 2 ケースとした．入力地震動は**図-2** に示すコンクリート標準示方書 [12] に示されるレベル 2 地震動の内陸型-1 の波形を水平地震動として用いた（最大 750gal）．減衰マトリクスについては次式に示す剛性比例型とした．



		表層地盤	基盤層
γ	(kN/m^3)	18	23
Vs	(m/sec)	200	500
Go	(kN/m^2)	73,000	590,000
ho	(%)	3.0	3.0
COV_{Go}	-	0.1～0.3	-
θy	(m)	1, 30	-

図-1　一次元地盤モデル

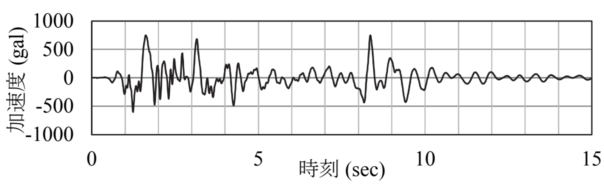
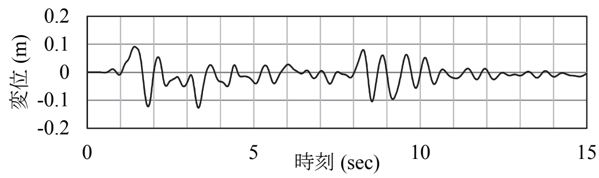


図-2　入力地震動の時刻歴

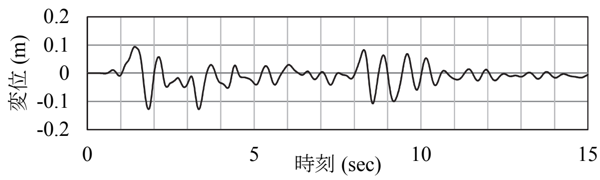
$$[C_e] = \frac{h_0}{\pi f_0}[K_e] \tag{23}$$

ここで，$[C_e]$は減衰マトリクス，$[K_e]$は要素剛性マトリクス，f_0は一次固有振動数（$=Vs/4H=1.667\mathrm{Hz}$）である．

図-3 に表層地盤の変位の期待値の時刻歴の一例を示す．SSFEM と MCS の結果を比較すると，応答値の期待値は全時刻においてほぼ同値の挙動を示している．**図-4** に示す変位の標準偏差の時刻歴においても SSFEM は MCS と同様の挙動を示している．**図-5** に表層地盤の水平加速度応答スペクトルを示す．SSFEM の応答値の期待値は，θ_y=30m の場合最大 4,000gal（赤実線）程度であるが， $+1\sigma$ のばらつきを考慮すると最大 5,000gal（赤点線）となる．また，応答値が一次固有周期（T=0.6sec）に近づくほど，応答値のばらつきは増加する傾向にある．異なる相関距離による比較では，θ_y=1m の結果に比べ，θ_y=30m は応答値のばらつきが大きくなり，空間相関の影響が現れている．**図-6** に地盤剛性の変動係数の違いによる応答値の標準偏差の最大値の比較を示す．地盤剛性の変動係数の増加に伴い，応答値の標準偏差も増加しており，その傾向は MCS の結果と概ね一致する．

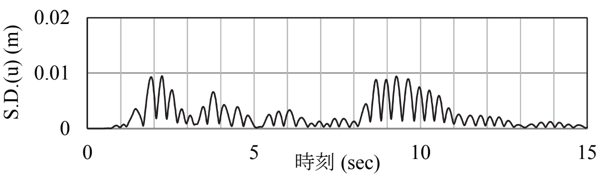


(a) SSFEM

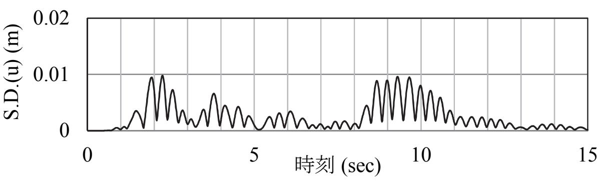


(b) MCS

図-3 変位の期待値の時刻歴比較（COV_{Go}=0.2，θ_y=1）



(a) SSFEM



(b) MCS

図-4 変位の標準偏差の時刻歴比較（COV_{Go}=0.2，θ_y=1）

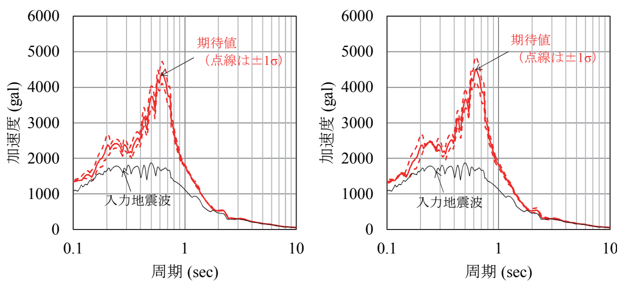
4. SSFEMによる損傷確率評価手法の検討

(1) 評価手法の概要

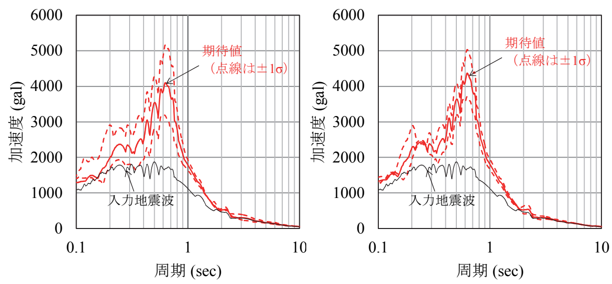
本章では，SSFEMを用いて地震PRA基準[10]に規定される損傷確率評価を実施し，その適用性を検討する．特に，SSFEMがMCSと等価な評価結果が得られること，およびより効率的に解を算定できることを確認する．

地震PRA基準に規定される損傷確率の評価手順（以下，従来の評価手順）と，SSFEMを用いた評価手順の比較を**図-7**に示す．SSFEMを用いた評価手順は，評価すべり面を設定し，初期応力解析および地震応答解析によりすべり面上の抵抗力および滑動力を算定する過程は，従来の評価手順とほぼ同様である．本手法の特徴は，従来の評価手順では，損傷確率の算定にサンプリング数分の地震応答解析を行うのに対して，一度の地震応答解析で損傷確率算定まで行える点である．

斜面等の地震時安定問題を対象とした損傷確率評価に関しては，過去にいくつかの検討事例がある．その中で

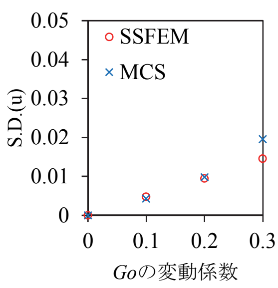


(a) COV_{Go}=0.2，θ_y=1m（左図：SSFEM，右図：MCS）

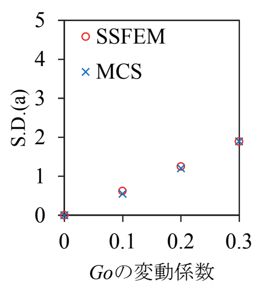


(b) COV_{Go}=0.2，θ_y=30m（左図：SSFEM，右図：MCS）

図-5 水平加速度応答スペクトル（減衰定数 h=0.05）

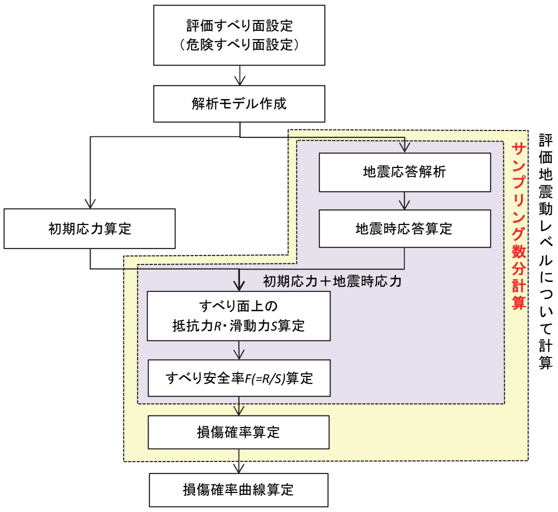


(a) 変位の標準偏差

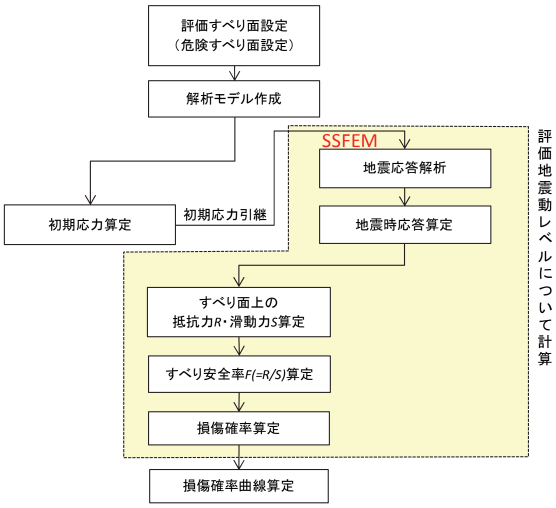


(b) 加速度の標準偏差

図-6 地盤剛性の変動係数と応答値の標準偏差の関係（θ_y=1）



(a) 地震 PRA 基準に規定される評価手法



(b) SSFEM による評価手法

図-7　損傷確率の評価手順の比較

は，地盤のせん断弾性係数と粘着力を重要な不確実パラメータとし，等価線形解析により損傷確率評価を行っている．各種地盤物性の中で，特にせん断弾性係数と粘着力を選定した理由は，応答値に対する感度解析結果に基づくものである[13]．

上記の検討を参考に，本論文においても対象とする不確実パラメータは地盤のせん断弾性係数と粘着力とする．また，非線形性の取り扱いについては今後の課題とし，地盤については線形弾性体を仮定する．

(2)　すべり安全率および損傷確率の算定方法

SSFEM により得られる応答値は，確率変数を含む多項式で表される特徴を持つ．すなわち，式(7)に示す節点変位の多項式から，変位の勾配として要素内の任意のひずみの値が得られ，ヤング率の期待値による応力-ひずみ関係より，以下に示す要素応力の多項式が得られる．なお，ヤング率とひずみは本来それぞれ確率変数を含む多項式となるが，ここではヤング率について高次項の影響を無視した期待値として取り扱った．

$$
\begin{aligned}
s_{xx}(x,\omega) &= \sum_{\alpha=0}^{P} \Psi_\alpha[\{\xi\}] s_{xx}^{(\alpha)}(x) \\
s_{yy}(x,\omega) &= \sum_{\alpha=0}^{P} \Psi_\alpha[\{\xi\}] s_{yy}^{(\alpha)}(x) \\
s_{xy}(x,\omega) &= \sum_{\alpha=0}^{P} \Psi_\alpha[\{\xi\}] s_{xy}^{(\alpha)}(x)
\end{aligned} \tag{24}
$$

これら要素応力からすべり面の垂直成分 σ_n およびせん断成分 τ_n を下式により求める．

$$
\sigma_n(x,\omega) = \frac{s_{xx}(x,\omega)+s_{yy}(x,\omega)}{2} + \frac{s_{xx}(x,\omega)-s_{yy}(x,\omega)}{2}\cos 2\varphi + s_{xy}(x,\omega)\sin 2\varphi \tag{25}
$$

$$
\tau_n(x,\omega) = \frac{s_{xx}(x,\omega)-s_{yy}(x,\omega)}{2}\sin 2\varphi - s_{xy}(x,\omega)\cos 2\varphi \tag{26}
$$

ここで，φ はすべり面法線方向と x とのなす角である．一方，粘着力 c については，ガウス分布を仮定し，期待値$< c >$と標準偏差 $S.D.(c)$ で定義する．なお，粘着力の空間相関や地盤剛性との相関性は考慮しないものとし，各有限要素において粘着力は一律に変動するものとする．

抵抗力 R および滑動力 S を下式により求める．

$$
\begin{aligned}
R(x,\omega) &= \int \{c(\omega') + \sigma_n(x,\omega)\tan\phi\}dx \\
&= R_1(\omega') + R_2(x,\omega)
\end{aligned} \tag{27}
$$

$$
S(x,\omega) = \int \tau_n(x,\omega)dx \tag{28}
$$

ここで，内部摩擦角 ϕ および要素長さ dx は確定値である．式(27)においては，粘着力の項 $R_1(\omega')$ と垂直成分の応力の項 $R_2(x,\omega)$ は互いに独立と考えている．さらに，ξ および粘着力の確率変量の値をガウス確率密度関数に基づく乱数として n 個発生させ，それらを式(27)，式(28)に代入する．その結果，すべり安全率 $F=R/S$ は n 個の値が得られ，それらの統計的分布からすべり安全率の期待値および標準偏差，さらに確率密度関数を算定する．最終的に，すべり安全率が 1 以下となる確率，すなわち損傷確率を算定する．

(3)　検証例題

SSFEM による損傷確率評価手法の演算精度や演算時間を確認する目的で，MCS による手法との比較検証を行った．

対象としたモデルは**図-8** に示すような斜面モデルとし，解析物性値を**表-1** に示す．本モデルは，Vs=300m/sec 相当の 1 層からなる斜面を模擬している．

評価すべり面は，別途分割法による静的解析により安定計算を行い，最小すべり安全率となる面とした．まず，

自重解析により初期応力を算定し，その後時刻歴応答解析を行った．自重解析における解析物性値も**表-1** の値を用いた．自重解析の境界条件は，側方は鉛直ローラー，底面は固定とし，時刻歴応答解析の境界条件は，側方および底面は粘性境界とした．入力地震動は，2 章と同様のレベル 2 地震動の内陸型-1 の波形を 2 倍した水平地震動を用いた．減衰マトリクスについては剛性比例型（一次固有振動数 6.456Hz）とした．

地盤剛性の確率場についてはガウス分布，自己相関関数は指数型を採用した．SSFEM の KL 展開の次数 M および PC 展開の次数 p については，それぞれ 1 次および 3 次で変化させた 4 ケースとし，MCS については，試行回数 100 回と 1,000 回の 2 ケースとした．

SSFEM により求めたすべり安全率の期待値 $<F>$ および標準偏差 $S.D.(F)$ の時刻歴の一例を**図-9** に示す．MCS により求めた時刻歴も併せて示す．両図を比較すると，すべり安全率の期待値，標準偏差ともに全時刻において同様の挙動を示していることが分かる．次に，すべり安全率の期待値が最小となる 2 つの時刻（t=1.64sec, t=8.38sec）における，各ケースのすべり安全率の期待値と標準偏差の関係を**図-10** に示す．本図より，すべり安全率の期待値が大きくなるとすべり安全率の標準偏差も大きくなることが分かる．また，試行回数 1,000 回の MCS の結果に近いのは，KL 展開の次数 M=3，PC 展開の次数 p=1 と，M=3，p=3 の結果である．すなわち，応答値の PC 展開よりも，地盤剛性の KL 展開次数の方が，より精度に影響を及ぼしていることになる．これは，本例題では，地盤を線形弾性体でモデル化しているため，応答値の確率分布が概ねガウス分布に近い分布となり，PC 展開で近似する際に高次項の影響が小さくなる分布形状であったためである．応答値の確率分布がより複雑な分布となる場合には，PC 展開の高次項の影響が顕著になることが考えられる．M=3，p=1 の SSFEM の結果は，**図-11** に示す確率密度関数についても，試行回数 1,000 回の MCS の結果と良好に一致している．

表-2 に計算時間の比較を示す．本表は，MCS100 回を 1 として正規化したものである．M=3，p=1 のときの SSFEM の計算に要した時間は，試行回数 1,000 回の MCS の半分以下であった．すなわち，SSFEM は MCS に対して大幅な計算負荷軽減効果を示した．ただし，M=3，p=3 の結果から分かるように，KL 展開および PC 展開の次数を上げると，解析自由度が通常の FEM に比べ大きく増加するために，次数の設定によっては計算負荷が軽減されない場合もある．

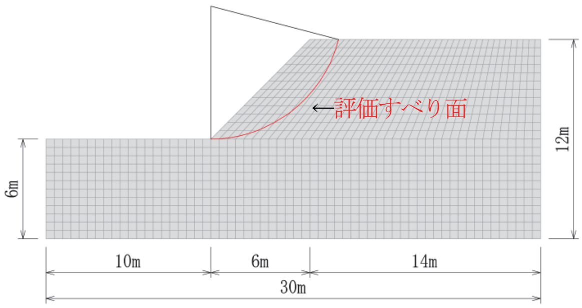


図-8 斜面の解析モデル

表-1 斜面の解析物性値

単位体積重量 γ	kN/m^3	20
せん断弾性係数 Go	MPa	180
動ポアソン比 ν	-	0.45
減衰定数 ho	%	3.0
粘着力 c	kN/m^2	40
内部摩擦角 ϕ	°	15
Go の変動係数 COV$_{Go}$	-	0.3
c の変動係数 COVc	-	0.2
相関距離 θx , θy	m	1

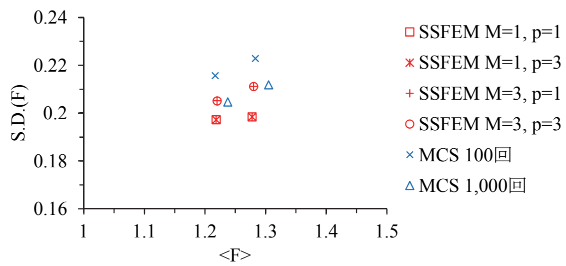


図-10 すべり安全率の期待値と標準偏差の関係

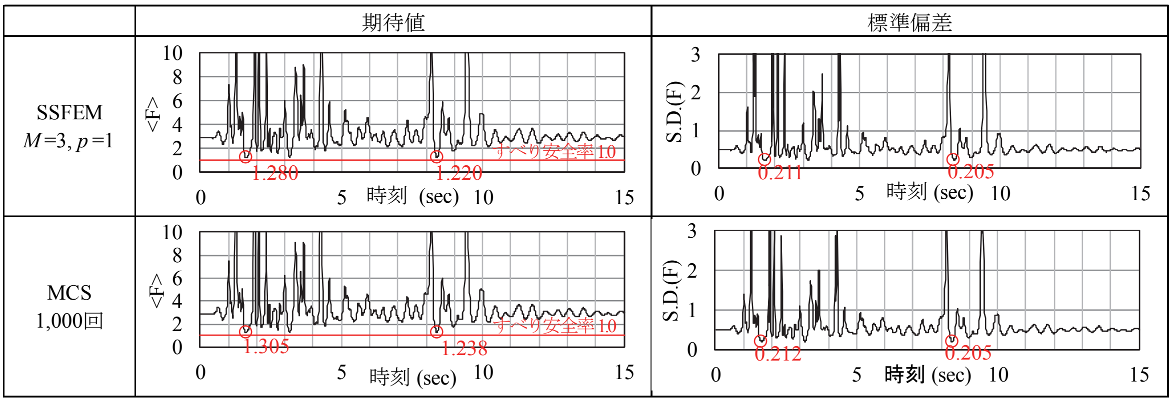
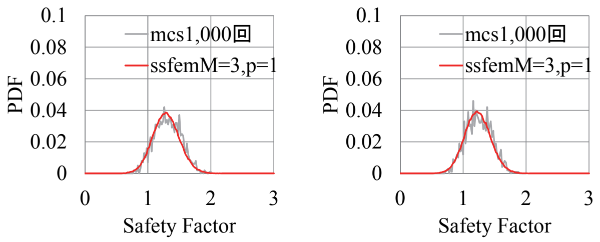


図-9 すべり安全率の時刻歴



(a) t=1.64sec　(b) t=8.38sec

図-11　すべり安全率の確率密度関数

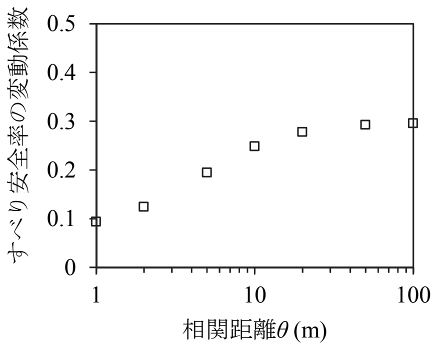


図-12　相関距離とすべり安全率の関係

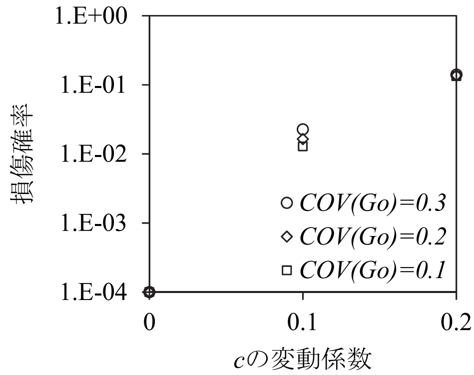


図-13　地盤物性の変動係数と損傷確率の関係

表-2　計算時間の比較

MCS 100回	MCS 1,000回	SSFEM M=1, p=1	SSSFEM M=1, p=3	SSFEM M=3, p=1	SSFEM M=3, p=3
1	10	1以下	3	3	12

5.　地盤物性のばらつきと空間相関の影響評価

斜面や基礎地盤の損傷確率に対する過去の評価においては，地盤強度のばらつきの影響が最も大きいことが指摘されている[13), 14)]．また，地盤剛性についてもその影響は少なからず無視できないものとされている．一方，地盤物性の空間的な自己相関性についても，損傷確率の評価においては大きく影響する．大鳥ら[15), 16)]は，この空間相関の影響について検討を行っており，地盤剛性の空間相関と損傷確率等の関係をまとめている．すなわち，地盤の安定性のばらつきを正しく評価するためには，地盤強度や地盤剛性の期待値と標準偏差とともに，空間相関も考慮する必要があると言える．なお，SSFEMは，地盤剛性の空間相関を式(4)に示すような自己相関関数により容易に考慮できる利点を持つ．

本章では，地盤剛性や地盤強度のばらつきおよび地盤剛性の空間相関に関して，前章でその有効性を確認したSSFEMによる損傷確率評価手法を用いて検討を行った．対象とする斜面モデルは3章と同様とした．KL展開の次数およびPC展開の次数はそれぞれ3次と1次とした．その他条件については3章と同様とした．

(1)　地盤剛性の空間相関による影響

まず，地盤剛性の空間相関が斜面の損傷確率に与える影響を確認するために，せん断弾性係数の相関距離を1m～100mで変化させて検討を行った．粘着力の変動係数COV_Cは0.1，せん断弾性係数の変動係数COV_{Go}は0.3とした．

すべり安全率の期待値が最小となる時刻における，相関距離とすべり安全率の変動係数の関係を**図-12**に示す．図より，相関距離が大きくなると，すべり安全率の変動係数も大きくなる傾向にある．また，相関距離がモデル幅の30mを上回ると変化が少なくなることが分かる．本結果は，大鳥らの検討と類似した結果である．

(2)　地盤強度および地盤剛性のばらつきによる影響

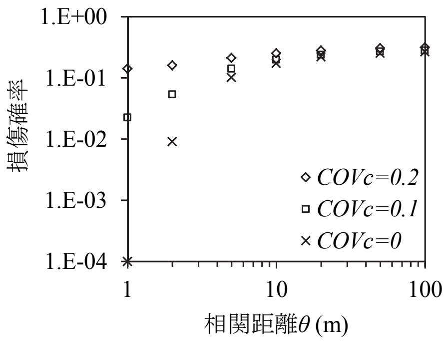
次に，地盤強度および地盤剛性のばらつきが斜面の損傷確率に与える影響を確認するために，粘着力の変動係数を0～0.2，せん断弾性係数の変動係数を0.1～0.3でそれぞれ変化させた．せん断弾性係数の相関距離は1mとした．

図-13に粘着力の変動係数と損傷確率の関係を示す．本図は図中の記号でせん断弾性係数の変動係数の影響を示している．粘着力の変動係数が大きくなると，損傷確率も大きくなる傾向にある．粘着力の変動係数0と0.2を比較すると，1,000倍程度の違いが見られる．一方，せん断弾性係数の変動係数による違いはほとんど見られないことが分かる．

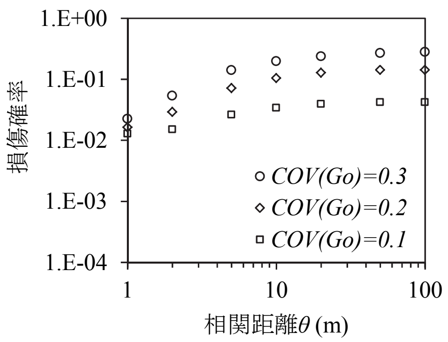
(3)　地盤物性のばらつきおよび空間相関による影響

最後に，これら3つのパラメータについて，斜面の損傷確率に与える影響を確認する．

図-14に相関距離と損傷確率の関係を示す．相関距離と損傷確率の関係も**図-12**と同様に相関距離が大きくなると，損傷確率も大きくなる傾向にあるが，**図-14**(a)より，粘着力の変動係数が0.1以下の場合は，相関距離が5mを下回ると急激に損傷確率が小さくなることが分か



(a) 粘着力の変動係数の影響（COV_{Go}=0.3）



(b) せん断弾性係数の変動係数の影響（COVc=0.1）

図-14　相関距離と損傷確率の関係

る．これは，相関距離が小さいと，要素毎に地盤物性がばらつく状態となり，抵抗力および滑動力はすべり面上の各要素の和で表されるため，各要素の抵抗力等にばらつきがあったとしても，その合計の比であるすべり安全率は平均化されるために，結果として損傷確率は小さくなったことが考えられる．一方，粘着力の変動係数が0.2の場合は，粘着力のばらつきが損傷確率に与える影響において支配的となったために，地盤剛性の相関距離の影響が小さくなっていると思われる．

図-14(b)より，せん断弾性係数の変動係数が大きくなると損傷確率も大きくなる傾向は**図-14**(a)と同様であるが，その上昇量は**図-14**(a)に比べると小さい．相関距離1mにおけるせん断弾性係数の変動係数0.1と0.3を比較すると，ほとんど違いが見られないが，相関距離100mでは10倍程度の違いが見られる．

以上の結果より，SSFEMを用いた本検討においても，地盤剛性よりも地盤強度の方が斜面の損傷確率に与える影響は大きいことが分かった．しかし，地盤剛性の空間相関にも大きく影響しており，その値の取り方によっては損傷確率が大きく異なる可能性もある．

6.　おわりに

本論文では，地震時の斜面安定問題に対して，SSFEM の適用性の検討を行った．その結果，MCS と同等の精度を有する数値計算を行えること，およびより効率的に解を得られることが確認できた．限定的な条件ではあるが，地震 PRA において，SSFEM が MCS の有効な代替法となり得ることが明らかになった．また，斜面の損傷確率評価において重要とされている地盤強度のばらつきだけでなく，地盤剛性の空間相関も損傷確率に大きく影響を与えることが分かった．

一方，近年，地震工学で地盤を取り扱う場合は，設計地震動の増加に伴い，地盤の非線形性も無視できない．本論文では，地盤を線形弾性体と仮定しており，非線形SSFEMによる検討は今後の課題である．また，地盤の非線形性を考慮すると，PC展開された応答値の確率分布はより複雑になることが予想されるため，KL展開およびPC展開次数と得られる損傷確率の精度について詳細に分析する必要がある．さらに，斜面の損傷確率評価においては，地盤強度の空間相関や異なる物性間の相関性が応答値に与える影響を考慮することも重要と考える．

今後は，上記課題に対して取り組むとともに，種々の地震工学問題へのSSFEMの適用方法を検討していく予定である．

参考文献

1) R.G.Ghanem, P.D.Spanos : Stochastic Finite Elements -A Spectral Approach-, Dover Publications, Inc., 1991.
2) Kallol Sett, Boris Jeremic: Stochastic Elastic–Plastic Finite Elements, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2011.
3) 堀田渉，畑明仁，渡辺和明，堀宗朗：スペクトル確率有限要素法を用いた斜面の安定性に関する基礎的検討，JCOSSAR2015論文集，2015.
4) 中川英則，堀宗朗，マチェイ・アンドレ：地表地震断層シミュレーションのための弾塑性確率有限要素法とその計算例，応用力学論文集，Vol.4，pp.453-458，2001.
5) 中川英則，堀宗朗：スペクトル確率有限要素法を用いた地表地震断層の危険度評価，土木学会地震工学論文集，Vol.27，pp.1-8，2003.
6) 堀宗朗，中川英則：非線形スペクトル確率有限要素法の提案と断層問題への適用に関する基礎的研究，土木学会論文集A，Vol.66，No.4，pp.643-652，2010.
7) 本田利器，村上裕宣：スペクトル確率手法による構造動的解析における入力波の位相不確定性の影響評価，応用力学論文集，Vol.8，pp.673-683，2005.
8) Shui-Hua Jiang, Dian-Quing Li, Li-Min Zhang, Chuang Zhou : Slope reliability analysis considering spatially variable shear strength parameter using non-intrusive stochastic finite element method, Engineering Geology 168, pp.120-128, 2014.
9) Khaled Farah, Mounir Ltifi, Hedi Hassis : A Study of Probabilistic FEMs for a Slope Reliability Analysis Using the Stress

Fields, The Open Civil Engineering Journal, pp.196-206, 2015.
10) 日本原子力学会：原子力発電所に対する地震を起因とした確率論的リスク評価に関する実施基準, 2015.
11) 畑明仁，志波由紀夫：地盤物性の空間的ばらつきが地震応答のばらつきに与える影響に関する基礎的検討，土木学会論文集A1，Vol.66，No.1，pp.73-83，2010.
12) 土木学会：2012 年制定 コンクリート標準示方書 設計編，2012.
13) 原子力安全基盤機構：平成15年度地震に係る確率論的安全評価手法の整備＝原子力施設周辺斜面の損傷確率評価＝に関する報告書，2004.
14) 地盤物性値のばらつきとその影響評価―原子力発電所基礎地盤および周辺斜面の安定性―，電力中央研究所報告，U87058，1988.
15) 大鳥靖樹，石川博之，武田智吉：原子力発電所の地盤安定性評価に及ぼす地盤物性値のばらつきの影響に関する確率論的考察，電力土木，No.311，pp.15-23，2004.
16) 大鳥靖樹：原子力発電所の基礎地盤および周辺斜面の耐震安定性評価基準値の確率論的考察，電力中央研究所報告，No.04010，2005.

FUNDAMENTAL RESERCH ON APPLICABILITY OF SPECTRAL STOCHASTIC FINITE ELEMENT METHOD TO SEISMIC SLOPE STABILITY PROBLEMS

Wataru HOTTA, Kazumoto HABA, Akihito HATA, Kazuaki WATANABE and Muneo HORI

In the regulatory guide for reviewing seismic design of nuclear facilities, probabilistic analysis has become essential. Authors are assessing the applicability of Spectral Stochastic Finite Element Method (SSFEM) to seismic ground response analysis considering the effect of spatial variability of soil properties. SSFEM has an advantage over Monte-Carlo Simulation (MCS) in terms of computational cost; it can calculate various probabilistic characteristics at once, while MCS requires repetitive realizations.

This paper discusses the applicability of SSFEM to seismic slope stability problems for the purpose of efficiency of seismic PRA. The results suggest that SSFEM is a computationally efficient method that can guarantee the same accuracy with conventional MCS and also reduce calculation time compared with MCS. Consequently, SSFEM could be an alternative method for MCS.