離散系の半無限境界における 波動の伝播有無が地震応答に及ぼす影響

川名 龍太郎¹•李 相勲²•遠藤 孝夫³

 ¹学生会員 東北学院大学大学院 工学研究科環境建設工学専攻(〒985-8537 多賀城市中央一丁目 13-1) s1594402@g.tohoku-gakuin.ac.jp
²正会員 東北学院大学教授 工学部環境建設工学科(〒985-8537 多賀城市中央一丁目 13-1) leesh@mail.tohoku-gakuin.ac.jp
³正会員 東北学院大学教授 工学部環境建設工学科(〒985-8537 多賀城市中央一丁目 13-1) tendo@mail.tohoku-gakuin.ac.jp

新幹線のように非常に長く連続する高架橋構造物に対して地震応答解析をする際には,解析対象を切り 取りその両端を自由境界として取り扱うのが一般的である.その背景には,自由境界とした場合の地震応答 解析が何らかの境界条件を設けた場合よりも大きくなるという仮定がその前提条件にある.本研究では,解 析領域から外側へのエネルギー逸散が起こる条件下で,調和地動による応答が自由境界のときより大きく なることを見出した上で,その現象が地震応答の場合でも起こり得るか数値実験を用いて検討した.また, 地震動における波動伝播条件の振動数成分が地震応答に大きく影響することを確認した上で,フーリエ・ スペクトルにおける波動伝播条件部の面積がその現象が起こるか判断する一つの指標になることを示した.

Key Words: seismic response, wave propagation, viscous boundary, energy dissipation

1. はじめに

新幹線の高架橋のように同形式の構造が非常に 長く連続する高架橋構造物に対して地震応答解析 をする際には、解析対象を一部切り取りその両端 を自由境界として取り扱うのが一般的である.そ の背景には、自由境界とした場合の地震応答解析 による応答が何らかの境界条件を設けた場合より も同程度または大きくなるという仮定がその前提 条件にある.しかし、3 自由度はり要素を用いてお こなった長大高架橋構造物に対する調和地動応答 解析 いによると、一定の条件をみたす場合には、伝 達境界を設定すると自由境界の場合よりその応答 が大きくなることを確認している. すなわち, 安全 側でなくなる可能性がある条件が存在する. そこ で本研究では、半無限高架橋構造をマス-バネ系モ デルを用いて単純化し,解析領域の両端に粘性境 界を設け調和地動による応答解析をおこなった. 解析領域から外側へのエネルギー逸散が起こる波 動伝播条件下での調和地動による応答が自由境界 のときより大きくなることを確認した上で、その 現象が地震応答の場合でも発生するかについて数 値実験を用い検討し、その結果を報告する.

2. マス-バネ系モデルを用いた粘性境界²⁾

(1) 波動の伝播速度

粘性境界を定式化するには対象媒体における波 動の伝播速度を求める必要がある.ここでは連続 高架橋のような離散系構造物をその対象と想定し, さらに問題を簡単にするため,マス-バネ系モデル を用いる.マス-バネ系モデルに対する波動(縦波) の伝播速度を求める方法として,ここでは図-1 に 示すような弾性地盤上の半無限棒における縦波の 伝播速度から求める³⁾. $R \ge u_0$ は波動の伝播を表 す力と変位である. 図-2 より,断面積 A,弾性係数 E, 密度 ρ の棒の dx部分に関する x 方向の運動方 程式を立てる.

$$N_{x}dx - k_{a}udx - A\rho\ddot{u}dx = 0$$
(1)

ここで*N*は軸方向力を,*u*は軸方向変位を表す.力 一変位関係式は

$$N = EAu_{,r} \tag{2}$$

であり,式(2)を式(1)に代入すると次の運動方 程式が求められる.

$$u_{,xx} - \frac{1}{r_0^2} u - \frac{\ddot{u}}{c_l^2} = 0$$
 (3)

ここで、 r_0 は特性長さ、 c_l は棒の伝播速度であり次式で表される.

$$r_0 = \sqrt{\frac{EA}{k_g}} \tag{4}$$

$$c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{5}$$

この図-1 に示す半無限棒を,図-3 に示すマス-バネ 系モデルに置き換える.質量をm,軸方向のバネ係 数k,地盤との連結バネ係数をk',水平方向地盤バ ネ係数をkg,質点間の長さをlとすると,バネ係数 は

$$k = \frac{EA}{l} \tag{6}$$

$$k' = k_g l \tag{7}$$

で表される.式(6)と式(7)を式(1)に代入し 整理すると,次のような無限に連続するマス-バネ 系モデルに対する運動方程式が求まる.

$$kl^2 u_{,xx} - k'u - m\ddot{u} = 0 \tag{8}$$

ただし,この式は**x**軸上の座標,**x**に関する方程式で あるので次の**x**,**r**関係式

$$x = r \cdot l \tag{9}$$

より、質点番号rに関する方程式で表すと

$$ku_{,rr} - k'u - m\ddot{u} = 0 \tag{10}$$

となる.したがって、マス-バネ系モデルにおける 1 質点ごとの縦波速度の伝播速度は次式のように 表せる.

$$V_m = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{11}$$







図-3 マス-バネ系モデル

ただし,この伝播速度は地盤連結バネ係数k'が0の 場合で,粘性境界に用いられるのはk'の値が比較的 小さい場合である.

(2) 粘性境界の設定

Lysmer – Kuhlemeyer⁴⁾は無限連続体に対し,仮 想境界上に与える粘性境界を提案しており,マス-バネ系においては仮想境界上に次式で表される力 を与える.

$$f = mV_m \dot{u} \tag{12}$$

したがって、粘性境界の設定方法とは式の*mV_m*を 求めて全体系の減衰マトリックスにおける境界部 分に対応して加えることである.

3. 調和地動に対する粘性境界の影響

異なる調和地動に対する粘性境界の影響を検討 するために,調和地動外乱を入力する場合の数値 実験をおこなう.解析モデルとして図-3 に示すマ ス-バネ系モデルにm=25.15t, k=2200000.0kN/m, k'=18858.0kN/m の値を用いた.減衰としてはレー リー減衰を用い,減衰定数hは2%とした. 解析領域 の質点の数を151とし,調和地動の角振動数がω = 20,ω = 30の場合に対して解析をおこなった.左右 両端の質点における境界条件は自由境界と粘性境 界の2種類である.

また,図-3のようなマス-バネ系モデルの波動が 伝播する条件¹⁾は

$$\sqrt{\frac{k'}{m}} < \omega < \sqrt{\frac{k'+4k}{m}} \tag{13}$$

である.これは波動の振動数がこの条件を満足す る成分のみが伝播し、それ以外の振動数を持つ成 分の波は伝播せずに減少していくことを意味する. 上記条件に対して角振動数 ω を計算すると、この 波動の伝播条件は 27.38 < ω < 592.15 である.

波動伝播の有無に対する節点番号と変位振幅の 関係をそれぞれ図-4の(a)と(b)に示す.この解析の 結果から,角振動数が伝播条件外の場合(図-4(a)), すなわちω=20の条件では,粘性境界を設けた場合 の応答振幅が全節点にわたって自由境界のときよ り小さくなっているのに対し,伝播条件内の場合

(図-4(b))では粘境界を設けた場合の応答振幅が 自由境界の場合より大きくなっている部分が存在 することが分かる.このことは非常に長く連続す る高架橋のような構造物の耐震設計の際に,対象 物の一部分を取り出しその両端を自由境界として 地震応答解析するのは過小評価の恐れがあること を示している.

はり要素モデルに対する粘性境界の適用
^{5),6)}

(1) 等価粘性境界の設定

ここでは、はり要素モデルに対する粘性境界の 設定をおこなう.解析モデルには図-5に示す質点 系 2 次元はり要素モデルを用いる.各質点の質量 はm=25.15t,弾性係数は 2.058×10⁷kN/m²であり、各 部材の断面特性は表-1に示す.解析領域の質点数 は 51 質点で両側に同形式の構造物が無限に連なっ ていると仮定する.解析領域とは、その領域を地震 で励振し、また領域内の全質点で応答を求めたい 部分ということを意味する.このような 2 次元は り要素モデルにおいて粘性境界を適用する際には 原則として 3 つの成分、即ち橋軸方向、鉛直方向そ して回転方向に対して粘性境界を設定する必要が



表-1	解析モデ	ルの断面特性
-----	------	--------

	$A, A'(m^2)$	<i>I</i> , <i>I</i> ′(m ⁴)	l, l'
BEAM	0.962	0.0685	9.0
COLUMN	0.962	0.0685	9.0

あるが,ここでは質量の回転成分は影響が小さい ので無視する.

柱の影響を調べるために,その剛性が 100%の場 合の解析をおこなった.解析条件は図-5 の 51 質点 モデルにおいて中央の質点(52 番節点)に鉛直方 向の衝撃を与える.減衰はレーリー減衰を用い,減 衰定数hは 1%とした.図-6 に示す,解析結果から 分かるように,解析対象(図-5)のようなラーメン 構造では,鉛直方向の変位成分はほとんど伝播しない.また,地震動が水平方向の場合は,鉛直変位はさらに小さいので,境界での反射を無視しても応答には影響はないと考えられる.したがって,本節では図-5の解析モデルに対し水平方向のみの等価な粘性境界を考慮することにする.

等価粘性境界は無限領域の部分を等価なマス-バネ系に置き換え、それを 2 章に提案した方法に従って粘性境界を設けることである.図-5 の解析 モデルを図-3 のようなマス-バネ系モデルに置き 換えるためのバネ係数k,k'は、構造力学の手法を 用いた次式で求められる.

$$k' = \frac{12EIL + EI'l}{3EIL + EI'l} \cdot \frac{3EI'}{L^3}, \quad k = \frac{EA}{l}$$
(14)

(2) 調和地動に対する粘性境界の影響

異なる調和地動に対する粘性境界の影響を検討 するために数値実験をおこなう.解析モデルは図-5 に示すモデルを使用し,式(14)を用 いて計算するとm=25.15t, k=2200000.0kN/m, k'=18858.0kN/mである.これらの値を式(13)に代入 して求めた伝播条件は27.38< ω <592.15である.こ のモデルに対し粘性境界を設け,解析領域の質点 の数を151とし,調和地動の角振動数が ω = 20, ω = 30の場合に対して解析をおこなった.構造 物の両端の水平方向(橋軸方向)の境界条件は自由 境界と粘性境界の2 種類である.減衰としてはレ ーリー減衰を用い,減衰定数hは2%とした.

解析の結果,マス-バネ系モデルを使用した結果 (図-4)とほぼ同様となり,はり要素モデルを用い た場合でも角振動数が伝播条件範囲内の場合の調 和応答においては,粘性境界を設けた場合のほう が自由境界のときより大きくなることを確認した.

(3) 地震動に対する粘性境界の影響

前節は調和地動に対する結果であるため、応答 の過小評価の可能性は指摘したものの地震動につ いての影響は明らかにされていない.ここでは、 種々な地震動に対する粘性境界の影響を検討する ための数値実験をおこなう.解析条件は前節と同 様とし、入力地震動としては土木学会示方書のレ ベル2地震動内陸型1(図-7)、エル・セントロ地震 波(図-8)、1978年宮城県沖地震波(図-9)、ノース リッジ地震波(図-10)、兵庫県南部波(図-11)を使 用し解析をおこなった.解析結果の粘性境界の有 無に対する節点番号と変位振幅の関係を図-12~16



図-8 エル・セントロ地震波



図-9 1978 年宮城県沖地震波

に示す.

エル・セントロ地震波では解析領域の全区間に わたって自由境界の応答が大きい(図-13)のに対 し,その他の地震動では粘性境界での解析領域の 中央部の応答が自由境界のそれよりも大きくなっ ており(図-12, 14, 15, 16),調和地動による解析 の結果(図-4)と同様な結果が得られた.

その相違点をより詳細に調べるために、レベル2 地震動内陸型 1 に対して波動伝播条件外の振動数 成分のみが残るようにフィルタをかけたものを逆 フーリエ変換して戻した地震動波形の場合(図-17) と波動伝播条件内の振動数成分が残るようフィル タをかけて戻した地震動波形の場合(図-18)の2 種類の地震波を使用し解析をおこなった。解析結 果の粘性境界の有無に対する節点番号と変位振幅 の関係図を図-19,20に示す.地震動の成分が波動 伝播条件外の場合(図-17)では解析領域の全区間 にわたって自由境界の応答の方が大きい(図-19). それに対して、地震動の成分が波動伝播条件内の 場合(図-18)では波動伝播条件外の場合よりも地 震動の加速度振幅が小さいにも関わらず, 粘性境 界での解析領域の中央部の応答が自由境界のそれ よりも大きくなっている(図-20)ことが分かる.

この数値実験で、粘性境界の応答の方が自由境 界の応答よりも大きくなる原因として地震動に含 まれる振動数成分のうち波動伝播条件内の振動数 が大きく影響していることを確認した.その影響 の程度を表す一つの指標として、地震動に対する フーリエ・スペクトルにおける波動伝播条件内の スペクトルと横軸で囲む面積が挙げられる.図-21~25 に各地震動波形のフーリエ・スペクトルを示 し、波動伝播条件内のスペクトルと横軸で囲む部 分をハッチングで表示した.また、この面積の影響 を調べるために各地震動波形のフーリエ・スペク トルにおける波動伝播条件部(ハッチング部分)の 面積をそれぞれ表-2に示す.これより、波動伝播条 件部の面積が大きい場合(8以上)では粘性境界の 応答が自由境界の応答よりも大きくなっている

(図-12, 14, 16)ことが分かる . それに対して, 波動伝播条件部の面積が小さい場合(4以下)では 必ずしも粘性境界の応答が自由境界の応答よりも 大きくなっていない(図-13, 15). これは地震動に 含まれる波動伝播条件部の面積が自由境界の場合 より粘性境界の地震応答が大きくなる判断基準の 一つの指標にはなるが,その面積が小さい場合は 必ずしも応答の程度を表すことではない.









図-22 エル・セントロ地震波のフーリェ・スペクトル



図-23 1978年宮城県沖地震波フーリェ・スペクトル



図-24 ノースリッジ地震波のフーリエ・スペクトル



図-25 兵庫県南部地震波のフーリェ・スペクトル

表-2 フーリェ・スペクトルにおける波動伝播条件部の面積

地震動	波動伝播条件部 の面積
レベル2地震動内陸型1	8.60
エル・セントロ地震波	3.52
1978年宮城県沖地震波	8.83
ノースリッジ地震波	2.70
兵庫県南部地震波	8.43

5. 結論

本研究では,調和地動に対する粘性境界の影響 と地震動に対する粘性境界の影響の解析結果より 次の知見を得た.

解析領域から外側へのエネルギー伝達が起こる 波動伝播条件下では、各振動数成分の調和応答が 自由境界のときより大きくなる.また地震動によ っても同様な結果が得られる場合があるので耐震 設計では十分注意を払うべきである.

また,地震動により粘性境界の場合が自由境界 の場合よりその応答が大きくなることに対する判 断基準に地震動のフーリエ・スペクトルの波動伝 播条件部の面積が一つの指標として用いられる. ただし,その面積が小さい場合には十分な注意が 必要である.

参考文献

- 李相勲,田邉忠顕:3自由度はり要素モデルを用いた 離散系における伝達境界の定式化,土木学会論文集, No,745/1-65, pp.25-38, 2003.10
- 2) 李相勲,田邉忠顕:時間領域解析におけるマス-バネ 系モデルを用いた離散系半無限体の境界設定,土木 学会地震工学論文集, Vol.27, Paper No.78, 2003.12
- Wolf, J. P. and Song. Ch. :Finite-Element Modeling of Unbounded Media, *John Wiley & Sons Ltd*, pp. 289-294, 1996
- Lysmer, J. and Kuhlemeyer, R. L. :Finite dynamic model for infinite media, *Journal of Engineering Mechanics*, *ASCE*, Vol. 95, pp. 859-877, 1969
- 5) 李相勲,田邉忠顕:粘性境界を用いた半無限連続高 架橋に対する非線形動的解析,コンクリート工学年 次論文集, Vol.26, No.2, pp.1225-1230, 2004.7
- 6) 李相勲, 中沢正利, 遠藤孝夫, 石川雅美: 半無限連続 高架橋における粘性境界の設定, 土木学会応用力学 論文集, Vol.8, pp.189-198, 2005.8

Effect of wave propagation to seismic response on transmitting boundary of discrete system

Ryutaro KAWANA, Sanghun LEE and Takao ENDO

In semi-infinite continuous elevated bridges such as 'Shinkansen' railway or highway bridges, wave energy is transmitted through interaction between neighboring bridges. In order to include this phenomenon in analysis, appropriate boundary condition need to be incorporated. However, up to now, when vibration analysis was conducted the boundary conditions of such semi-infinite continuous, elevated bridges were considered to be free. In this research, we clarified that the harmony response of each frequency component set by the transmitting boundary is greater than that of the components set by the free boundary conditions of wave propagation under which energy dissipation occurs from the analysis area to the outside. The phenomenon was studied using numerical analysis to determine whether it would occur even in the case of earthquakes. Conclusively, frequency components of wave propagation conditions of the ground motion, it was confirmed that have a significant influence on earthquake response. Also it showed that the area of the wave propagation condition part in the Fourier spectrum is an indication to determine whether the phenomenon occur.