# 繰り返し水平力を受ける鋼変断面片持ち柱の 崩壊メカニズムの変動特性

## 酒造 敏廣

## 正会員 工博 神戸市立工業高等専門学校教授 都市工学科 (〒651-2104 神戸市西区学園東町 8-3) E-mail: tmiki@kobe-kosen.ac.jp

本研究は、定鉛直荷重下で繰り返し水平力を受ける鋼変断面片持ち柱の崩壊メカニズムの変動特性を数値解析に よって調べている.まず、片持ち柱を剛体・バネでモデル化して弾塑性解析の基礎式を誘導し、既往の数値解析結 果と比較の上、解析手法の妥当性を確かめる.次に、弾性域を無視した剛塑性アプローチによって、崩壊メカニズ ムVとYが半サイクル毎に交番する現象の発現理由を調べて、塑性変形性状の特徴を把握する.さらに、VとYが 交番する崩壊メカニズムの遷移領域Sを弾塑性解析で求め、剛塑性解析から予測した遷移領域と比較する.最後に、 変断面片持ち柱の崩壊メカニズムの遷移領域とその耐震設計法への応用法について考察する.

Key Words: column with variable cross-section,  $P\Delta$  effects, collapse mechanism, hysteresis loop, cyclic instability

## 1. まえがき

都市高速道路の橋脚やタワー等,土木分野の鋼骨組 の柱部材には,部材軸方向に材料強度や断面寸法を変 化させた変断面構造が採用されることが多い.構造物 の大型化,部材の薄肉大断面化,軽量化,材料の有効 利用の見地から,変断面柱の強度設計法や耐震設計法<sup>1)</sup> <sup>~4</sup>は、今後益々重要になってくると思われる.

しかしながら,筆者らが実施した数値解析<sup>®</sup>・実験<sup>®</sup> によると,変断面構造の片持ち柱は,定鉛直荷重下で 繰り返し水平力を受けるとき,最大耐力点を超えて塑 性変形が進むと耐震上不都合な現象を呈する場合があ る.具体的には,2つの崩壊メカニズムが繰り返しの 半サイクル毎に交番し始めて,荷重-変位の履歴特性 が大きく変化して,S字形たわみモードに特徴づけら れた一種の不安定現象<sup>®</sup>が現れる場合がある.

この現象の発現は柱の曲げ・座屈強度の大小で予測 できず<sup>5)</sup>, どのような条件下で起こるのか未だ十分に解 明されていない.また,この問題を取り扱った研究は, 筆者らの研究<sup>5),6)</sup>を除くと,ほとんど見当たらない.

本研究は、定鉛直荷重下で繰り返し水平力を受ける

鋼変断面片持ち柱に着目し、変断面性に起因する崩壊 メカニズム変化の遷移領域を明らかにしようとしたも のである.まず、柱を剛体・バネでモデル化して<sup>80~10</sup>、 弾塑性解析の基礎式を誘導する.そして、既往の数値 解析結果<sup>111</sup>との比較を通じて、解析手法の妥当性を確 かめる.次に、弾性域を無視した剛塑性解析のアプロ ーチ<sup>111</sup>によって、柱の崩壊メカニズム変化とそれに及 ぼすひずみ硬化の影響を調べる.さらに、弾塑性解析 を行って、半サイクル毎に崩壊メカニズムが変化する 柱の塑性変形性状を分析し、崩壊メカニズム変化の境 界・遷移領域を予測する方法を示す.最後に、崩壊メ カニズムの遷移領域を実設計でどのように考慮してい くかの検討課題について考察する.

## 2. 剛体・バネモデルを用いた変断面片持ち柱の 弾塑性解析の手法

#### (1) 剛体・バネによる変断面柱のモデル化

本研究では,図-1に示すように,定鉛直荷重*P*の作 用下で,変位振幅 *y*<sub>1</sub> ~*y*<sub>r</sub> の繰り返し水平力 *H* を受ける



図-1 定鉛直荷重下で繰り返し水平力を受ける変断面柱

変断面片持ち柱を研究対象としている <sup>9</sup>. 柱は2つの薄 肉正方形箱形断面 Sec.1, Sec.2 からなる.

柱の弾塑性挙動は、軸方向圧縮力と曲げモーメントを 受けて塑性変形する柱基部1と断面変化点2に回転バネ を組み込んで考慮し、その他の部分は剛体として取り扱 う.すなわち、図-2(a)、(b)に示すように、点1、2で 弾塑性回転変形するモードVとYを重ね合わせて、同図 (c)のような解析モデルで柱の弾塑性解析を行う.

### (2) 基礎式の誘導

### a) 増分水平荷重ΔHと増分水平変位Δyの関係

図-2(c)を参考にすると、バネ1、2に作用する曲げ モーメント $M_1$ ,  $M_2$ は、鉛直荷重による $P \Delta$ モーメント を考慮して、次のように表すことができる.

$$M_1 = Hh + P(\theta_1 h + \theta_2 h_2) \tag{1}$$

$$M_2 = Hh_2 + P(\theta_1 h_2 + \theta_2 h_2) \tag{2}$$

また、回転バネiの弾性係数を $k_i$ とすると、モーメント  $M_i$ 一回転角 $\theta_i$ の関係は次式で与えられる.

$$M_1 = k_{e_1} \theta_1 = k_{e_1} y_1 / h \tag{3a}$$

$$M_2 = k_{e2}\theta_2 = k_{e2}v_2/h_2$$
 (3b)

上式を式(1), (2)に代入すると,変位 y1 と y2に関する連 立方程式が得られる<sup>8~10</sup>.

$$\frac{\frac{k_{e1}}{h} - P - P}{-\frac{Ph_2}{h} \frac{k_{e2}}{h_2} - P} \left| \begin{cases} y_1 \\ y_2 \end{cases} = \begin{cases} Hh \\ Hh_2 \end{cases} \right|$$
(4)

ここで、柱の荷重 H-変位 y 関係が微小な水平変位増分 の区間で線形近似できるものと仮定すると、上式から増 分水平荷重  $\Delta H$  と増分水平変位  $\Delta y$  の関係を次のように 導くことができる.





$$\Delta H = \frac{k_1 k_2 + P^2 h_1 h_2 - P(k_1 h_2 + k_2 h)}{k_1 h_2^2 + k_2 h^2 - P h h_1 h_2} \cdot \Delta y \tag{5}$$

ここで、 $k_1$ 、 $k_1$ は増分前平衡点における回転バネ1,2 の接線係数である.また、増分変位  $\Delta y_1$  および  $\Delta y_2$ の間には、次の関係が成り立つ.

$$\Delta y = \Delta y_1 + \Delta y_2$$
$$\Delta y_1 = \frac{X}{1+X} \Delta y, \quad \Delta y_2 = \frac{1}{1+X} \Delta y \quad (6a-c)$$

ここに,

$$X = \frac{h^2 k_2 - P h h_1 h_2}{k_1 h_2^2} \tag{7}$$

### b) 回転バネのモーメント $M_i$ ー回転角 $\theta_i$ の関係

バネ  $i O M_i - \theta_i$ 関係には、図-3(a)に示すバイリニア型を仮定した.弾性域のバネ係数  $k_{ei}$ は、水平荷重 H を受ける剛体バネモデルの断面変化点と柱頭部におけるたわみが、図-1の変断面柱に対して初等ばり理論で求めた値に一致するように決定した.すなわち、

$$k_{e1} = \frac{h}{2h_1 + 3h_2} \frac{6EI_1}{h_1} \tag{8}$$

$$k_{e2} = \frac{6EI_1I_2}{2I_1h_2^2 + I_2h_1(h_1 + 3h_2)} \tag{9}$$

ここで,  $E: ヤング係数 (=2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2)$ ,  $I_i: \text{Sec. } i \text{ の断}$  面 2 次モーメントである.



図-4 文献11)の数値計算結果と剛体・バネモデルを用いた本法との比較

$$I_i = \frac{2}{3}B_i^3 t_i + \frac{1}{6}B_i t_i^3 \tag{10}$$

また,降伏点に相当する塑性モーメント $M_{pi}$ には,軸 圧縮力 $N_i$  (=P) による全塑性モーメント $M_{poi}$ の低下を 考慮している<sup>14</sup> (付録A参照).図中, $\theta_{yi}$ は $M_{pi}$ に対 応する降伏回転角である.

なお、3. で行う剛塑性解析では、図-3(b)の剛塑性 $M_i - \theta_i$ 関係を仮定した<sup>15)</sup>.解析では、同図(a)の弾性剛性 $k_{ei} \ge 10^4$ 倍している.

#### (3)本解析手法と既往の数値解析結果との比較

上述の解析方法(以下,本法と略す)の妥当性を確か めるために,平面骨組の弾塑性有限変位解析法を用いた 文献11)の数値解析結果と比較した.その結果を図-4に 示す.図中には,剛塑性の荷重-変位関係(VとY,3. (1)参照)も示す.解析条件は図中に示すとおりである.

この図からわかるように、Case 1, 2 ともに、本法は 半サイクル毎に塑性変形箇所が交番して荷重 Hの正側 でモードY,負側でVとなり、中間部で折れ曲がるよう な変断面柱の弾塑性挙動を再現できている.ただし、 Case 2 において、Hの負側で耐力上昇が大きくなる挙動 <sup>5,0,11</sup>は十分に追跡できていない.これは、*P*=0.5*N*<sub>y2</sub>の 高軸力下で、ひずみ硬化によって塑性域の軸方向進展が 著しくなる挙動 <sup>7</sup>が剛体・バネモデルでは十分に考慮で きないためであると思われる.

以上から、本法は変断面片持ち柱の崩壊メカニズムの 変動を捉えるのに十分有効であると考える.本文の数値 解析では、上部断面 Sec2の全断面降伏軸力 N<sub>2</sub>2に対する 定鉛直荷重 Pの割合 P/N<sub>2</sub>2(以下、軸力比と呼ぶ)を 0.1 ~0.25 程度に設定している.高軸力の場合については別 途に検討を行うこととする.

## (4) 変断面柱の解析モデル、および、降伏荷重と降伏変 位について

解析モデルを表-1に示す.モデルAは Sec.1,2の断 面寸法が等しく,降伏点 $\sigma_{yi}$ が相違する.Bは Sec.1,2 の板厚  $t_i \geq \sigma_{yi}$ がともに相違するモデルである.柱上部 Sec.2の降伏点は SS 400 相当とし,下部 Sec.1を SS400~ SM520 相当の降伏点に変化させることとした.断面変化 点は,これまでの研究 <sup>5,6,16)</sup>を参考にして, $\alpha = 1/3$  に代 表させている.

なお,本文で用いる柱の降伏荷重,降伏変位等は,以

表-1 柱の解析モデルA, Bの諸元

| モデル | 項目<br>i | 板厚<br><i>t<sub>i</sub></i> (mm) | バネ係数<br>k <sub>ei</sub> (Nmm) | 降伏点<br>σ <sub>yi</sub> (MPa) |
|-----|---------|---------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| А   | 1       | 22                              | 1.0444×10 <sup>12</sup>       | 235~365                      |
|     | 2       |                                 | 3.7133×10 <sup>11</sup>       | 235                          |
| В   | 1       | 25                              | 1.1869×10 <sup>12</sup>       | 235~365                      |
|     | 2       | 22                              | 3.9337×10 <sup>11</sup>       | 235                          |

注) 柱高さ *h=*8m, 断面幅 *B*<sub>1</sub>=*B*<sub>2</sub>=750mm, 断面変化点 *a*=1/3, 柱の無次元細長比<sup>1,12)</sup> *え*=0.56 (モデルA), 0.54 (モデルB).

下のように定義している.

弾塑性解析の場合:バネ1,2が塑性モーメントに 達するときの水平荷重を $H_{y1}$ , $H_{y2}$ とし、それらのうち 小さい方を降伏荷重 $H_{y}$ ,そのときの水平変位を降伏変 位 $\delta_{y}$ とする. $H_{y1}/H_{y2}$ を降伏荷重比と呼ぶ.

剛塑性解析の場合:上記の弾塑性解析の解析モデル に対する降伏回転角 $\theta_{yi}$ と降伏変位 $\delta_y$ は、解析結果の整 理の際にそのまま利用する.またバネ1,2が塑性モー メントに達するときの水平荷重を $H_{p1}$  ( $=M_{p1}/h$ ), $H_{p2}$ ( $=M_{p2}/h_2$ )とし、それらのうち小さい方を塑性崩壊 荷重 $H_p$ とする.

# 変断面柱の崩壊メカニズムの変化について 一 剛塑性解析によるアプローチ –

変断面柱の崩壊メカニズム変化の要因を絞り込むため, まず弾性変形を無視した剛塑性解析を行う.

### (1)半サイクル毎に崩壊メカニズムが変化する柱

バネ1,2の塑性化が同時に起こるように、塑性崩壊 荷重を $H_p=H_{p1}=H_{p2}$ に設定した.解析モデルAの柱基 部 Sec.1の降伏点 $\sigma_{y1}=337$ MPa,鉛直荷重 $P=0.25N_{y2}$ , 塑性係数 $H_{ii}=10^{-4}k_{ei}$ ,および、変位振幅±1.5 $\delta_y$ の条件 で解析した結果を図-5(b)~(d)にまとめる.同図(a)には、 崩壊メカニズムの変化を説明するために、水平荷重H-変位y関係の最初の方の1サイクル分(b<sub>1</sub>-c-d-e<sub>1</sub>-b<sub>2</sub>)の柱 のたわみ図を模式的に示している.

この図を基にして、柱の崩壊メカニズムが半サイクル 毎に交番する要因を以下に分析する<sup>11)</sup>.

まず, 図-2を参照すると, バネ1が塑性モーメント  $M_{p1}$ になるモードVの条件は  $M_{p1}=Hh+Py$  で与えられ, 塑性崩壊曲線は次のようになる.

$$H = \frac{M_{p1}}{h} - \frac{P}{h}y \tag{11a}$$

また、バネ2で塑性変形が進行するモード Y の場合、 上と同様にして次式が得られる.

$$H = \frac{M_{p2}}{h_2} - \frac{P}{h_2}y$$
 (12)

i)区間 o- a-b1:

区間 a-b<sub>1</sub>の *H*-y 関係の解析結果は,耐力が小さいモードYの式(12)に沿っている. 点 b<sub>1</sub>における崩壊メカニズムは図-5(a)の b<sub>1</sub>のとおりである.

ii)区間 b1-c-d:

 $[b_1]$ の図を参考して、Hの負側でバネ1または2が塑性化するときの水平荷重を $H_1$ 、 $H_2$ とおくと、 $M_{pl}/h = M_{p2}/h_2$ 、 $P_{y_t}/h_2 > P_{y_t}/h$ であるので、



図-5 半サイクル毎に崩壊メカニズムが変化する柱の剛塑性 解析 (モデルA, *P*=0.25*N*<sub>y2</sub>, *H*<sub>ti</sub>=*k*<sub>ei</sub>/10<sup>4</sup>)

の関係が成り立つ. |H|<|H|であるので,点 cではバネ 1が塑性化することになる. c-d間のH-y関係は,式 (11a)と同様に,次のように得られる.

$$H = -\frac{M_{p1}}{h} - \frac{P}{h}y \tag{11b}$$

ここで、c-dの図より、c-d間でバネ2が $M_2=M_{p2}$ となって塑性化するときのH-y関係を求めてみると、

$$-M_{p2} = Hh_2 + P(\theta_1 h_1 + y) , \quad \theta_1 = (y_r - y)/h$$
  
$$\downarrow \emptyset,$$

$$H = -\frac{M_{P^2}}{h_2} - \frac{P}{h}y - \frac{Ph_1}{h}\theta_{2b}$$
(14)

となる.上式は式(11b)の平行線となる.右辺第3項はバネ2の残留回転角(= $\theta_{2b}$ )に起因する.この区間で式 (11b)の崩壊メカニズム Vから式(14)の Yに変化するのは, ひずみ硬化によるバネ1の塑性モーメント $M_{pl}$ の上昇分 が上の項よりも大きくなるときである((2)参照). iii)区間  $e_1-b_2$ :

上記と同様な手順に従うと、Hの正側の点 $e_i$ では、バネ1の残留回転角の影響を受けて、バネ2が塑性化 (Y) することがわかる. この $e_i$ - $b_2$ 間のH-y関係は、 e1-b2の図を参考にすると、次のようになる.

$$H = \frac{M_{P^2}}{h_2} - \frac{P}{h_2} y - \frac{h_1}{h_2} P \theta_{1d}$$
(15)

上式は、右辺第3項(=鉛直荷重*P*とバネ1の残留回転 角*θ*<sub>1d</sub>による PΔモーメント)の分だけ、式(12)と相違す る.

図-5(c)のバネ1,2の*M<sub>i</sub>*−θ<sub>i</sub>関係より,半サイクル 毎に塑性変形箇所が交番するとき,バネ1,2の塑性変 形の進行方向が異なり,塑性回転角が大きく現れている ことがわかる.

#### (2)ひずみ硬化が崩壊メカニズムに及ぼす影響

硬化型の剛塑性  $M_i - \theta_i$ 関係を仮定し、崩壊メカニズ ムに及ぼすひずみ硬化と変位振幅の影響について調べる. そのために、モデルAの Sec.1 の降伏点 $\sigma_{y1}$ =334MPa,定 鉛直荷重  $P=0.25N_{y2}$ ,塑性係数  $H_{ti}=k_{ei}/99$  として、 バネ 1 の塑性化がバネ2よりも先行する条件  $M_{p1}/h < M_{p2}/h_2$  で剛塑性解析を行った.変位振幅は $-2\delta_y \sim 2\delta_y$ と $\delta_y \sim 2\delta_y$ の2種類を仮定した.解析結果を図-6にま とめる.



図-6 ひずみ硬化が柱の崩壊メカニズムに及ぼす影響(剛塑性解析,モデルA, $P=0.25N_{y2}$ , $H_{ii}=k_{ei}/10^4$ )

この結果を分析・考察すると、以下のとおりである.

i) 変位振幅-2*δ*<sub>y</sub>~2*δ*<sub>y</sub> のとき (図-6(a), (b)~(c)の左図 参照)

柱は安定した H-y 履歴ループを示し,たわみモード はほぼ左右対称になっている.同図(a)からわかるように, 変位 yの反転点間において,塑性化してエネルギー吸収 する箇所がバネ1 (V)から2 (Y)に〇印の付近で変 化している.このことは,H-y曲線の変位反転点 c-d, e-b間で勾配が変化していることからもわかる.これは,まずバネ1が塑性化 (V)して,ひずみ硬化の影響で塑 $性モーメント<math>M_{p1}$ が大きくなり,それがバネ1,2間の 崩壊荷重差を相殺し,バネ2の塑性化 (Y)を起こした ということである (式(11b),(14)参照).

ii) 変位振幅δy~2δy のとき(図−6, (b)~(c)の右図参照)

上記 i)に比べて変位振幅が小さいにもかかわらず、半 サイクル毎に崩壊メカニズムが変化し、*H*-yの履歴ル ープとたわみモードにその特徴がよく現れている.バネ 1、2ともに塑性回転角が上記 i)の場合よりも 3~4 倍 大きくなっている.

以上から、半サイクル毎の崩壊メカニズム変化は、変 位振幅の総ストローク(=y,+y)よりも、メカニズム Yで変位反転するときの最大水平変位に依存することが わかる.また、崩壊メカニズムYを呈する柱が変位反転 (図(b)右の点b,d)して、荷重 Hの反対側(点c,e) でメカニズムVを呈するように繰り返し載荷すると、半 サイクル毎に崩壊メカニズムが交番するようになると結 論できる.

## 4. 剛体・バネモデルを用いた変断面片持ち柱の 弾塑性解析の結果と考察

2. (1) で示した弾塑性解析手法を用いて,変断面柱の崩壊メカニズムが変動する遷移領域について考察する.

# (1)崩壊メカニズムが半サイクル毎に変動する柱の弾塑性挙動の特徴

解析モデルBを用いて, 柱基部 Sec.1 の降伏点 $\sigma_{y1}$ を 270MPaから1MPa刻みで漸増させ,  $k_{ti} = k_{ei}/100$ および 変位振幅  $0.5\delta_y \sim 3.5\delta_y$  の条件で弾塑性解析を行った. バネ1が塑性化する柱(V), バネ1, 2の塑性化が半 サイクル毎に交番する柱(S),および,バネ2が塑性 化する柱(Y)について,解析結果を図-7に例示する.

この図からわかるように、崩壊メカニズムの変化は、 同図(b)に示したバネ1、2の回転角 $\theta_i$ の変動に最もよく 現れている.すなわち、バネ1、2の回転角 $\theta_1 \ge \theta_2$ が 正負の異なる方向に激増しているかどうかで半サイクル



毎のメカニズム変化を確認できる. なお, モデル B の  $\sigma_{y1}$ による $\theta_i$ の変動の詳細は図-9(c)にまとめている.

# (2) 半サイクル毎の崩壊メカニズム変化を確認するためのパラメトリック解析

解析モデルA, Bの柱基部 Sec.1の降伏点 $\sigma_{y1}$ を変化さ せて,崩壊メカニズムが半サイクル毎に変化する現象が バネ1,2の降伏荷重比  $H_{y1}/H_{y2}$ のどのような範囲で起 こるかを調べた.(1)の結果を踏まえて, $\sigma_{y1}$ によるバネ 1,2の回転角の変動を図-8,9にまとめる.

i)軸力比P/Ny2=0.1の場合(図-8, 解析モデルA)

同図(b)  $k_{ti} = k_{ei}/10^4$ より,バネが完全弾塑性体に近い とき, $\sigma_{y1} = 348 \sim 358$ MPa の間でバネ1,2の回転角 $\theta_1$ と $\theta_2$ が正負逆方向に激増し,柱の崩壊メカニズムが半 サイクル毎に変化していることがわかる.崩壊メカニズ ムがV,S,Yとなる領域が非常にわかりやすい.

一方,このような挙動は同図(c) k<sub>ii</sub> = k<sub>ei</sub>/100 のときには見られない.σ<sub>y1</sub>の上昇とともに、崩壊メカニズムはVからYまで滑らかに変化している.これは、軸力比が小さいため、半サイクル毎のメカニズム変化を引き起こす残留回転角の影響(式(14),(15)参照)が、ひずみ硬化によるバネの抵抗モーメントの上昇によって打ち消されるためである.
ii) 軸力比 *P*/N<sub>y2</sub> =0.25 の場合(図-9,解析モデルA,B)



図-8 柱の上下部断面の弾塑性性状の変動-ひずみ硬化の影響(モデルA:  $P=0.1N_{y2}$ ,変位振幅 $0.5\delta_v \sim 3.5\delta_v$ )



図-9 半サイクル毎の崩壊メカニズム変化の遷移領域(P=0.25N<sub>v2</sub>, k<sub>ti</sub>=k<sub>ei</sub>/100)

変位振幅には-0.5 $\delta_y$ ~2 $\delta_y$  と 0.5 $\delta_y$ ~3.5 $\delta_y$ の2種類を仮 定している.降伏点 $\sigma_{y1}$ によるバネ1,2の回転角の変 動は、変位振幅にかかわらず同様な傾向を示しているこ とがわかる.メカニズムVの範囲ではバネ1,および、 Yの範囲ではバネ2が塑性変形している.  $\sigma_{y1}$ の上昇・ 下降とともに、バネ1、2の回転角の変動が徐々に大き くなり、半サイクル毎に崩壊メカニズムが変化している ことがわかる. このときの降伏荷重比  $H_{y1}/H_{y2}$ は、Vと



図-10 変断面片持ち柱の崩壊メカニズムの遷移領域(P=0.25Ny2)

Yの遷移領域「S域」として図示している.ここで、S 域は、崩壊メカニズムが半サイクル毎に交番し始めるこ とにより、バネ1、2の回転角6の最大応答がV、Y域 で生じる回転角6の絶対最大値よりも大きくなる区間と 定義している.たとえば、図-8(c)のような場合、Vと Yの遷移領域は存在するがS域にはならない.

## (3) 剛塑性アプローチによる崩壊メカニズムの遷移領域 の予測

#### a) バネ2の塑性化が先行する場合 $(M_{p1}/h > M_2/h_2)$

3. (2)の結果を踏まえて,図-5(b)と式(13)を参照す ると、メカニズムYの柱が y<sub>r</sub>=y<sub>pm</sub> で変位反転時に、荷 重 Hの反対側(点 c)で、メカニズムVにならない条件 は次のように表すことができる.

$$-\frac{M_{p1}}{h} - \frac{P}{h} y_{pm} < -\frac{M'_{p2}}{h_2} - \frac{P}{h_2} y_{pm}$$
(16)

バネ1の崩壊荷重(V) バネ2の崩壊荷重(Y)

ここで, *M'p2* はひずみ硬化による耐力上昇を考慮したバネ2の塑性モーメントであり, 次式で求めている.

$$M'_{p2} = M_{p2} + H'_{t2} \frac{y_{pm}}{h_2}$$
(17a)

ここに,  $H_2$  はバネ2の塑性係数である (図-3(b)参照). バネ1は最初の段階で塑性化していないと考えて, ひずみ硬化の項は考慮していない.

式(17a)を(16)に代入し,弾性変形を含まない塑性変位  $y_{pm}$ に降伏変位 $\delta_y$ を加えた変位を $y_m$ (以下,許容水平変 位と呼ぶ)とおくと,次式が得られる.

$$y_m < \left(\frac{M_{p1}}{h} - \frac{M_{p2}}{h_2}\right) / \left(\frac{Ph_1}{hh_2} - \frac{H'_{t2}}{h_2^2}\right) + \delta_y \quad (18)$$

## b) バネ1の塑性化が先行する場合 $(M_{p1}/h < M_2/h_2)$

図-6(b)右の荷重-変位曲線に示したように、バネ1

がひずみ硬化で耐力上昇の後,バネ2が塑性化(Y)す る場合を考えておく必要がある.すなわち,同図におい て,点aでメカニズムVからYに変化した後,点aと変 位反転点bの間で反復載荷すると、半サイクル毎にメカ ニズムが交番する.これを防ぐためには、変位振幅の最 大変位が点aの変位 ymを超えないように、

$$\frac{M'_{p1}}{h} - \frac{P}{h} y_{pm} < \frac{M_{p2}}{h_2} - \frac{P}{h} y_{pm}$$
(19)

バネ1の崩壊荷重(V) バネ2の崩壊荷重(Y)

とする必要がある.ここで, *M'p*1 はひずみ硬化で耐力上 昇したバネ1の塑性モーメントである.

$$M'_{p1} = M_{p1} + H'_{t1} \frac{y_{pm}}{h}$$
(17b)

すると、式(18)と同様にして、上の2式から、 $y_{pm}$ に $\delta_y$ を加えた変位 $y_m$ について、次式が得られる.

$$y_m < \frac{h^2}{H'_{t1}} \left( \frac{M_{p2}}{h_2} - \frac{M_{p1}}{h} \right) + \delta_y$$
 (20)

# (4)崩壊メカニズムの遷移領域に関する弾塑性解析の結果と考察

解析モデルA, Bで軸力比 P/N<sub>y2</sub>=0.25 の場合に代表 させて,式(18),(20)から求めた変位 ym とバネ1,2の 降伏荷重比 Hy1/Hy2 との関係を調べた.Hy1/Hy2 と ym/δy の関係を図-10に示す.解析結果(〇印)はメカニズ ムVとS,および,SとYの境界を示している(図-9 参照).式(18),(20)の結果は,簡単のため塑性崩壊荷重 比 Hp1/Hp2の値をそのまま降伏荷重比 Hy1/Hy2 に読み替え てプロットしている.

この図から以下のことが考察できる.

i)  $k_{ti} = k_{ei}/10^4$ のとき (図-10(a))

バネ1,2が完全弾塑性の挙動を呈する場合,メカニ ズムSとYの境界を示す解析結果は式(18)とよく一致し ている.また, $H_{y1}/H_{y2}=1$ がVとSの境界になっている.点 a-b-c で囲んだ部分がVとYの遷移領域になる. ii)  $k_{ti}=k_{ei}/100$ のとき(同図(b))

メカニズムVとSの境界 a-b'は、ひずみ硬化の影響で、 柱基部のバネ1の塑性変形が先行する  $H_{y1}/H_{y2} < 1$  の範 囲にまで及び、解析結果はほぼ式(20)の境界線上にある. これに対応してSとYの境界が a-c から a-c'まで同程度 移動した形となり、式(18)は解析結果をよく表している ことがわかる.

## (5)崩壊メカニズムの遷移領域と耐震設計法への応用法 に関する考察

以上を通じて、半サイクル毎に崩壊メカニズムVとY が交番する現象が起こると、柱基部と断面変化点での塑 性変形が著しくなるため、変断面片持ち柱の耐震設計で は、VとYの遷移領域Sに地震応答範囲が入らないよう にする必要があると思われる.この遷移領域は、構成断 面の降伏点や降伏荷重比 *H*<sub>y1</sub>/*H*<sub>y2</sub> に対する変動が比較的 大きいため、鋼材の公称降伏点に対する実降伏点のばら つき等、材料特性も考慮の上、実設計でどのようにチェ ックしていくかを今後検討する必要がある.

変断面柱の地震応答解析を行った文献 16)では、上・ 下部断面の塑性ひずみの累積量を目安にして遷移領域の 検討を行い、降伏荷重比を  $H_{y1}/H_{y2} < 1/1.15 = 0.87$  に設定 し、下部断面の塑性変形を先行させるメカニズムV域で の断面構成を提案した. 今後、断面変化点を変化させた 場合や軸力比の大きい場合の検討も含めて、断面構成の あり方について検討する必要があると考える.

## 5. まとめ

本研究は、定鉛直荷重下で繰り返し水平力を受ける鋼 変断面片持ち柱の剛塑性解析と弾塑性解析を行い、崩壊 メカニズムの変動特性を明らかにしたものである.本文 で得られた結論を列記すると以下のとおりである.

- 変断面片持ち柱を剛体・バネでモデル化して,弾塑 性解析の基礎式を示し,既往の数値解析結果と比較 の上,本解析手法の有効性・妥当性を確かめた.
- 変断面片持ち柱に起こる半サイクル毎の崩壊メカニズムの交番は、定鉛直荷重と柱上・下部の残留塑性 回転角によるPA効果によって引き起こされる.
- 半サイクル毎に崩壊メカニズムが変化・交番する現象は、繰り返し載荷の変位振幅の総ストロークよりも、メカニズムYの状態で変位反転するときの最大水平変位によって影響を受ける。
- 4) このことを利用して,崩壊メカニズムVとYの遷移 領域Sを予測するための条件式を導いた.

- 5) ひずみ硬化の影響が小さいとき,崩壊メカニズムの 遷移領域Sは,降伏荷重比 *H*<sub>y1</sub>/*H*<sub>y2</sub>>1 の範囲で *H*<sub>y1</sub>/*H*<sub>y2</sub>に比例して大きくなる.
- 6) ひずみ硬化の影響が無視できないとき、半サイクル 毎の崩壊メカニズム変化は柱基部の塑性化が先行する $H_{y1}/H_{y2} < 1$ の範囲でも起こる.このときの遷移領 域は、上記 5)の遷移領域を $H_{y1}/H_{y2} < 1$ の方向に移動 した形になる.
- 1) 上記 4)で予測した遷移領域は、弾塑性解析から求めた遷移領域とよく一致した。
- 8) 今後,地震時に繰り返し力を受ける変断面構造の柱の弾塑性挙動が崩壊メカニズムVとYの遷移領域Sに入らないように、材料特性も考慮に入れて、断面構成のあり方を検討していく必要がある.

謝辞:本研究を実施するにあたり,一般社団法人・近畿 建設協会の平成 28 年度・研究助成を受けた.ここに記 して謝意を表します.

#### 付録A 軸圧縮力を受ける断面の塑性モーメント

本文で仮定した二軸対称の正方形薄肉箱形断面 *i* について,軸方向圧縮力 *N<sub>i</sub>*の影響を考慮した塑性モーメント*M<sub>pi</sub>*は,以下のようにまとめられる<sup>13,14</sup>.

 $N_{wyi} \leq N_i \leq N_{yi} \mathcal{O} \geq \mathfrak{F}$ 

$$M_{pi} = \frac{4}{3} M_{poi} (1 - \frac{N_i}{N_{vi}})$$
(A.1)

 $0 \leq N_i \leq N_{wyi} \mathcal{O} \geq \delta$ 

$$M_{pi} = M_{poi} \{1 - \frac{4}{3} (\frac{N_i}{N_{yi}})^2\}$$
(A2)

ここに,

$$N_{yi} = 4B_i t_i \sigma_{yi}, \quad N_{wyi} = 2B_i t_i \sigma_{yi}$$



付図-A1 二軸対称の正方形箱形断面に対する軸方向力と 曲げモーメントの全塑性相関曲線

 $M_{poi} = 1.5B_i^2 t_i \sigma_{yi}$ ,  $M_{fpi} = B_i^2 t_i \sigma_{yi}$  (A.3a~d) 上式を図示すると、付図-A 1 のとおりである.

### 参考文献

- 日本道路協会:道路橋示方書(I共通編・II鋼橋編)・同 解説,丸善㈱,平成24年4月.
- 2) 土木学会・鋼構造委員会:鋼構造物の弾塑性性状と耐震設計法,鋼構造動的極限性状研究小委員会,1993年8月.
- 3) 土木学会鋼構造委員会・鋼構造新技術小委員会・耐震設計 研究WG:鋼橋の耐震設計指針案と耐震設計のための新技 術,1996年7月.
- 4) 土木学会鋼構造委員会・座屈設計ガイドライン改訂小委員会:鋼構造シリーズ12,座屈設計ガイドライン,改訂第2版,2005年10月.
- 5) 酒造敏廣: 繰り返し水平力を受ける鋼変断面片持ち柱の弾 塑性挙動に関する研究, 土木学会論文集, No.446/I-19, pp.127-136, 1992年4月.
- 6) 酒造敏廣,事口壽男,西幸二:鋼変断面片持ち柱の弾塑性履 歴崩壊性状に関する基礎的実験,構造工学論文集,土木学 会,Vol.39A,pp.271-284,1993年3月.
- 7) 中村恒善, 上谷宏二: 両振り繰り返し塑性曲げを受ける片持ち梁-柱のための対称限界曲線と設計基礎曲線,日本建築学会論文報告集,第346号,pp.78-90,1984年12月.

- Elnaschie, M.S.: Stress Stability and Chaos in Structural Engineering: An Energy Approach, McGRAW-HILL Company (UK) Ltd., 1990.
- 9) Popov, E.P.: Engineering Mechanics of Solids, Prentice-Hall, Inc., 1990.
- Nakajima, A., Abe, H. and Kuranishi, S.: Effect of Multiple Collapse Modes on Dynamic Failure of Structures with Structural Instability, Japan Society of Civil Engineers, Structural Eng. /Earthquake Eng. Vol.7, No.1, pp.1s-11s. April 1990.
- 酒造敏廣:変動水平外力を受ける鋼変断面片持ち柱の弾塑 性崩壊のメカニズム,第43回応用力学連合講演会講演予稿 集,日本学術会議力学研究連絡委員会,pp.131-134,1994年1 月.
- Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. : Theory of Elasticity, 2nd Edition, McGraw-Hill Book Company, Inc. 1961.
- 13) 若林實編著: 鉄骨構造学詳論, 丸善(株), 1985年5月.
- ASCE-WRC: Plastic Design in Steel, A Guide and Commentary, 2nd Edition, 1971.
- Owen, D.R.J. and Hinton, E.: Finite Elements in Plasticity, Theory and Practice, Pineridge Press Ltd., 1980.
- 16) 酒造敏廣:水平地動を受ける鋼変断面片持ち柱の動的弾塑 性挙動に関する研究,土木学会論文集, No.501/ I -29, pp.277-286, 1994年10月.

## VARIATION OF COLLAPSE MECHANISMS OF STEEL CANTILEVER COLUMNS WITH VARIABLE CROSS-SECTION SUBJECTED TO HORIZONTAL CYCLIC LOAD

### Toshihiro MIKI

This paper studies the variation of collapse mechanism of cantilever columns with variable crosssection subjected to horizontal cyclic load. The rigid plastic and elasto-plastic analyses of columns are performed based on the second order theory by using the rigid body – rotational spring models. The rigid plastic approach explains that the collapse mechanisms V and Y every half cycle in columns vary due to the P $\Delta$  effects and accumulated residual rotation of springs. The elasto-plastic analysis shows the instability region exists between mechanisms V and Y. It is compared with the transition region S predicted by the rigid plastic theory. Finally, the instability transition region S of collapse mechanisms is discussed from the point view of seismic design of columns with variable cross-section.