

# SPH法による 石積擁壁の模型振動実験の再現解析

小野 祐輔<sup>1</sup>・内藤 正輝<sup>2</sup>・酒井 久和<sup>3</sup>・太田 直之<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 鳥取大学大学院准教授 工学研究科 (〒 680-8552 鳥取県鳥取市湖山町南 4-101)  
E-mail: ysk@cv.tottori-u.ac.jp

<sup>2</sup>非会員 三井ホーム株式会社 栃木支店 (〒 321-0932 栃木県宇都宮市平松本町 1112-2)

<sup>3</sup>正会員 法政大学教授 デザイン工学部 (〒 162-0843 東京都新宿区市谷田町 2-33)

<sup>4</sup>正会員 (公財)鉄道総合技術研究所 地盤防災研究室 (〒 185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

石積擁壁を対象とした地震応答解析では、個別要素法 (DEM) や有限要素法 (FEM) が用いられてきた。しかしながら、石積擁壁の地震応答解析に対しては、いずれの解析法も様々な問題を有しており、新たな数値解析手法の開発が必要となっている。そこで、本研究では、これらに代わる新たな数値解析手法として Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法に着目し、過去に実施された模型振動実験を対象に再現解析を行うことでその適用性を検討した。本研究で実施した SPH 法による解析では、加振後に擁壁に生じる残留変形について、変位の大きさについては過大評価となったものの、その形状再現することができた。

**Key Words:** *Masonry retaining wall, numerical analysis, Smoothed particle hydrodynamics (SPH) method*

## 1. はじめに

古来から法面の防護工として広く用いられてきた石積擁壁は地震に対して脆弱な構造物であり、頻繁に被害が報告されている。石積擁壁の耐震化には、地震時に崩壊に至るまでの被災メカニズムが詳細に理解されている必要があるが、未解明な点も多い。

石積擁壁が地震時に被災するメカニズムを解明するためには、実験を行うことが望ましいが、実際に供試体を作成して実験を実施するには多大なコストが必要となる。そのため、数値解析法を用いた数値実験も有効な手段となる。石積擁壁の地震時挙動に関する数値解析には、個別要素法 (DEM)、有限要素法 (FEM)、不連続変形法 (DDA) 等が用いられてきた。DEM は、円や球といった剛体要素を使用して、大きな変形を伴う崩壊の崩壊後までの挙動を追跡することが可能な研究手法である。しかし、使用するパラメータの物理的意味合いが不明確であり、その数値の設定が解析毎に異なってしまうという問題点がある。一方、FEM を石積擁壁の地震時挙動の解析に用いる場合には、破壊が起こると想定される場所にジョイント要素を設定することによって分離やすべり面の表現が可能となる。しかし、FEM は微小変形理論に沿った解析方法であるので、大きな変形の起こる崩壊の解析には適していない。DDA は、不連続面で区切られた任意形状の弾性体ブロックにおける変位や変形を動的および準静的に解析を行う。しかし、解析において波動伝播を精度良く解析するこ

とができない。また、特有の解析パラメータが非常に敏感で設定することが非常に難しく、解析結果も安定しない。

このように、これまで用いられてきた数値解析法は、多くの未解決問題を有している。そこで、本研究ではそれらとは別に粒子法の一種である Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法の適用を試みた。SPH 法は、銀河系の衝突や惑星の誕生などの宇宙物理学の分野で開発された数値解析手法であるが、大変形問題への適用が容易であることから、土木工学においても大変形を取り扱う必要のある解析に使用される事例が増えつつある。

本研究では、石積擁壁の地震時挙動の詳細な解析を行うことを目的として、間知ブロックの SPH 粒子によるモデル化及び間知ブロックと地盤材料との相互作用を表す力学モデルを提示する。さらに、既往の模型振動実験を対象とした再現解析を実施し、SPH 法による石積擁壁の地震応答解析への適用性を検証する。

## 2. SPH 法による支配方程式の離散化

### (1) SPH 法の基本式

SPH 法では、連続体中の位置  $x$  における物理量  $f(x)$  の近似値  $\langle f(x) \rangle$  を、カーネル関数  $W(x, h)$  を用いた重み付き平均として次式のように求める<sup>1,2)</sup>。

$$\langle f(x) \rangle = \int_{\Omega} f(x') W(x - x', h) dx' \quad (1)$$

ここで、 $W(x, h)$  はカーネル関数と呼ばれる重み関数である。SPH 法においてはカーネル関数として原点で頂点を持ち、原点から離れるに従って単調減少し、距離  $h$  以上でゼロとなる形状を持つ関数が用いられる。

次に、解析対象となる連続体を粒子と呼ばれる微小単位に分割することで、式 (1) を次のように離散化する。

$$\langle f(x) \rangle = \sum_{j=1}^N m_j \frac{f(x_j)}{\rho_j} W(x - x', h) \quad (2)$$

ここで、 $m_j$ 、 $\rho_j$  はそれぞれ粒子  $j$  の持つ質量と密度である。

## (2) 運動方程式の離散化

連続体の運動方程式は、次式で与えられる。

$$\frac{dv^\alpha}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\sigma^{\alpha\beta}}{x^\beta} + b^\alpha \quad (3)$$

ここで、 $v$  は速度、 $t$  は時間、 $\sigma$  は応力、 $b$  は物体力、添字  $\alpha$  及び  $\beta$  は座標軸を表す。

式 (3) を SPH 法によって離散化することにより、次式を得る。

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left\{ \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{(\rho_i)^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{(\rho_j)^2} + \Pi_{ij} \right\} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j^\beta} + b_i^\alpha \quad (4)$$

ここで、 $W_{ij} = W(x_i - x_j)$  である。また、 $\Pi_{ij}$  は artificial viscosity と呼ばれ、粒子の不自然な振動と過度な貫入を防ぐために導入された減衰項であり、それぞれ次のように定義される。

$$\Pi_{ij} = \frac{-\alpha c_{ij} \mu_{ij} + \beta (\mu_{ij})^2}{\rho_{ij}} \quad (5)$$

$$\mu_{ij} = \frac{h \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{(r_{ij})^2 + \kappa h^2} \quad (6)$$

ここで、 $c_{ij} = \frac{c_i + c_j}{2}$ 、 $\rho_{ij} = \frac{\rho_i + \rho_j}{2}$ 、 $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j$ 、 $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$  である。 $c$  は物体中の音速を表し、弾性体においてはせん断弾性係数を  $G$ 、体積弾性率を  $K$  とすると、 $c = \sqrt{\frac{4G}{3\rho} + \frac{K}{\rho}}$  である<sup>3)</sup>。また、 $\alpha$ 、 $\beta$  は減衰の大きさを表す定数であり、 $\alpha = \beta = 1.0$  とされることが多い<sup>4)</sup>。本論文においてもこの値を採用する。一方、 $\kappa$  は過度な減衰力が発生し、解析が不安定となることを防ぐためのパラメータであり、0.01 から 0.1 の間の値が用いられることが多い。本論文における解析では、 $\kappa = 0.01$  とした。

## 3. 解析方法

### (1) 解析対象

#### a) 解析対象とした模型振動実験

本論文では、文献<sup>5)</sup>に示された石積擁壁の模型振動実験を対象に解析を行う。この実験で使用された擁壁模型は、3分の1スケールで設計されたコンクリート製の間知ブロック積みによるものである。実験は間知ブ

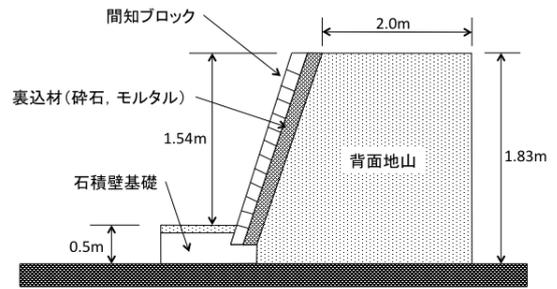


図-1 解析対象とした石積擁壁模型 (文献<sup>5)</sup>に基づき作成)

ロック、裏込め砕石からなる空積擁壁と、間知ブロックと裏込砕石の間にモルタルを詰めた練積擁壁に対して行われた。擁壁背面には、自立性地山を想定してセメント改良土が用いられた。斜面勾配は 1:0.3 である。

空積擁壁は、間知ブロックをただ積み上げた構造であり、地震動入力によって間知ブロック間に最大静止摩擦力を上回るせん断力が発生することで、擁壁に変形が生じる。一方、練積擁壁は、間知ブロックが裏込モルタルによって一体化しており、空積擁壁と比べて変形しにくい構造となっている。

擁壁模型の加振は、水平一軸の振動台によって斜面方向に与えられた。加振は、5Hz の正弦波 20 波を 1 セットとし、振幅を 100gal から徐々に大きくして擁壁が崩壊するまで行われた。

#### b) 実験結果の概要

空積擁壁模型は入力した正弦波の加速度振幅が 700gal となった時点で、擁壁上部が前方にせり出した後、最上段の間知ブロック 2 個が裏込め砕石側に落ち込むようにして崩壊したと報告されている。

一方、練積擁壁模型では、700gal の正弦波を入力した時点から擁壁上部のせり出しが生じ始めた。さらに入力加速度の振幅が 980gal の時に、擁壁全体が一体となって転倒するように前方に大きく移動したため崩壊と見なされた。

#### c) SPH 法による解析モデル

上で述べた実験で用いられた擁壁模型に対して、SPH 法による解析で用いる粒子によるモデル化を行ったものを図-2 に示す。間知ブロック、裏込砕石、裏込めモルタル、地山、石積壁基礎が粒子によって離散化されている。さらに、解析モデルの境界として、粒子による固定壁を置いた。すべての粒子は 5.0cm 間隔で等間隔に並んでいる。空積擁壁と練積擁壁で粒子の配置は同一であり、練積擁壁では裏込砕石の一部が裏込モルタルとなっている。解析に用いる粒子の総数は 5,441 個となった。

裏込砕石、裏込モルタルはモール・クーロンの破壊規

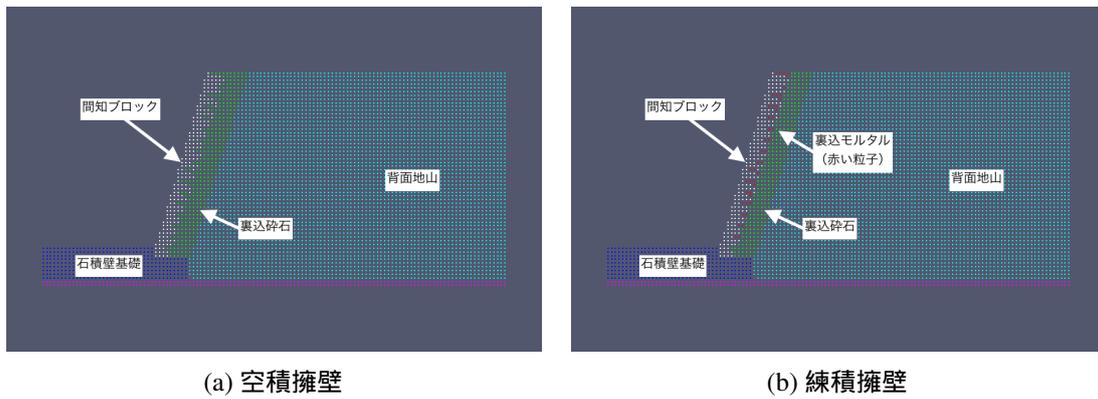


図-2 SPH 法による解析モデル

表-1 材料パラメータ

材料名	密度 (kg/m <sup>3</sup> )	ヤング率 (N/m <sup>2</sup> )	内部摩擦角 (°)	粘着力 (N/m <sup>2</sup> )	ポアソン比
間知ブロック	2700	-	-	-	-
背面地山	1854	2.08E+8	-	-	0.35
石積壁基礎	1900	2.08E+8	-	-	0.35
裏込碎石	1900	1.0E+8	30.0	20000	0.35
裏込モルタル	2300	3.0E+7	55.7	351600	0.35

表-2 接触ばねのパラメータ

法線方向		接線方向		
ばね定数 (N/m)	減衰係数 (N/m·s)	ばね定数 (N/m)	減衰係数 (N/m·s)	摩擦係数
1.0E+06	1.0E+04	1.0E+05	1.0E+04	0.30

準に従う弾塑性体として取り扱う。また、裏込碎石は、粒状体としてではなく、集合体とみなし、連続体として取り扱う。一方、背面地山は、実験において、加速度の増幅がほとんど見られないことから、弾性体とする。さらに、実験において十分な強度を持つように設定されていたため、石積壁基礎も弾性体とする。また、間知ブロックは剛体とする。本論文における剛体の取り扱い方法については、次項で説明する。

これらの材料のパラメータの値を表-1 に示す。本論文で解析対象とした実験の報告書<sup>5)</sup>には、解析に必要なこれらのパラメータの値がすべて示されているわけではない。そのため、類似した実験を参照し、これらのパラメータの値を仮定した。したがって、これらのパラメータの値の妥当性は十分な検証がなされていない。

## (2) 間知ブロックの解析方法

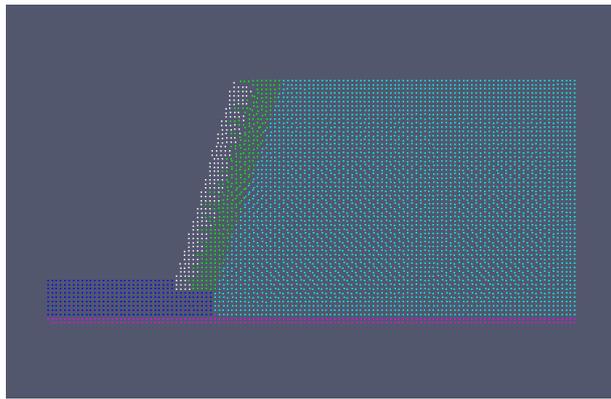
先に述べたように間知ブロックを剛体として取り扱う。本論文において、剛体は円形の粒子の集合で表す。

さらに、SPH 粒子についても、剛体との接触を考慮するために便宜的に円形を仮定し、半径を与える。半径は初期の粒子の配置間隔とする。

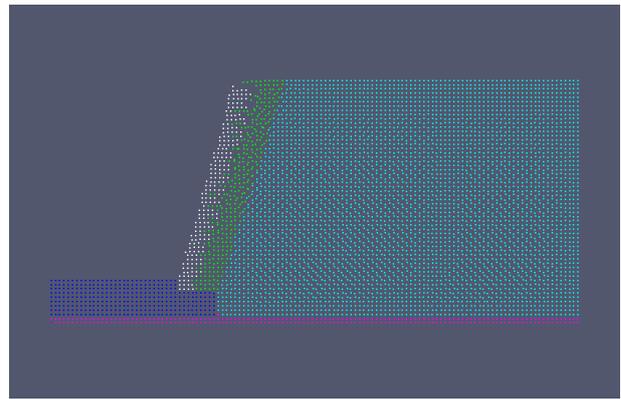
剛体粒子と剛体粒子、あるいは剛体粒子と SPH 粒子の接触と接触に伴い発生する力を個別要素法のアルゴリズム<sup>6)</sup>に従って計算する。すなわち、二つの粒子の中心間距離がそれぞれの粒子の半径の和よりも小さくなった時に、二つの粒子は接触していると判定する。二つの粒子が接触している場合には、接触面における法線方向と接線方向の力を接触ばねによって計算する。法線方向の力については、摩擦係数によりその最大値に対して制約を与える。

## (3) 解析手順

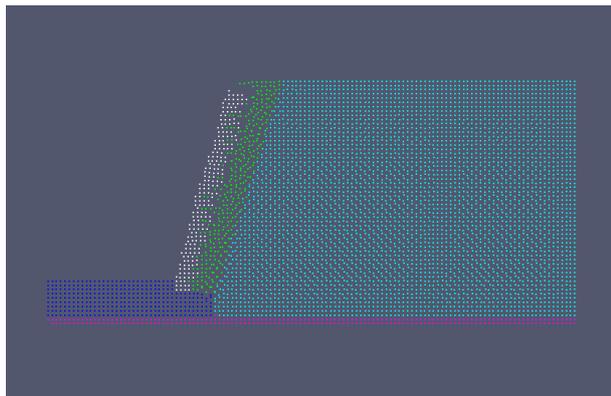
最初に加振を行う前の応力状態を求めるため、粒子によって離散化した解析モデルに対して、重力に相当する鉛直下向きの加速度のみを与えた解析を行った。この解析において各粒子に振動が生じるが、この振動の振



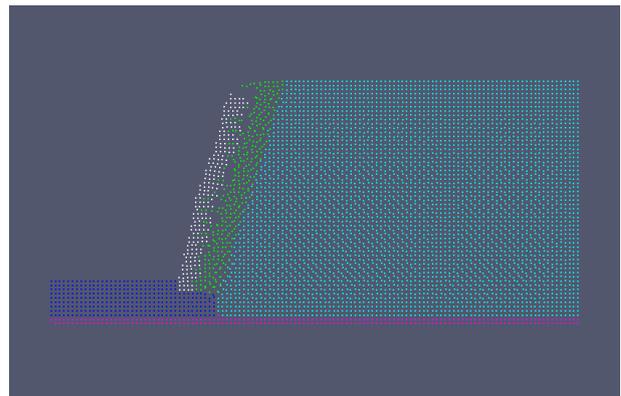
(a) 400gal 加振終了時



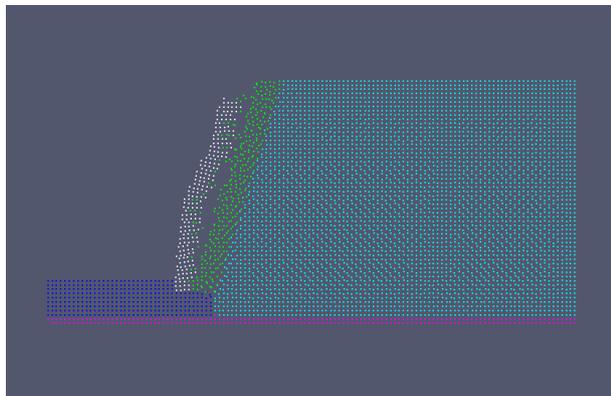
(b) 500gal 加振終了時



(c) 600gal 加振終了時



(d) 700gal 加振終了時



(e) 800gal 加振終了時

図-3 空積擁壁の変形モード

幅が十分に小さくなるまで解析を行う必要がある。本論文では5秒間の解析を行い、地山法肩付近の粒子の加速度を確認したところ、十分に振幅が小さくなっていることを確認した。

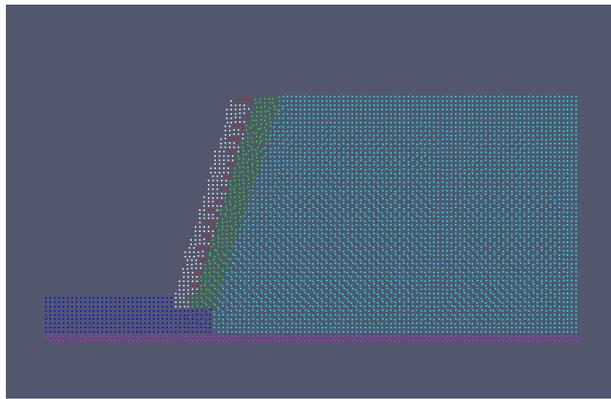
次に、鉛直下向きに重力加速度を作用させた状態で、実験と同様に加速度振幅を段階的に大きくしながら5Hzの正弦波20波を水平方向に入力した。実験結果を参考にして、空積擁壁では400, 500, 600, 700, 800galを与えた。一方、練積擁壁に対しては、600, 700, 800, 900gal

を与えた。加速度振幅は小さいものから順に与え、加振終了後の変形と応力状態は次の加振に引き継ぐようにした。

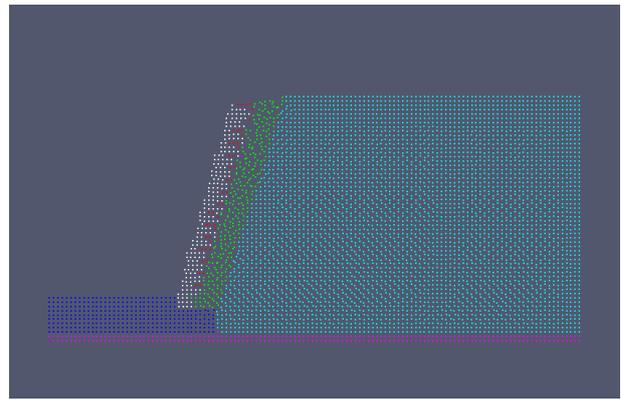
#### 4. 解析結果と考察

##### (1) 解析結果

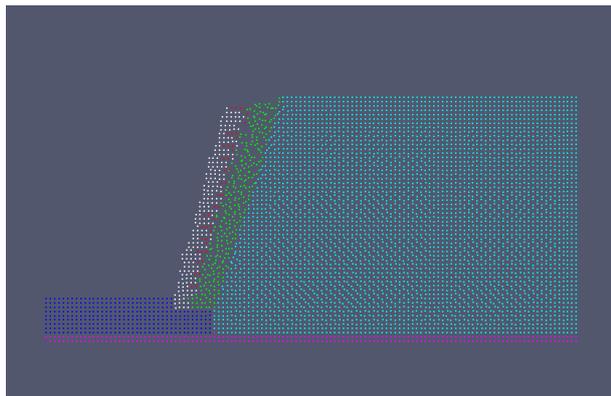
先に述べた解析手順に従って、図-2に示した擁壁モデルに対して、SPH法による解析を行った。各加速度レ



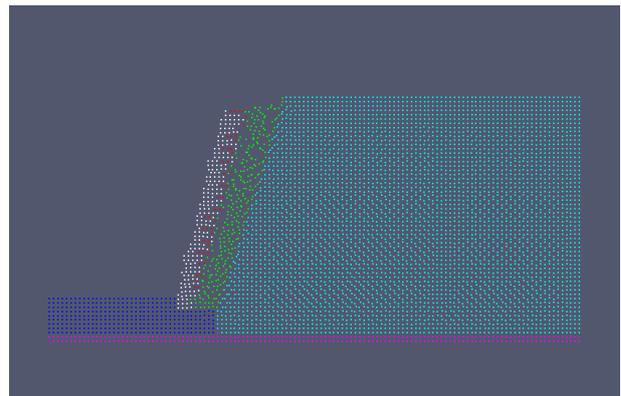
(a) 600gal 加振終了時



(b) 700gal 加振終了時



(c) 800gal 加振終了時



(d) 900gal 加振終了時

図-4 練積擁壁の変形モード

ベルに対する加振を終了した時点における擁壁モデルの変形状態を示したものが図-3 及び図-4 である。図-3 は空積擁壁、図-4 は練積擁壁に対する結果である。

また、最上段の間知ブロックの水平方向の変位を実験結果と比較したものが、図-5 及び図-6 である。図-5 は空積擁壁、図-6 は練積擁壁に対するものである。

## (2) 変形モード

図-3 と図-4 を比較すると、空積擁壁と練積擁壁とは異なる変形モードが生じている。すなわち、空積擁壁では間知ブロック同士にズレが生じ、図-3 のような「くの字」状の変形が現れている。一方、練積擁壁では、擁壁に大きな変形は生じておらず、一体として基礎を支点とした回転が生じている。これは、空積擁壁では単に間知ブロックが積み上げられているだけなのに対し、練積擁壁では裏込モルタルによって間知ブロック同士が繋がれた効果による。

これらの変形モードは、対象とした実験<sup>5)</sup>でも現れており、本論文における SPH 法による石積擁壁のモデル化によって再現できたことになる。

## (3) 間知ブロックの水平変位量

図-5 において、最上段の間知ブロックの水平方向変位について、実験値<sup>5)</sup>と SPH 法による解析結果を比較する。実験では、450gal の入力を与えた際に最上段の間知ブロックに移動が見られる。その後、加速度振幅の増加に伴って放物線状に変位量が増大している。これに対し、解析では、最も加速度レベルの小さい 400gal の入力の時点でも間知ブロックに変位が現れている。さらに、400gal から 800gal の入力に対して最上段の間知ブロックの変位量が線形的に増加している。また、解析を行った全ての加速度レベルにおいて、解析結果は実験値を上回っている。

一方、図-6 によって、最上段の間知ブロックの水平変位について、実験値と解析から得られた値を比較する。実験では、入力加速度の振幅が 750gal まではほとんど変位が現れておらず、800gal 以降から徐々に変位量が増加した。実験の最大加速度レベルである 980gal に対しても、間知ブロックの変位は最大で 20mm 程度であった。一方、SPH 法による解析では、解析を行った全ての加振加速度レベルに対して、実験値を上回る変位を生じた。SPH 法による解析では、加振レベルの

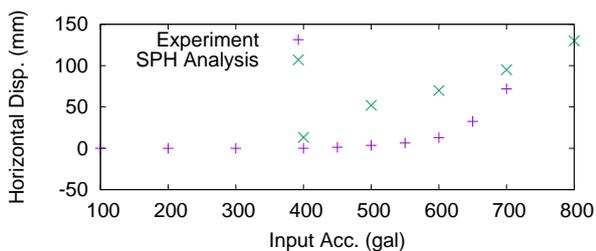


図-5 空積擁壁の上部の水平変位の比較

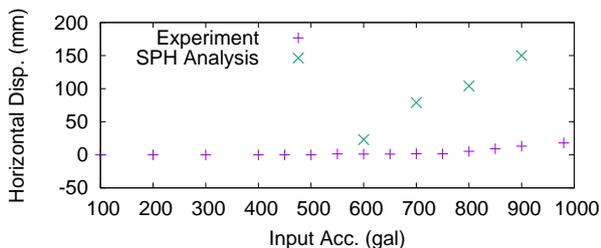


図-6 練積擁壁の上部の水平変位の比較

最も小さい600galにおいて、既に実験における最大変位と同じ約20mmの変位が現れた。解析における最大の加速度レベルである900gal加振に対しては、実験値を大幅に上回る150mmとなった。

## 5. 結論

本研究では、空積擁壁と練積擁壁という2種類の石積擁壁に対して行われた模型振動実験を対象に、SPH法による再現解析を行った。SPH法による解析を行うにあたり、間知ブロックを粒子の集合体からなる剛体

として扱う解析モデルを導入した。

SPH法による解析では、空積擁壁には擁壁にくの字状の変形が生じたのに対し、練積擁壁では擁壁には大きな変形が起こらず一体となって基礎を支点とした回転を生じた。これらは対象とした実験の報告書<sup>5)</sup>に示された変形モードと整合している。

一方、SPH法による解析では、間知ブロックの移動量に対して実験値を再現することはできなかった。解析に用いる個々のパラメータの値を変更することで、より実験値に近い値を得ることが考えられる。そのためには、個々のパラメータの値が解析結果にどのように反映されるかを把握しておく必要がある。

また、石積擁壁は間知ブロックや砕石で構成された不均質な構造であるため、本質的に様々な性質に大きなばらつきがあると考えられるので、どの程度の誤差であれば許容されるのかについて注意深い議論が求められる。

## 参考文献

- 1) Lucy, L.: A numerical approach to testing the fission hypothesis, *Astronomical Journal*, Vol.82, pp.1013-1024, 1977.
- 2) Gingold, R.A. and Monaghan, J.J.: Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to nonspherical stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol.181, pp.375-389, 1977.
- 3) Liu, G.R. and Liu, M.B.: Smoothed Particle Hydrodynamics, *World Scientific Publishing*, 2004.
- 4) Monaghan, J.J.: An introduction to SPH, *Comp. Phys. Commun.*, Vol.48, pp.89-96, 1988.
- 5) 大林組技術研究所：石積壁の地震時安定性評価のための振動台実験作業報告書，2001。
- 6) 伯野元彦：破壊のシミュレーション—拡張個別要素法で破壊を追う，森北出版，1997。

## SPH SIMULATION ON SHAKING TABLE TEST OF MASONRY RETAINING WALL

Yusuke ONO, Masaki Naito, Hisakazu SAKAI, and Naoyuki OTA

The discrete element method (DEM) and the finite element method (FEM) have been applied to earthquake response analysis of masonry retaining walls. However, some difficulties still remains for these methods and an alternative numerical method is required. In this study we applied the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) to earthquake response analysis of a masonry retaining wall by introducing a numerical model of rigid body. A series of shaking table tests were referred and the SPH simulations were conducted. The SPH simulation overestimated the displacement but reproduced the shape of residual deformation of masonry retaining wall after shaking.