PSO を用いた レイリー波分散曲線のインバージョン

小野　祐輔 [1]

[1]正会員　博（工）　鳥取大学大学院准教授　工学研究科（〒 680-8552 鳥取県鳥取市湖山町南四丁目 101）
E-mail: ysk@cv.tottori-u.ac.jp

常時微動観測から抽出したレイリー波の分散曲線からその地点の表層地盤のせん断波速度を推定するインバージョン解析には様々な最適化手法を用いることができる．本論文では，発展的解法に分類される最適化手法である Particle Swarm Optimization(PSO) に着目する．これまで，PSO には数多くの改良版が提案されているが，解くべき最適化問題の特性に応じて適切なものを選択する必要がある．本論文では，これまでに提案されている PSO の改良版をレイリー波の分散曲線のインバージョン解析に対して適用し，それぞれの性能について検討した．

Key Words: *Particle swarm optimization, Rayleigh wave, dispersion curve, inversion analysis*

1. はじめに

表層地盤によって地震動が増幅される効果は，サイト増幅特性として知られている [1]．一般的に，サイト増幅特性は表層地盤の層構造から評価される．表層地盤の層構造はボーリング調査によって詳細に調べることができるが，近年，より低コストで簡易な方法として，常時微動観測に基づく方法の利用が進められている．

常時微動観測に基づき表層の地盤構造を推定する基本的な手順は次のようにまとめられる [2]．

(1) 複数の地震計を用いてアレー観測を実施する．
(2) 観測された常時微動記録からレイリー波の分散曲線を推定する．
(3) 抽出したレイリー波の分散曲線に対応する地盤構造をインバージョン解析により求める．

レイリー波の分散曲線の推定には，SPAC(spatial autocorrelation) 法 [3),4] や F-K(Frequency-wavenumber) 法 [5] が実用的な方法として知られている．さらに，Cho et al.[6),7] による CCA(centerless circular array) 法など，より高精度で実用的な手法の開発も進められている．

レイリー波の分散曲線に対するインバージョン解析は，観測から得られたレイリー波の分散曲線と，仮定した地盤構造から理論的に計算されたレイリー波の分散曲線との間の誤差を最小化する非線形最適化問題として取り扱われる．非線形最適化問題は，様々な分野で取り扱われており，これまでに数多くの手法が提案されている．非線形最適化問題の解法として，古くから線形近似に基づく反復解法が用いられてきたが，取り扱う問題によっては線形近似が容易では無いことや，初期値によって得られる最適解が大きく影響されるといった問題が知られている．さらに，計算機科学の発展により多量の繰り返し計算を要する手法が実用的となったことを受けて，Genetic Algorigh m(GA)[8] に代表される発展的解法の利用も盛んになった．レイリー波の分散曲線のインバージョンにおいても，既に GA は実用的な手法として用いられている [9)10]．

GA の他にも数多くの発展的解法が提案されているが，本論文では Particle swarm optimization (PSO) に着目する．PSO は Kennedy et al.[11),12] によって提案された最適化問題の数値解法であり，自然界における鳥や魚の動きを模倣して解空間状を移動する粒子によって解の探索が行われる．PSO のアルゴリズムは極めて単純であるのにも関わらず，非線形最適化問題に対して，優れた性能を持つ解法であることが示されている．

レイリー波の分散曲線のインバージョン解析に対して PSO を適用した事例としては，小野ら [13),14] と Song et al.[15] が挙げられる．小野ら [13),14] は，常時微動の観測から求めたレイリー波の分散曲線に対して PSO によるインバージョンを適用し，地盤構造の推定を行った結果を報告している．PSO には解析者が指定すべきパラメータが複数存在しており，対象とする問題によって適切な値が異なることが知られている [16] が，Song et al.[15] は，仮定した 3 種類の地盤構造モデルを用いた検討により，一般的に用いられる値によって分散曲線のインバージョンが実行できることを確認した．

これまで PSO は幅広い分野での適用が行われており，改良型のアルゴリズムが多数提案されている．小野ら [13),14] では，Kennedy et al.[11] による初期に提案された

アルゴリズムが用いられているのに対し，Song et al.[15]では，Clerc and Kennedy[17]による収縮係数を用いた方法が適用されている．この他，Generarized PSO (GPSO)と呼ばれる改良型の PSO アルゴリズムが Fernández Martínez and García Gonzalo[18]によって提案されている．

本論文では，先に挙げた収縮係数法と GPSO に加えて，Shi and Eberhart[19]による ω の線形低下法について，レイリー波位相速度の分散曲線のインバージョンに用いた場合の性能について比較を行う．また，PSO では複数の粒子を用い，それぞれの粒子が過去に発見した最適解の情報を共有することで，最適解の探索が実現される．この粒子間の情報の共有の仕組みはネットワークとしてモデル化され，用いるネットワークの形状によって最適解の探索性能が変化することが知られている．本論文では，これまでに提案されている粒子間のネットワークのうち，最も広く用いられている全結合型とリング型について比較を行う．

2. Particle Swarm Optimization

(1) PSO の基本アルゴリズム

PSO の最大の特徴は，極めて単純なアルゴリズムであるのにも関わらず，優れた収束性と高い精度を持つことである．以下に，PSO の基本的なアルゴリズムについて述べる．

まず，解くべき最適化問題が，ある関数 $F(\boldsymbol{x})$ を最小とする解 $\boldsymbol{x}$ を求める問題として定義されているものとする．この関数をフィットネス関数と呼ぶ．ここで，$\boldsymbol{x}$ は多次元空間における位置ベクトルとして取り扱う．PSO では複数の個体からなる群れによって解の探索が行われる．ある個体 i の時刻 k における位置ベクトルを $\boldsymbol{x}_i^k$，速度ベクトルを $\boldsymbol{v}_i^k$ と表すことにする．初期状態，すなわち $k=0$ においてこれらの値はランダムに与えられるものとする．PSO では個体 i の時刻 $k+1$ における速度ベクトル $\boldsymbol{v}_i^{k+1}$ と位置ベクトル $\boldsymbol{x}_i^{k+1}$ をそれぞれ次のように更新する．

$$\boldsymbol{v}_i^{k+1} = \omega \boldsymbol{v}_i^k + c_1 r_1 \left(\boldsymbol{p}_i^k - \boldsymbol{x}_i^k\right) + c_2 r_2 \left(\boldsymbol{p}_g^k - \boldsymbol{x}_i^k\right) \quad (1)$$

$$\boldsymbol{x}_i^{k+1} = \boldsymbol{x}_i^k + \boldsymbol{v}_i^{k+1} \quad (2)$$

更新された位置ベクトル $\boldsymbol{x}_i^{k+1}$ に対して，目的関数 $F\left(\boldsymbol{x}_i^{k+1}\right)$ の値を評価し，その値が収束条件を満足するまでこの手順を繰り返す．

式 (1) において，$\boldsymbol{p}_i^k$ は粒子 i が過去に経験した中で目的関数 $F(\boldsymbol{x})$ が最小となったときの位置ベクトルであり，pBest と呼ばれる．一方，$\boldsymbol{p}_g^k$ は全ての粒子の pBest$\boldsymbol{p}_i^k$ の中でフィットネス関数が最小となる位置ベクトルであり，gBest と呼ばれる．r_1，r_2 は $[0,1]$ の一様乱数，c_1，c_2 は個体が $\boldsymbol{p}_i^k$，あるいは $\boldsymbol{p}_g^k$ に向けて引寄せされる力の大きさを定義するパラメータである．

ω は inertia weight と呼ばれる係数であり，PSO による最適解の探索性能に大きな影響を及ぼす．$\omega=0$ とした場合，粒子は常に粒子群の内部に向かって引き寄せられ，解の探索範囲が粒子の初期配置で囲われた領域のみに限られる．このため，最適解が粒子の初期配置で囲まれた領域の外部に存在した場合には，その最適解に到達することができない．一般的な傾向として，ω の値を大きくとった場合には解の探索領域は広がるものの，最適解に到達するまでに要する時間ステップが増大する．最適な ω の値は，取り扱うフィットネス関数に依存すると考えられているが，0.5 から 0.9 程度の値が用いられることが多い．

(2) 提案されている粒子位置の更新アルゴリズム

a) ω の線形低下法

ω は PSO に大域的な探索能力を与えるために不可欠なパラメータであり，値が大きいほど解の探索範囲が広くなる．そのため，解の探索の過程においては，初期に大きな値を与え，最終段階近くでは小さな値を与えることが望ましい．そこで，Shi and Eberhart[19]は，時刻 k における ω^k を次のように線形的に低下させることを提案した．

$$\omega^k = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{n^{\text{iter}}} \quad (3)$$

ここで，$\omega_{\max}$，$\omega_{\min}$ は，それぞれ ω の最大値と最小値，n^{iter} は解の探索を行う総ステップ数である．

b) 収縮係数法

Clerc and Kennedy[17]は，収縮係数 χ を導入することで，先に述べた $\boldsymbol{v}_i^{k+1}$ が過大な値となり解の探索が不安定となる問題を解決した．この方法では，式 (1 を次式で置き換える．

$$\boldsymbol{v}_i^{k+1} = \chi \left\{ \boldsymbol{v}_i^k + c_1 r_1 \left(\boldsymbol{p}_i^k - \boldsymbol{x}_i^k\right) + c_2 r_2 \left(\boldsymbol{p}_g^k - \boldsymbol{x}_i^k\right) \right\} \quad (4)$$

ここで，

$$\chi = \frac{2}{\left|2 - \psi - \sqrt{\psi^2 - 4\psi}\right|} \quad (5)$$

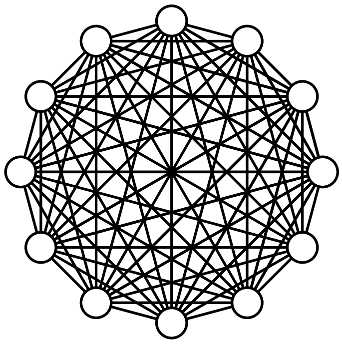
$$\psi = c_1 + c_2 > 4 \quad (6)$$

である．

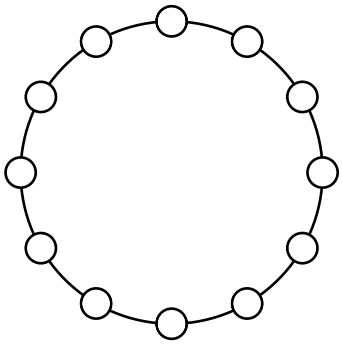
Song et al.[15]では，PSO によるレイリー波の分散曲線のインバージョンにおいて，収縮係数法を用いている．

c) GPSO

通常の PSO では，式 (2) で暗黙的に表されているように，粒子位置を更新する時間ステップ間隔を単位時間ととしてる．これに対して，Fernández et al.[18]は，任意の時間間隔 Δt を導入したアルゴリズムを提案し，Generalized PSO (GPSO) と名付けた．GPSO では，個体の



(a) 全結合型



(b) リング型

図–1 粒子のネットワークモデル

速度及び位置はそれぞれ

$$\boldsymbol{v}_i^{t+\Delta t} = \boldsymbol{v}_i^t + \left\{ -(1-\omega)\,\boldsymbol{v}_i^t - \phi\left(\boldsymbol{x}_i^t - \boldsymbol{o}_i^t\right) \right\} \Delta t \quad (7)$$

$$\boldsymbol{x}_i^{t+\Delta t} = \boldsymbol{x}_i^t + \boldsymbol{v}_i^{t+\Delta t} \Delta t \quad (8)$$

と更新される．ただし，

$$\phi = r_1 c_1 + r_2 c_2 \quad (9)$$

$$\boldsymbol{o}_i^t = \frac{r_1 c_1 \boldsymbol{p}_i^t + r_2 c_2 \boldsymbol{p}_g^t}{\phi} \quad (10)$$

である．GPSO では，Δt の値によって，解の探索範囲と最適解近辺での探索の精度のバランスを変えることができる．

(3) 粒子のネットワークモデル

一般的な PSO のアルゴリズムでは，各時間ステップにおいて全粒子が gBest($\boldsymbol{p}_g^t$) の値を共有する．これは，ある粒子がそれまでの探索においての最適解を発見すると，その情報が瞬時に全粒子に伝達されることにより実現される．一方，ある粒子の発見した最適解が，他の粒子に対して段階的に伝達されるアルゴリズムが提案されている．粒子間で最適解が伝達される仕組みは，情報を伝達するネットワークとしてモデル化され，PSO における最適解の探索性能に及ぼす影響が研究されている [20]．これまでにリング型，ツリー型，スター型，メッシュ型等のネットワークモデルの適用が報告されている [20]．本論文では，最もプログラムへの実装が容易なリング型を取り上げる．

表–1 解析ケース一覧

ケース No.	更新アルゴリズム	粒子ネットワーク
1	ω の線形低下法	全結合
2	収縮係数法	全結合
3	GPSO($\Delta t = 0.5$)	全結合
4	GPSO($\Delta t = 0.8$)	全結合
5	ω の線形低下法	リング ($k = 2$)
6	ω の線形低下法	リング ($k = 4$)

通常の PSO において，粒子のネットワークは**図-1**(a) に示した全結合型となっている．一方，リング型ネットワークは，**図-1**(b) のように表される．ある一つの粒子に着目したとき，その粒子の持つ gBest の値は，隣接する粒子のみで共有される．すなわち，着目した粒子と両隣の粒子それぞれの pBest の中で最良のものが着目した粒子の gBest となる．このアルゴリズムによると，ある粒子によって発見された最適解が，全粒子に伝達されるまでに複数の時間ステップを要することになる．

このように情報の伝達に遅れを与えることによって，局所的な最適解に陥ることを防ぐ効果が期待される．全結合型のネットワークを用いた場合，同一時間ステップ内に最適解の情報が全ての粒子に伝達されるため，全ての粒子がその最適解に近づくように動くことになり，解の探索範囲が縮小されていく，一方，最適解の伝達の遅れを与えることによって，解の探索範囲が縮小されていく速度を抑え，局所解の周囲に粒子が集中することを防ぐことができる．一方で，情報伝達の時間遅れを持つことのデメリットとして，最適解周辺に粒子が集まるまでに要する時間ステップが増えるため，最適解を発見するまでの時間が増大する．

本論文において，リング型ネットワークを適用した解析では，ある粒子について gBest を求める際に考慮する隣接粒子の数を k で示す．例えば，両隣 1 つずつの粒子を考える場合には $k = 2$ と表記する．

3. 検討方法

(1) 解析ケース

PSO には様々な修正型アルゴリズムが提案されているが，取り扱う最適化問題によって最良のものが異なると考えられている．本研究では，表層地盤のせん断波速度構造を推定するためのレイリー波分散曲線のインバージョン解析において，**表-1** に示した 6 個のケースを比較する．ケース 1 から 4 を比較することによっ

表–2 検討に用いた Song et al.[15] の地盤モデル

(a) 地盤モデル A

layer	ρ (kg/m^3)	V_P (m/s)	H (m)	V_S (m/s)
1	1.9×10^3	663.0	4.0	200.0
2	1.9×10^3	995.0	2.0	300.0
3	1.9×10^3	1327.0	6.0	400.0
4	1.9×10^3	1658.0	–	500.0

(b) 地盤モデル B

layer	ρ (kg/m^3)	V_P (m/s)	H (m)	V_S (m/s)
1	1.9×10^3	663.0	2.0	200.0
2	1.9×10^3	673.0	4.0	160.0
3	1.9×10^3	1102.0	6.0	300.0
4	1.9×10^3	1470.0	–	400.0

(c) 地盤モデル C

layer	ρ (kg/m^3)	V_P (m/s)	H (m)	V_S (m/s)
1	1.9×10^3	498.0	2.0	150.0
2	1.9×10^3	829.0	4.0	250.0
3	1.9×10^3	841.0	6.0	200.0
4	1.9×10^3	1470.0	–	400.0

て，粒子位置の更新アルゴリズムの比較を行う．さらに，ケース 1，5，6 を比較することによって，ネットワークモデルの影響を検討する．ケース 5，6 は，粒子のネットワークモデルにおいて，ある粒子の gBest をその粒子と両隣 1 つずつの粒子から求める場合（$k = 2$）と両隣 2 つずつから求める場合（$k = 4$）とした．

(2) 地盤モデルとインバージョンの対象となる分散曲線

インバージョンの対象となるレイリー波基本モードの分散曲線は，Song et al.[15] が用いた 3 種類の地盤モデル（**表-2**）を使用する．これらの地盤モデルに対して，First Delta Matrix 法 [21] によりレイリー波の基本モードの分散曲線を求めた．

(3) インバージョンの方法

本論文におけるインバージョンでは，水平成層地盤の各層の層厚と S 波速度を推定する．各層の密度と P 波速度については，レイリー波の分散曲線に及ぼす影響が小さいため，モデル地盤として設定した真値をそのまま用いる．インバージョンは，次式で与えるフィットネス関数 F を最小化する解を求めることで行う．

$$F = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left\{\frac{c^o(f_i) - c^t(f_i)}{c^o(f_i)}\right\}^2 \tag{11}$$

ここで，N は離散化された周波数の総数，f_i は離散化された周波数であり，c^o，c^t はそれぞれ観測とインバージョンの解析過程において仮定した地盤構造モデルから求めたレイリー波基本モードの位相速度である．

(4) 共通条件

探索に用いる粒子の総数は 35，解の探索を行う時間ステップ数は 400 とする．また，PSO は乱数を用いたアルゴリズムであるため，得られる最適解にはばらつきが含まれる．一般的なレイリー波の分散曲線のインバージョンでは，同一の計算を多数回繰り返すことは実用上ほとんどないと考えられるが，本論文では PSO を適用した際の一般的な性質を議論することを目的としているため，各ケースについて同一条件で 200 回の解析を実行する．

4. インバージョンの結果と考察

(1) 層厚と S 波速度の推定値

表-1 の各ケースについてインバージョンを実行し，得られた層厚と S 波速度の推定値を**表-3** に示す．ただし，**表-3** では，200 回の試行の平均を求め推定値として示している．

地盤モデル A に対する結果を見ると，S 波速度についてはいずれのケースにおいても相対誤差が数パーセント以下となっており，良好な推定値が得られている．層厚については，第 2 層と第 3 層に対する推定値の相対誤差が 10 パーセントを超えている．地盤モデル B に対する S 波速度の推定値は，地盤モデル A と同様に良い結果が得られている．層厚については，ケース 3 と 4 の第 3 層において相対誤差が 10 パーセント以上となっている．地盤モデル C では，地盤モデル A，B と異なり，層厚の推定値はいずれも 10 パーセントを下回っている．一方で，ケース 1 から 4 において S 波速度の推定値の相対誤差が 10 パーセントを超える層が見られる．

表-3 に示した結果について，仮にすべての推定値の相対誤差が 10 パーセント以内になっているものが優れていると判断することにすると，地盤モデル A ではケース 1，地盤モデル B ではケース 1，2，5 および 6，地盤モデル C ではケース 5，6 が該当する．3 つの地盤モデルに対していずれも良好な結果を与えたケースはなく，**表-3** の結果からは，各ケース間の優劣を明確にすることはできない．

表–3 インバージョンによる層厚と S 波速度の推定値

		地盤モデル A*		地盤モデル B*		地盤モデル C*	
ケース	層	層厚 (m)	S 波速度 (m/s)	層厚 (m)	S 波速度 (m/s)	層厚 (m)	S 波速度 (m/s)
case1	1	4.05(1.2)	199.0(0.5)	1.96(2.0)	199.3(0.4)	2.09(4.6)	204.1(36.0)
	2	2.02(1.0)	317.3(5.8)	4.29(7.1)	163.7(2.3)	3.79(5.2)	235.5(5.8)
	3	6.11(1.8)	385.7(3.6)	6.36(5.9)	305.5(1.8)	5.81(3.2)	191.5(4.2)
	4		497.9(0.4)		398.3(0.4)		397.1(0.7)
case2	1	4.01(0.3)	199.0(0.5)	2.00(0.2)	195.8(2.1)	2.05(2.5)	178.9(19.2)
	2	2.09(4.3)	307.8(2.6)	4.12(3.0)	164.1(2.6)	4.00(0.1)	242.3(3.1)
	3	6.36(5.9)	394.8(1.3)	5.89(1.8)	297.6(0.8)	6.00(0.0)	200.1(0.1)
	4		497.5(0.5)		398.3(0.4)		398.2(0.5)
case3	1	4.03(0.8)	198.8(0.6)	2.07(3.3)	197.1(1.4)	2.12(5.9)	181.3(20.9)
	2	2.23(11.5)	312.1(4.0)	4.16(4.0)	161.5(0.9)	3.77(5.8)	246.5(1.4)
	3	6.62(10.4)	398.5(0.4)	6.87(14.6)	311.4(3.8)	5.74(4.3)	193.8(3.1)
	4		498.2(0.4)		398.6(0.3)		397.0(0.7)
case4	1	4.03(0.8)	198.8(0.6)	1.95(2.5)	201.1(0.6)	2.13(6.5)	173.4(15.6)
	2	2.31(15.6)	312.6(4.2)	4.28(7.1)	161.3(0.8)	3.87(3.1)	243.7(2.5)
	3	6.65(10.9)	401.0(0.3)	7.24(20.6)	315.2(5.1)	5.96(0.6)	200.0(0.0)
	4		498.1(0.4)		398.5(0.4)		397.9(0.5)
case5	1	3.99(0.2)	198.6(0.7)	2.07(3.4)	197.5(1.2)	2.01(0.3)	149.7(0.2)
	2	2.20(10.2)	295.8(1.4)	4.03(0.7)	159.8(0.1)	4.01(0.2)	246.4(1.4)
	3	6.85(14.2)	404.9(1.2)	6.43(7.1)	304.7(1.6)	6.07(1.1)	198.2(0.9)
	4		498.6(0.3)		398.7(0.3)		398.8(0.3)
case6	1	3.98(0.6)	198.6(0.7)	2.06(3.1)	197.4(1.3)	2.00(0.2)	150.5(0.3)
	2	2.18(9.0)	293.4(2.2)	4.05(1.2)	159.8(0.1)	4.06(1.5)	245.9(1.6)
	3	6.86(14.3)	404.4(1.1)	6.49(8.1)	305.7(1.9)	5.96(0.7)	197.0(1.5)
	4		498.6(0.3)		398.8(0.3)		398.8(0.3)

* 括弧内の数値は相対誤差 (%) を表す.

(2) 分散曲線

本論文におけるインバージョンでは，式 (11) のようにフィットネス関数を与え，その値を最小化する地盤構造モデルを求めている．したがって，各層の層厚と S 波速度がレイリー波基本モードの分散曲線に与える影響が小さければ，これらの推定値の誤差が大きいものが最適解として得られることが起こりえる．したがって，インバージョン結果の成否は，分散曲線の対応状況に基づいて評価することができる．

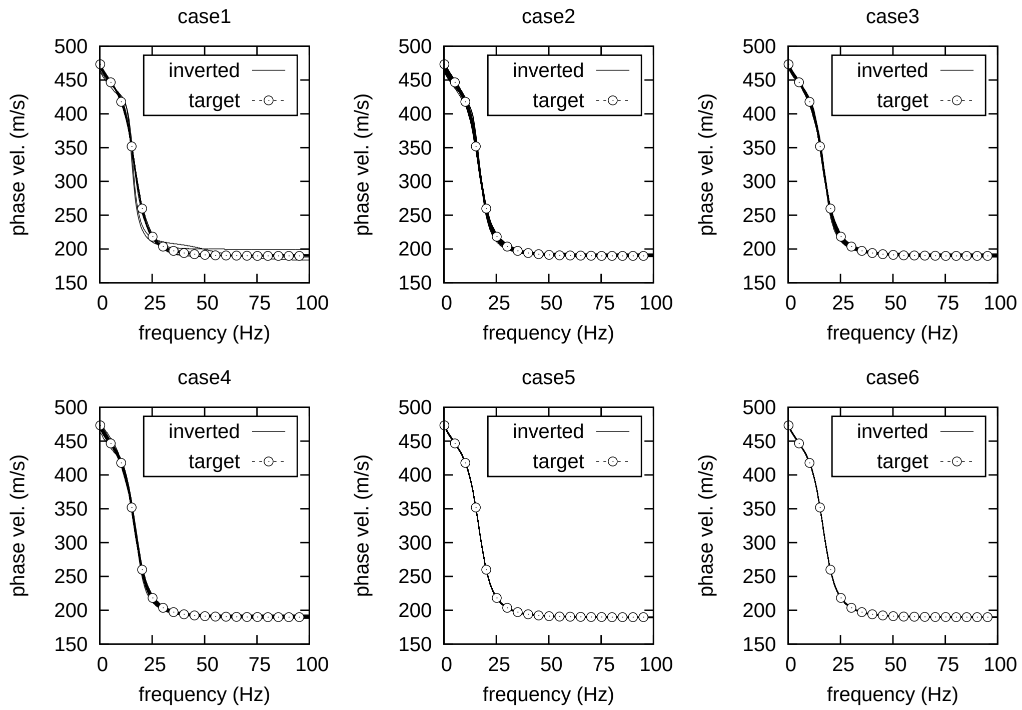
そこで，インバージョンの実行毎に得られた分散曲線と目標とした分散曲線との比較を行うために，これらを重ねてプロットしたものが，**図-2**，**図-3** 及び**図-4** である．これらの図中において，実線はインバージョンの実行毎に得られた分散曲線であり，各ケースに対して 200 本ずつ描かれている．

a) 地盤モデル A

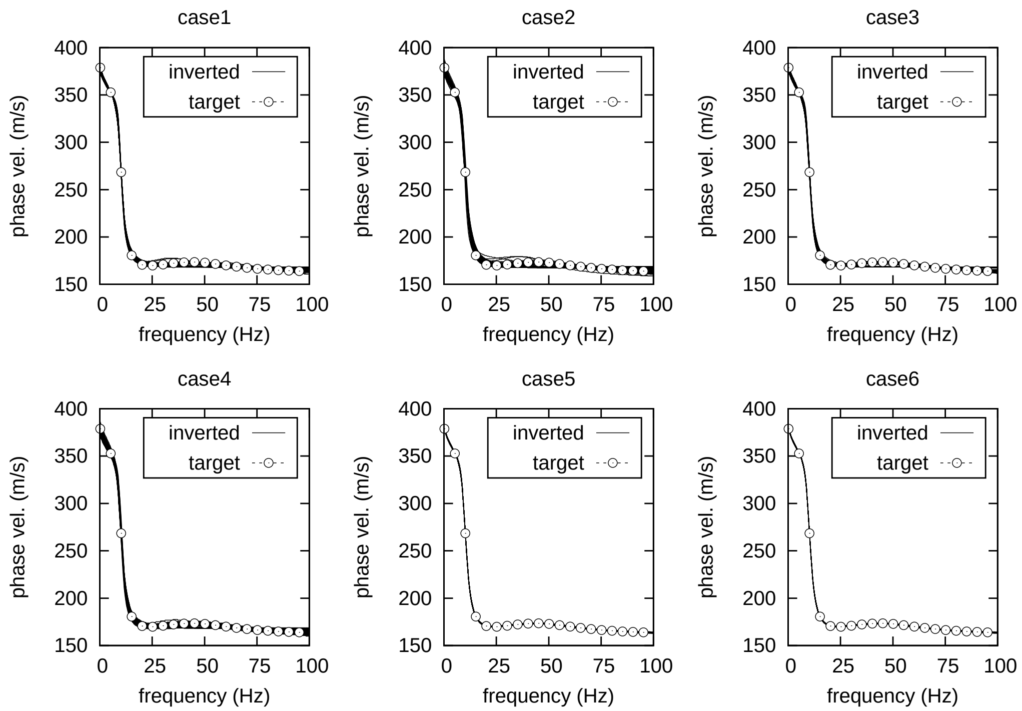
地盤モデル A について，目標とした分散曲線とインバージョンから得られた最適解から求めた分散曲線を比較したものを**図-2** に示す．この図において，ケース 1 では，他のケースと比較すると分散曲線のばらつきが目立つ．ケース 2，3，4 ではケース 1 ほどではないものの，やはり分散曲線にばらつきが見られる．一方，ケース 5，6 では分散曲線のばらつきが極めて小さくなっている．

b) 地盤モデル B

地盤モデル B に対して，分散曲線の比較を行ったものが**図-3** であり，地盤モデル A と同様にすべてにおいて，良好なインバージョン結果が得られている．しかし，ケース 2 では他のケースに比べてやや分散曲線のばらつきが大きくなっている．特に，25 Hz から 50 Hz の周波数範囲において大きくばらついている．ケース 2 と比べると，ケース 1，3，4 では分散曲線のばらつき



図–2 分散曲線の比較（地盤モデル A）

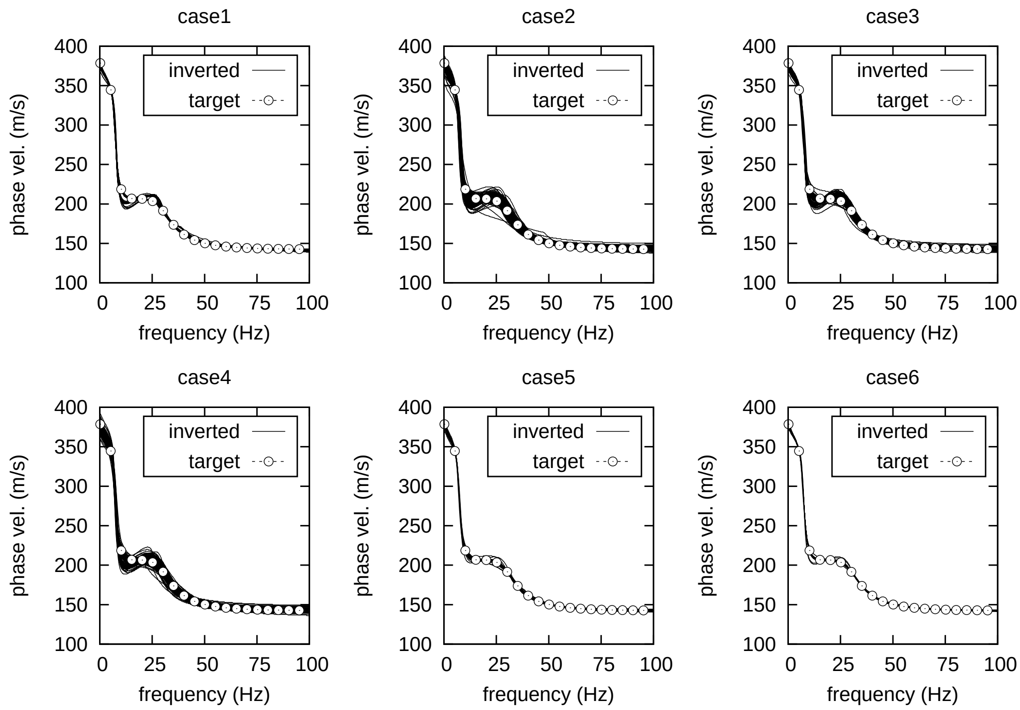


図–3 分散曲線の比較（地盤モデル B）

が小さい．ケース 5 と 6 では，分散曲線のばらつきはさらに小さくなっている．ケース 5 と 6 において，他のケースよりも分散曲線のばらつきが小さくなるのは，地盤モデル A の場合と同じ傾向である．

c) 地盤モデル C

図-4 では，地盤モデル C について分散曲線の比較を行っている．まず，ケース 2，3 及び 4 では，10 から 25Hz の周波数範囲でインバージョン結果から求めた分



図–4 分散曲線の比較（地盤モデル C）

散曲線が大きくばらつき，目標とした分散曲線を十分に再現できていないものが見られる．ケース 1 では，ケース 2 から 4 に比べると小さいが，やはり同じ周波数範囲において分散曲線のばらつきが見られる．一方，5 と 6 では，インバージョンにより求めた分散曲線のばらつきが他のケースよりも小さく，目標とした分散曲線との対応も良い．ケース 5 と 6 による結果において他のケースよりも良好な結果が得られたのは，地盤モデル A 及び B と同じである．

(3) フィットネス関数

前項において，インバージョンの実行回毎に得られた分散曲線が大きくばらつき場合が見られた．インバージョンの結果から求めた分散曲線と目標とした分散曲線との対応が悪い場合には，フィットネス関数の値が十分に小さくならず，局所的な最適解に陥っているものと考えられる．また，本論文ではインバージョンにおいて 400 ステップの計算を行っているが，このステップ数で十分な最適化が行われたことを確認する必要がある．そこで，**図-5**，**図-6**，**図-7** のように，計算ステップ数とフィットネス関数の変化の関係をプロットした．これらの図において，実線は各インバージョンの実行回ごとのフィットネス関数を表し，○印は計算ステップ毎にフィットネス関数の平均を表す．

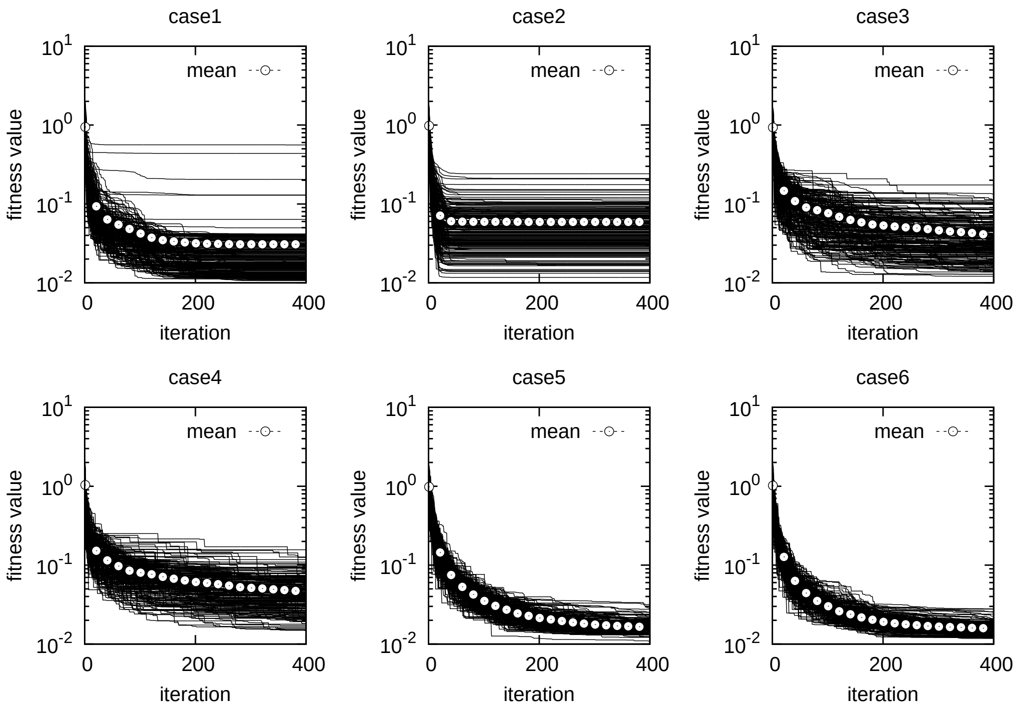
a) 地盤モデル A

図-5 によると，ケース 1 の場合に 200 回の実行のうちの数回においてフィットネス関数の値が十分に小さくならない．これは，PSO による最適解の探索が局所解に陥ったためだと考えられる．また，これらは**図-2** において，ケース 1 の場合に分散曲線にばらつきが大きくなったものに対応すると考えられる．また，ケース 2 から 3 では，フィットネス関数の値に大きなばらつきがみられるが，ケース 1 のように一部が平均値から大きく離れる状況は起きていない．ケース 1 から 4 に比べると，ケース 5 及び 6 では，フィットネス関数の値のばらつきが明らかに小さい．

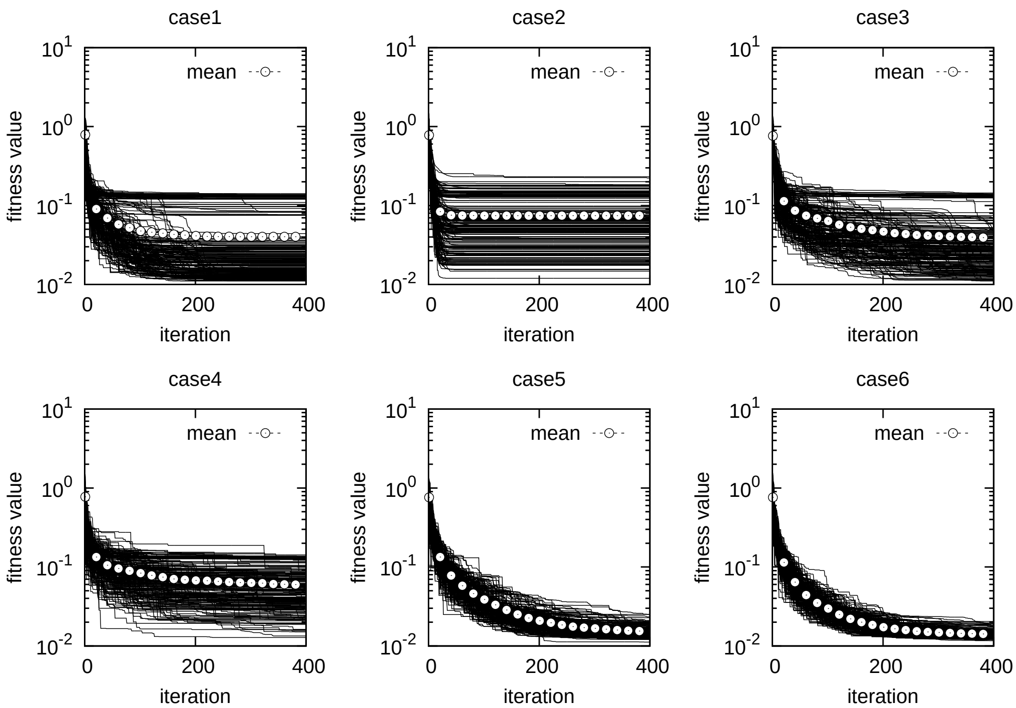
次に，フィットネス関数の値の収束の状況についてみる．ケース 1 では，150 ステップ以降，ケース 2 では 25 ステップ以降でフィットネス関数の値に変化がない．一方，ケース 3 から 4 については，わずかではあるが 400 ステップ付近においてもフィットネス関数の値が減少する傾向にあり，これ以降も計算を続けることで，さらにフィットネス関数の値が減少がすると考えられる．

b) 地盤モデル B

図-6 では，ケース 1 でフィットネス関数が 2 つのグループに明瞭に分かれている．フィットネス関数の値が大きい方のグループでは，局所的な最適解に陥り，フィトネス関数の最適化が不十分となっている．ケース 3 でも同様にフィットネス関数が 2 つのグループに分かれている．ケース 1 から 4 に比べると，ケース 5 と 6 では



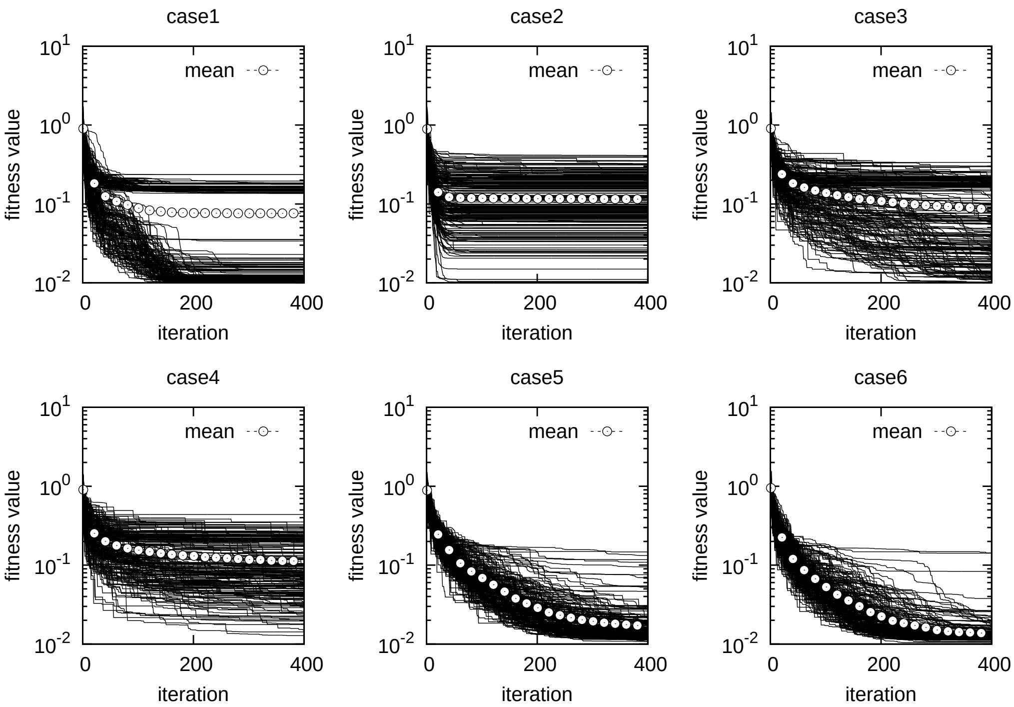
図–5 計算ステップ数とフィットネス関数の関係（地盤モデル A）



図–6 計算ステップ数とフィットネス関数の関係（地盤モデル B）

フィットネス関数の値のばらつきが小さい．

フィットネス関数の値の収束状況についてみると，ケース 2 では最も早く 25 ステップ付近で値が収束している．次にケース 1 の収束が早く，250 ステップ付近でフィットネス関数の値が一定となっている．一方，ケース 3 から 6 では，400 ステップ付近でもフィットネス関数の値の減少がわずかに見られる．



図–7 計算ステップ数とフィットネス関数の関係（地盤モデル C）

c) 地盤モデル C

図-7 によると，ケース 1 ではフィットネス関数が 2 つのグループに分かれており，局所解に陥ったものがあることが観察される．ケース 2 から 4 では，フィットネス関数の値が広い範囲にばらついている．ケース 5 と 6 では，フィットネス関数の値が他のケースよりも小さくなる傾向がある．ただし，一部のものはフィットネス関数の値が十分に減少していない．これらは，**図-4** において分散曲線の対応が地盤モデル A，B と比べると劣ることに対応している．

フィットネス関数の収束状況については，すべてのケースで地盤モデル A，B の場合と同じ傾向にあり，ケース 2 では 25 ステップ，ケース 1 では 250 ステップ付で収束している．

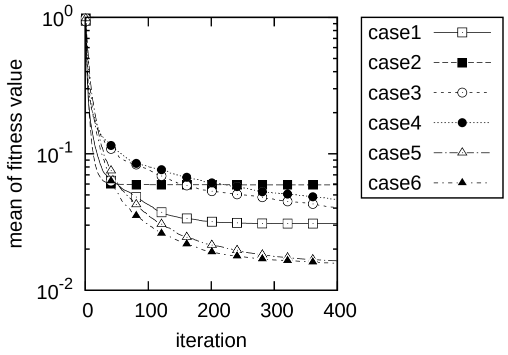
(4) フィットネス関数の減少速度

各ケースにおけるフィットネス関数の減少速度を比較するために，**図-8** に計算ステップ数とフィットネス関数の関係を示した．この図においてフィットネス関数は，200 回の実行について平均を求めたものであり，**図-5**，**図-6** 及び **図-7** の図中に〇印で示したものと同じものである．

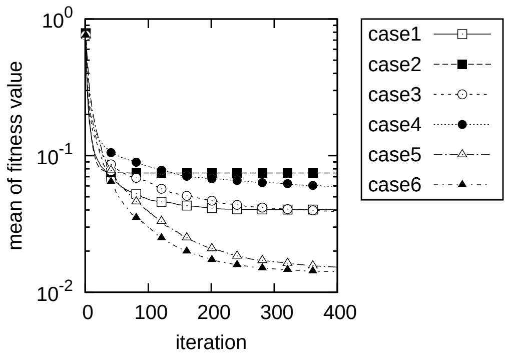
図-8 において，ケース 1 から 4 までを比較する．これらは，すべて全結合型の粒子ネットワークとなっている．すべての地盤モデルにおいて，ケース 1 は他のケースよりも最終的に得られたフィットネス関数の値が小さい．さらに，ケース 1 は他のケースよりも計算の初期段階においてフィットネス関数の値の減少が早く，最適解に到達するまでに要する計算ステップが少ない．したがって，ケース 1 で用いた ω の線形低下法が，この最適化問題に最も適したアルゴリズムだと考えられる．

次に，粒子のネットワークがリング型であるケース 5 と 6 について見る．ケース 5 と 6 は，全結合型の粒子ネットワークを持つケース 1 から 4 に比べるとフィットネス関数の値が小さくなっている．一方，フィットネス関数が最小化されるまでに要する計算ステップ数について見ると，全結合型の場合よりも大きくなっている．しかしながら，ケース 1 から 4 におけるフィットネス関数の最小値のレベルに到達するまでに要する計算ステップ数には明確な違いは見られない．これらのことから，本論文におけるインバージョンでは，リング型の粒子ネットワークが有効であることが分かる．

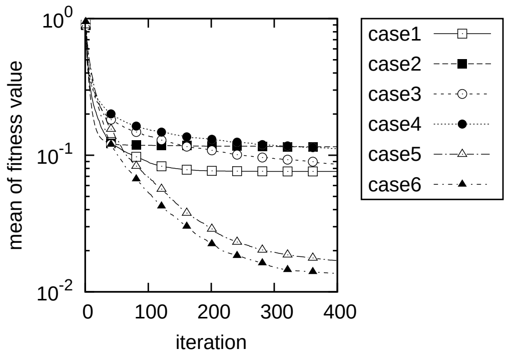
ケース 5 と 6 について比較した場合，フィットネス関数の最小値については大きな違いは見られないが，いずれの地盤モデルに対してもケース 6 の方がケース 5 よりもフィットネス関数が早く減少していく．リング型ネットワークを用いた場合に，$\boldsymbol{p}_g^t$ を計算する際に隣接する粒子を何個まで考慮するかについては，本論文では十分な検討が行われておらず，今後の課題である．



(a) 地盤モデル A

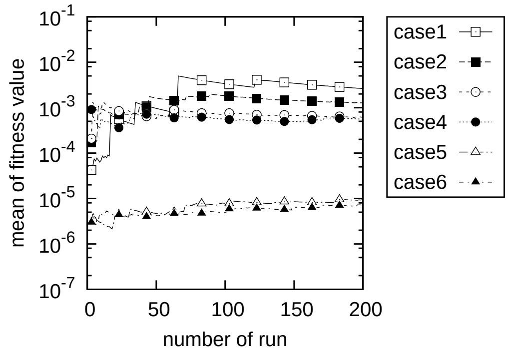


(b) 地盤モデル B

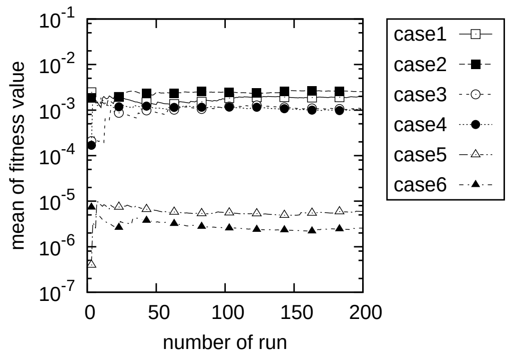


(c) 地盤モデル C

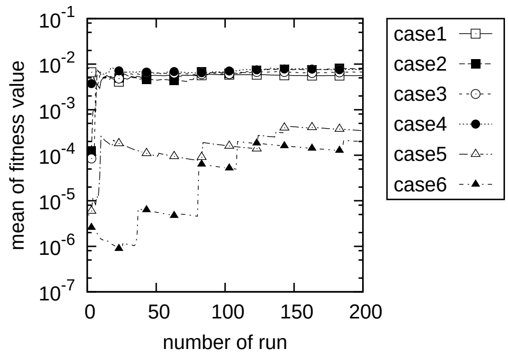
図–8 計算ステップ数とフィットネス関数の平均値の関係



(a) 地盤モデル A



(b) 地盤モデル B



(c) 地盤モデル C

図–9 実行回数とフィットネス関数の平均値の関係

(5) 実行回数の影響

PSO は乱数を用いた手法であるため，インバージョンを実行するごとに異なる最適解が得られる．そこで，本論文におけるこれまでの議論が一般的な性質を表しているかを確認するために，実行回数とフィットネス関数の平均値の関係を求め，**図-9** に示した．地盤モデル A では，ケース 1 においてフィットネス関数の平均の変化がなくなるまでにおよそ 70 回の実行が必要となっているが，その他のケースでは 20 回程度でフィットネス関数の平均は一定となっている．地盤モデル B では，いずれのケースにおいても 20 回程の実行回数でフィットネス関数の平均の変化は見られない．一方，地盤モデル C では．ケース 1 から 4 では 10 回程度でフィットネス関数の平均が変化しなくなるが，ケース 5 と 6 ではおよそ 150 回を要している．これらの結果は，本論文における 200 回の実行回数は，レイリー波の分散曲線のインバージョン解析に PSO を適用した際の一般的性質を議論するにあたり，十分な数であったことを示唆している．

5. 結論

本論文による検討によると，レイリー波基本モードの分散曲線から地盤速度構造を推定するインバージョンに対して PSO を適用する場合，粒子位置の更新アルゴリズムとして，解析ステップの進行に応じて inertia weightω の線形低下法，粒子のネットワークモデルとし

てリング型を用いた場合に，最も効率的に精度の良い推定値を得られることがわかった．

一方で，他の方法によっても，インバージョンを複数回実施し，分散曲線の一致度の良い物を取捨選択することで精度の高い推定値を得ることができることから，他の手法によっても実用的には大きな問題とはならないと考えられる．しかしながら，多数のサイトを対象とした場合には，先に述べた方法によることで地盤構造の推定を効率的に実施できると期待できる．

参考文献

1) Safak, E.: Local site effects and dynamic soil behavior, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*,vol.21, pp.453-458, 2001.
2) Okada, H.: The microtremor survey method, Geophysical monograph series, Society of exploration geophysicists,2003.
3) Aki, K.: Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors, *Bulletin of Earthquake Research Institute*, vol.35, pp.415-456, 1957.
4) Aki, K.: A note on the use of microseisms in determining the shallow structures of the earth's crust, *Geophysics*, vol.30, pp.665-666, 1965.
5) Capon, J.: High-resolution frequecny-wavenumber spectrum analysis, *Proceedings of IEEE*, vol.57, pp.1408-1418, 1969.
6) Cho, I., Tada, T. and Shinozaki,Y.: A new method to determine phase velocities of Rayleigh waves from microseisms, *Geophysics*, vol.69, pp.1535-1551, 2004.
7) Cho I. Tada T. Shinozaki Y. Centerless circular array method: inferring phase velocities of Rayleigh waves in broad wavelength ranges using microtremor records. *Journal of Geophysical Research*. 2006;111:B09315.
8) Goldberg D.E. Genetic Algorithm in search, optimization, and machine learning, Addison-Wesley, Reading, M.A. 1989.
9) Yamanaka H. Ishida H. Application of genetic algorithms to an inversion of surface-wave dispersion data. *Bulletin of Seismologist Society of America*. 1996;86:436-444.
10) 小嶋啓介，野口竜也，佐藤毅，黒田貴紀：常時微動観測に基づく敦賀平野の S 波速度構造の推定，自然災害科学，Vol.27，No.1，pp.85-96，2008.
11) Kennedy J. Eberhart R. Particle swarm optimization. *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*. 1995;4:1942-1948.
12) Kennedy J. Minds and cultures: particle swam implications. *AAAI Technical Report FS-97-02*. 1997:67-72.
13) 小野祐輔，佐藤篤，久保正彰，清野純史：粒子群最適化による常時微動観測から求めたレイリー波位相速度の逆解析，第 13 回日本地震工学シンポジウム講演論文集，2010.
14) 小野祐輔，野口竜也，佐藤篤，Rusnardi Rahmat Putra，上村修史，池田達紀，清野純史：インドネシア・パダンの地盤のせん断波速度構造と地震動のサイト増幅特性の推定，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.68，No.4，pp.I_227-I_235，2012.
15) Song X, Tang L, Lv X, Fang H, Gu H. Application of particle swarm optimization to interpret Rayleigh wave dispersion curves. *Journal of Applied Geophysics* 2012;84:1-13. DOI:10.1016/j.jappgeo.2012.05.011.
16) Trelea IC. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection. *Information Processing Letters*. 2003;85:315-327.
17) Cleac MA. Kennedy J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2002;6(1):58-73.
18) Fernández Martínez JL. García Gonzalo E. The Generalized PSO: A New Door to PSO Evolution. *Journal of Artificial Evolution and Applications*. 2008(2008);Article ID 861275.DOI:10.1155/2008/861275
19) Shi Y, Eberhart RC. A modified particle swarm optimizer. *Proceedings of the 1998 IEEE World Congress on Computational Intelligence* 1998:69-73.
20) Kennedy J. and Mendes R.: Population structure and particle swarm performance, *2002 World Congress on Computational Intelligence*, 2002.
21) Buchen P.V, Ben-Hador R: Free-mode surface-wave computations, *Geophysical Journal International*, Vol.124, pp.869-887, 1996.

NVERSION ANALYSIS OF DISPERSION CURVE OF RAYLEIGH WAVE BY USING PARTICLE SWARM OPTIMIZATION

Yusuke ONO

The shear wave profile of the subsurface layer is determined by inversion analysis of the dispersion curve of Rayleigh wave extracted from the observed microtremor. The Particle Swarm Optimization (PSO) can be applied to the inversion analysis. Some improvements have been proposed to the PSO. However, it is known that the performance of each improved PSO depends on the characteristics of the problem. In this paper some improved algorithms of PSO are introduced to the inversion analysis and their performances are discussed.