

# 楕円偏極指標を規定したスペクトル適合 水平2方向地震動の作成法の提案

儀久 昂<sup>1</sup>・五十嵐 晃<sup>2</sup>

<sup>1</sup>学生会員 京都大学大学院工学研究科 修士課程 (〒611-0011京都府宇治市五ヶ庄)

E-mail:gigiyu.subaru.36m@st.kyoto-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 京都大学防災研究所 教授 (〒611-0011京都府宇治市五ヶ庄)

E-mail:Igarashi.akira.7m@kyoto-u.ac.jp

時刻歴応答解析による橋梁の耐震性能照査を行うにあたり、水平面内での地震応答の2次元性を考慮するため、弾性設計スペクトルに適合した特性を持つような2方向加速度波形を地震動入力として用いることが望ましいと考えられる。実際の地震動に見られるように、水平面での粒子軌跡が一方方向性と等方性の間に位置付けられるような方向性を持つ2次元地震動波形を、1方向のスペクトル適合地震動波形を基に、Vidaleの複素偏極解析の手法により算出される楕円偏極指標を指定して作成する方法を提案する。構造物の非線形時刻歴応答解析による地震性能照査への適用性の観点から、提案手法で作成した2方向地震動を入力とした場合の、単純化された2方向弾塑性復元力特性を与えた1質点非線形振動系モデルの応答の検討を行った。非線形応答の最大値に対する楕円偏極指標の影響が明確に現れることから、このような2方向地震動は、方向相関性を持つような弾塑性復元力を有する構造物の応答評価に有用であるものと考えられる。

**Key Words :** *bi-directional ground motion, spectrum-matched accelerogram, elliptical component of polarization, Hilbert transform, seismic design*

## 1. はじめに

道路橋示方書<sup>1)</sup>に見られるように、通常の橋梁のレベル2地震に対する耐震性能照査においては、橋軸方向・橋軸直角方向それぞれ独立に1方向地震波を入力し、要求される耐震性能を満足することを調べる手法が一般的である。実際の地震動や3次元性を有する入力であることから、実際の構造物の地震時性能評価の合理性の向上には2次元あるいは3次元の地震入力を用いた耐震性能照査が有効であると考えられる。また、水平2方向に複雑な振動特性を有する特殊な橋梁、大変位とシリンダ型ダンパーなどのデバイスの軸方向回転を伴う免制震橋梁の場合、2方向入力地震動を用いた動的応答解析による性能評価の必要性が高いと考えられる<sup>2)</sup>。

しかしながら、2次元あるいは3次元の地震入力を用いた耐震性能照査が標準的には採用されていない背景には、現状では汎用的かつ信頼できる2方向弾塑性復元力モデルが確立に至っていないことが挙げられる。特に構造物あるいは構造部材の2方向載荷時の終局挙動や限界値に着目した検討が行われている。この問題に解明に、

2方向載荷を用いたハイブリッド実験のアプローチの研究も実施されている。例えば、後藤ら<sup>3)</sup>は矩形断面鋼製橋脚は2方向地震動下ではより大きな損傷を生じること、損傷の大きさと最大変位応答や残留変位の大きさが対応していないこと等を報告している。また、党ら<sup>4)</sup>は鋼製橋脚の地震応答の1方向地震入力と2方向地震動入力の場合の比較を通して、2方向載荷での最大荷重が低下するとともに応答変位の増加が観察されることを示している。

上記のような問題において、実際の観測地震動を2方向入力地震動とすることは、実際に生じると考えられる動的応答が反映される利点がある反面、耐震性能照査の要求性能として弾性応答スペクトルにより規定された作用の大きさとの関連が不明確であることが課題として挙げられる。この問題に対する解決策の一つとして、標準波とその相補直交成分波の組合せを用いることにより、スペクトル適合水平2方向地震動波形を作成する手法<sup>5)</sup>が提案されている。この手法によって作成される地震動は、与えられた応答スペクトルに適合し、かつ全ての加振方向に関して入力の応答スペクトルが一様になる性質を近

似的に持つことが示されている。しかし、1方向の入力地震動に比べ構造物に対する作用が結果的にやや大きくなる傾向があることや、実際の地震動の持つ水平2方向性が完全に無視されている等の課題があった。

そこで本論文では、生成される水平2方向地震動の楕円偏極指標に着目することで、構造物の耐震性能の検証への適用性の高いスペクトル適合水平2方向入力地震動を作成する方法を提案する。また、構造物の非線形時刻歴応答解析による地震性能照査への適用性の観点から、提案手法で作成した2方向地震動を入力とした場合の、単純化された2方向弾塑性復元力特性を与えた1質点非線形振動系モデルの応答の検討を行い、非線形応答の最大値に対する楕円偏極指標の影響の検証を行った。

## 2. 水平2方向入力地震動の分析

提案手法の説明の準備として、文献5)の手法の導入の際に用いた水平2方向入力の性質を調べるための手法について説明する。

### (1) 2方向応答スペクトル

様々な固有周期 $T$ を持つ等方な2次元弾性1質点振動子(図-1)を水平面内に考える。その減衰比は0.05とする。この振動子の $x, y$ 方向に地震波を同時入力し、その加速度応答の軌跡を求める。さらに、この応答軌跡の動径方向最大値(2方向成分合成最大値)を各固有周期 $T$ に関して求める。この動径方向最大値を各固有周期 $T$ との関係として表したものが2方向応答スペクトル(biaxial response spectrum)である。これは、1方向入力における弾性応答スペクトルの概念を2次元に拡張したものである。

### (2) 楕円偏極指標

地震動に伴う3次元的な粒子運動の軌跡を定量化する手法である複素偏極フィルタ(Complex Polarization Filter)分析<sup>9)</sup>を用いることで、以下の手順で楕円偏極指標 $P_E(t)$ が得られる。ここで、 $a_x(t), a_y(t)$ はそれぞれ $x, y$ 方向の加速度時刻歴である。

1. 解析信号 $u(t), v(t)$ を求める。

$$u(t) = a_x(t) + iH[a_x(t)]$$

$$v(t) = a_y(t) + iH[a_y(t)]$$

ここに $i$ は虚数単位、 $H[\ ]$ は次式で表されるヒルベルト変換である。

$$H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(u)}{(t-u)} du$$

2. 各時刻 $t$ について、 $u(t), v(t)$ より、次式で行列 $C(t)$ を算出する。

$$C(t) = \begin{bmatrix} uu^* & uv^* \\ u^*v & vv^* \end{bmatrix}$$

ここで上付きの\*は複素共役を表す。この行列 $C(t)$ は偏極フィルタにおける粒子運動の共分散行列に対応する行列である。

3.  $C(t)$ はエルミート対称行列であり、その固有値は非負の実数となる。その最大固有値に対応する固有ベクトル $\chi_1$ を正規化された形で求める。

$$\chi_1(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

4. 次式で $X(t)$ を求める。

$$X(t) = \max_{\alpha} \sqrt{\{Re(x(t)e^{i\alpha})\}^2 + \{Re(y(t)e^{i\alpha})\}^2}$$

5.  $X(t)$ を基に次式より、楕円偏極指標 $P_E(t)$ を求める。

$$P_E(t) = \frac{\sqrt{1 - X(t)^2}}{X(t)}$$

楕円偏極指標 $P_E$ は0から1の間の値を取り、軌跡を楕円運動と見なした時の、楕円の扁平度に対応する。 $P_E(t)=0$ の時には、その時刻で、特定の方向性を有する1方向に近い入力であり、 $P_E(t)=1$ であれば特定の方向性を持たない円運動に対応する。楕円偏極指標と平面軌跡の関係を、図-2に示す。

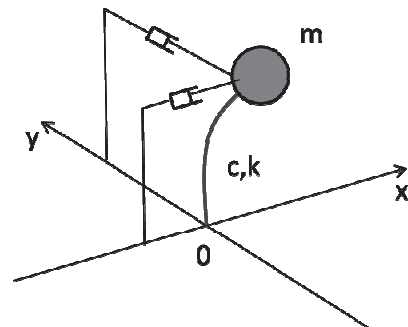


図-1 等方な1質点振動子

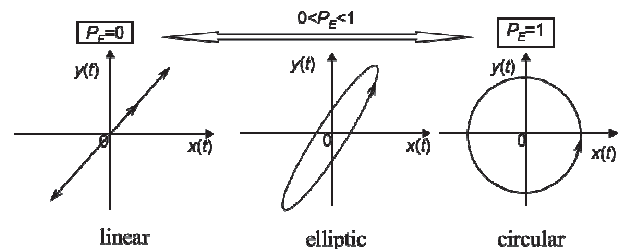


図-2 楕円偏極指標と平面軌跡の関係

### 3. 楕円偏極指標を規定したスペクトル適合水平2方向地震動の作成法

与えられた応答加速度スペクトルに適合するとともに、

楕円偏極指標  $P_E$  の値が予め与えた値  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) となるような水平2方向地震動は、以下の手順により作成することができる。

1. 与えられた応答スペクトルに適合する1方向加速度波形  $a_x(t)$  を用意する。例えば、道路橋示方書の設計スペクトルに対しては、振幅調整を行った「標準波」が与えられている。
2. 次式のように  $a_x(t)$  のヒルベルト変換を計算し、「相補直交成分波」  $a_y(t)$  を作成する。

$$a_y(t) = H[a_x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a_x(u)}{(t-u)} du$$

3.  $x$ - $y$  軸平面座標における  $x$  軸からの偏角が  $\theta$  となる方向を定義し、2次元ベクトル  $\{a_x(t), a_y(t)\}$  のその直角方向成分のみ縮尺率  $\alpha$  を用いて  $\alpha$  倍した2方向ベクトル  $\{a_x'(t), a_y'(t)\}$  を算出する。

$$\begin{Bmatrix} a_x'(t) \\ a_y'(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\alpha \sin \theta & \alpha \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{Bmatrix}$$

得られた  $\{a_x'(t), a_y'(t)\}$  が、求める水平2方向加速度波形である。

縮尺率  $\alpha$  の具体的な値は、実際の地震動の分析に基づいて決定することが考えられる。図-3 に兵庫県南部地震での東神戸大橋記録での例を示す。この観測記録につ

いて、楕円偏極指標  $P_E(t)$  を求め、合成加速度  $(a_{EW}^2(t) + a_{NS}^2(t))^{1/2}$  に関して表したものを図-4 に青線で示す。照査においては合成加速度の大きな領域が重要であることから、この観測記録の楕円偏極指標の代表値として楕円偏極指標  $P_E(t)$  の合成加速度に関する重み付き平均  $\mu$  を用いることが考えられる。その値を算出すると  $\mu=0.2566$  となった。この値を図-4 に緑線で示す。縮尺率  $\alpha=\mu$  とすることが縮尺率  $\alpha$  の一つの選択法とする。道路橋示方書のレベル2地震動のタイプⅡ・Ⅲ種地盤用の標準波Ⅱ-Ⅲ-3 より、提案手法を用いて  $\theta=50^\circ$  を仮定し、 $\alpha=\mu=0.2566$  として作成した  $x, y$  方向の加速度波形を図-5 に、水平2方向入力地震動の加速度軌跡を図-6 に示す。この作成波について楕円偏極指標と合成加速度の関係を同様に整理した結果を図-4 に紫線で重ねて示している。また、 $\alpha$  を0から1の間で変化させた作成波について、2方向応答スペクトルを求めた結果を図-7 に示す。また、道路橋示方書のレベル2地震動のタイプⅡ・Ⅲ種地盤の設計スペクトルを図-7 に黒線で重ねて示す。このように、作成波のスペクトルの適合は十分に確保されている。

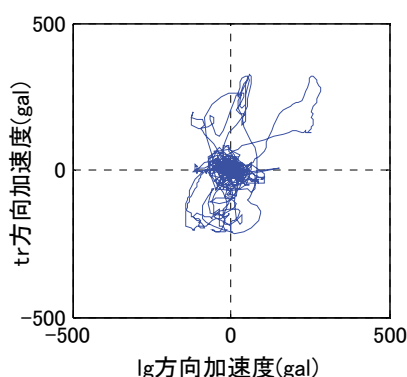


図-3 東神戸大橋記録の加速度軌跡

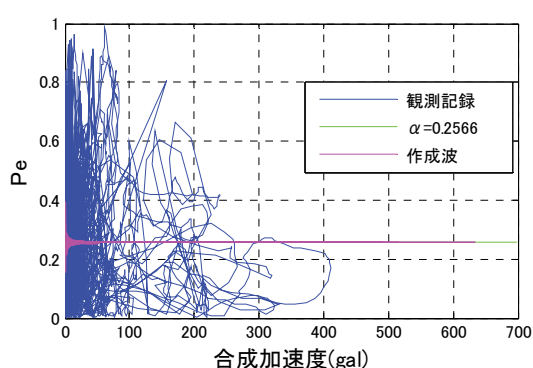


図-4 楕円偏極指標と合成加速度の関係

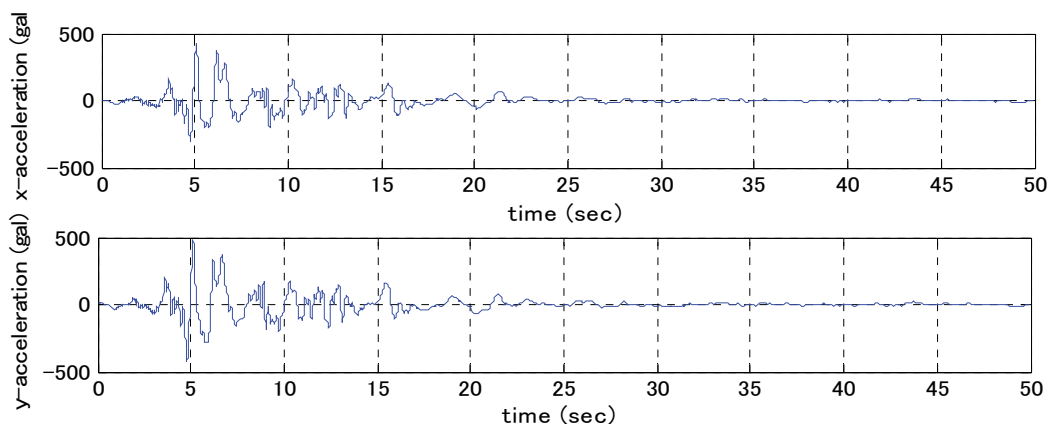


図-5 作成波の各方向の加速度時刻歴

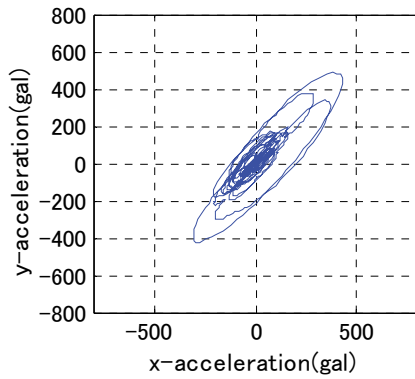


図-6 作成波の加速度軌跡

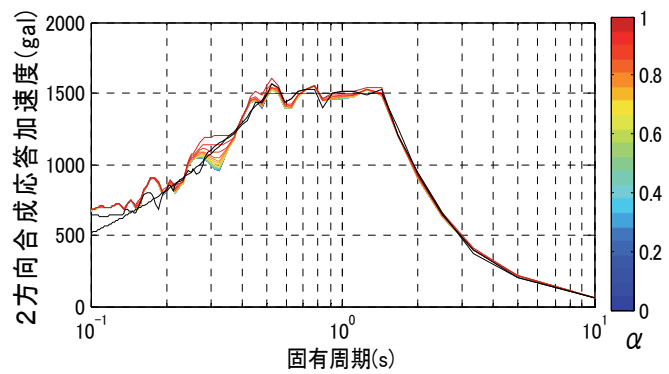


図-7 作成波の2方向応答スペクトル

#### 4. 弾塑性系モデルの応答検討

提案手法により作成した水平2方向地震動を2方向弾塑性1質点系モデルに入力した際の応答を算出し、2方向地震入力の特徴指標が弾塑性応答に対する影響を検討した。

##### (1) 検討に用いた入力波

提案手法を用いて、標準波の各タイプ各地盤種別より1波ずつ取り出し、計6波より、 $\alpha$ の値を0から1の間で変化させて入力水平2方向地震動を作成し、検討に用いた。入力水平2方向地震動の一覧を表-1に示す。図-6は標準波Ⅱ-Ⅲ-3より、 $\theta=50^\circ$ 、 $\alpha=0.2566$ とした際の作成波の加速度軌跡に対応する。以後、例として、標準波Ⅱ-Ⅲ-3より $\theta=50^\circ$ として作成した作成波に関する検討について述べる。

表-1 作成波一覧

| 作成波 | タイプ-地盤種別 | 元とした標準波      |
|-----|----------|--------------|
| 1   | I - I    | I - I - 2    |
| 2   | I - II   | I - II - 2   |
| 3   | I - III  | I - III - 3  |
| 4   | II - I   | II - I - 2   |
| 5   | II - II  | II - II - 2  |
| 6   | II - III | II - III - 3 |

##### (2) 検討に用いたモデル

検討における問題の単純化のため、2方向1質点系振動モデルと、図-8に示すバイリニア型のMulti-Shear Spring (MSS) モデルを2方向弾塑性復元力モデルとして用いた。モデルの特性値を表-2に示す。検討において、短周期、長周期、その中間の周期に相当する3種類の弾性固

有周期を設定した。

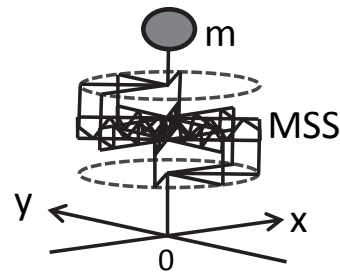


図-8 MSSモデル

表-2 モデルの特性値

|        |                          |                         |                        |
|--------|--------------------------|-------------------------|------------------------|
| 質量     | 50(t)                    |                         |                        |
| 降伏力    | 24525(t*gal)             |                         |                        |
| 2次剛性比  | 0.05                     |                         |                        |
| 弾性固有周期 | ケースⅠ                     | Ⅱ                       | Ⅲ                      |
|        | 0.4s                     | 1s                      | 1.8s                   |
| 1次剛性   | 12337(t/s <sup>2</sup> ) | 1974(t/s <sup>2</sup> ) | 609(t/s <sup>2</sup> ) |
| 降伏変位   | 1.99(cm)                 | 12.42(cm)               | 40.25(cm)              |

##### (3) 入力結果

検討結果の例として、標準波 $\alpha$ - $\beta$ -3より作成した地震動に関するケースⅠ(固有周期 $T=0.4$ s)での変位応答軌跡を図-9に、 $\alpha=\mu$ のときの変位-復元力特性を図-10に示す。参考のために、標準波 $\alpha$ - $\beta$ -3を1方向に入力した際の最大変位応答を半径とする円も、図-9に緑色の線で重ねて示す。 $\alpha=1$ での入力では、1方向入力や提案手法による入力の場合よりも大きな変位応答を生じている。

標準波 $\alpha$ - $\beta$ -3より作成した地震動について、弾塑性最大変位応答と作成波の楕円偏極指標 $\alpha$ の関係を図-11に示す。3本の実験は、各ケースについて、 $\alpha=0\sim 1$ で変化させて作成した水平2方向入力の結果に対応している。提案手法により作成した入力の最大変位応答は赤点に、

標準波は緑点に、標準波一相補直交成分波入力は $\alpha=1$ の値に相当する。この図より、最大変位応答は $\alpha$ の値により影響されることが分かる。

他の標準波5波についても同様に $\alpha$ の値によって最大変位応答の影響が算出される。同様に楕円偏極指標に対して単調増加や単調減少とはならず増減する。必ずしも $\alpha=1$ で最大応答が最大となるとは限らない。また、実際の観測記録より決めた楕円偏極指標 $P_e$ を持つ作成波入力時の最大変位応答（図-10の赤点に対応）は、標準波一相補直交成分波（ $\alpha=1$ に相当）入力時の最大変位応答と比べて、全3ケースについて小さくなる。一方で、標準波の1方向入力時の最大変位応答（緑点に対応）と比べて、その大小関係は入力波の性質やモデルの固有周期により異なっている。

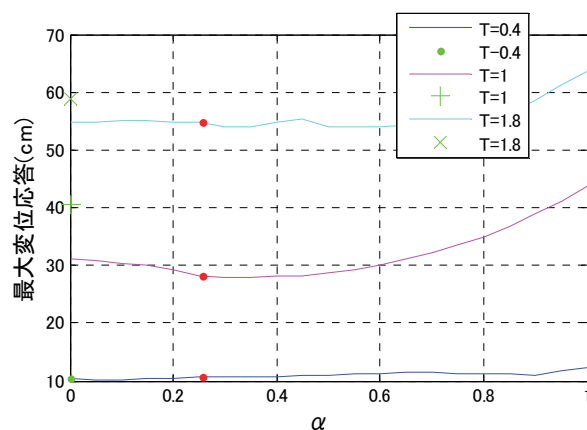


図-11 楕円偏極指標 $\alpha$ と最大変位応答の関係

## 5. 結論

構造物の耐震性能の検証への適用性の高い、与えられた加加速度応答スペクトルに適合するような水平2方向地震動を楕円偏極指標に着目することで作成する方法を提案した。また、その方法によって作成された水平2方向地震動を1質点弾塑性系モデルに入力した際の応答を検討することで、作成地震波形の性質と楕円偏極指標の値の決め方を調べた。その結果、作成波を入力した際の最大変位応答は、作成波の楕円偏極指標の値によって増減する事がわかった。また、実際の観測記録の楕円偏極指標を参考にして、作成波の楕円偏極指標を決めた場合、標準波一相補直交成分波入力時の最大変位応答よりも小さくなる事がわかった。また、標準波の1方向入力時との大小関係は、元とした1方向入力加速度波形や、モデルの固有周期によって異なる事がわかった。このような結果は、作成された2方向入力の元となる波形の位相特性、弾塑性モデルの特性値等さまざまな要因の結果として現れたものであると考えられるため、さらに異なるパラメータ等での検討も必要である。さらには、本検討で用いたMSSモデルの2方向弾塑性復元力モデルの2方向入力に対する2方向力歴特性も反映していることが予測されることから、これが、他のより実地的な2方向弾塑性復元力モデルの場合についての2次元性の影響の変化もまた大きな課題であり、今後検討を行っていく予定である。

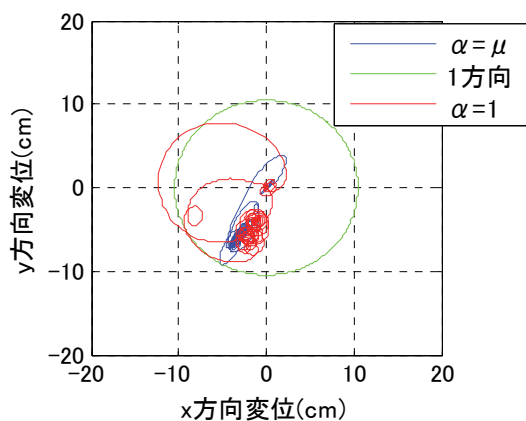


図-9 変位応答軌跡

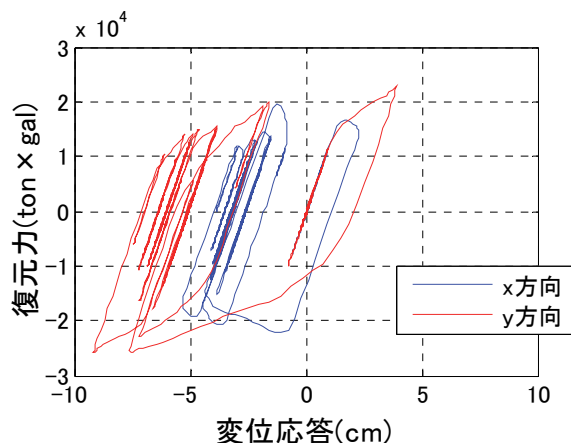


図-10 変位一復元力特性

## 謝辞

本研究の実施の過程において多大かつ有益な示唆および意見をいただいた、古川愛子（京都大学）、宇野裕惠（オイレス工業株式会社）、松田宏（株式会社ドーユー大地）の各氏に感謝の意を表する。

## 参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，丸善，2002.
- 2) 松田哲夫，五十嵐晃，古川愛子，大内浩之，宇野裕恵，松田宏：免制震すべりシステム(ICSS)の地震応答に2方向同時入力の位相効果が及ぼす影響，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol. 69, No.4, pp.I\_688-I\_702, 2013.
- 3) 後藤芳顕，小山亮介，藤井雄介，小畑誠：2方向地震動を受ける矩形断面鋼製橋脚の動特性と耐震照査法における限界値，土木学会論文集 A, Vol.65, No.1, pp.61-80, 2009.
- 4) 党紀，青木徹彦，五十嵐晃：水平2方向地震動を受ける鋼製橋脚の耐震安全性に関する実験的研究，土木学会論文集 A, Vol.68, No.4, pp.I\_627-I\_641, 2012
- 5) 五十嵐晃，井上和真，古川愛子，宇野裕恵，松田宏：標準波一相補直交成分波の組合せによる橋梁の耐震照査用水平2方向入力地震動，土木学会論文集 A1, Vol.68, No.4, pp.I\_458-I\_469, 2012.
- 6) Vidale, J.E. : Complex polarization analysis of particle motion, *Bull. Seism. Soc. Am*, Vol.76, No.5, pp.1393-1405, 1986.

## SYNTHESIS OF SPECTRUM-MATCHED BI-DIRECTIONAL GROUND MOTION WITH DESIGNATED ELLIPTICAL COMPONENT OF POLARIZATION

Subaru GIGYU and Akira IGARASHI

The spectrum-matched accelograms are generally used to assess the seismic performance of regular bridge structures. In such application, use of uni-directional accelograms has been recommended in design standards. However, since actual earthquakes are of bi-directional nature in horizontal components, performance assessment with spectrum-matched bi-directional accelograms is regarded as advantageous over that with the conventional uni-directional input, especially in respect to curved bridges or bridges with energy dissipation and isolation devices. In this study, a procedure to synthesize spectrum-matched bi-directional accelograms from a spectrum-matched uni-directional accelogram and its Hilbert transform by specifying the elliptical component of polarization ( $P_E$ ) is proposed. Moreover, in order to examine the nature of the accelograms synthesized by this procedure, the response of bi-directional nonlinear elasto-plastic dynamic model with a single mass is investigated. As the result, it is found out that the influence of the elliptical component of polarization on the nonlinear response can be computed with the proposed accelograms.