

JS divergenceを用いた地震動波形のクラスタリング手法のスペクトル適合波への適用性

宮本 崇¹・本田 利器²

¹正会員 山梨大学工学部土木環境工学科 (〒400-8511 山梨県甲府市武田4-3-11)

E-mail:tmiyamoto@yamanashi.ac.jp

²正会員 東京大学大学院新領域創成科学研究科 (〒277-8563 千葉県柏市柏の葉5-1-5)

E-mail:rhonda@k.u-tokyo.ac.jp

耐震設計用地震動として地震動の集合を代表する波形を用いることが考えられるが、性質の大きく異なる波形群を1つの波形に代表させることは合理的ではない。この問題を回避するために、本稿は波形群を性質の類似度に応じて分類する手法を提示し、応答スペクトル適合波の集合に適用した。

地震動波形の性質を、パラメタを確率変数とした非線形構造モデルの応答値の確率分布を用いて表現し、確率分布の非類似度を定量化するJensen-Shannonダイバージェンスによって波形間の非類似度を評価する。また、波形群の分類には、階層型クラスタリング手法を用いる。

提案手法を設計用応答スペクトルに準拠した波形の集合に適用し、手法の妥当性の検証を行った。数値解析の結果、提案手法により時刻歴波形の類似した地震動波形が優先的に併合され、簡易な非線形応答値に基づくクラスタリングによって対象構造物に与える総入力エネルギーについて同程度の値を有する波形のグループに分類することができた。また、クラスター数を増やしていくと、対象構造物に与える応答値が他の波形と大きく異なる波形や、構造物特性が想定からずれた時の応答特性の変化が他と異なる波形など、特異性を有した波形を検出して独立したクラスターとして分類する、提案手法の有効性を示す結果を得た。

Key Words : nonlinear response, JS divergence, cluster analysis, spectrum compatible design motion

1. はじめに

社会基盤構造物の耐震性能照査に用いられる設計地震動には、設計用応答スペクトルへの適合波（以下ではスペクトル適合波と称する）や、強震動シミュレーションから生成される波形が利用されている^{1,2)}。一方、波形の位相特性の任意性やシミュレーション上のパラメタの不確実性に起因して、こうした手法から生成される波形は一意に定まらず、構造物に与える影響が互いに異なる、多数の設計地震動の候補が想定されうという問題がある。

この問題に対し、従来は地震動強度指標（Intensity Measure, IM）と呼ばれる地震動の強さを定量化する指標を用いて、設計地震動の候補を選出、もしくは合成する方法が多く採られてきた。しかし、複雑な複数のメカニズムを有する構造系の非線形挙動に対する影響の強さを一意に評価する指標は存在しない。このため、IMに基づいて設定された地震動波形を設計地震動として用いても、同一の損傷メカニズムでもより大きな応答値を構造系に与える地震動や、異なる損傷メカニズムによって

構造系に大きな影響を与える地震動が存在する可能性がある。したがって、従来の手法では構造系に十分な安全性を保証する代表的な波形を設定することが難しい。

こうした背景の下、著者らは地震動波形が有する特性を抽出して1つの波形に学習させることにより、少数のIMでは評価することの難しい多様な特性が反映された代表波を合成する手法の開発を行ってきた³⁾。一方、性質の大きく異なる波形の特性を1つの波形に集約させることは必ずしも合理的でない。

この問題を回避するための方法として、性質の類似度に応じて地震動波形を分類し適切にグループ化することにより、性質の類似した同一のグループ毎に1つの代表波を合成することが考えられる。このような方法を構築するための最初の段階として、著者らは地震動波形群を構造物の非線形応答に基づいてクラスター化する手法を提示し、その適用性について基礎的な検討を行った。本稿では、提案手法を実務上広く用いられるスペクトル適合波群に適用し、手法の妥当性の検証を行う。

2. 地震動波形群のクラスタリング手法

本章では、本稿で用いる地震動波形群のクラスタリング手法を述べる。なお、ここでは手続きのみを記述するが、本手法の適用性について基礎的な検討を行った結果を別途報告している⁴⁾。

(1) Jensen-Shannonダイバージェンスによる地震動波形の非類似度評価

設計地震動としての利用を前提とする場合、地震動波形は構造物に与える影響の観点から性質の表現と分類が行われるべきである。しかし、特に非線形応答への影響を一意に表現する定量的な地震動指標はないため、地震動波形が特定の指標においてある値を有していても、実際に構造物に与える影響は様々に異なってしまう。

そこで著者らは、パラメタを確率変数とした非線形構造モデルに地震動波形 $f(t)$ を作用させることで得られる、応答値 $\mathbf{x}$ の確率分布 $p(\mathbf{x})$ によって、 $f(t)$ の性質を表現することをこれまでに提案した⁵⁾。ここで用いる非線形構造モデルとその応答値は、照査の対象となる構造物を模擬したものを想定している。例として道路橋脚などの1次モードが支配的な構造物が照査の対象であれば、簡単な非線形1自由度系の最大変位や履歴エネルギーなどが $\mathbf{x}$ の候補として挙げられる。また、構造モデルのパラメタを確率変数とすることで得られる、応答値ベクトル $\mathbf{x}$ の確率分布 $p(\mathbf{x})$ を利用することにより、パラメタのばらつきに対する地震動波形 $f(t)$ の感度がその性質の評価に考慮され、ロバストな評価ができると期待される。

このように確率分布として得られる地震動波形の性質の非類似度を定量化するために、本研究では次式に示すJSダイバージェンス $D_{JS}(p, q)$ を用いる。

$$D_{JS}(p, q) = \frac{1}{2} D_{KL}(p, M) + \frac{1}{2} D_{KL}(q, M) \quad (1)$$

ここで、 M は

$$M(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} p(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} q(\mathbf{x}) \quad (2)$$

として定義される確率分布であり、また $D_{KL}(p, q)$ は次式で定義される、確率分布間のKLダイバージェンスである。

$$D_{KL}(p, q) = \sum p(\mathbf{x}) \log \frac{p(\mathbf{x})}{q(\mathbf{x})} \quad (3)$$

KLダイバージェンスは、確率分布間の非類似度を定量化する指標として広く用いられてきたが、対称性を満たさないことや $q(\mathbf{x})=0, p(\mathbf{x}) \neq 0$ となる領域がある場合に値が不定になることなど、実用上の難点が存在していた。JSダイバージェンスは、こうした難点を克服するためにKLダイバージェンスが対称化・平滑化されたものである⁶⁾。

(2) クラスタリング手法の設計

ここでは、JSダイバージェンスによって定量化される地震動波形間の非類似度を利用して、地震動波形の集合をクラスタリングする手法を述べる。

ある集合をクラスター化する手法は一般に、非類似度の最も小さいクラスター同士を併合する過程を反復していく階層型手法と、一定の手順に従って定められた空間上の n 個の中心点からの距離に基づいて n 個のクラスターを一度に構築する非階層型手法に大別される⁷⁾。非階層型手法は計算量が相対的に小さい一方で、中心点の与え方によって結果が変化する点に留意する必要があることに加え、集合の各要素に座標値が与えられている場合でなければ適用できない、一方、階層型手法は計算負荷が大きいものの、得られる結果には一意性があり、また各要素間の非類似度のみを用いてアルゴリズムを構築できる。こうした手法毎の特性を踏まえ、地震動波形間の非類似度のみが定義されている本手法では階層型手法を採用する。

階層型手法の手続きは以下ようになる。

- i) 各要素を1つのクラスターとみなす。
- ii) 非類似度が最小となるクラスターの対を併合する。併合の結果、クラスターの数 n が1つになれば終了し、そうでなければ次のステップへ進む。
- iii) 併合によって生じた新しいクラスターと、他のクラスターとの間の非類似度を評価し、ステップii)へ戻る。

本研究では、地震動を要素とし、各要素間の非類似度をJSダイバージェンスによって定義することによって、上記の手続きを地震動の集合に適用する。なお、ステップiii)におけるクラスター間の非類似度の定義の仕方によって階層型手法は更に分類されるが、ここでは一般的に好ましいとされる⁸⁾群平均法を用いる。これは、次式に示す定義によって、2つのクラスター A, B 間の距離 $D(A, B)$ を定めるものである。

$$D(A, B) = \frac{\sum_{i=1}^{|A|} \sum_{j=1}^{|B|} D(a_i, b_j)}{|A| |B|} \quad (4)$$

ここで $| \cdot |$ は集合の要素数を、 a_i, b_j はクラスター A, B に属する要素を、 $D(a_i, b_j)$ は要素 a_i と要素 b_j 間の非類似度をそれぞれ表す。式(4)は、全要素間の非類似度の平均によってクラスター間の距離を定義することを意味している。

3. 適用例

前章に述べた地震動波形のクラスタリング手法を、実務上広く用いられるスペクトル適合波の集合に適用する。

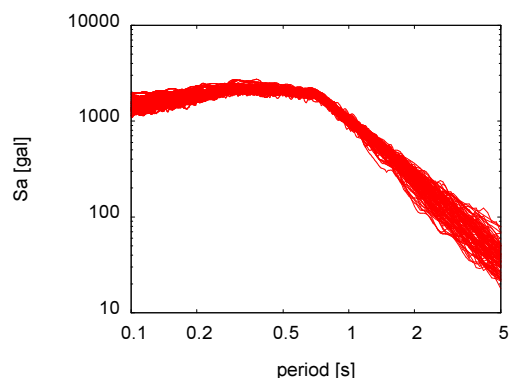


図-1 地震動波形群の有する応答スペクトル

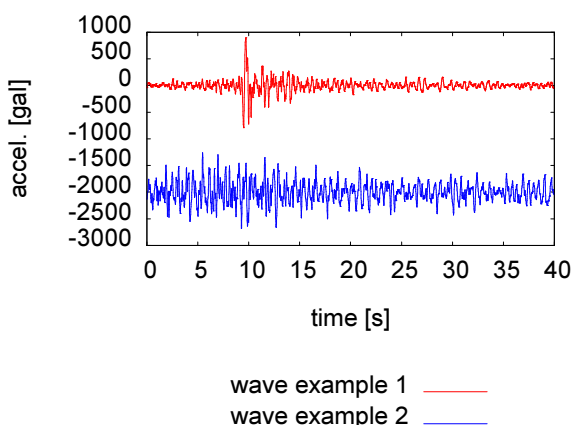


図-2 スペクトル適合波の時刻歴波形例

スペクトル適合波は後述するように周波数領域で振幅特性に近い値になるよう調整された波形だが、その位相特性には任意性がある。そのため、非線形系の挙動に与える影響は様々に異なると考えられることから、そのような波形群を非線形挙動に与える影響の観点で適切に分類できるかを検証する。

(1) スペクトル適合波の集合

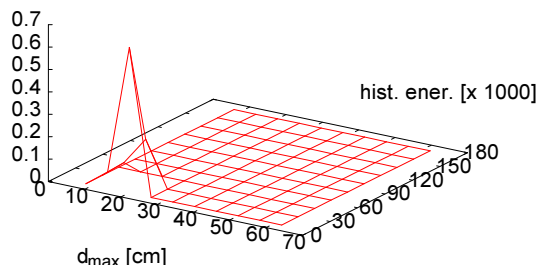
設計用応答スペクトルとして、道路橋示方書¹⁾に示されたレベル2タイプII、I種地盤の応答スペクトルを利用し、K-NETから取得した強震記録を周波数領域で振幅調整することによってスペクトル適合波100波形を合成した。位相については調整を行わず、現波形のものをそのまま用いている。図-1に示すように、各波形の応答スペクトルは類似した形状を有しているが、図-2の時刻歴波形の例から分かるように、その位相特性は様々にばらつきを有しており、構造物の非線形挙動には大きく異なる影響を与えることが予想される。

(2) 地震動特性と非類似度の評価

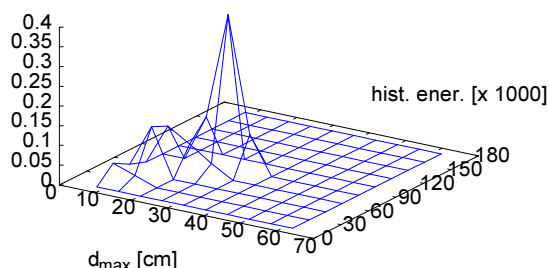
上記の地震動100波形の個々の波形が有する特性の評

表-1 地震動特性の評価に用いた完全弾塑性1自由度系のパラメタ

固有周期[s]	減衰定数[%]	降伏震度
0.5	5	0.8



(a) 波形例1の特性を表す確率分布



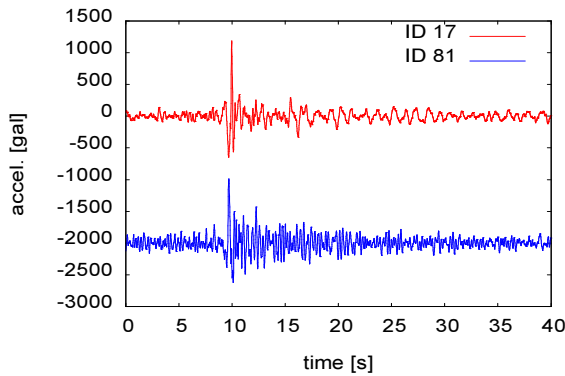
(b) 波形例2の特性を表す確率分布

図-3 地震動波形が有する確率分布 $p(d_{\max}, E_h)$ の例

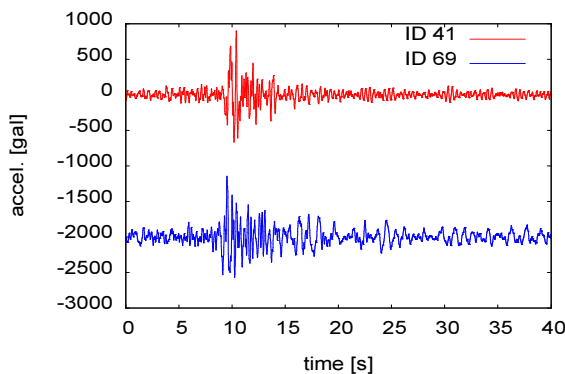
価に、完全弾塑性1自由度系に与える応答値の確率分布を利用した。固有周期0.5[s]の構造物が性能照査の対象であると想定し、1自由度系のパラメタは表-1のように設定した。地震動が構造物に与える瞬間的な最大応答と累積損傷の2種のメカニズムに対する影響を評価するために、1自由度系の最大応答値 $d_{\max}$ と履歴吸収エネルギー E_h の結合確率分布 $p(d_{\max}, E_h)$ を用いて地震動特性を評価することとした。確率分布の算出に当たっては、系の剛性に対して最大20%の範囲でランダムなゆらぎを与えた1,000回のモンテカルロシミュレーションを実施した。

図-3に示す、図-2の地震動波形例に対応する $p(d_{\max}, E_h)$ からは、継続時間の長い波形例2の有する確率分布は履歴吸収エネルギーに関して相対的に大きな値の領域に分布していることが分かる。このように、提案手法を用いることによって波形の性質が1自由度系に与える応答値として表されていることが確認できる。

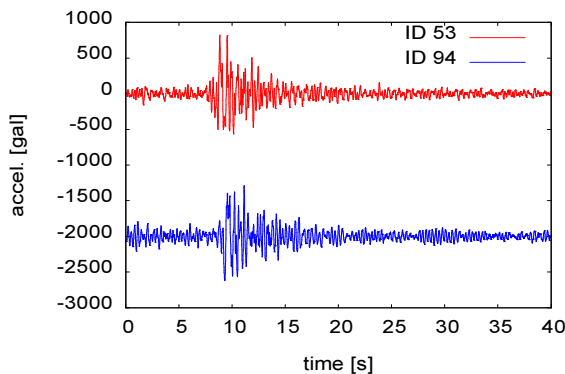
以上のように評価された各地震動の $p(d_{\max}, E_h)$ から、地震動間のJSダイバージェンスを式(1)から計算して地震動間の非類似度とし、群平均法による階層型クラスタリングによって上述の100波形に適用した。



(a) 第1ステップで併合される波形対



(b) 第2ステップで併合される波形対



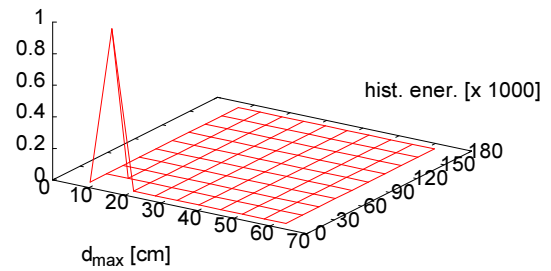
(c) 第3ステップで併合される波形対

図4 階層型手法の初期の段階でクラスターに併合される波形対の時刻歴波形

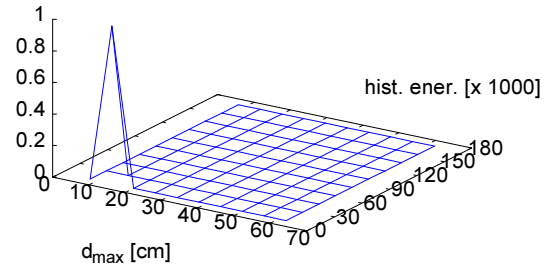
4. 解析結果

(1) クラスタ生成過程の分析

全100波の中で相対的に非類似度が小さく、階層型手法の初期の段階でクラスターとして併合される波形対の性質を確認するために、最初の3ステップで併合される波形対の時刻歴波形を図-4に示す。対象とした100波形



(a) 波形 ID17



(b) 波形 ID81

図5 第1ステップで併合される波形対が有する確率分布

の中には、図-2に示すように位相特性の全く異なる波形が含まれている一方で、図-4からは最大振幅や継続時間のよく似た波形がクラスターに併合されていることが分かる。これは、地震動の非類似度を評価する上で構造物に与える最大応答とエネルギーに着目しているため、このように振幅特性と位相特性のよく似た波形が優先的に選ばれた結果であると考えられる。また、第1ステップでクラスターに併合される波形である、ID 17とID 81の有する確率分布は図-5のようにほぼ同一の形状を有しており、確率分布形状の近い波形が併合されていることが確認できる。

(2) クラスタリング結果の分析

次に、提案手法によって形成される各クラスターの波形が、構造物の非線形応答に与える影響を分析する。本来は、設計実務に用いられる構造モデルに対する非線形動的解析結果から、各地震動が構造物に与える影響を評価することが望ましいが、ここでは簡単のため固有周期 $T=0.5[s]$ 、塑性率 $\mu=4$ とした完全弾塑性1自由度系に対する

- ・ 所要降伏震度 h_{ly}
- ・ 総入力エネルギー E

の2値によって、各地震動が構造物に与える非線形応答の影響を定義する。前章に記述した地震動特性の評価にも同じく完全弾塑性1自由度系を用いているが、着目している応答値やパラメタ設定が異なっていることに注

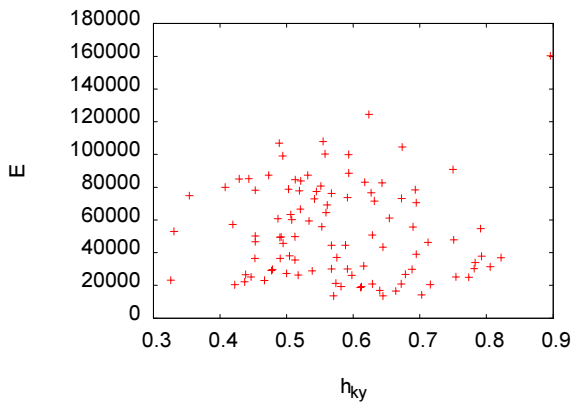


図-6 h_{ky} - E 平面内における地震動波形群の分布

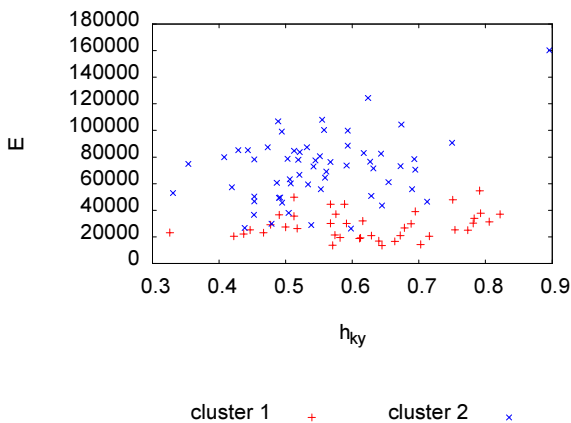


図-7 h_{ky} - E 平面内における地震動クラスタの分布：
2 クラスタの場合

意されたい。すなわち、ここでは上記の所要降伏震度や総入力エネルギーを性能照査対象となる構造物の非線形応答値とみなし、これらの値に関する地震動の分類を、非線形1自由度系の応答値の確率分布 $p(d_{max}, E_h)$ に基づいたクラスタリング手法によって行うことができるかを検証する。

クラスタ分析の対象とした、全100波形の有する h_{ky} , E の値を平面上にプロットしたものを図-6に示す。波形群は同一の線形応答スペクトルに適合するよう振幅調整されているが、同図で着目している2つの非線形応答値については様々に異なる値を有していることが分かる。特に、所要降伏震度に比較して、総入力エネルギーは最小値と最大値を有する波形間で10倍程度の差異があり、大きなばらつきがある。これは、本稿のスペクトル適合波は振動数領域で振幅調整が行われる一方で、位相特性には特に調整を行わず実地震記録の値が用いられていることから、図-2のように非定常性の大きく異なる波形が含まれるためと考えられる。

提案手法によって、波形群を2つのクラスタに分類し、生成された各クラスタを h_{ky} - E 平面にプロットし

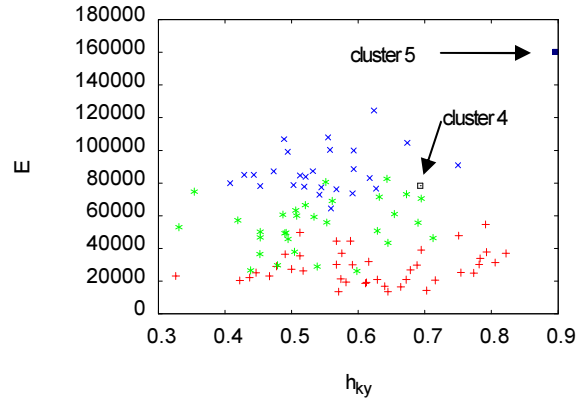


図-8 h_{ky} - E 平面内における地震動クラスタの分布：
5 クラスタの場合

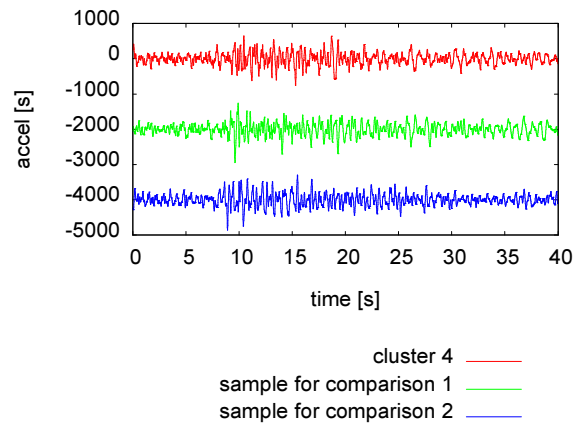
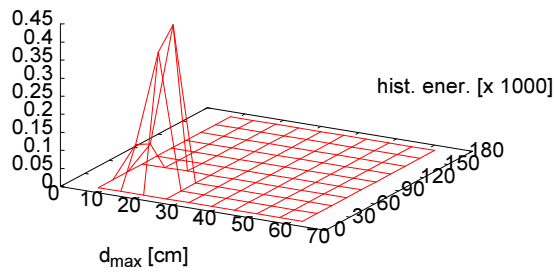


図-9 クラスタ4を構成する波形とクラスタ2を構成する波形例の時刻歴波形の比較

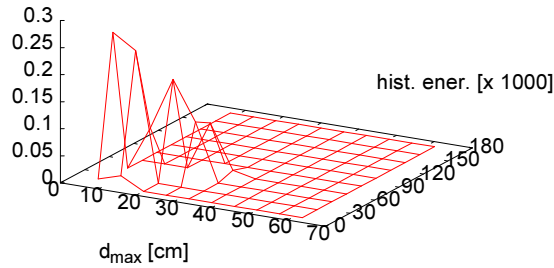
たものは図-7のようになる。クラスタの境界はやや曖昧だが、ばらつきの大きい総入力エネルギーの方向に大きく2分されたクラスタが形成されており、対象構造物の非線形挙動に与える影響の意味で適切に分類されていると言える。

次に、クラスタ数を増やし、波形群を5つのクラスタに分類して同様のプロットを行ったものを図-8に示す。クラスタ1からクラスタ3については、図-7と同様に総入力エネルギーについて同程度の値を有する波形がグループ化されている傾向が確認できる。また、クラスタ5は他のクラスタに併合されず1つの波形から構成されている。この波形は、他に比較して h_{ky} , E の共に非常に大きな値を有した特異なものであり、提案手法はこのような波形を識別して独立したクラスタとしている。

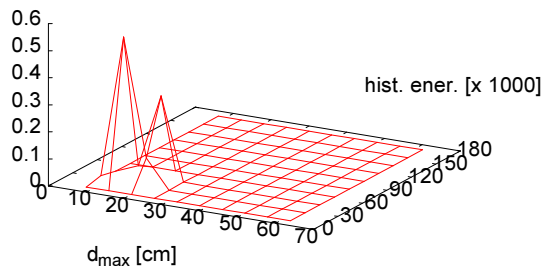
一方、クラスタ4はクラスタ5と同様に1つの波形



(a) クラスター4を構成する波形



(b) 比較波形 1



(c) 比較波形 2

図-10 クラスター4を構成する波形とクラスター2を構成する波形例の確率分布の比較

から構成されているが、非線形挙動に与える影響は他の波形と大きく異なっておらず、クラスター2の波形群に近い特性を有している。この波形が他のクラスターに併合されない理由を検証するため、その時刻歴波形や確率分布形状を、クラスター2に分類される波形のものと比較した。図-9に示す時刻歴波形からは、比較波形とクラスター4の波形に大きな差異は見られない。しかし、図-10に示した地震動特性を表す確率分布からは、比較波形の確率分布が大きく2つのピークを有する形状であることにに対し、クラスター4を構成する波形の確率分布は1つのピークからなっており、その形状に明らかな差異が見られる。この形状の差異が、クラスタリング結果に影響しているものと考えられる。

地震動の特性を表す確率分布は、表-1にパラメタ値を示した弾塑性1自由度系の剛性にゆらぎを与えることで得たものであるため、確率分布の形状の差異は、対象構

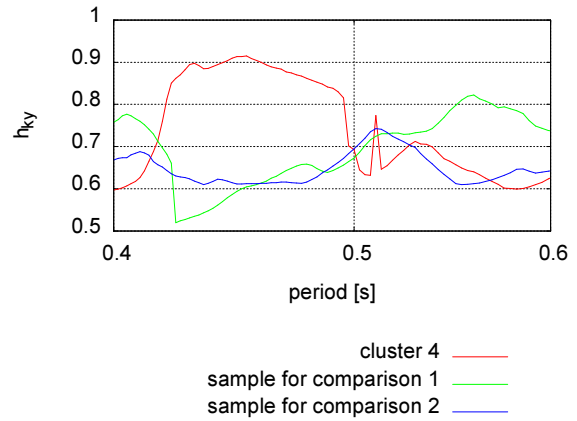


図-11 クラスター4を構成する波形とクラスター2を構成する波形例の所要降伏震度スペクトルの比較

造物の剛性のずれに対する地震動の感度の差異を表していると考えることができる。そこで、剛性のずれに対する波形の非線形応答特性の変化を確認するために、3波形の所要降伏震度を固有周期0.5[s]の値だけでなくその前後の値を含めたスペクトルで比較すると、図-11のようになった。同図からは、周期0.5[s]では3波形の所要降伏震度がほぼ同じ値を有しているのに対し、周期がやや短くなるとクラスター4を構成する波形のスペクトルは、比較波形のものと大きく異なる値をとっていることが分かる。構造物特性が想定からわずかにずれた時の、設計地震動による応答特性の変化は、耐震設計のロバスト性を議論する上で重要な情報であると考えられる。提案手法はこのような構造物特性のずれに対する応答特性の差異を含めた地震動波形の分類を行っており、手法の重要な利点の一つである。

5. まとめ

本稿は、地震動波形を構造物の非線形応答に与える影響に基づいてクラスタリングする手法を提案した。また、提案手法をスペクトル適合波の集合に適用し、手法の妥当性を検証した。得られた結果を以下にまとめる。

- 1) 位相特性が様々に異なる波形群の中から、最大振幅や継続時間のよく似た波形対が優先的に併合された。
- 2) 提案手法は簡易な非線形応答値の確率分布に基づいて地震動特性の評価とクラスタリングを行っているが、スペクトル適合波群は対象構造物に与える総入力エネルギーによって分類される結果となった。クラスタリングの対象とした波形群は、振幅調整を行っている一方で位相特性を揃えていないため構造物に与えるエネルギーについて大きな

ばらつきを有していたことから、このような分類結果は妥当なものと考えられる。

- 3) クラスタ数を増やした場合、同様に総入力エネルギーについて同程度の値を有したグループが形成されたほか、他の波形と応答特性が大きく異なる波形が識別され、独立したクラスターが形成された。一方で、他の波形とよく似た非線形応答を与えるにも関わらず、1波形で独立したクラスターが生成された場合もあったが、この波形は構造物の周期が想定からわずかにずれた時の応答特性の変化が他の波形と異なっていることが確認された。本手法では、構造パラメタにゆらぎを与えて得られる応答値に基づいて地震動の性質の差異を評価しているため、このような構造物周期の想定からのずれに対する地震動の感度の違いを区別できたものと考えられる。

今後の課題としては、以下のものが挙げられる。まず、本稿では完全弾塑性1自由度系を性能照査の対象構造物とみなしたが、実務上用いられるより複雑な構造物を対象に想定した際の、本手法の適用性を検証する必要がある。また、本研究ではクラスタ数を任意に定めた結果を示したが、一般には対象とする集合をどのような数のクラスターに分類すべきか事前に知ることができないため、妥当なクラスタ数をどのように決めるかが重要となる。クラスタ数を決める手法の一つとして、波形間やクラスター間の性質の差異が一定以上になると、それ以上はクラスターの併合を打ち切ることにより、性質の異なる波形が一つのクラスター内に混入することのない

ようにクラスタ数を決めるといった方法が考えられるが、具体的な検討は今後の課題である。

謝辞：本研究は、科学研究費補助金（研究課題番号24360177）の補助を受けて実施されました。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V耐震設計編，丸善出版，2012
- 2) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説耐震設計，丸善出版，2012
- 3) 宮本崇，本田利器：非線形応答値を特徴指標とする探索的な設計地震動の合成，土木学会応用力学論文集，Vol.12，pp.601-610，2009
- 4) 宮本崇，本田利器：Jensen-Shannon divergenceを用いた構造物の非線形応答値に基づく地震動波形の集合のクラスタリング，第14回日本地震工学シンポジウム論文集，投稿中
- 5) 宮本崇，本田利器：非線形応答値を特徴指標とした、構造系に与える影響の観点からの地震動の類似性評価、土木学会論文集A（構造・地震工学），Vol.65，No.1，pp.88-96，2009
- 6) Fuglede, B. and Topsøe, F.: Jensen-Shannon divergence and Hilbert space embedding, *Proc. IEEE Int. Symp. Inform. Theory*, pp.31-36, 2004
- 7) 金田行雄，笹井理生，古橋武：統計・多変量解析とソフトウェア，共立出版，2012
- 8) 神宮敏弘：データマイニング分野のクラスタリング手法 (1)，人工知能学会誌，Vol.18，No.1，pp.59-65，2003

APPLICABILITY OF CLUSTERING SCHEME FOR GROUND MOTIONS USING JS DIVERGENCE TO SPECTRUM COMPATIBLE DESIGN MOTIONS

Takashi MIYAMOTO and Riki HONDA

When a number of ground motions having different characteristics are considered as candidates of design input motions, it is difficult to select or synthesize a representative wave among those waves. In order to avoid this problem, this paper presents a scheme for clustering ground motions considering their effects on nonlinear structural response values.

Characteristics of ground motions are expressed using probability density functions (PDFs) of nonlinear response values of structural models and their dissimilarity is quantified by Jensen-Shannon divergence. As a clustering method, hierarchical clustering algorithm is utilized.

The proposed method is applied to a set of spectrum compatible ground motions, which are adequately classified in the viewpoint of total input energy to the target structure. Moreover, waves which have unique characteristics are distinguished as independent clusters.