均質化法を用いた不均質地盤の地震応答解析に関する基礎的検討

上田恭平[1]・室野剛隆[2]

[1]正会員　博士（工学）　公益財団法人鉄道総合技術研究所（〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38）
E-mail:ueda@rtri.or.jp

[2]正会員　博士（工学）　公益財団法人鉄道総合技術研究所（同上）
E-mail:murono@rtri.or.jp

地震時の地盤挙動を有限要素法（FEM）等により評価する場合，地盤をある複数の領域に分割し，一般的には各領域内では一様な物性値を仮定することが多い．しかし，ミクロに見れば地盤は様々な大きさや形状の土粒子から構成され，本質的に空間的な不均質性を有している．また，地盤全体をマクロに捉えた場合，地盤改良としての柱状改良（SCP等）や格子状改良（TOFT等）もミクロな不均質性の一種と解釈することができる．本研究では，ミクロな地盤の不均質性をマクロなレベルにおいて適切にモデル化することで，不均質性を有する地盤の地震時挙動を簡易に評価できるよう，線形弾性問題を対象にして均質化法に基づく2次元動的有限要素解析システムを開発した．このシステムを用いて均質化法による数値解析を実施したところ，不均質性を有するミクロな地盤構造を均質化してマクロな物性値に置き換えることで，線形領域における地震時挙動を簡易に評価できることがわかった．ただし，対象とするマクロモデルによっては，特に高振動数領域において均質化法の精度が低下するケースもあり，この点については今後さらに検討が必要であると考えられる．

Key Words : *spatial inhomogeneity of ground, homogeneization method, macroscopic modeling, ground improvement*

1. はじめに

地震時の地盤挙動を有限要素法（FEM）等により評価する場合，地盤をある複数の領域に分割し，一般的には各領域内において一様な物性値を仮定することが多い．しかしながら，ミクロに見れば地盤は様々な大きさや形状の土粒子から構成される多孔質体であるため，本質的に空間的な不均質性を有している．また，地盤全体をマクロに捉えた場合，地盤改良としての柱状改良（SCP等）や格子状改良（TOFT等）もミクロな不均質性の一種と解釈できる．このような不均質な地盤を対象にして地震時の動的挙動（例えば，応答加速度や応答変位等）を精緻に評価しようとする場合，地盤物性のばらつきの影響を適切に考慮する必要がある．従来の地震応答解析においても，地盤領域を細分化してその各々に異なる物性値を与えることで地盤の不均質性をある程度は考慮できるものの，メッシュ分割や物性値の設定が煩雑となり，コストおよび時間の両面から有効な方法とは言い難い．もし，ミクロな地盤の不均質性を連続体としてのマクロなレベルで適切に評価できるようになれば，物性値のばらつきを考慮した地盤の動的挙動をこれまでよりも簡易に算定することが可能となる．

ミクロな不均質性をマクロなレベルで適切に評価する手法としては，均質化法[例えば，1)~7)]が挙げられる．均質化法はミクロ構造とマクロ構造をつなぐマルチスケール解析法の一手法であり，周期性を持ったミクロ構造からなる複合材料（マクロ構造）を解析対象としている．これまでの均質化法に関する研究[1)~7)]では，静的な問題を対象にその適用性について議論がなされることが多く，地震時の地盤挙動といった動的な問題に対する研究はそれほど見られない．動的問題に対する均質化法の適用例として，橋詰ら[8)]は，SCP改良地盤を均質化法で平均化して地震応答解析を実施し，均質化法の有効性について検討しているが，地震時の地盤挙動に対する均質化法の適用性，特に適用可能な振動数帯域に関しての議論が十分になされているとは言い難い．そこで，本研究では，不均質地盤の地震応答解析における均質化法の適用性について基礎的な検討を行った．なお，基礎的な研究との位

置付けから，ここでは線形領域での動的問題のみを対象とすることとした．

2. 均質化法の理論

(1) 概要

本章では，既往の文献[1)~7)]を参考にして，均質化法の理論について述べる．均質化法は，ミクロ構造とマクロ構造をつなぐマルチスケール解析法の一手法であり，図-1に示すように，解析対象（マクロモデル）がある微視構造（ミクロモデル）の周期的な配置から成り立っていると仮定する．なお，ここでの「マクロ」および「ミクロ」は，絶対的な寸法の大きさではなく，2つのモデルの寸法の間に大きなスケールの差があることを表している．例えば，地盤をマクロモデルとすれば，地盤中の砂利等がミクロモデルに相当し，仮に砂利をマクロモデルと考えれば，砂利を構成する結晶がミクロモデルということになる．

このようなマクロモデルを有限要素法により解析する際，ミクロモデルのスケールでメッシュ分割を行った場合には，マクロモデル全体としては膨大な規模の有限要素モデルが必要となる．これは，解析を実行するにあたり時間およびコストの両面において大きなデメリットとなる．もし，図-1に示すように，ミクロモデルから構成されるマクロモデルを何らかの形で平均化し，均質化したマクロモデルが作成できれば，解析に要する時間とコストは大きく低減されるものと考えられる．

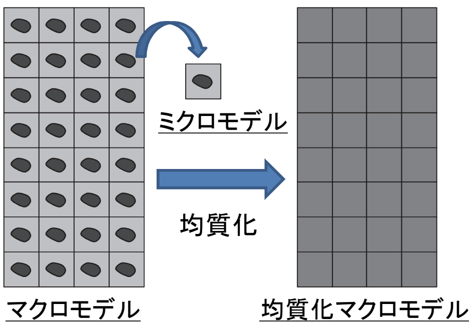
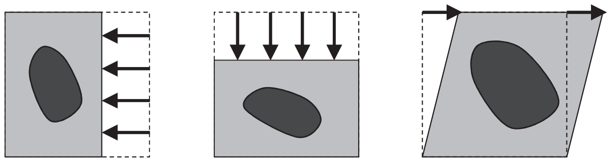


図-1　マクロモデルとミクロモデル

均質化法では，ミクロモデルの特性変位（詳細は後述）を基にして，均質化マクロモデルにおける平均的な材料特性（ヤング率，せん断剛性など）を求めることができるため，（周期的な）不均質性を有する地盤の動的解析を，これまでよりも簡便に実施できる可能性がある．ここに，特性変位とはミクロモデルにマクロ的な単位ひずみを与えた際の応答変位のことであり，2次元問題においては，図-2に示すように垂直ひずみとせん断ひずみを合わせて3パターンの特性変位が与えられる．均質化法では，これらの特性変位を受けた際に生じるミクロモデル内の応力の体積平均（2次元問題の場合は面積平均）を求めることで，均質化マクロモデルにおける平均的な応力～ひずみ関係（材料特性）が算定される．この平均的なマクロな材料特性を求めるプロセスを「均質化」と呼ぶ．均質化されたマクロモデルの材料特性が与えられれば，この値を用いて均質化マクロモデルの解析を実行すればよい．なお，この解析で求められるマクロモデルの変位は，平均化された変位である．したがって，ミクロモデルにおける詳細なひずみや応力の分布が必要な場合には，均質化したマクロモデルの着目点における（マクロ的な）ひずみをミクロモデルに与えればよい（このプロセスを「局所化」と呼ぶ）．



(a) 水平ひずみ　(b) 鉛直ひずみ　(c) せん断ひずみ

図-2　特性変位（2 次元問題の場合）

(2) 均質化のプロセス

均質化法では，図-3に示すように，周期性を持ったミクロ構造からなる複合材料（マクロ構造）を解析対象としている．ここに，ミクロ構造の一周期に相当する構成単位はユニットセルと呼ばれており，同図における f はマクロ構造での物体力，Γ_t, Γ_u はそれぞれ応力境界と変位境界を表している．ここでは基礎的検討として，非線形性を含まない線形弾性問題を対象として議論を進める．まず，マクロ構造を記述する巨視的な座標系を x，ミクロ構造のユニットセルを記述する微視的な座標系を y とすると，マクロ構造とミクロ構造の寸法の比を表す ε を介して次式が成立する．

$$y = x/\varepsilon, \quad \varepsilon = l/L \tag{1}$$

均質化法では，式(1)の関係を基に，ミクロ構造の構成要素であるユニットセルとマクロ構造の座標系をそれぞれ独立に選べるようにしている．次に，周期性を有するミクロモデルから成るマクロ構造の変位 u_i^ε を，次式のように漸近展開する．

$$u_i^\varepsilon = u_i(\mathbf{x},\mathbf{y}) = u_i^0(\mathbf{x},\mathbf{y}) + \varepsilon u_i^1(\mathbf{x},\mathbf{y}) + \cdots \tag{2}$$

ここに，$u_i^0(\mathbf{x},\mathbf{y})$ は均質化されたマクロモデルにおける平均的な変位である（ここでは $\mathbf{x},\mathbf{y}$ の関数としてい

るが，式(11)で後述するように$\mathbf{x}$のみに依存し$\mathbf{y}$に独立である）．この変位からのずれが式(2)の右辺第2項であり，ミクロ構造の不均質性によるゆらぎを表している．なお，図-3からもわかるようにミクロな変位$u_i^1\left(\mathbf{x},\mathbf{y}\right)$は$\mathbf{y}\in Y$に関する周期関数であり，次式に示す性質（Y-周期性と呼ばれる）がある．

$$u_i^1\left(\mathbf{x},\mathbf{y}\right)=u_i^1\left(\mathbf{x},\mathbf{y}+\mathbf{Y}\right) \tag{3}$$

なお，ここで，式(1)より$u_i^0,u_i^1,\cdots,u_i^j$に関して次式が成立する．

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\Phi\left(\mathbf{x},\mathbf{y}\right)=\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}+\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\Phi}{\partial y_i} \tag{4}$$

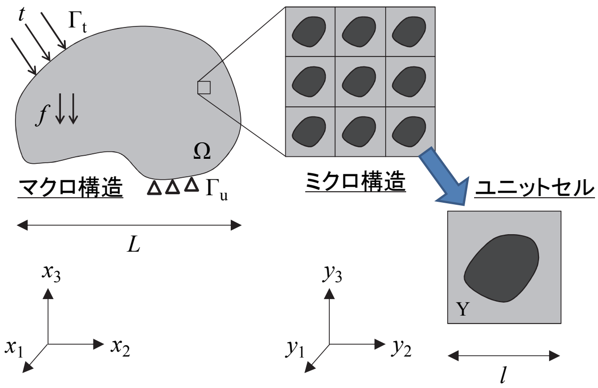


図-3　均質化法におけるマクロ構造とミクロ構造

続いて，図-3に示すミクロ構造から成るマクロモデルに対して，次式のように仮想仕事の原理を考える．

$$\int_{\Omega^\varepsilon}D_{ijkl}^\varepsilon\frac{\partial u_k^\varepsilon}{\partial x_l}\frac{\partial v_i^\varepsilon}{\partial x_j}d\Omega=\int_{\Omega^\varepsilon}f_i^\varepsilon v_i^\varepsilon d\Omega+\int_{\Gamma_t}t_i v_i^\varepsilon d\Gamma \tag{5}$$

ここに，v_i^εは（ミクロ構造から成るマクロモデルの）仮想変位，D_{ijkl}^εは弾性テンソルであり，D_{ijkl}^εを用いて応力とひずみは以下のように関連付けられる．

$$\sigma_{ij}^\varepsilon=D_{ijkl}^\varepsilon\varepsilon_{kl}^\varepsilon \tag{6}$$

式(5)は上添字にεが付いており，ミクロモデルの影響を含んでいるために直接解くことができない．そこで，以下のように考える．まず，式(2)を式(5)へ代入した後，式(4)に注意してεについて整理し，摂動法を適用すると以下に示す各式を得る．

$$\frac{1}{\varepsilon^2}\int_{\Omega^\varepsilon}D_{ijkl}^\varepsilon\frac{\partial u_k^0}{\partial y_l}\frac{\partial v_i^\varepsilon}{\partial y_j}d\Omega=0 \tag{7}$$

$$\frac{1}{\varepsilon}\int_{\Omega^\varepsilon}D_{ijkl}^\varepsilon\left\{\left(\frac{\partial u_k^0}{\partial x_l}+\frac{\partial u_k^1}{\partial y_l}\right)\frac{\partial v_i^\varepsilon}{\partial y_j}+\frac{\partial u_k^0}{\partial y_l}\frac{\partial v_i^\varepsilon}{\partial x_j}\right\}d\Omega=0 \tag{8}$$

$$\begin{aligned}&\int_{\Omega^\varepsilon}D_{ijkl}^\varepsilon\left\{\left(\frac{\partial u_k^0}{\partial x_l}+\frac{\partial u_k^1}{\partial y_l}\right)\frac{\partial v_i^\varepsilon}{\partial x_j}+\left(\frac{\partial u_k^1}{\partial x_l}+\frac{\partial u_k^2}{\partial y_l}\right)\frac{\partial v_i^\varepsilon}{\partial y_j}\right\}d\Omega\\&=\int_{\Omega^\varepsilon}f_i^\varepsilon v_i^\varepsilon d\Omega+\int_{\Gamma_t}t_i v_i^\varepsilon d\Gamma\end{aligned} \tag{9}$$

次に，周期関数の体積積分の分離公式（$\left|Y\right|$はユニットセルの体積），

$$\lim_{\varepsilon\to0}\int_{\Omega^\varepsilon}\Psi\left(\frac{\mathbf{x}}{\varepsilon}\right)d\Omega=\int_\Omega\frac{1}{\left|Y\right|}\int_Y\Psi\left(\mathbf{y}\right)dYd\Omega \tag{10}$$

および発散定理を用いれば，式(7)は次式のように書き換えられる．

$$u_i^0=u_i^0\left(\mathbf{x}\right) \tag{11}$$

式(11)より，u_i^0はマクロ構造のみに依存する均質化された変位であることがわかる．

続いて，式(8)に式(10)(11)および発散定理を適用すれば，次のようにミクロな座標系のみで記述された方程式が得られる．

$$\int_Y D_{ijmn}\frac{\partial\chi_m^{kl}}{\partial y_n}\frac{\partial v_i^1}{\partial y_j}dY=\int_Y D_{ijkl}\frac{\partial v_i^1}{\partial y_j}dY \tag{12}$$

ここに，χ_m^{kl}は特性変位であり，次式のようにミクロな変位$u_i^1\left(\mathbf{x},\mathbf{y}\right)$を変数分離することで与えられる．

$$u_i^1\left(\mathbf{x},\mathbf{y}\right)=-\chi_i^{kl}\left(\mathbf{x},\mathbf{y}\right)\frac{\partial u_k^0\left(\mathbf{x}\right)}{\partial x_l} \tag{13}$$

図-2に示すように，2次元問題における特性変位には，垂直ひずみとせん断ひずみを合わせて3つのモードが存在する．数値解析的に特性変位を求める際は，周期境界条件（多点拘束（MPC）条件を用いればよい）を課して式(12)を解けばよい．

最後に，式(9)に式(10)(11)(13)および発散定理を適用することで，マクロ構造に関する仮想仕事の原理を次式のように導くことができる．

$$\begin{aligned}&\int_\Omega D_{ijkl}^H\frac{\partial u_k^0}{\partial x_l}\frac{\partial v_i^0}{\partial x_j}d\Omega\\&=\int_\Omega\left(\frac{1}{\left|Y\right|}\int_Y f_i dY\right)v_i^0 d\Omega+\int_{\Gamma_t}t_i v_i^0 d\Gamma\end{aligned} \tag{14}$$

ここに，D_{ijkl}^Hは均質化されたマクロな弾性係数（ユニットセルの等価弾性係数）であり，次式で定義される．

$$D_{ijkl}^H\left(\mathbf{x}\right)=\frac{1}{\left|Y\right|}\int_Y\left(D_{ijkl}-D_{ijmn}\frac{\partial\chi_m^{kl}}{\partial y_n}\right)dY \tag{15}$$

式(15)で与えられるミクロ構造を反映したマクロレベルでの等価弾性係数は，式(12)により得られたミクロ構造の特性変位に基づき評価される．

なお，本研究では線形弾性問題を対象にしており，この場合はミクロ構造のユニットセルに関する式(12)とマクロ構造に関する式(14)が連成しないため，それぞれ別々に一度だけ有限要素法により解けばよい．もし非線形問題（弾塑性体）まで対象に含めるのであれば，式(12)と式(14)が連成するため[例えば, 5)~7)]，定式化および有限要素法によるプログラミングは今よりも複雑になるものと考えられる．

(3) 均質化されたマクロモデルの解析法

図-1に示す均質化マクロモデルの解析は，ミクロ構造の特性変位を基に式(15)により算定した均質化された弾性係数を用いて実行する．この際に解くべきマクロレベルでの方程式は式(14)であるが，弾性係数および物体力が均質化されている点を除いては，通常の有限要素法における支配方程式と何ら変わらないため，解析ソルバーとしては汎用プログラムを用いることが可能である．

(4) 局所化のプロセス

ミクロモデルにおける詳細なひずみや応力の分布が必要な場合には，(2)において求めたマクロモデルにおける（マクロな）ひずみを基にして算定すればよい．ここでは詳細は割愛するが，具体的な導出手順については既往の文献[例えば, 1),3)]を参照されたい．

3. 均質化法解析システムの概要

2章で述べた均質化法の定式化を基に，2次元弾性問題を対象とした均質化法解析システムを作成した．作成したシステムは，以下に示す2つのモジュールから構成されている．

① ミクロ構造に関する前処理部：式(12)を解きミクロ構造の特性変位を求めるルーチンと，式(15)により特性変位からマクロ解析のための均質化された等価な弾性係数を作成するルーチンから構成される．

② ミクロ構造に関する後処理部：ユニットセルのひずみと応力を評価するルーチンから構成される（2. (4)の局所化に相当するが，本論文では取り扱わない）．

なお，2. (2)において述べたように，均質化されたマクロモデルの解析に関しては，均質化された弾性係数（上記のモジュール①により評価される）および物体力を用いて，既存の汎用FEMプログラムにより解析を実施すればよい（つまり，式(14)を解けばよい）．

以上まとめると，均質化法を用いた解析の手順は以下に示す通りとなる．

手順①：作成した均質化法解析システムを用いて，マクロ解析のための均質化された等価な弾性係数を算定する．

手順②：手順①で得られた等価な弾性係数を用いて，汎用 FEM プログラムによりマクロモデルの解析を行う．

手順③：（ミクロ構造のひずみ・応力分布が必要であれば）作成した均質化法解析システムを用いて，ユニットセルのひずみと応力の評価を行う．

4. 均質化法を用いた2次元動的解析

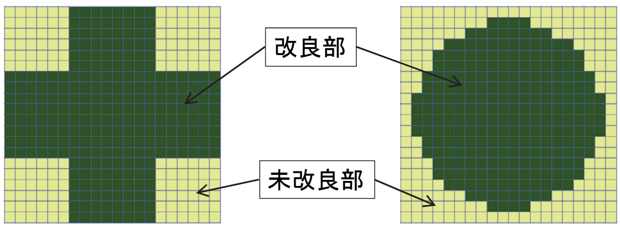
(1) 特性変位および等価な弾性係数の算出

ここでは，2次元弾性モデルを対象に，作成した均質化法解析システムを用いて特性変位および等価な弾性係数の評価を行う（3章に示す手順①）．まず，解析対象とするマクロモデルが，図-4に示すユニットセルのミクロ構造から構成されると考える．ここに，図-4 (a) (b)は，それぞれ格子状と円形状の地盤改良をイメージしている．図中の未改良部の物性値は，ヤング率E_G=2.94×10^{5}kPa, せん断剛性G_G=1.26×10^{5}kPaとしており，弾性マトリクスは以下のように表される．

$$\mathbf{D}_G=\begin{bmatrix}3.16\times10^5 & 6.47\times10^4 & 0\\ 6.47\times10^4 & 3.16\times10^5 & 0\\ 0 & 0 & 1.26\times10^5\end{bmatrix} \tag{16}$$

一方，改良部の物性値は未改良部の10倍に設定しているため，弾性マトリクスは以下に示すようになる．

$$\mathbf{D}_I=\begin{bmatrix}3.16\times10^6 & 6.47\times10^5 & 0\\ 6.47\times10^5 & 3.16\times10^6 & 0\\ 0 & 0 & 1.26\times10^6\end{bmatrix} \tag{17}$$



(a) 格子状　　(b) 円形状

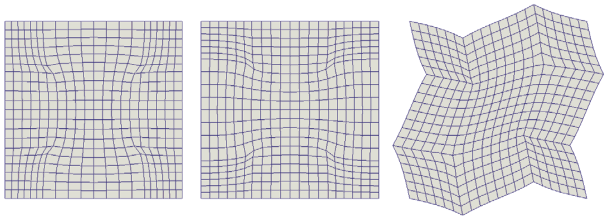
図-4　解析で対象としたユニットセル

図-4のそれぞれのユニットセルに対して，作成した均質化法解析システムにより求められた特性変位を以下に示す．まず，図-5は，図-4 (a)の格子状改良を模擬した

ユニットセルの特性変位である．図-2に示した通り，2次元問題の場合はマクロなひずみに対して3つのモードの特性変位が存在する．さらに，作成した均質化法解析システムを用いることで，図-4の特性変位に基づき，ユニットセルの等価な弾性マトリクスが次式のように求められる．

$$\mathbf{D}_{\mathrm{eq}}^{lattice}=\begin{bmatrix}1.61\times10^{6} & 2.52\times10^{5} & 0\\ 2.52\times10^{5} & 1.61\times10^{6} & 0\\ 0 & 0 & 3.95\times10^{5}\end{bmatrix} \tag{18}$$

これと式(16)(17)を比較すると，式(18)の弾性マトリクスの各成分が，未改良部と改良部の両者の弾性係数を平均化したような値になっているのがわかる．

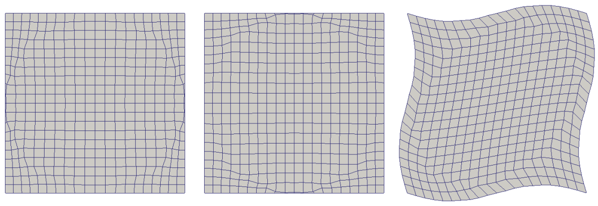


(a) 水平ひずみ　(b) 鉛直ひずみ　(c) せん断ひずみ

図-5　格子状ユニットセルの特性変位

一方，図-4 (b) の円形状改良を模擬したユニットセルの特性変位を，図-6に示す．この特性変位に基づくユニットセルの等価な弾性マトリクスは，作成した均質化法解析システムにより次式のように求められる．

$$\mathbf{D}_{\mathrm{eq}}^{circle}=\begin{bmatrix}9.71\times10^{5} & 1.42\times10^{5} & 0\\ 1.42\times10^{5} & 9.71\times10^{5} & 0\\ 0 & 0 & 3.05\times10^{5}\end{bmatrix} \tag{19}$$



(a) 水平ひずみ　(b) 鉛直ひずみ　(c) せん断ひずみ

図-6　円形状ユニットセルの特性変位

(2) 等価弾性係数を用いたマクロモデルの解析

次に，4. (1) で求められた等価な弾性係数を用いて，詳細なマクロモデルと均質化法を適用した均質化マクロモデル（図-1のイメージ図参照）を対象にした地震応答解析を実施する．解析で対象とした2次元のマクロモデルを図-7に示す．いずれのマクロモデルも柱状の土層を模擬しているが，マクロモデル①は図-4 (a) に示す格子状のユニットセルから構成されているのに対し，マクロモデル②は図-4 (b) の円形状のユニットセルから構成されている．解析では2次元FEM解析コードFLIP[9]を用い，これらのマクロモデル①②の底面に地震動を与え，地表面位置での応答を評価した．また，均質化法の動的解析に対する適用性を検証するため，マクロモデル①②を均質化することで得られる均質化マクロモデルに対しても，同様に地震動を作用させ地表面での応答を評価した．ここで，詳細なマクロモデル①②では節点数1111，要素数1000であるのに対し，均質化マクロモデルでは節点数22，要素数10にまで低減されている．したがって，もし均質化法を適用した均質化マクロモデルで詳細なマクロモデル①②の挙動が評価できるのであれば，解析に要する時間・コストの両面で有利になると考えられる．

解析では，テーパー付の正弦波（振動数は0.2,1.0,5.0Hzの3種類）および鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計[10] に示すL2地震動スペクトルII（L2SpcIIと略す）をモデル底面に作用させ，地表面位置での応答加速度，速度，変位を算出した．なお，L2SpcIIは2E波として与えられているため，解析モデル底面は粘性境界とするのが正しいが，ここでは比較のために固定境界（剛基盤）と粘性境界（弾性基盤）の両者に対して検討を実施した（粘性境界に対しては，5.0Hzの正弦波とL2SpcIIのみ実施）．

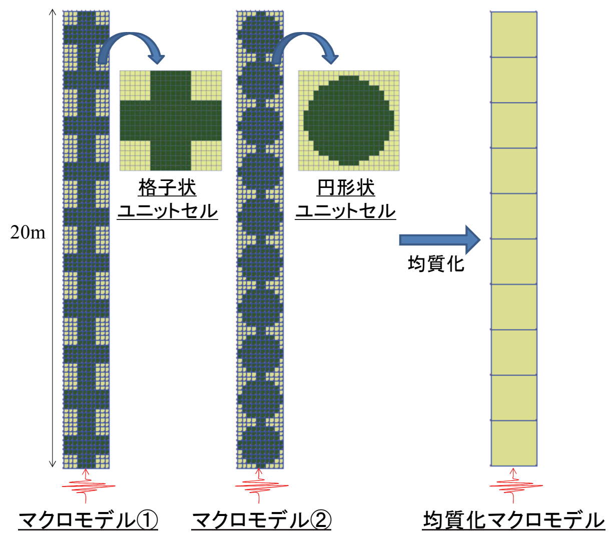


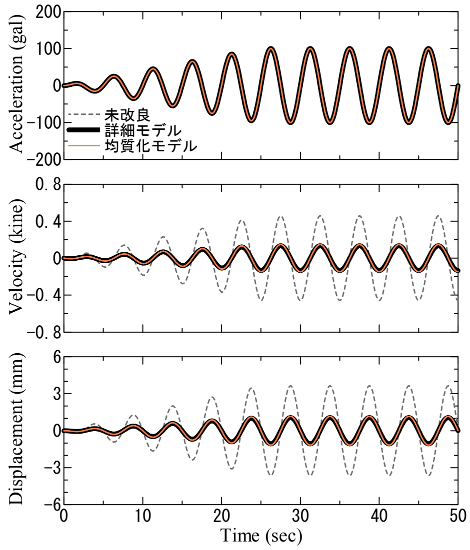
図-7　解析で対象としたマクロモデル（2次元）

a) マクロモデル①に対する解析結果

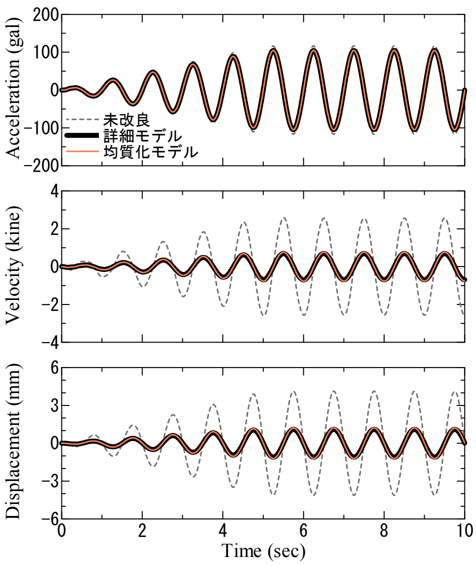
まず，図-7のマクロモデル①（ユニットセル：格子状）を対象にした動的解析の結果について述べる．モデル底面を固定境界とした場合の結果を図-8に示すが，正弦波の振動数が0.2および1.0Hzの場合（図-8 (a) (b)）は，詳細なマクロモデル①の結果（図中の太実線）と均質化マクロモデルの結果（図中の細実線）は概ね一致しており，詳細なマクロモデルの挙動が均質化法により適切に

評価できていることがわかる．一方，正弦波の振動数が5.0Hzの場合（図-8(c)）は，地盤改良の効果による位相のずれは均質化法により適切に評価できているものの，応答振幅に関しては，詳細なマクロモデル①と均質化マクロモデルで異なる結果となった．図-8(d)に示すL2地震動SpcIIの場合についても，均質化法により詳細なマクロモデル①の応答を全域で適切に評価するには至っておらず，これは図-8(c)に示したような高振動数域での均質化法の再現性の低下に起因するものと考えられる．

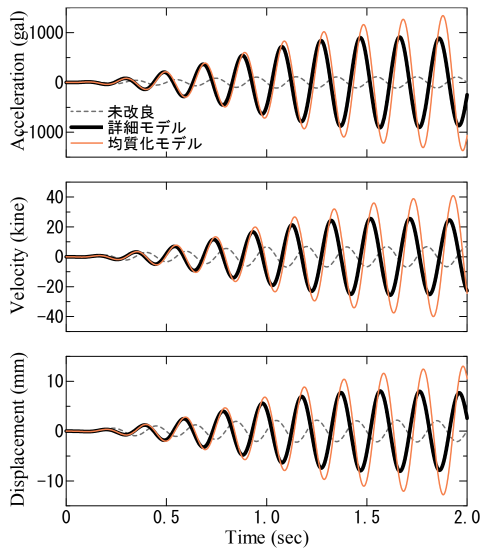
L2SpcIIを底面に入力した際の地表面応答加速度のフーリエスペクトルを図-9に示す．均質化法による再現性は比較的良好であるが，高振動数領域（5.0Hz前後）においてわずかに差が生じているのが確認できる．なお，この原因については今のところ未解明であるが，メッシュサイズの依存性や改良部と未改良部の剛性比など，種々の原因が考えられる．



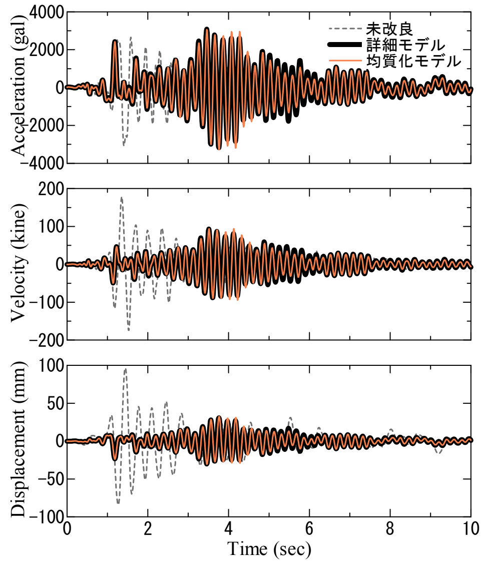
(a) 正弦波0.2Hz



(b) 正弦波1.0Hz



(c) 正弦波5.0Hz



(d) L2地震動スペクトルII

図-8　マクロモデル①（格子状：底面固定境界）の結果

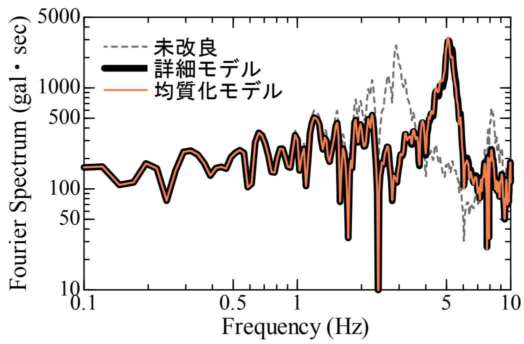


図-9　マクロモデル①（格子状：底面固定境界）のフーリエスペクトル（L2地震動スペクトルII）

次に，モデル底面を粘性境界とした場合の結果を図-10に示す．図-8(c)と図-10(a)を比較すると，底面が固定境界の場合は詳細モデルと均質化モデルの時刻歴応答

図-10　マクロモデル①（格子状：底面粘性境界）の結果

が完全には一致しないのに対し，粘性境界を用いることで両者の応答が完全に一致しているのがわかる．このような高振動数領域における均質化法の再現性の向上は，図-10(b)に示すL2SpcIIを入力した場合にも確認できる．地表面応答加速度のフーリエスペクトルを図-11に示すが，全振動数領域において均質化法を用いた結果と詳細モデルの結果は良く一致している．

b) マクロモデル②に対する解析結果

次に，図-7のマクロモデル②（ユニットセル：円形状）を対象にした動的解析の結果について述べる（イメージとしては静的圧入締固め（CPG工法）による地盤改良）．解析で用いた地震動はマクロモデル①の場合と同様である．まず，モデル底面を固定境界とした場合の結果を図-12，図-13に示すが，マクロモデル①の結果と同様に，入力の正弦波の振動数が0.2および1.0Hzの場合（図-12(a)(b)）は，均質化法により詳細なマクロモデル②の応答を適切に評価できていることがわかる．一方，振動数が5.0Hzの正弦波（図-12(c)）およびL2地震動SpcII（図-12(d)）の場合は，高振動数域での均質化法の再現

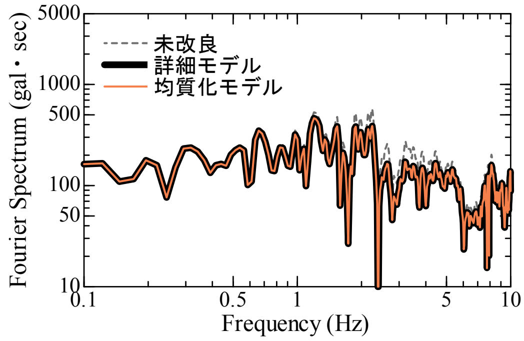
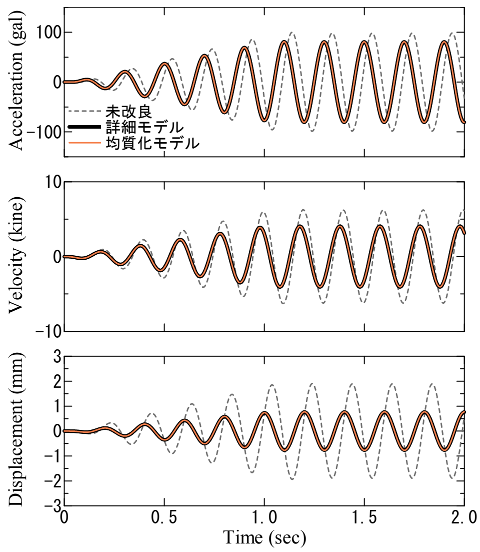
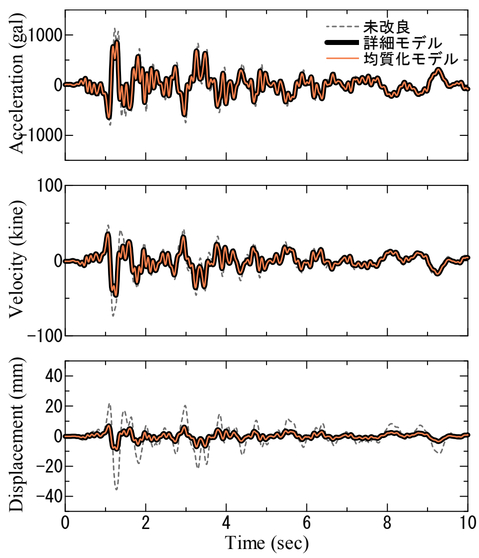


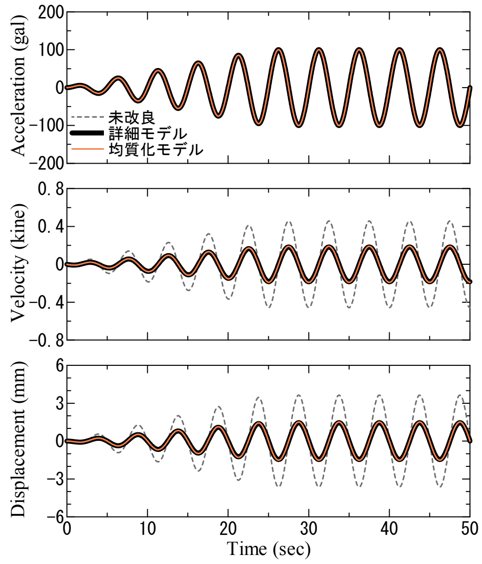
図-11　マクロモデル①（格子状：底面粘性境界）のフーリエスペクトル（L2地震動スペクトルII）



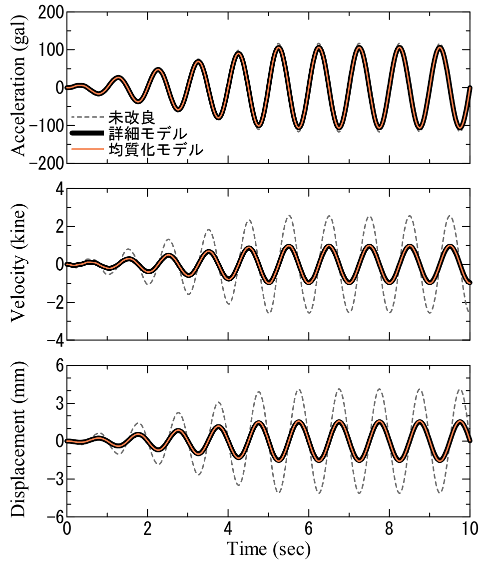
(a) 正弦波5.0Hz



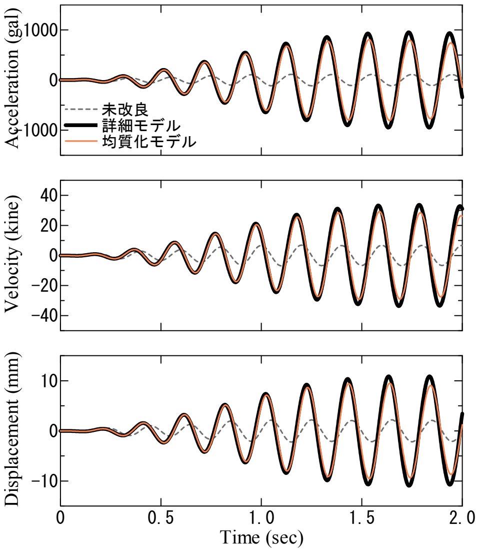
(b) L2地震動スペクトルII



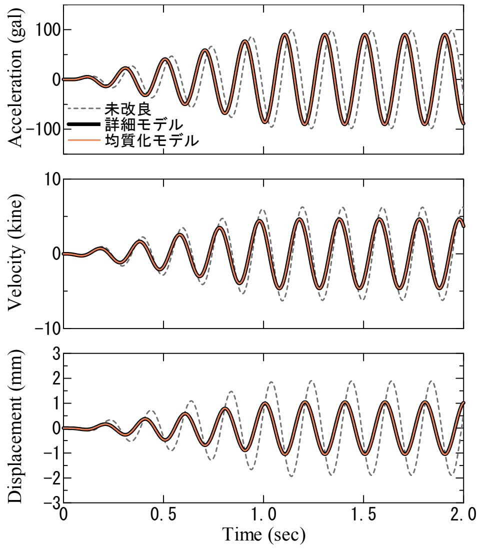
(a) 正弦波0.2Hz



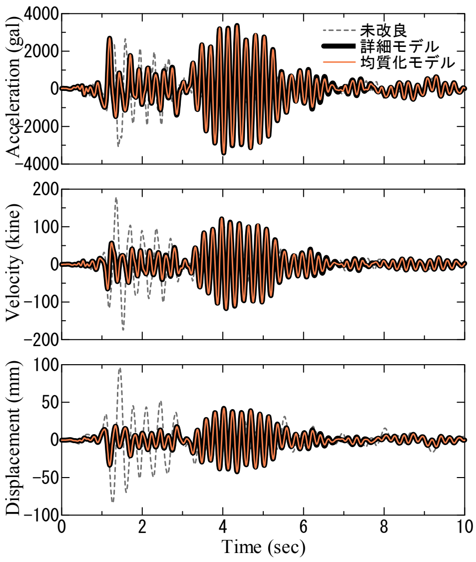
(b) 正弦波1.0Hz



(c) 正弦波5.0Hz

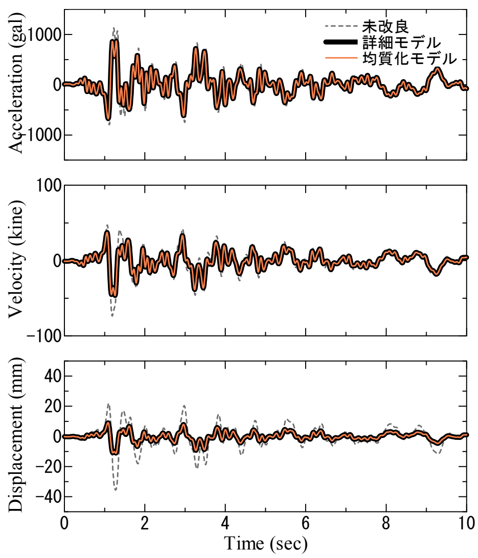


(a) 正弦波5.0Hz



(d) L2地震動スペクトルII

図-12　マクロモデル②（円形状：底面固定境界）の結果



(b) L2地震動スペクトルII

図-14　マクロモデル②（円形状：底面粘性境界）の結果

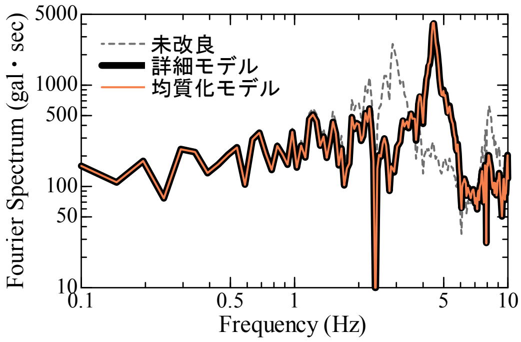


図-13　マクロモデル②（円形状：底面固定境界）のフーリエスペクトル（L2地震動スペクトルII）

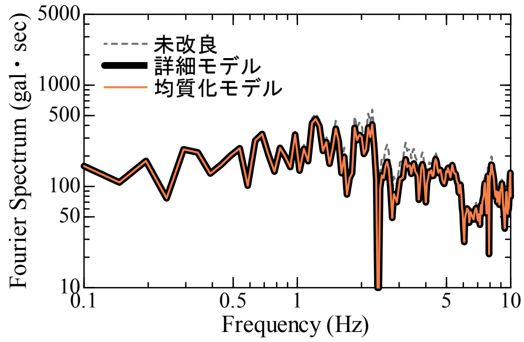


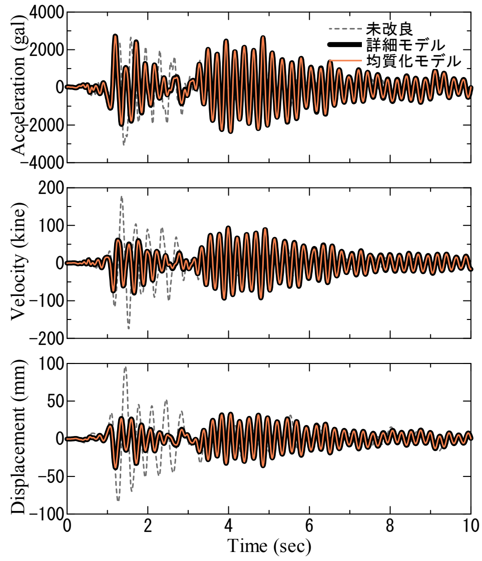
図-15　マクロモデル②（円形状：底面粘性境界）のフーリエスペクトル（L2地震動スペクトルII）

性の低下により，マクロモデル②による応答波形を完全に再現するには至っていない．

一方，モデル底面を粘性境界とした場合は，図-14および図-15に示すように，5.0Hz以上の振動数領域においても均質化法による再現性は良好である．

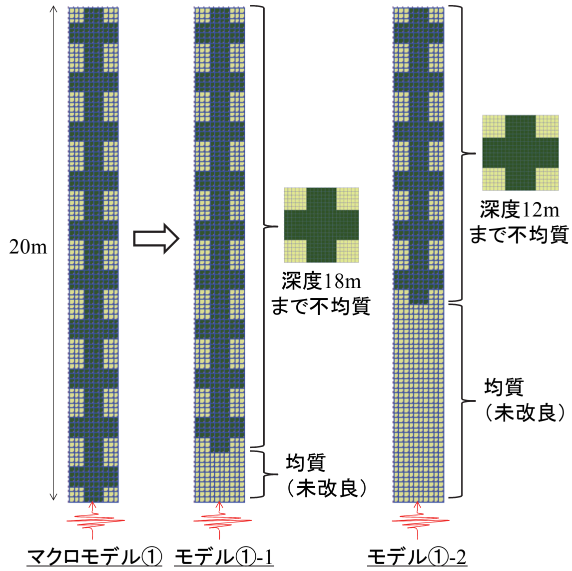
c) マクロモデル①の条件を変更した場合

続いて，比較解析として図−16に示すようにマクロモデル①の条件を変更し，それぞれに対して均質化マクロモデルを構築した上で，詳細モデルと均質化モデルの動的解析を実施した（底面は固定境界）．マクロモデル①-1では深度18mまで地盤改良がなされており，深度18～20mは未改良の均質地盤となっている．一方，マクロモデル①-2では，深度12mまで改良がなされており，それより下層は未改良地盤となっている．まず，マクロモデル①-1を対象にした解析結果を図−17に示す．振動数が5.0Hzの場合（図−17(a)）およびL2SpcIIを作用させた場合（図−17(b)）のいずれにおいても，マクロモデル①の結果（図−8(c)(d)）と比較すれば，均質化法による再現性は向上しているのがわかる．図−18のフーリエスペクトルを見ると，底面を固定境界とした場合でも，対象とするモデル（ここでは，マクロモデル①-1）によっては全

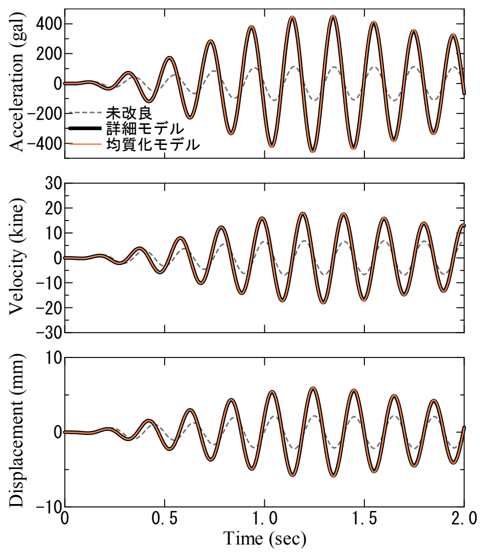


(b) L2地震動スペクトルII

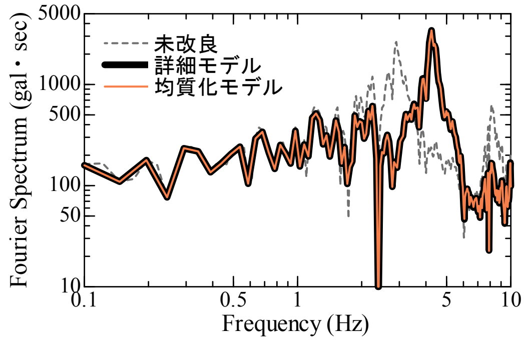
図−17　マクロモデル①-1（格子状：底面固定境界）の結果



図−16　マクロモデル①の条件変更



(a) 正弦波5.0Hz

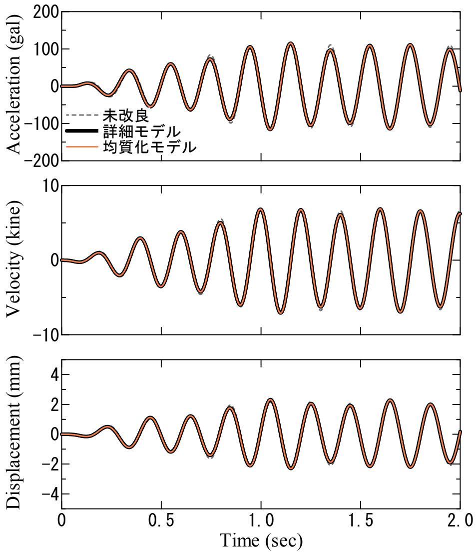


図−18　マクロモデル②-1（格子状：底面固定境界）のフーリエスペクトル（L2地震動スペクトルII）

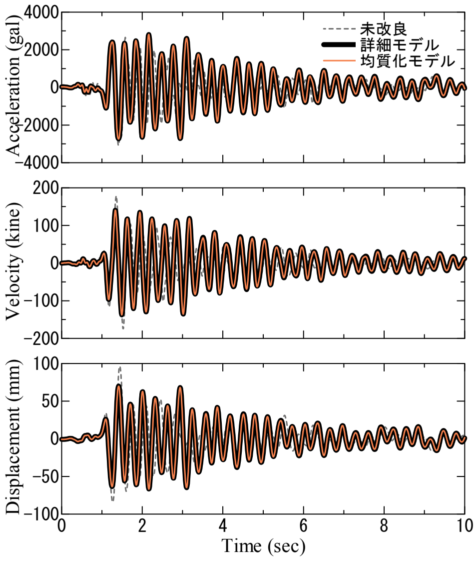
振動数領域において均質化法が適用できることが確認された．なお，このような均質化法の精度向上の理由であるが，図−16に示すように深度18～20mの土層を均質な未改良地盤としたことで，モデル全体としての改良部と未改良部のバランスが変化したことに加え，地震動を与える底面境界が不均質場から均質場に変化したこと等が考えられる．

次に，マクロモデル①-2を対象にした解析結果を図−19および図−20に示す．マクロモデル①-1の場合と同様に均質化法による再現性は良好であり，図−20に示す地表面応答加速度のフーリエスペクトルでは，全振動数域において均質化法による結果と詳細なマクロモデルを用いた結果は概ね一致している．この結果を踏まえれば，モデル底面が固定境界であっても，その直上の要素が均質であれば，均質化法により詳細モデルの地震応答を簡易に評価できる可能性が高いと考えられる．

以上，これまで述べてきた2次元動的解析の結果より，対象とするマクロモデルによっては高振動数域において均質化法の適用が難しい可能性はあるものの，高振動数



(a) 正弦波5.0Hz



(b) L2地震動スペクトルII

図-19　マクロモデル②-2（格子状：底面固定境界）の結果

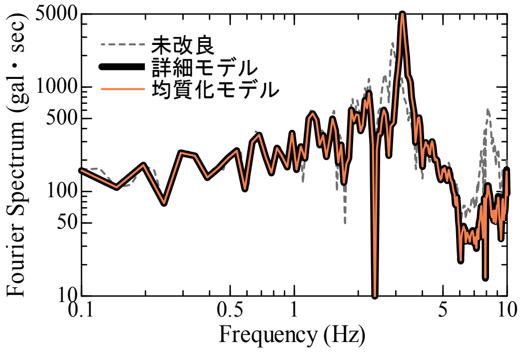


図-20　マクロモデル②-2（格子状：底面固定境界）のフーリエスペクトル（L2地震動スペクトルII）

域を除けば均質化法により詳細なマクロモデルの挙動を適切に評価できることが確認された．また，対象のマクロモデル（例えば，地盤全体に占める不均質な改良部の割合がそれほど大きくない場合）によっては，高振動数域を含めた全振動数域において均質化法が適用できる可能性があり，この点については今後さらに検討が必要であると考えられる．

5.　まとめ

本研究では，線形弾性問題を対象にして，2次元有限要素法に基づく均質化法解析システムを開発した．本システムは，①ミクロ構造のユニットセルの特性変位に基づきマクロ解析用の均質化された等価な弾性係数を算出する前処理部と，②ユニットセルにおけるミクロ的なひずみと応力の評価を行う後処理部から構成されている．均質化法を適用した2次元FEM解析を実施する際は，まず本システム（の前処理部）によりユニットセルの周期構造から構成されるマクロモデルを均質化し，マクロ解析のための等価な弾性係数を評価する．その後，等価な弾性係数を用いて，汎用FEMプログラムによりマクロモデルの解析を実施すればよい．

このシステムおよび汎用FEMプログラムを用いて均質化法による数値解析（2次元動的FEM）を実施したところ，不均質性を有するミクロな地盤構造（地盤改良としての柱状改良や格子状改良等も含む）を均質化してマクロな物性値に置き換えることで，線形領域における地震時挙動を簡易に評価できることがわかった．これにより，ミクロ構造のスケールでマクロモデルのメッシュ分割を行う場合と比較して，解析に要する時間とコストは大きく低減されるものと考えられる．ただし，対象とするマクロモデルによっては，特に高振動数領域において均質化法の精度が低下するケースもあり，この点については今後さらに検討が必要であると考えられる．また，動的な非線形問題への適用および3次元問題への拡張についても，今後検討を進める予定である．

参考文献

1) 小石正隆，加部和幸：汎用 FEM プログラムをベースにした均質化法解析システムの開発，日本機械学会論文集（A 編），59 巻，561 号，pp. 211-216，1993.
2) 石川明：非線形均質化法に基づく複合地盤の全体剛性解析プログラムの開発，清水建設研究報告，第 81 号，pp. 1-6，2005.
3) 高野直樹：均質化法による新しい数値シミュレーション，日本複合材料学会誌，27 巻，1 号，pp. 4-11，2001.
4) 高野直樹，座古勝：Fixed Grid に基づく均質化法による複合材料のマイクロスコピック・シミュレーション技法の提案，日本機械学会論文集（A 編），61 巻，583 号，pp. 97-102，1995.

5) 寺田賢二郎，弓削康平，菊池昇：均質化法を用いた複合材料の弾塑性解析（第 1 報，定式化），日本機械学会論文集（A 編），61 巻，590 号，pp. 91-97，1995.
6) 寺田賢二郎，弓削康平，菊池昇：均質化法を用いた複合材料の弾塑性解析（第 2 報，数値解析），日本機械学会論文集（A 編），62 巻，601 号，pp. 110-117，1996.
7) 寺田賢二郎，菊池昇：非均質弾塑性体のマルチスケール解析のための一般化アルゴリズム，土木学会論文集，No. 633，I-49，pp. 217-229，1999.
8) 橋詰正広，上田稔，永坂英明，佐藤友美，前田健一：3 次元解析による SCP 改良地盤の均質化法を用いた平均化の妥当性に関する検討，第 40 回地盤工学研究発表会，pp. 2255-2256，2005.
9) Iai, S., Matsunaga, Y. and Kameoka, T.: Strain Space Plasticity Model for Cyclic Mobility, Soils and Foundations, Vol.32, No.2, pp.1-15, 1992.
10) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計，丸善出版，2012.
11) 石川明，浅香美治，社本康広：均質化法を用いた部分改良地盤の等価 S 波速度の簡易評価法，日本建築学会構造系論文集，第 613 号，pp. 67-72，2007.
12) Iai, S.：Three dimensional formulation and objectivity of a strain space multiple mechanism model for sand, Soils and Foundations, Vol.33, No.1, pp.192-199, 1993.

Fundamental Study of Seismic Response Analysis of Inhomogeneous Ground by Using Homogeneization Method

Kyohei UEDA and Yoshitaka MURONO

When evaluating the dynamic behavior of ground during earthquakes by using finite element (FE) method, the analyzed area of ground is divided into multiple regions (i.e. meshes for FE analysis), in which uniform physical properties are generally used. However, ground has spatial inhomogeneity inherently bacause it is composed of soil particles with various sizes and shapes from a microscopic point of view. In this research, we have developed a 2-dimensional dynamic FE analytical system for linear elastic problems by using homogeneization method in order to make it possible to easily evaluate the seismic behavior of inhomogeneous ground by appropriately modeling the microscopic heterogeneity at the macro level. A series of dynamic FE analyses of inhomogeneous ground by using the system has revealed that it is possible to easily evaluate the seismic behavior in the linear region by using homogeneization method. However, depending on the structure of microscopic heterogeneity the accuracy of homogeneization method may be reduced especially in the high frequency region.