

地中構造物の非線形挙動の簡易な計算法

鈴木 崇伸¹⁾

¹⁾博士 (工学) 東洋大学理工学部都市環境デザイン学科
(〒350-8585 埼玉県川越市鯨井 2100)
E-mail:tsuzuki@toyo.jp

本論文は地中構造物の非線形な変形特性の影響を簡易に評価する計算法についてまとめている。ひとつは準静的解析であり、外力を漸増させ、逐次つり合い方程式を解くことにより、非線形応答の結果が得られることを示している。さらに非線形な変形特性をバネとダッシュポットを用いた複素数バネで近似することにより、繰り返しのある外力に対する応答を計算する方法を示している。正弦波外力を与えた場合について解析例を示しているが、非線形特性と応答の最大値は簡単な解析による追跡することが可能であり、パラメータ分析に応用することができる。

Keywords : *Beam supported spring, rotational deformation, sinusoid wave, boundary condition, non-linear behavior*

1. はじめに

地中構造物の縦断方向に沿って変位を作用させる設計計算が一般的に行われている。正弦波を作用させたときの解析解は多くの指針で基礎的な公式とされ、地中構造物の耐震性評価に役立てられている。

近年では観測結果に基づきレベル 2 地震動や過大な地盤変位を設計外力として考えるようになった。そのことに伴い、構造部材あるいは地盤バネの非線形特性を取り入れて計算されることが多い。非線形性を考えた応答計算では通常プログラム解析が行われているが、バイリニア特性程度の簡易なモデルならば、解析的に追跡することも可能である。

地震入力の増大に伴って、地中構造物においても免震・制振の考え方で応答を制御する研究が始められている。構造物の一部に軸力や曲げモーメントを制御する装置を組み込む、あるいは地盤との接触面に非線形な特性を持つ材料を設置するなどの研究がある。前述のように、これらはプログラム解析によって評価されることになる。

本研究は地中構造物の解析において 2 種類の解析法を比較している。一つは準静的解析であり、変形モードを固定して変位振幅を漸増させる計算法による解析解である。非線形特性に応じて 2 種類以上の解析解を接続する方法となる。もう一つは等価線形法であり、繰り返しのある非線形特性を線形近似して計算する方法である。構

造部材の非線形特性ならびに地盤バネの非線形特性について比較例を示しているが、両者はよい一致を示すことが示されている。

2. 非線形挙動の特徴

構造物を構成する部材あるいは材料の復元力特性は線形ではない。しかし微小変形の範囲では線形で近似できるとして設計が行われる。地震の揺れのように損傷条件に至る解析を行う場合には非線形特性を考慮した解析が必要とされる。非線形特性は応答値によって微分方程式の係数が変化することによって表わされる。これまでの解析で定数とした曲げ剛性 EI 、軸剛性 EA 、軸直角方向のバネ係数 K_n 、軸方向のバネ係数が、入力振幅と応答振幅によって変化する問題となる。振幅により変化するために解析解の導出は難しい場合が多いが、準静的解析や等価線形解析など非線形方程式を近似的に扱い計算法が開発されている。

構造力学においては、力と変位が比例関係にない非線形振動の問題がしばしばでてくる。非線形性の原因は、材料の構成式に由来する材料非線形性と、変位-ひずみ関係式に由来する幾何非線形性に分類される。このほかに破壊問題や接触問題で発生する不連続性も非線形性の原因となる。非線形振動で重要なのは、繰り返し外力に

対する応答をある精度をもって追跡できることであり、任意の外力に対して非線形挙動を正確に追跡する解析とは別の計算である。繰り返し外力を前提に、材料試験結果・構造試験結果をモデル化し、解析に取り込むことになる。

地盤や構造物の非線形特性のうち骨格曲線だけを解析対象として、応答値の評価が可能である。地盤や構造物の運動は考えずに、入力値に対する応答を骨格曲線に基づいて力のつり合いから評価する。準静的という表現はある入力値に対する応答を計算するとき、単純なつり合い方程式とならないので、入力を徐々に大きくしてつり合い計算を行い、所定の入力値に達するまで増加させる計算を行うことによる。静的なつり合いが基礎となるが、入力値を増減させて繰り返し計算を行う手法である。

骨格曲線の非線形性が対象となるが、前述の基礎方程式において 3 とおりの非線形性のパターンがある。第 1 は地震動入力の非線形性である。第 2 は構造物の剛性の非線形性であり、第 3 は地盤バネの非線形性である。

まず、はり解析の前提として地盤変位分布を指定する必要があるが、地盤変位の固有振動数あるいは固有モードは入力地震動の振幅によって変化する。入力地震動に対して単純に軸応答が比例するわけではない。表層地盤の非線形な応答特性に応じて地盤変位分布を設定する必要がある。

次に構造物の剛性に関する非線形性があげられる。前述のように構造材料はひずみが大きくなるとフックの法則が成り立たない性質がある。ヤング率やせん断剛性率はひずみによって一定値ではなく、一般に大ひずみではヤング率が小さくなる。さらに断面積や断面 2 次モーメントも一定ではなく変形が大きくなると増減がある。亀裂を生じるような材料であれば、急減に断面積が減少するケースも考えられる。

また地盤バネ係数も非線形性を示すことが実験により確認されている。地盤と構造物の相対変位が一定の範囲内では地盤からの反力は相対変位に比例するが、一定値を超すと比例しなくなる特性を有している。

以上の理由により、入力地震動が 2 倍になれば、軸応答も 2 倍になるという論理が成り立たない。入力値に応じて実験データや解析データに基づいた非線形計算を行わなくてはならない。問題の種別によっては線形計算をした場合に比べて応答値が低減される場合もある。逆に線形計算に比べてはるかに大きな応答値になることもあるが、事実にはできるだけ忠実に計算したのであるから真実味は高いといえる。ただし骨格曲線をもとにしたつり合い計算はあくまで大胆に近似した一つの結果であって、動的な影響を無視した静的なつり合い計算の範囲内での応答値である点に注意する必要がある。

3. 地中構造物の準静的解析

3.1 軸変形の準静的変形

地中構造物を弾性支持した無限に長いはりとし、 $x=0$ にバイリニア型のばねを置く。図-1 にバネ特性を示す。このバネが構造部位の損傷あるいは応答を人為的に制御する装置に相当する。はじめに繰り返し運動は考えず、波長 L の正弦波状の強制変位を準静的に加える問題を考える。位相を固定して地盤変位の振幅 U_0 を徐々に大きくしていくと、バネ部の相対変位 δ も増大し、ある地盤変位で降伏する。 $x < 0$ の領域を 1、 $x > 0$ の領域を 2 として一般解は以下となる。ただし時間は定数として扱うものとする。無限遠で発散しない条件を用いて、未定係数を 2 個にしている。

$$u_1(x) = C_a \left\{ U \sin\left(\frac{2\pi}{L}x + \phi\right) + A_1 e^{\lambda_a x} \right\} \quad (x < 0) \quad (1a)$$

$$u_2(x) = C_a \left\{ U \sin\left(\frac{2\pi}{L}x + \phi\right) + B_2 e^{-\lambda_a x} \right\} \quad (x > 0) \quad (1b)$$

$$C_a = \frac{\lambda_a^2}{(2\pi/L)^2 + \lambda_a^2} \quad (1c)$$

$$\lambda_a = \sqrt{\frac{K_1}{EA}} \quad (1d)$$

境界条件はバネ部の相対変位と降伏変位の関係で変化する。相対変位は

$$\delta = u_2(0) - u_1(0) \quad (2a)$$

で与えられ、降伏する前の境界条件は

$$u_1'(0) = u_2'(0) = k_1 \delta \quad (2b)$$

となり、バネが降伏すると

$$u_1'(0) = u_2'(0) = k_2(\delta - \delta_y) + k_1 \delta_y \quad (2c)$$

となる。これらの条件式を境界条件として方程式を解くと、降伏前後の地盤変位 U_0 とバネ部の相対変位 δ の関係式が得られる。計算結果は

$$u_1(x) = C_a U \cos\phi \left(\frac{2\pi}{L(2k_1 + \lambda_a)} e^{-\lambda_a x} + \sin\frac{2\pi x}{L} \right) \quad (3a)$$

$$u_2(x) = C_a U \cos\phi \left(-\frac{2\pi}{L(2k_1 + \lambda_a)} e^{\lambda_a x} + \sin\frac{2\pi x}{L} \right) \quad (3c)$$

となり、バネ部の相対変位 δ は

$$\delta = \frac{4\pi C_a \cos\phi}{L(2k_1 + \lambda_a)} U \quad (4a)$$

により求められる。位相が $\varphi=0$ のとき相対変位は最大となる。この条件でバネが降伏する時の地盤変位を U_y とする。

$$U_y = \frac{L(2k_1 + \lambda_a)}{4\pi C_a} \delta_y \quad (4b)$$

となり、降伏前の相対変位は

$$\delta = \left(\frac{\delta_y}{U_y} \right) U \quad (4c)$$

で計算できる。降伏後の相対変位も同様に計算すると

$$\delta = \frac{4\pi C_a U - 2(k_1 - k_2)L\delta_y}{2Lk_2 + L\lambda_a} \quad (5a)$$

であり、 U_y を用いて式の整理をすると

$$\frac{\delta}{\delta_y} = \frac{2k_1 + \lambda}{2k_2 + \lambda} \left(\frac{U}{U_y} \right) + \frac{-2k_1 + 2k_2}{2k_2 + \lambda} \quad (5b)$$

が得られる。ここに δ_y は降伏時の相対変位であり、 U_y はバネが降伏するときの地盤変位振幅である。図-2に地盤変位振幅 U_0 によるバネ変位 δ の変化を示す。相対変位 δ と地盤変位 U_0 は折れ線状に変化し、バネの第2勾配の設定により応答が変化する。バネが軟化する場合には相対変位の増加割合が大きくなる。一方で降伏により軸力の増加割合は小さくなり、軸力を低減する効果を発揮する。低減の効果はバネの軟化の程度と、地盤バネと軸剛性の比率によって変化する。バネ特性を変化させたときの応答の変化を図-3に示す。

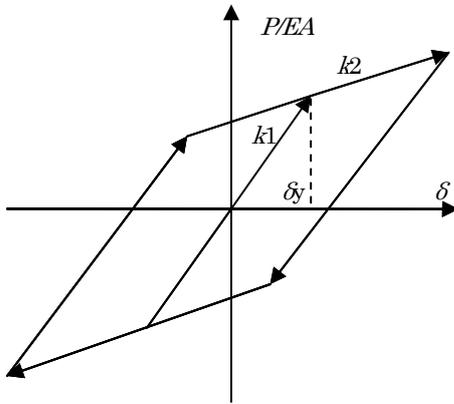


図-1 軸バネのバイリニアモデル

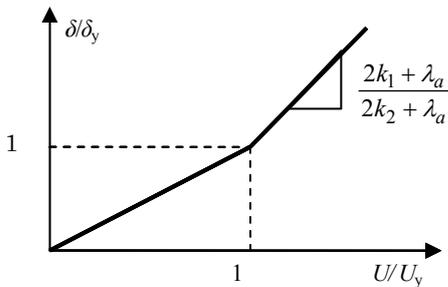


図-2 地盤変位と軸バネ変位の関係

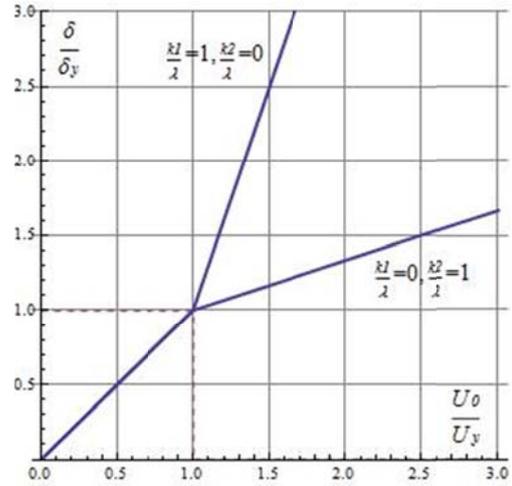


図-3 バイリニアバネを設置した時の地盤変位とバネ変位

3.2 曲げ変形の準静的解析

軸変形と同様に、非線形に対応する回転バネを設置して正弦規則波を作用させ、位相を固定して振幅を漸増する計算を行う。 $x=0$ に非線形特性をもつ回転バネを設置する。曲げバネの特性を図-4に示す。一般解は軸直角変位を y として

$$y_1(x) = C_b \left\{ Y \sin \left(\frac{2\pi x}{L} + \phi \right) + e^{\lambda_b x} (A_1 \cos \lambda_b x + B_1 \sin \lambda_b x) \right\} \quad (6a)$$

$(x < 0)$

$$y_2(x) = C_b \left\{ Y \sin \left(\frac{2\pi x}{L} + \phi \right) + e^{-\lambda_b x} (C_2 \cos \lambda_b x + D_2 \sin \lambda_b x) \right\} \quad (6b)$$

$(x > 0)$

$$C_b = \frac{4\lambda_b^4}{(2\pi/L)^4 + 4\lambda_b^4} \quad (6c)$$

$$\lambda_b = \sqrt[4]{\frac{K_n}{4EI}} \quad (6d)$$

と表せる。 A_1 、 B_1 、 C_2 、 D_2 の未定係数は境界条件によって決まる。

動的問題として考えるとヒステリシスの影響が関係してくるが、境界条件はバネ部の相対たわみ角 θ によって変化する。方程式で表わせば

$$\theta = y_2'(0) - y_1'(0) \quad (7a)$$

$$\text{(降伏前)} \quad y_1''(0) = y_2''(0) = k_1 \theta \quad (7b)$$

$$\text{(降伏後)} \quad y_1''(0) = y_2''(0) = k_2 (\theta - \theta_y) + k_1 \theta_y \quad (7c)$$

これらの条件式を境界条件として方程式を解くと、降伏前後の地盤変位 Y とバネ部の相対回転角 θ の関係式が得られる。計算結果を以下に示す。降伏前の条件の解は構造部位の一部の曲げ剛性が異なる場合のたわみ曲線と

なる。地盤変位が $x=0$ で腹になる時に回転バネ位置での曲げモーメントが最大となる。このたわみ曲線を式で表わすと

$$y_1(x) = C_b Y \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \frac{2\pi^2 e^{\lambda_b x} (\cos \lambda_b x + \sin \lambda_b x)}{L^2 \lambda_b (2k_1 + \lambda_b)} \right\} \quad (8a)$$

$$y_2(x) = C_b Y \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \frac{2\pi^2 e^{\lambda_b x} (\cos \lambda_b x - \sin \lambda_b x)}{L^2 \lambda_b (2k_1 + \lambda_b)} \right\} \quad (8b)$$

となる。降伏回転変位 θ_y に達する前の $x=0$ のたわみは

$$y(0) = C_b Y \left(1 + \frac{2\pi^2}{L^2 \lambda_b (2k_1 + \lambda_b)} \right) \quad (9)$$

となり、相対回転角 θ は

$$\theta = -\frac{8\pi^2 C_b Y}{L^2 (2k_1 + \lambda_b)} \quad (10a)$$

となる。この式から回転バネが降伏する時の地盤変位を Y_y を計算することができる。

$$Y_y = \frac{L^2 (2k_1 + \lambda_b)}{8\pi^2 C_b} \theta_y \quad (10b)$$

$Y > Y_y$ の場合は降伏後の回転バネの条件式を用いてたわみ曲線の計算が行える。たわみ曲線は省略するが、たわみ $y(0)$ と $x=0$ での相対回転角 θ は

$$y(0) = C_b Y + \frac{4\pi^2 C_b Y + (k_1 - k_2) L^2 \theta_y}{2L^2 \lambda_b (2k_2 + \lambda_b)} \quad (11a)$$

$$\theta = -\frac{2(4\pi^2 C_b Y - (k_1 - k_2) L^2 \theta_y)}{L^2 (2k_2 + \lambda_b)} \quad (11b)$$

となる。式(10b)に示した Y_y を用いて θ_y 以上での相対回転角の式を整理すると

$$\frac{\theta}{\theta_y} = \frac{2k_1 + \lambda_b}{2k_2 + \lambda_b} \left(\frac{Y}{Y_y} \right) - \frac{2(k_1 - k_2)}{2k_2 + \lambda_b} \quad (12)$$

となる。 θ/θ_y の変化は回転バネの特性 k_1 , k_2 と固有波数 λ_b によって決まる折れ線上を動く。図-5 に非線形バネを用いた場合の応答の模式図を示す。バネ特性によって応答が折れ線となるのは軸変形と同様である。バネ部の応答には波長 L は影響しないが、バネ近傍の変形には波長が影響したかたちで求められる。

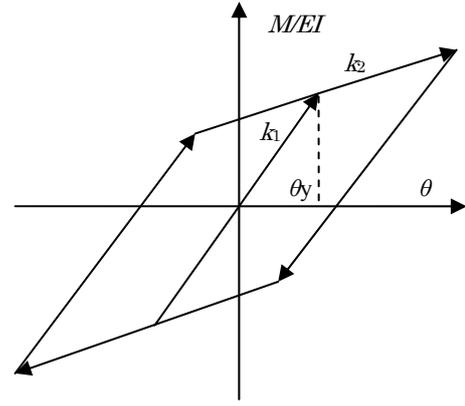


図-4 曲げバネのバイリニアモデル

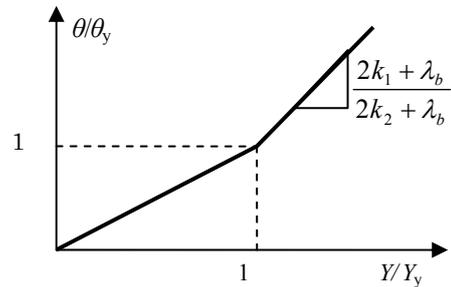


図-5 地盤変位振幅と曲げ角の変化

4. 粘弾性モデルによる解析

4.1 基本的考え方

工学的材料の多くは周期外力に対して変形が時間遅れを伴う粘弾性的性質を有している。鋼であれ、コンクリートであれ材料試験の結果は粘弾性となる。地中構造物のある部位も周期的な動的変形を考える際には粘弾性で表現できる。ここでは地中構造物の一部が粘弾性的な動特性を持つ場合の解析解を計算する。粘弾性の代表的なモデルとしてバネとダッシュポットを並列につないだ Voigt モデルを考える。外力 P が周期変化をするとき、変位 δ は時間遅れを伴って周期変化する。式で表すと以下となる。

$$P = P_0 e^{i\omega t} \quad (13a)$$

$$\delta = \delta_0 e^{i(\omega t - \theta)} \quad (13b)$$

バネとダッシュポットの条件から力のつり合い式は

$$P = (k + i\omega c)\delta \quad (13c)$$

となる。角振動数 ω に比例して粘性力が増大するモデルである。周期外力 P と変位 δ は楕円を描く関係となり、減衰定数 h は

$$h = \frac{c\omega}{2k} \quad (14)$$

となる。地中構造物の変形を動的に制御する場合、周期外力が作用する解析においては、材料的・構造的減衰を見込んだ解析が必要とされると考える。

$x=0$ に Voigt 型のバネとダッシュポットを置いたバネ支持されたはりに進行波を通過させる解析を行う。進行波ははりから影響を受けないもとして解析する。支配方程式の一般解は式(3a)と(3b)となり、境界条件は

$$\frac{P}{EA} = k(1 + 2ih)\delta \quad (15a)$$

となる。未定係数の計算結果は

$$A_1 = \frac{2\pi}{L(2k(1 + 2ih) + \lambda_a)} C_a U_0 \quad (15b)$$

$$B_2 = -A_1 \quad (15c)$$

となり、 $x=0$ における軸力 P と相対変位 δ が計算できる。

$$\delta = \frac{4\pi C_a}{2Lk(1 + 2ih) + L\lambda_a} U e^{i\omega t} \quad (16)$$

バネが入ることにより、変位分布は不連続となり、またダッシュポットが入ることにより、 $P-\delta$ の時間変化が楕円となる。 $c=0$ とすれば応答は直線となる。バネ両端の相対変位量 δ は、入力振動数 ω 、バネの硬さ k 、バネ支持はりの固有値 λ によって変化し、ダッシュポットの係数 c が大きくなると δ は小さくなる。ヒステリシスを描くことは静的解析との大きな違いである。図-6 に変位振幅分布の計算例を図-7 に $P \sim \delta$ の変化の計算例を示す。

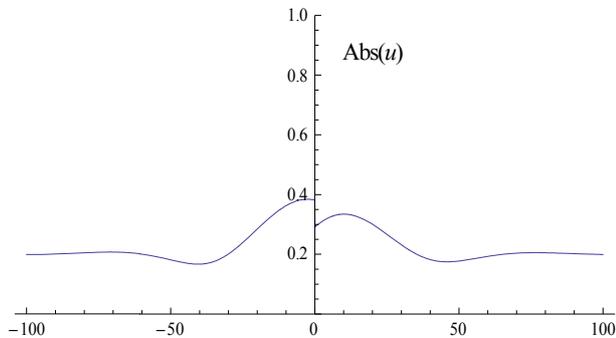


図-6 変位振幅の分布

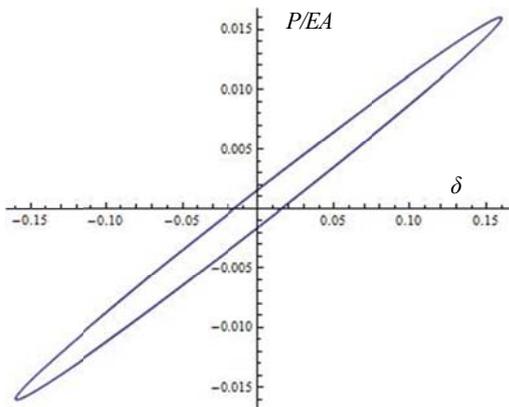


図-7 $P \sim \delta$ の関係

4.2 構造部位の等価線形解析法

Voigt 型のバネとダッシュポットを入れたときの解析解を用いることにより、バネの変位を δ_0 としたときの周期外力に対する応答を等価線形法で近似する。図-1 および図-4 にバイリニア型の骨格線と履歴ループのイメージを示している。等価線形法に用いる骨格曲線には HD モデルや RO モデルなどいろいろあるが、等価剛性の計算式は公式化されている。バイリニアモデルの場合、バネの変位振幅が δ_0 であるときの割線係数 k と等価減衰定数 h_{eq} は以下の式で計算できる。ただし、 $\delta_0 > \delta_y$ の場合の計算式を示しており、 δ_y よりも小さな振幅ではバネは線形、減衰定数は 0 となる。

$$k = k_1 \frac{\delta_y + \frac{k_2}{k_1}(\delta_0 - \delta_y)}{\delta_0} \quad (17a)$$

$$h_{eq} = \frac{2}{\pi} \frac{\delta_y}{\delta_0} \frac{(\delta_0 - \delta_y) \left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right)}{\delta_y + \frac{k_2}{k_1}(\delta_0 - \delta_y)} \quad (17b)$$

以上の条件を、波動場にバネ支持はりを置いた解析解の式(4a)に代入すれば、周期外力により、非線形化したときのバネ部の応答が計算できる。

図-8 に等価線形法により地盤変位を漸増させてバネ変位を計算した結果を示す。点線が準静的解析による折れ線であり、実線は等価線形法による収束計算の結果である。バネの軟化だけを取り上げるのではなく、減衰も考慮する点はこれまでの計算法と大きく異なる点である。減衰項の影響により、応答が少し小さくなっている。周期外力に対して減衰も見込んで、地上構造物の応答と同様の評価を行う必要があると考える。

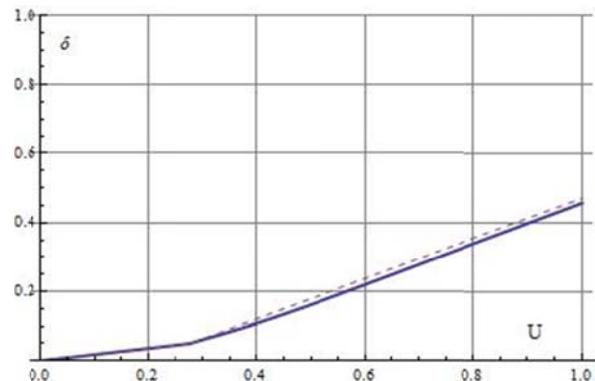


図-8 地盤変位 U とバネ変位 δ の関係

軸直角方向も軸方向と同様に定式化できる。曲げ剛性は変化しないとする。等価バネを k 、等価バネに対する減衰を h とする。回転バネを $x=0$ におき、 $x=0$ が腹となる

波長 L の地盤変位を作用させる。

$$\frac{M}{EI} = k(1 + 2ih) \left(y_2'(t,0) - y_1'(t,0) \right) \quad (18a)$$

$$\theta = -\frac{8\pi^2 C_b}{L^2 \{2k(1 + 2ih) + \lambda_b\}} Y e^{i\omega t} \quad (18b)$$

$$k = k_1 \frac{\theta_y + \frac{k_2}{k_1} (\theta - \theta_y)}{\theta} \quad (18c)$$

$$h_{eq} = \frac{2}{\pi} \frac{\theta_y}{\theta} \frac{(\theta - \theta_y) \left(1 - \frac{k_2}{k_1} \right)}{\theta_y + \frac{k_2}{k_1} (\theta - \theta_y)} \quad (18d)$$

定式化は軸変位とまったく同じであり、構造部位の変位量を回転角に置き換えて計算が行える。

5. 非線形地盤バネの等価線形解析

5.1 軸変形

(1) 準静的解析

地中構造物は周囲を地盤により拘束されている。この効果を地盤バネで近似する計算が一般的に行われている。変形が小さい範囲では、線形バネとなるが、変形が大きくなるとバネが軟化して地盤変位に追随しなくなる特性が知られている。地盤バネは実験結果あるいは地盤調査結果に基づいて設定される。弾性支持の影響だけを見込む場合には線形バネとして設定される。地中構造物が大きく変位する場合には、地盤の軟化を考慮してバネ係数を低減する。任意の強制変位に対して地盤バネの非線形性を考慮して準静的に計算する手法が一般的に行われている。ガス導管設計指針では、地盤バネでなく地盤反力の上限值に着目して管の応答を計算する方法が採用されている。地盤バネをバイリニアとしたときの解析的な研究として、小池、篠塚による部分的な滑りを考慮した解析解の導出や、鈴木による軸応答のバイリニア近似解の研究などがある。

鈴木の研究によれば図-9に示す完全弾塑性型の地盤バネで支持されたはりに波長 L の正弦波が作用する場合に、構造物の軸変位の最大値の計算式は以下となる。

$$u_{\max} = \begin{cases} C_a U & (U < U_y) \\ \frac{(L\lambda_a)^2 \Delta_g}{8\pi} & (U > U_y) \end{cases} \quad (19a)$$

$$U_y = \frac{1}{8\pi} \left(4\pi^2 + (L\lambda_a)^2 \right) \Delta_g \quad (19b)$$

ここに U は地盤変位の振幅であり、 Δ_g は地盤バネが降伏する地盤と構造物の相対変位、 U_y は地盤バネの降伏をバイ

リニアで近似したときの折れ曲がり点となる地盤変位、 C_a は式(1c)に示した係数である。地盤変位 U の増加に対してバイリニアの応答となるが、折れ線となる地盤変位 U_y は、 λ 、 ζ 、 Δ_g によって変化する。計算例を図-9の点線に示している。計算の条件は $\zeta = \pi/100$ [1/m]、 $\lambda = 0.03$ [1/m]、 $\Delta_g = 0.04$ [m] として、 U を与えて軸変位 u_{\max} を計算している。

この準静的な変形解析は繰り返しの影響は考慮していない。速度の影響を無視して、ある時刻の地盤変位と地中構造物の変形が静的に釣り合う条件で方程式を解いている。実際の地中構造物は周期外力により運動するため、非線形挙動においては履歴減衰を考慮する方が適切と考えられるが、現状の解析法は、加速度項と速度項を無視する考え方が用いられている。

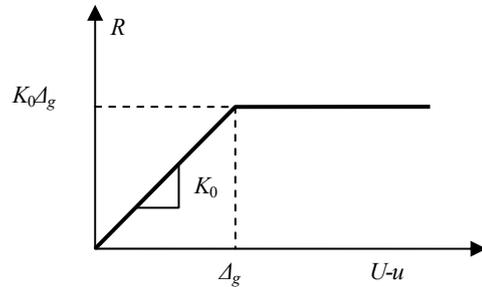
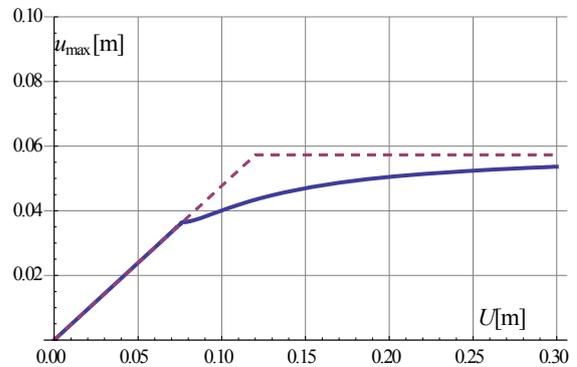
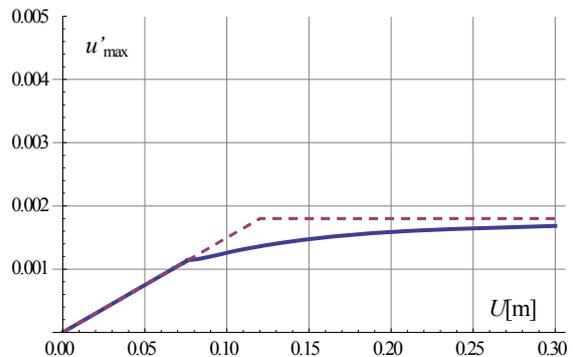


図-9 地盤バネ特性



(a) 最大変位



(b) 最大軸ひずみ

図-10 準静的解析と等価線形解析の比較

($L = 100$ [1/m]、 $\lambda = 0.03$ [1/m]、 $\Delta_g = 0.04$ [m])

(2) 等価線形法による解析

周期外力に対する応答を前提として、等価線形法により応答を計算する。地盤バネに履歴減衰を見込んで複素数とした支配方程式は次式となる。ここでの地盤バネ K は剛性低下を考慮した値であり、 h は履歴ループによって決まる定数である。

$$EAu'' - \rho A \ddot{u} - K(1 + 2ih)(u - U) = 0 \quad (20a)$$

慣性項を無視して、周波数応答を計算すると軸変位 u は以下の式となる。

$$u = C_a^* U e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi x}{L}\right)} \quad (20b)$$

$$C_a^* = \frac{\lambda^2(1 + 2ih)}{(2\pi/L)^2 + \lambda^2(1 + 2ih)} \quad (20c)$$

減衰がない場合に比べて位相と倍率が変化する式となる。地盤と地中構造物の相対変位の振幅 δ は正弦波の半波長分の平均を計算して

$$\delta = \frac{2}{\pi}(1 - C_a^*)U \quad (21)$$

とする。地盤バネは変位 Δ_g 以上で完全降伏する場合を考える。初期のバネ係数は K_0 であるとする而降伏変位以上では以下の式から λ と h が計算できる。

$$K = K_0 \frac{\Delta_g}{\delta} \quad (22a)$$

$$h = \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{\Delta_g}{\delta}\right) \quad (22b)$$

$$\lambda = \lambda_a \sqrt{\frac{\Delta_g}{\delta}} = \sqrt{\frac{K_0}{EA}} \sqrt{\frac{\Delta_g}{\delta}} \quad (22c)$$

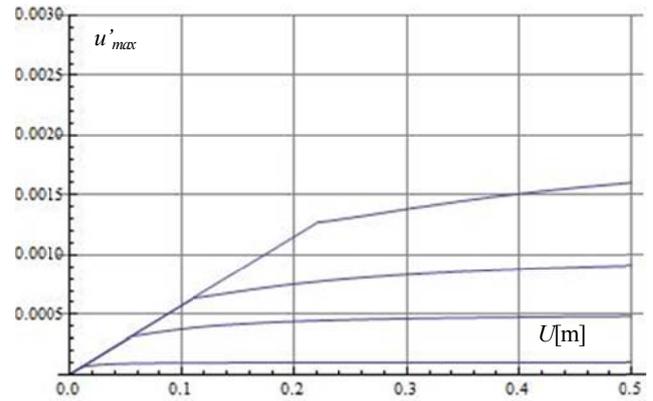
式(22b)と(22c)の λ と h は相対変位 δ の関数となるが、波数 ξ と地盤変位振幅 U_0 、降伏変位 Δ_g を与え、式(21)を用いて繰り返し計算を行えば相対変位 δ が複素数の形で求められる。軸変位 u の振幅は

$$\left|C_a^* U_0\right| = \left|\frac{\pi}{2} \delta - U_0\right| \quad (23)$$

で求められる。図-10の実線は同じ条件で等価線形近似をした結果である。準静的解析では鋭角な折れ線で近似されていたが、地盤変位に応じてバネ値と減衰が徐々に変化する解析を行うと、降伏変位以下では直線、降伏変位以上では緩やかな曲線になるのがわかる。地盤変位を大きくすると準静的解析の上限値に収束していく。

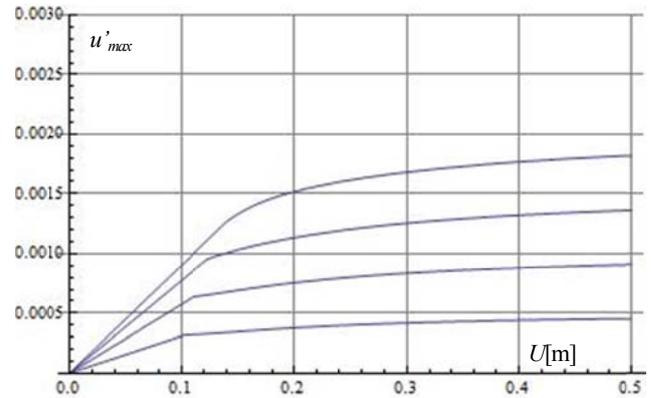
降伏変位と波数を変化させたときの軸ひずみ応答の最大値を計算した例を図-11に示す。 $\lambda_a = 0.02$ [1/m] は共通としている。降伏変位 Δ_g を小さくすれば軸ひずみは小さくなり、また波数 ξ を小さくすれば、軸ひずみが大きくなる特性がある。こうした特性分析は、地中構造物の応答

制御に応用することができる。



(a)降伏変位の違いによる軸歪みの変化

($L=100$ [m], 下から $\Delta_g=0.01, 0.05, 0.1, 0.2$ [m])



(b)波長の違いによる軸歪みの変化

($\Delta_g=0.1$ [m], $L=50, 100, 150, 200$ [m])

図-11 地盤バネが降伏する時の軸応答 (最大ひずみ)

5.2 曲げ変形の等価線形解析

軸直角方向も同様に定式化できる。パイリニア近似した準静的解析の結果は

$$y_{\max} = \begin{cases} C_b Y & (Y < Y_y) \\ C_b Y_y & (Y > Y_y) \end{cases} \quad (24a)$$

$$Y_y = \frac{1}{32\pi^2} (4\pi^4 + (L\lambda_b)^4) \Delta_g \quad (24b)$$

となる。 C_b は式(6c)に示している。等価線形法の基礎方程式は

$$Ely'''' - \rho A \ddot{y} + K(1 + 2ih)(y - Y) = 0 \quad (25)$$

であり、慣性項を無視して、周波数応答を計算すると軸直角変位 y は以下の式となる。

$$y = C_b^* Y e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi x}{L}\right)} \quad (26a)$$

$$C_b^* = \frac{4\lambda^4(1 + 2ih)}{(2\pi/L)^4 + 4\lambda^4(1 + 2ih)} \quad (26b)$$

減衰がない場合に比べて位相と倍率が変化する式となる。地盤と地中構造物の相対変位の振幅 δ は

$$\delta = \frac{2}{\pi} (1 - C_b) Y \quad (27)$$

となる。地盤バネは変位 Δ_g 以上で完全降伏する場合を考える。初期のバネ係数は K_0 であるとする。降伏変位以上では以下の式から λ と h が計算できる。

$$K = K_0 \frac{\Delta_g}{\delta} \quad (28a)$$

$$h = \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{\Delta_g}{\delta} \right) \quad (28b)$$

$$\lambda = \lambda_b \sqrt[4]{\frac{\Delta_g}{\delta}} = \sqrt[4]{\frac{K_0}{4EI}} \sqrt[4]{\frac{\Delta_g}{\delta}} \quad (28c)$$

図-12 に曲げ変形を計算した結果を示す。図-10 と同様に点線が準静的解析の結果、実線が等価線形解析の結果である。減衰が作用する分だけ応答値が低下している。

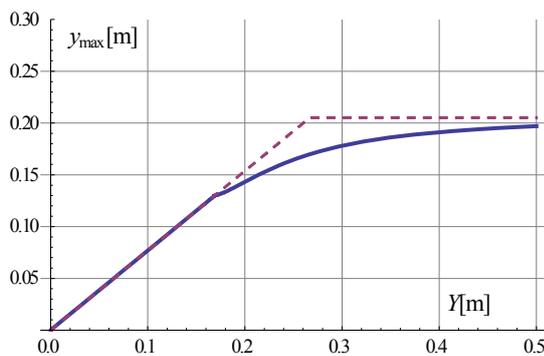


図-12 地盤変位 Y と最大たわみ y_{\max} の関係 ($b=0.03[1/m]$, $L=200[m]$, $\Delta_g=0.05[m]$)

6. まとめ

ANALYSIS METHOD TO UNDERGROUND STRUCTURES WITH BI-LINEAR DEFORMATION CHARACTERISTICS

Takanobu SUZUKI

This report presents analytical method for underground structures with bi-linear deformation characteristics. Non-linear response of structures is calculated by simple quasi static analysis or equivalent linearized analysis. Both some elements of the structure and supporting springs of the structures are dealt with almost same formulation. Simple formula are used for evaluation of non-linear response of various underground structures.

地中構造物の設計外力が増大したことに伴い、構造物の大変形時の応答計算では非線形性を考慮することが一般化した。最近では地中構造物においても免震あるいは制震の考え方が導入されるようになり、非線形計算が応答の制御に用いられることもある。

本論文は地中構造物の非線形な変形特性の影響を簡易に評価する計算法についてまとめている。ひとつは準静的解析であり、外力を漸増させ、逐次つり合い方程式を解くことにより、非線形応答の結果が得られることを示している。さらに非線形な変形特性をバネとダッシュポットを用いた複素数バネで近似することにより、繰り返しのある外力に対する応答を計算する方法を示している。

正弦波外力を与えた場合について解析例を示しているが、非線形特性と応答の最大値は簡単な解析による追跡することが可能であり、パラメータ分析に応用することができる。

参考文献

- 1) 土木学会：地下構造物の耐震性能照査と地震対策ガイドライン（案），2011.
- 2) 鈴木崇伸：応答変位法による地中構造物の軸変形解析に関する一考察，土木学会論文集 A1（構造・地震工学） Vol. 65 No.1, pp.263-272, 2009.
- 3) 鈴木崇伸：応答変位法による地中構造物の曲げ解析に関する一考察，土木学会論文集 A1（構造・地震工学） Vol. 68 No. 4, I_807-816, 2012.
- 4) 鈴木崇伸：斜め入射による正弦規則波が作用する地中構造物の周波数応答解析，土木学会論文集 A1（構造・地震工学） Vol. 69, 2013.
- 5) 土木学会：動的解析の方法，技報堂出版，1989.