

GPGPU を用いた SPH-DEM カップリング解析 による津波越流実験の再現計算

岩本 哲也¹・中瀬 仁¹・西浦 泰介²・東山 和博³・菅野 高弘⁴・八尋明彦⁵

¹正会員 東電設計株式会社

² (独)海洋研究開発機構

³正会員 国土交通省東北地方整備局 仙台港湾空港技術調査事務所

⁴正会員 (独)港湾空港技術研究所

⁵正会員 (一財)沿岸技術研究センター

論文要旨

津波に対して粘り強い防波堤構造が求められている¹⁾。その断面設計照査において、水理実験の補完または代替しうる数値解析手法としてSPH-DEMカップリング解析が有望である。大規模な三次元のモデルにあつては、演算の高速化が必須であり、本稿ではこれを実現したシミュレーションを紹介する。

1. はじめに

防波堤の捨石マウンドや消波ブロックの挙動を解析する計算手法として個別要素法²⁾(以下DEM)が有効である³⁾。一方、波力の挙動を解析する計算手法として差分法^{たとえ}ば⁴⁾が一般的であった。波力と構造物の相互作用を解析するために、両者をカップリングする努力がなされているが、構造物の変形によって生じる流体側の水圧変動が極めて大きいという困難がこのアプローチの前進を阻んでいる。ところで近年、流体解析に粒子法 (SPH⁵⁾⁶⁾ が適用されるようになってきた。ラグランジュアンである粒子法は、DEMと概念が似ており、カップリングが容易である。本研究ではまず、この手法のGPGPU化を図り、三次元モデルに対するシミュレーションを可能にする。次に、津波越流実験を対象に再現解析を行う。

2. SPHの概要

SPH法とは粒子法の一つで、元来圧縮性流体の数値解析手法として宇宙物理学における星雲の衝突や分裂などを解析する手法として提案されたが、メッシュの作成が不要で大変形解析に適正が高いというメリットを有するため、近年では自由表面流れといった非圧縮性流れや弾性体、このほか地盤工学の分野にも応用されている。

SPH法では位置 r での物理量 $f(r)$ をカーネル近似と呼ばれる近似手法によって評価する。関数 $f(r)$ の近似 $\langle f(r) \rangle$

はカーネル関数 W 、対象となる粒子の中心からの距離を h とすると次式によって表される。

$$\langle f(r) \rangle = \int f(r') W(r-r', h) dr'$$

対象粒子の中心からの距離 h 内にある粒子の影響を考慮するという意味で h は影響半径と呼ばれる。本論文ではカーネル関数 W として以下に示す Wendland カーネルを用いる。ここで、 r_{ab} は粒子 a と粒子 b の相対位置ベクトルを表している。

$$W_{ab} = \frac{21}{2\pi h^3} \left(1 - \frac{|r_{ab}|}{h}\right)^4 \left(\frac{4|r_{ab}|}{h} + 1\right) \quad 0 \leq |r_{ab}| \leq h$$

流体の支配方程式、Navier-Stokes 方程式は圧力と粘性力の項 f_{ff} に、外力として SPH-DEM の相互作用項 f_b と重力項 g を考慮した以下に示す式により与えられる。

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = \vec{g} + \vec{f}_{ff} + \vec{f}_b$$

連続式を SPH 近似で表した式を以下に示す。ここで m は質量、 ρ は密度、 v は速度である。

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b (\vec{v}_a - \vec{v}_b) \cdot \vec{\nabla} W_{ab}$$

また圧力の計算には以下に示す疑似圧縮性を仮定した状態方程式である Tait 式を用いた。 ρ_0 は参照密度、 B は

流体の圧縮性を決める定数係数でありマッハ数が 0.1 を下回るよう設定した。 γ は自由表面流れにおいて一般的に用いられる値 7 とした。

$$p = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right]$$

3. DEM の概要

SPH が、粒子間の作用力を Navier-Stokes 方程式等の連続体理論に基づく支配方程式を解くことにより求めるのに対して、DEM は、粒子間の距離の増減、および相対速度に比例するデバイスすなわちバネとダッシュポッドを介して直接的に求める。本稿では、複数の球要素を互いに引張りに抵抗するばねで連結してマウンドの捨石や被覆石をモデル化し(図-1)、捨石モデル相互や被覆石モデル相互および捨石モデルと被覆石モデル間の作用力は、接触しているモデル間のみで算定する。作用を受けた粒子の Δt 秒後の座標は、陽解法による時間積分によりもとめ、再び周辺粒子からの作用力を算定する作業を繰り返すアルゴリズムは SPH と同様である。

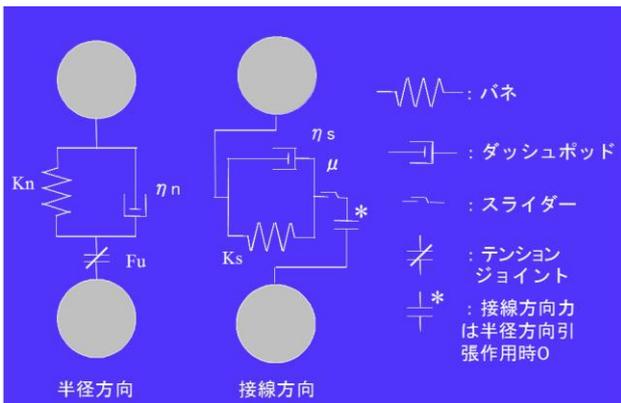


図-1 本稿で用いる接触モデル (球要素を互いに連結する場合は半径方向の引張りに抵抗し、接線方向力は、法線方向の圧縮力が 0 以下になった時点で 0 とする)

4. SPH-DEM カップリングの概要

4-1 DEM 粒子間を SPH 粒子が透過しないモデル

堤防の様な構造物は一般的に水が浸透しない。そこで、構造物を DEM の粒子を連結してモデル化し、その DEM 粒子と同じ位置に SPH 粒子を配置する。この時、配置する SPH 粒子の初期密度は流体の SPH と同じ密度にした。そして、SPH の基礎方程式に基づいて密度、粘性項、圧力項を計算し、SPH 粒子を配置した所の DEM 粒子にその SPH 粒子が受ける力 F_d を以下の式により与える。ここで、 f_{ff} と ρ_{sph} は該当する SPH 粒子が受ける加速度と密度、 V_{dem} は DEM 粒子の体積、 ρ_f は該当する SPH 粒子の密度である。

$$F_{st} = \rho_{sph} V_{dem} f_{ff}$$

DEM 粒子に張り付けた SPH 粒子の座標と速度は DEM のそれらと強制的に同値とする。

4-2 DEM 粒子間を SPH 粒子が透過するモデル

マウンドを構成する砂礫やその上に敷かれた石の隙間には、水がその空隙率に応じて浸透する。そこで、この様な粒状体と流体の相互作用力は、辻らのモデル⁷⁾を SPH に拡張して考慮する。間隙流によって DEM 粒子に働く力 F_d は、SPH の影響半径内で平均化したローカルな空隙率 ε および平均化した流体速度 v_f と流体密度 ρ_f 、DEM の速度 v_{dem} を用いて次式により考慮した。

$$F_d = \varepsilon V_{dem} \beta (v_f - v_{dem})$$

$$\beta = \begin{cases} \frac{1}{2r_{dem} \varepsilon^2} \left[150 \frac{(1-\varepsilon)\mu}{2r_{dem}} + 1.75 \rho_f \varepsilon |v_{dem} - v_f| \right] & (\varepsilon \leq 0.8) \\ \frac{3 \rho_f |v_{dem} - v_f|}{8 r_{dem}} C_D \varepsilon^{-2.7} & (\varepsilon > 0.8) \end{cases}$$

この半作用力として以下の式に基づく加速度を、SPH 粒子周りで平均化し SPH 粒子に働かせた。

$$f_{fs} = - \frac{F_d}{\varepsilon \rho_f V_{dem}}$$

また、流体圧による力として、SPH の基礎方程式から求まる圧力項を DEM 粒子周りで平均化して DEM 粒子に働かせた。

さらに、SPH の質量保存式に対しても空隙率の影響を考慮し、以下の式で表す。

$$\varepsilon^{t+1} \rho_a^{t+1} = \varepsilon^t \rho_a^t + \Delta t \sum_b m_b \varepsilon (\vec{v}_a - \vec{v}_b) \cdot \vec{\nabla} W_{ab}$$

5. GPGPU 化の概要

SPH と DEM は粒子間の相互作用力の種類が異なるだけで、セルを使用して近傍粒子ペアを探索してリスト化し、そのペア粒子間の相互作用力を計算して運動方程式を積分するといった計算アルゴリズムは全て同一である。しかし、近傍粒子ペアリストの作製と相互作用力の計算を GPU を用いて並列化する際には、メモリ書き込み競合を防がない限りは並列化が不可能である。そこで、これらの計算過程を全て GPU 上で実行するために、まず図-2(a) のように粒子番号を所属するセル番号順になるようにソートした後、図-3(b) のように各セルに最大最小粒子番号を記憶させて、各粒子が隣接セルの最大最小粒子番号を探索することで、近傍粒子ペアリストを作成する。この

リストに登録された粒子間の相互作用力を計算し、図-2に示す通りペアリスト番号の配列に相互作用力を一時記憶した後、この配列を参照表により各粒子が参照して相互作用力を足し合わせる。本手法⁸⁾によりメモリ書き込み競合が防げるため、SPHとDEMの全てをGPU上で並列計算することが可能である。

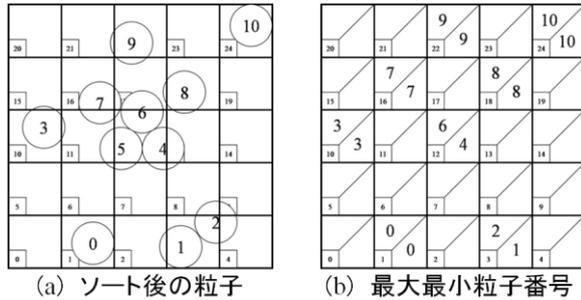


図-2 相互作用ペア粒子の探索方法

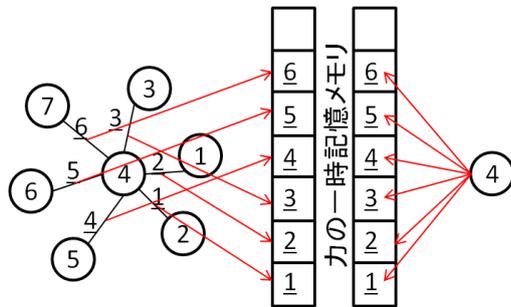


図-3 相互作用力の足し合わせ方法

6.津波越流実験の概要

上記手法を用いて津波越流実験の再現解析を実施した。実験模型 (1/40) の全体概要を図-4に示す。水路を二つに分け、片方に防波堤モデルを構築し、もう片方は、防波堤モデル下流側の水面を保つ貯留池とする。貯留池モデルからポンプで水をくみ上げ上流側に流出すると、堤防を越え下流側に流れ落ちる水流が発生する。すなわちこの水流が津波越流のモデルである。上流側の水深は、仕切り版の高さで調整する。

図-5に津波越流実験結果を示す。三枚の図は、上から、側面方向から見た実験中、上方から見た初期状態、上方から見た実験終了時の様子をそれぞれ示す。初期状態では防波堤構造物の本体である高さ11.5m (プロトタイプ寸法、以下同様) のケーソンを高さ2.0mのマウンドの上に設置し、マウンド下流側の上面に厚さ1.5mの被覆工 (被覆石) を施してある。定常状態において、マウンド捨石 (一個200~300kg, 緑色) および被覆石 (一個1,000kg, 赤色) が津波高さ7mの越流による作用力を受けて、下流側に崩れ去った様子が見て取れる。

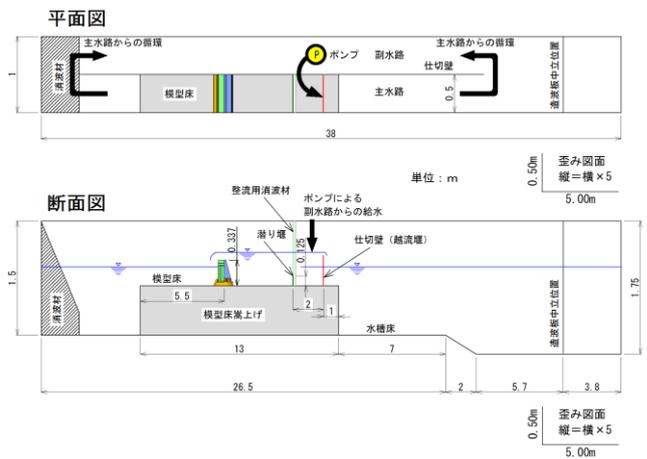


図-4 津波越流実験装置 (国土交通省東北地方整備局仙台港湾空港技術調査事務所)

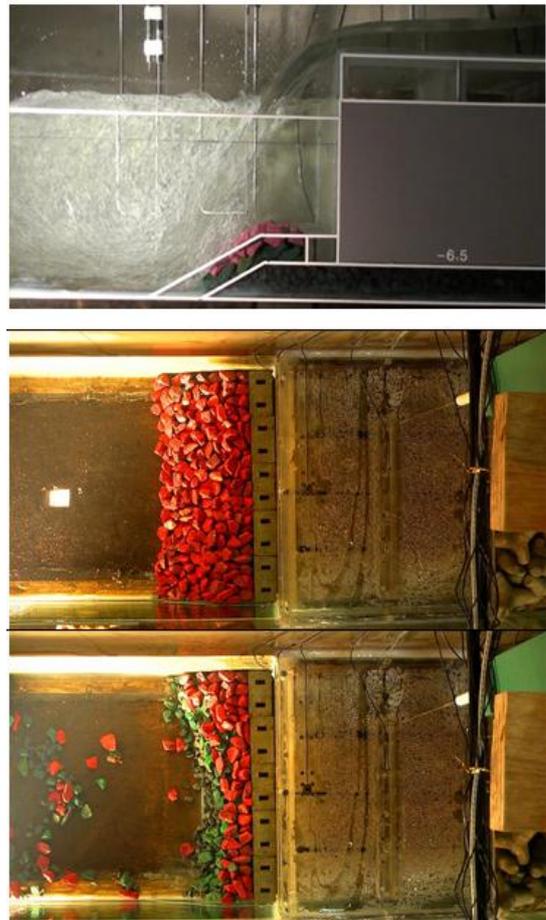


図-5 津波越流実験結果 (国土交通省東北地方整備局仙台港湾空港技術調査事務所)

7.シミュレーションモデル

図-6にシミュレーションモデルを示す。マウンド+被覆工をDEMで、それ以外をSPHでモデル化している。カップリングについてはDEM粒子間をSPH粒子が透過しないモデルおよびDEM粒子間をSPH粒子が透過するモデルの両方について試行した。下流側の側壁を越流した水の

座標を上流側の空中に強制的に移動することにより、実験のポンプの役割を模擬した。下流側の側壁および床を動かすことにより、越流の経時変化を再現できるようになっているが、今回は固定し、解析初期、上流側に突如7mの津波高さを与え、ダムブレイクの如くに越流を発生させた。DEMの解析パラメータは、ケーソンに対する載荷実験の再現解析を別途行い⁹⁾、実験を良好に再現する値を本検討では用いた。表-1に解析パラメータを示す。

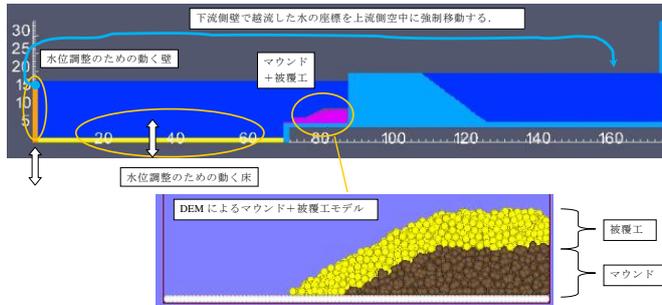


図-6 シミュレーションモデル

表-1 解析パラメータ

粒子半径(DEM, SPH)	0.36m
粘性係数(SPH)	1.0×10^{-3} (Pa・sec)
バネ係数(DEM)	4.0×10^6 (N/m)
減衰係数(DEM)	反発係数0.25となるよう設定
粒子間摩擦係数(DEM)	0.58(30°)
時間間隔 dt	2.0×10^{-4} (sec)

8.シミュレーション結果

シミュレーション結果を図7および図8に示す

DEM粒子間をSPH粒子が透過しないモデルでは、マウンド+被覆工がほとんど動かない。これは、マウンド+被覆工内にSPH粒子が全く入り込めないため、浮力や間隙を通過する水流の影響を評価できないことが原因である。これに対して、DEM粒子間をSPH粒子が透過するモデルでは、マウンド+被覆工が越流による作用力を受けて、下流側に移動している様子がわかる。越流実験の再現解析を行うためには、カップリングに関しては、DEM粒子間をSPH粒子が透過するモデルを用いなければならない。

9.まとめ

GPGPUを用いたSPH-DEMカップリングモデルによるいわゆる4way解析を実現した。特に、DEM粒子間をSPH粒子が透過するカップリングモデルは定性的に実験結果を再現できた。本手法を、水理実験の代替として用いるには、ケーソン下のマウンドをモデル化し、ここを透過する水流の影響を表現できるモデルで、実験の再現

解析をする必要がある。

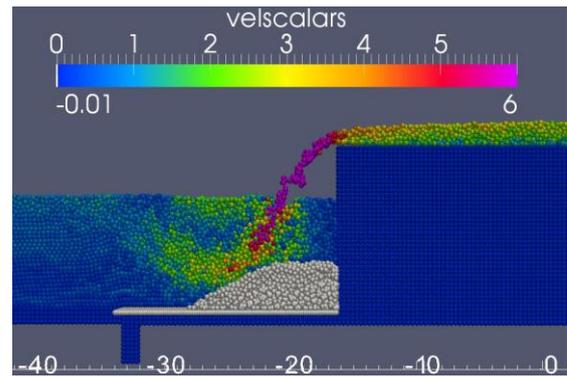


図-7 DEM粒子間をSPH粒子が透過しないモデル

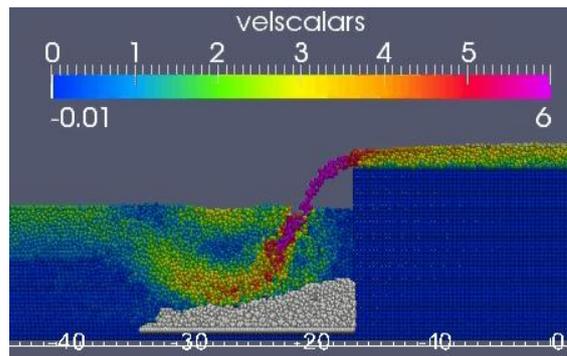


図-8 DEM粒子間をSPH粒子が透過するモデル

参考文献

- 1)国土交通省港湾局:防波堤の耐津波設計ガイドライン(案),2013.1
- 2)Cundall, P. A : A Computer Model for Simulating Progressive, Large Scale Movement in Blocky Rocks system, symp. ISRM, Nancy France, Proc., Vol2, pp.129-136,1971.
- 3)長尾毅ら:防波堤基礎支持力に関する実験及び解析的研究, 土木学会論文集C Vol.63 No.3, 862-880, 2007.9
- 4)有川太郎ら:数値波動水槽を用いた衝撃波圧に関する大規模計算, 土木学会海岸工学論文集, 第55巻, pp.26-30, 2008
- 5)R.A. Gingold and J.J. Monaghan: Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, Monthly Notes of Royal Astronomical Society, Vol.181, pp.375-389, 1977.
- 6)L.B. Lucy: A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, The Astronomical Journal, vol.82, No.12, pp.1013-1024, 1977.
- 7)Y. Tsuji, et al.: Discrete particle simulation of two-dimensional fluidized bed, Powder Technology, 77, pp.79-87, 1993.
- 8)D. Nishiura, et al.: Parallel-vector algorithms for particle simulations on shared-memory multiprocessors, J. of Computational Physics, 230, pp.1923-1938, 2011.
- 9)国土交通省東北地方整備局仙台港湾空港技術調査事務所:平成24年度 数値解析を用いた粘り強い防波堤に係る設計手法検討業務,2013