個別要素法を用いた構造物の動的解析における 減衰のモデル化に関する基礎的検討

古川　愛子[1]・木村　翔太[2]・清野　純史[3]

[1]正会員 京都大学大学院准教授 地球環境学堂（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）
Email: furukawa.aiko.3w@kyoto-u.ac.jp
[2]学生員 京都大学大学院修士課程 工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)
Email: kimura.shota.55r@st.kyoto-u.ac.jp
[3]正会員 京都大学大学院教授 地球環境学堂 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)
Email: kiyono.junji.5x@kyoto-u.ac.jp

個別要素法を用いて構造物の動的挙動を再現する際，減衰モデルは解析結果に影響を及ぼすが，適切な減衰モデルに関する検討は十分でない．個別要素法における減衰力としては，定式化上，要素重心に作用する減衰力と，要素間に作用する減衰力の 2 つの項を定義することができる．本研究では前者の減衰モデルとして，質量比例型減衰と local damping を採用し，後者の減衰モデルとして，臨界減衰と瞬間剛性比例型減衰の 2 通りを想定した．これらを組み合わせることで，振動における減衰と，要素接触時の衝突エネルギーを吸収するための減衰の両方を表現できる 3 通りの減衰モデルを提案し，減衰のモデル化が自由振動応答，破壊挙動，崩壊挙動の解析結果に及ぼす影響について検討した．

***Key Words** : modeling of damping, DEM, free-vibration, failure, collapse, masonry structure*

1. はじめに

世界の自然災害による死者の約 60%は地震により亡くなっており，地震による死因の 75%は建物の崩壊によるものとされている[1]．犠牲者の大多数が，開発途上国で多く建設されている耐震性の低い組積造の倒壊によって亡くなっている．組積造はレンガや石材などを積み上げることで建設され，地震の揺れに対して非常に脆弱であるにもかかわらず，開発途上国では安価なため現在でも多数存在し，地震の度に組積造の倒壊によって，多くの犠牲者を出している．人的被害を軽減するために，組積造に適した数値解析手法を開発し，適切な耐震補強方法を策定することは重要である．

構造物の地震時挙動の代表的な解析手法として，有限要素法（FEM）[2]と個別要素法（DEM）[3]が挙げられる．

有限要素法は，連続体モデルに基づく境界値問題を数値的に解く手法であり，固体の力学的挙動の代表的な数値解析手法である．解析領域を空間的に分割する際，連続な形状関数を用いるので，構造物の変位が不連続となる破壊・崩壊現象を表現することは困難である．これに対し，不連続な形状関数を用いることで破壊現象を表現可能とする FEM-β[4]が提案されている．ひび割れ進展等の要素間の接触状態が大きく変化しない破壊現象解析に適しているが，組積造が地震時にばらばらとなって壊れるような，要素間の接触状況が大きく変化し，再接触のモデル化を必要とする崩壊挙動には適用されていない．

これに対し，離散体の力学に基づく個別要素法は，対象構造物を剛体要素の集合体としてモデル化し，要素同士が接触したときは要素間にばねとダッシュポットを設置して相互作用力を表現する．要素間の破壊はばねの切断または軟化で簡易にモデル化できるため，破壊や崩壊現象の解析に適した手法である．解析では，ばね定数とダッシュポットの減衰係数の値を適切に設定する必要があり，この設定によって結果は変わってくる．

従来の個別要素法には，要素を繋ぐばねのばね定数を理論的に決定できないという問題があったが，改良版個別要素法[5]では，要素の表面を多数のセグメントに離散化して，セグメント毎にばねを設置することで，材料特性からばね定数を決定できるようになった．

一方のダッシュポットの減衰係数については，臨界減衰が一般的に使われているが，これは要素間の衝突によるエネルギーを効率的に消散して解析の安定させるためのものであり，構造物の振動における減衰（減衰特性）を表すものではない．減衰特性は動的挙動に大きな影響を及ぼすため，構造物の動的挙動を再現する際は，従来の解析の安定化のための減衰だけでなく，主要な振動モードの減衰定数を再現できるモデル化が必要であると考えられる．このような減衰モデルとして，速度に比例する粘性減衰や接触力に比例する local damping[6] があるが，それぞれの減衰モデルが持つ特性について，十分な検討は

なされていない．以上を鑑み，本研究では，個別要素法を用いた動的解析における減衰のモデル化について検討を行うものである．

有限要素法を用いた破壊解析に適した減衰モデルについては，佐々木らによる先行研究[7]がある．佐々木らは，無筋コンクリートの振動台実験結果と，4 通りの減衰行列のモデル（①質量比例型減衰，②初期剛性比例型減衰，③レーリー型減衰，④瞬間剛性比例型減衰）を用いたクラック進展解析の結果を比較している．いずれのモデルも，主要な固有モードの減衰定数を再現できるように決定されている．まず，①質量比例型減衰を用いたケースでは，高周波数領域の減衰が小さいため高次の振動モードが激しく励起され発散に至ったとしている．次に②初期剛性比例型減衰を用いたケースでは，破壊により剛性は低下するが初期剛性行列に比例した減衰行列を用いているため過大な減衰力が発生し，ひび割れがあまり進展しなかったとしている．③レーリー型減衰では，初期剛性行列に掛かる比例係数が大きい場合は②と同様の傾向を示すこと，初期剛性行列に掛かる比例係数が小さい場合は振動台実験結果に近い良好な結果が得られたとしている．最後の剛性低下に応じて減衰力も低下させる④瞬間剛性比例型減衰の再現性が最も高いとしている．以上を整理すると，次の 3 つを考慮に入れたモデル化が必要であることがわかる．

(a) 主要な固有モードの減衰定数の再現性
(b) 高周波数領域の減衰力の確保
(c) 剛性比例型の項を有する場合は，剛性低下に応じて減衰力を低下させること

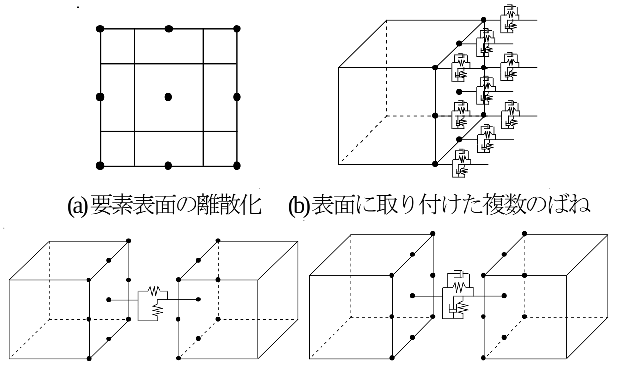
本研究では，個別要素法において上記の(a)(b)(c)を満足する減衰モデルを検討する．要素毎の運動方程式において，要素重心に作用する減衰力と接触要素間に作用する減衰力を仮定する．要素重心に作用する減衰力として，粘性減衰（質量比例型減衰）と，要素に作用する接触力の総和に比例する local damping の 2 つの減衰力を想定した．また接触要素間に作用する減衰力として，臨界減衰と瞬間剛性比例型減衰の 2 つの減衰力を想定した．これらの減衰力を組み合わせることで (a)(b)(c)を満たす減衰モデルを提案する．提案モデルの性質を自由振動，破壊挙動，崩壊挙動解析を通して分析し，適切な減衰のモデル化に関して検討を行う．

2. 改良版個別要素法

(1) 概要

改良版個別要素法は，従来の個別要素法と同様に構造物を剛体要素の集合体としてモデル化する．改良点としては，要素表面をセグメントに離散化して（図-1(a)），それぞれのセグメントの代表点にばね・ダッシュポットを設置（図-1(b)）したことである．要素表面を離散化することによって，ばね定数が理論的に導出される．

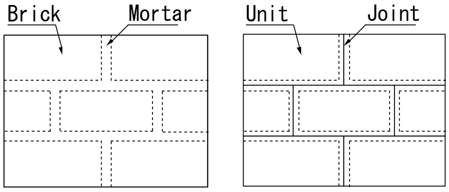
弾性挙動は要素間に設置する復元ばね（図-1(c)）によって表現する．復元ばねの切断によって破壊現象はモデル化され，要素間が再接触または新たな要素と接触する際は，接触要素間に接触ばね・ダッシュポット（図-1(d)）が発生する．接触ダッシュポットは衝突によるエネルギーを消散させるためのもので接触ばねと並列に設置される．



(a)要素表面の離散化　(b)表面に取り付けた複数のばね

(c)復元ばね　(d)接触ばね・ダッシュポット

図-1　改良版個別要素法の概要



(a)構造物　(b)モデル化

図-2　構造物のモデル化

(2) 解析パラメータ

a) 要素のばね定数

(1) で述べたように要素表面の各セグメントにばねが設置される．次項で述べる要素間のばねは，本項で述べる要素のばねが直列につながったとして導出する．復元ばねと接触ばねの 2 タイプが存在するが同じばね定数とする．ばねは要素表面に対して，法線方向(n)と接線方向(s)の両方に取り付けられる．法線，接線方向の単位面積あたりのばね定数は次式で表される．

$$\bar{k}_n = \frac{E}{(1-\nu^2)\ell} \qquad \bar{k}_s = \frac{E}{2(1+\nu)\ell} \tag{1}$$

ここに，E は要素の弾性係数，ν はポアソン比，ℓ は要素重心から表面までの距離である．

b) 要素間のばね定数

図-2(a)のように，レンガ（Brick）がモルタル（Mortar）により接着されている状況を想定する．1 つのレンガと，レンガを覆うモルタルの半分の厚さを合わせたものを 1 つのユニット（Unit）とし，このユニットを 1 つの個別要素でモデル化する（図-2(b)）．ユニット間には厚さ 0 のジョイント（Joint）があり，このジョイントを要素間のばねで表している．

2 つの要素 A, B がモルタルにより接着されているとする．要素 A, B の弾性係数を E_A , E_B，ポアソン比をν_A，ν_B，重心から表面までの距離を ℓ_A, ℓ_B，モルタルの弾性係数，ポアソン比，厚さを E_M, ν_M, t_M で表す．ここでは，式(1)で求めたばねが直列につながっていると想定し，要素間の単位面積あたりのばね定数は次式で与えることとする．

$$k_n = \cfrac{1}{\cfrac{\ell_A - t_M/2}{E_A/(1-\nu_A^2)} + \cfrac{t_M}{E_M/(1-\nu_M^2)} + \cfrac{\ell_B - t_M/2}{E_B/(1-\nu_B^2)}} \tag{2}$$

$$k_s = \cfrac{1}{\cfrac{\ell_A - t_M/2}{E_A/2(1+\nu_A)} + \cfrac{t_M}{E_M/2(1+\nu_M)} + \cfrac{\ell_B - t_M/2}{E_B/2(1+\nu_B)}} \tag{3}$$

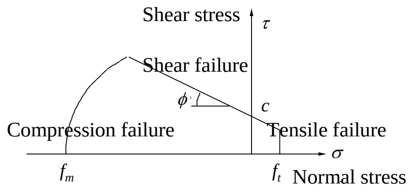


図-3　破壊判定

c) 減衰係数

復元ばねで結ばれていない要素 A と B が接触・再接触した際は，要素間には接触ばねに加えて接触ダッシュポットが設置される．ダッシュポットは，接触時の衝突によるエネルギーを消散するために導入される．

法線，接線方向の減衰定数を h_n，h_sとし，単位接触面積あたりの減衰係数は次のように表わされるとする．

$$c_n = 2h_n\sqrt{m_{ave}k_n}\ ,\ \ c_s = 2h_s\sqrt{m_{ave}k_s} \qquad m_{ave} = \rho_A\ell_A + \rho_B\ell_B \tag{4}$$

ここに，m_{ave}は単位接触面積あたりの要素 A,B の質量の和，ρ_A , ρ_Bは要素 A,B の質量密度である．減衰定数が小さいと，接触によるエネルギーが十分に消散されず要素が飛び跳ねる現象が生じる．

⑵ 破壊判定

復元ばねの法線・接線方向の伸びを(u_n, u_s)とすると，法線・接線方向の応力(σ, τ)は次式で表される．

$$\sigma = k_n u_n\ ,\ \tau = k_s u_s \tag{5}$$

ここに，法線方向の応力は引張を正とする．復元ばねに発生する応力が弾性限界に達すると，復元ばねを切断することで破壊現象を表す．弾性限界は図-3 に示す引張破壊，せん断破壊，圧縮破壊の基準により表現する．

a) 引張破壊

法線方向応力が引張強度(f_t)を超えたとき，引張破壊が生じる．降伏関数は次式で与えられる．

$$f_1(\sigma) = \sigma - f_t \tag{6}$$

b) せん断破壊

せん断破壊の判定は，クーロン摩擦の包絡線を用いる．粘着力を c，内部摩擦角をϕ とし，降伏関数を次式で表す．

$$f_2(\sigma) = |\tau| + \sigma\tan\phi - c \tag{7}$$

c) 圧縮破壊

圧縮破壊の判定は，既往の研究 [8]に従い楕円形モデルを用いる．f_mを圧縮強度とし，降伏関数を次式で与える．

$$f_3(\sigma) = \sigma^2 + C_s\tau^2 - f_m{}^2 \tag{8}$$

過去の研究より構造物の材料パラメータは$C_s = 9$が用いられている [8]．圧縮破壊が発生すれば，式(8)が 0 となるように復元力に制約を与えた．

⑷ 接触力

復元ばねは前節で定義した破壊が発生すれば消失する．接触・再接触の際は，接触ばねと接触ダッシュポットが発生する．この接触ばねは，接触しているときだけ発生するものであるので，圧縮力のみ受け持つ．また，接線方向の接触力は，摩擦限界によって制限されているとする．内部摩擦角をϕとすると次式のようになる．

$$\tau = \sigma\tan\phi \tag{9}$$

⑸ 運動方程式

a) 要素重心の並進運動の運動方程式

要素重心に作用する力は，復元ばね，接触ばね，接触ダッシュポットによる要素間に作用する力と，重力や地震慣性力などの外力を足し合わせたものである．重心の並進運動の方程式は次式で表される．

$$m\ddot{\mathbf{x}}_g(t) = -m\mathbf{g} - m\ddot{\mathbf{z}}(t) + \sum\mathbf{F}(t) \tag{10}$$

ここに，$\mathbf{x}_g(t)$ は時間 t における要素重心の変位ベクトルである．m は要素の質量，$\mathbf{g}$ は重力加速度ベクトル，$\ddot{\mathbf{z}}(t)$ は時刻 t における地動加速度ベクトル，そして$\sum\mathbf{F}(t)$ は要素間のばねとダッシュポットによって作用する力の総和である．上式から加速度を求め，速度，変位と積分することによって，重心の座標を追跡することができる．

b) 要素重心まわりの回転の運動方程式

要素重心が原点で，要素の慣性主軸（ξ, η, ζ）を主軸とする剛体に固定した座標系を慣性座標系とする．慣性座標系における角速度ベクトル$\boldsymbol{\omega}(t)=\{\omega_\xi(t)\ \omega_\eta(t)\ \omega_\zeta(t)\}^T$ は，次の Euler の運動方程式解くことによって求めることができる．

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}(t) + \boldsymbol{\omega}(t)\times\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}(t) = \sum\mathbf{R}(t)\mathbf{r}(t)\times\mathbf{R}(t)\mathbf{F}(t) \tag{11}$$

ここに，×は外積を示す．$\mathbf{I} = \mathrm{diag}(\ I_\xi\ \ I_\eta\ \ I_\zeta\ )$ は慣性座標系における慣性モーメントテンソル，$\mathbf{r}(t)$ は要素重心から外力 $\mathbf{F}(t)$ が作用する点へと向かうベクトル（絶対座標系），$\mathbf{R}(t)$ は絶対座標系から慣性座標系へと変換する座標変換マトリックスである．

剛体の要素重心（$\mathbf{x}_g(t)$）から剛体上の任意点（$\mathbf{x}_p(t)$）へ向かうベクトル（$\mathbf{x}_{gp}(t)$）は，次の微分方程式(12)を解くことによって得られる．

$$\dot{\mathbf{x}}_{gp}(t) = (\mathbf{R}^T(t)\boldsymbol{\omega}(t))\times\mathbf{x}_{gp}(t) \tag{12}$$

ここに，右辺の$\boldsymbol{\omega}(t)$は式(11)を解いて得られる慣性座標系の角速度ベクトルである．任意点の座標（$\mathbf{x}_p(t)$）は，式(12)の左辺を積分して得られる $\mathbf{x}_{gp}(t)$を用いて，次式より得られる．任意点としては，剛体の頂点をとればよい．

$$\mathbf{x}_p(t) = \mathbf{x}_g(t) + \mathbf{x}_{gp}(t) \tag{13}$$

式(11)-(13)を時間ステップ毎に解くことによって，剛体上の任意点の 3 次元座標を追跡することができる．

ここでの導出において必要な座標変換行列 $\mathbf{R}(t)$ は，時間 t におけるものであり，絶対座標系と慣性座標系の座標軸の相互関係から求めることができる．

⑹　個別要素法の解の安定条件

個別要素解析において，短い計算時間で安定した解を得るためには，解析が発散しない範囲で最も大きい計算時間間隔を使用することが望ましい．単純な線形の振動問題を対象に，解の安定条件を検討する．

$$m\ddot{y} + 2h\sqrt{mK_n}\,\dot{y} + K_n y = 0 \tag{14}$$

式(14)において，yは変位，mは質量，hは減衰定数，K_nはばね定数である．加速度項の離散化に Leap-frog 法を，速度項の離散化に Euler 法を使用すると，解の安定条件は，

$$\Delta t < 2\sqrt{m/K_n}\{\sqrt{h^2-1}-h\} \qquad (15)$$

であり，並進運動については，式(15)より次のようになる．

$$\Delta t \le \sqrt{\rho \ell^2 (1-\nu^2)/E}\{\sqrt{h^2-1}-h\} \qquad (16)$$

3. 本研究で採用する減衰モデル

(1) 並進運動の運動方程式における減衰項

改良版個別要素法における要素重心の並進運動の運動方程式は式(10)で表せられるが，本研究ではさらに要素重心に作用する減衰力 $\mathbf{F}_d$ を与える．要素重心の並進運動の運動方程式は次式で表せられる．

$$m\ddot{\mathbf{x}}_g(t) + \mathbf{F}_d = -m\mathbf{g} - m\ddot{\mathbf{z}}(t) + \sum \mathbf{F}_k + \sum \mathbf{F}_c \qquad (17)$$

ここに，$\sum\mathbf{F}_k$ は要素間の接触ばねに作用する力，$\sum\mathbf{F}_c$ は要素間の接触ダッシュポットに作用する力の総和である．

以上のように，減衰を表す項として要素重心に作用する減衰力 $\mathbf{F}_d$ と，要素間の接触ダッシュポットに作用する減衰力 $\mathbf{F}_c$ を定義した．$\mathbf{F}_d$ と $\mathbf{F}_c$ を組み合わせることにより，1 章で述べた(a)の構造物の主要な固有モードの減衰定数を再現し，かつ(b)の高振動数領域の減衰を確保して要素間の衝突によるエネルギーの消散することを可能とする．

(2) 要素重心に作用する減衰力

要素重心に作用する減衰力については質量比例型減衰と local damping を採用する．それぞれについて説明する．

a) 質量比例型減衰

質量比例型減衰は要素の速度に比例する減衰モデルである．減衰力は次式で表される．

$$\mathbf{F}_d = 2h\omega_i m\dot{\mathbf{x}}_g \qquad (18)$$

ここに，h は減衰定数，ω_i は i 次モードの固有円振動数，m は要素の質量を表す．卓越する主要なモード（ここでは i 次）の減衰定数 h を与えることで，1 章の(a)を実現する．振動数と減衰の間には反比例の関係があり，高振動数領域の減衰が小さくなるため，次節で述べる臨界減衰と組み合わせることで 1 章の(b)を実現する．

b) local damping

local damping は要素重心に作用する接触力の総和に比例する減衰力である．本研究では接触ダッシュポットに作用する減衰力とのダブルカウントを避けるために，接触ばねに作用する力 $\mathbf{F}_k$ の総和に比例するとした．

$$F_d{}^j = -\alpha \Sigma F_k{}^j \left\{ sign(\Sigma F_k{}^j) \cdot sign(\dot{x}_g{}^j) \right\}$$
$$\alpha = \pi \cdot h \qquad (19)$$

ここに，上付きの j は方向（x,y,z）を表す．

1 自由度系の振動理論より，係数αと減衰定数の間に式(19)の関係があることが知られているが，多質点系ではこの関係が成立する保証はないため，次章以降の解析では見かけの減衰定数が想定する値になるようにキャリブレーションを行うこととした．また，1 自由度系の振動理論より振動数に関係なく減衰定数は一定であることが知られているが，数値解析により多自由度系においてもこの傾向が見られることを確認した．

卓越する主要なモードの減衰定数を実現できるように係数αを調整することで，1 章の(a)を実現する．振動数に関わらず減衰定数が一定であるが，主要なモードの減衰定数は高々数%であるため，次節で述べる臨界減衰と組み合わせることで 1 章の(b)を実現する．さらに，ばねによる力に比例するため，破壊により復元力が減少すると減衰力も減少するモデル化となり 1 章の(c)を満たす．

(3) 要素間に作用する減衰力

要素間に作用する減衰力としては，臨界減衰と瞬間剛性比例型減衰を採用する．それぞれについて説明する．

a) 臨界減衰

臨界減衰は，従来の個別要素法で採用された減衰であり，要素間の相対速度に比例する減衰力である．式(4)において，法線，接線方向の減衰定数 h_n, h_s をともに 1.0 とする．臨界減衰は，接触時の衝突エネルギーをできるだけ早く発散させ計算の安定化を図るためのもので，構造物の減衰振動を表すためのモデル化ではないので，単独では用いず式(18)や式(19)と併用することとする．

b) 瞬間剛性比例型減衰

瞬間剛性比例型減衰における減衰係数は，時々刻々と変化する瞬間剛性 $k_n(t)$, $k_s(t)$ を用いて次のように表される．

$$c_n = \frac{2h}{\omega_i} k_n(t), \quad c_s = \frac{2h}{\omega_i} k_s(t) \qquad (20)$$

卓越する i 次モードの減衰定数 h を指定することで減衰係数の値が決まる．振動数と減衰定数は比例関係にあるため，振動数が高いほど減衰定数は大きくなる．一般に卓越するモードは低次のモードであるため，仮に 1 次の固有円振動数 ω_1 に対応する減衰定数を h_1 として設定すると，解析上の最高の円振動数 ω_{max} に対する減衰定数は $h_{max}=h_1(\omega_{max}/\omega_1)$ となり過減衰となる可能性がある．主要なモードの減衰定数を再現でき，かつ高振動数領域の減衰も確保できることになり，瞬間剛性比例型減衰は 1 つで 1 章の(a)(b)(c)全てを満たすように思われる．しかし，個別要素法のように陽解法で時間積分を解く場合，計算時間間隔は式(16)の安定条件を満たす必要があるため，過減衰の場合は計算時間間隔が極めて細かくなり，計算時間の観点から採用が難しいと考えられる．

(4) 回転運動の運動方程式における減衰項

回転運動の運動方程式は式(11)で表されるが，本研究では回転減衰を考慮した運動方程式を考える．

並進運動の運動方程式において質量比例型を用いた場合は，次式で定義する．

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}(t) + 2h\omega_i \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}(t) + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \Sigma\mathbf{R}(t)\mathbf{r}(t) \times \mathbf{R}(t)\mathbf{F}(t) \qquad (21)$$

並進運動の運動方程式における減衰モデルとして local damping を用いた場合は，次式で定義する．

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}(t) + \mathbf{M}_d + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \Sigma\mathbf{R}(t)\mathbf{r}(t) \times \mathbf{R}(t)\mathbf{F}(t)$$
$$M_d{}^j = -\alpha M_k{}^j \left\{ sign(M_k{}^j) \cdot sign(\omega^j) \right\} \qquad (22)$$
$$\mathbf{M}_k = \Sigma\mathbf{R}(t)\mathbf{r}(t) \times \mathbf{R}(t)\mathbf{F}_k(t)$$

ここに，$\mathbf{M}_d$ は減衰モーメント，上付きの j は方向，$\mathbf{M}_k$ は接触ばねによるモーメントである．

(5) 減衰モデル

以上より，要素重心に作用する減衰力と要素間に作用する減衰力を組み合わせた 3 通りの減衰モデルが考えられる（表-1）．質量比例型減衰と local damping は主要なモードの減衰定数を表し，臨界減衰は衝突エネルギーを消散するためのものである．瞬間比例減衰は単独で主要な

モードの減衰定数を再現でき，剛性低下に応じた減衰力の低下も表現でき，かつ高振動数領域の減衰性能も確保できるが，前述の理由により計算時間間隔が非常に細かくなってしまい，本研究では採用しないこととした．

表-1　減衰モデルの組み合わせ

	要素重心に作用する減衰力	要素間に作用する減衰力
減衰モデル1	質量比例型減衰	臨界減衰
減衰モデル2	Local damping	臨界減衰
減衰モデル3		瞬間剛性比例型減衰

表-2　物性値

	レンガ	モルタル
密度ρ(kg/m^3)	1.8×10^3	1.8×10^3
弾性係数E(N/m^2)	9.8×10^6	9.8×10^6
ポアソン比ν	0.25	0.25

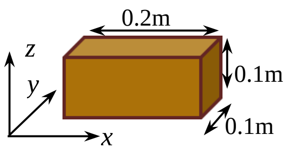


図-4　要素サイズ

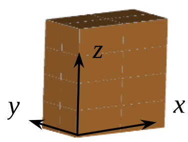


図-5　構造物モデル

表-3　高さの異なる解析モデルのケース

解析ケース	x方向	y方向	z方向
ケースA1	0.4m (2個)	0.2m (2個)	0.4m（4個）
ケースA2			0.8m（8個）
ケースA3			1.2m（12個）

4. 減衰のモデル化が線形自由振動に及ぼす影響

(1) 解析概要

3章で提案した減衰モデル1,2を用いて，組積造壁の線形自由振動解析を行う．本論文では以降，減衰モデル1を「質量比例減衰」，減衰モデル2を「local damping」と呼ぶこととする．解析結果の比較により，両モデルの自由振動解析における基本的性質を明らかにする．ここでは，解析モデルの高さの違い，要素サイズの違い，自重の有無，回転減衰の考慮の有無における，両モデルの構造物の応答の違いを示す．

入力加速度は，構造物の自由振動を得るため，短い継続時間（0.01s）の矩形波（以降，衝撃波と呼ぶ）とした．加速度の大きさは2.0×10^3 cm/s^{2}とした．

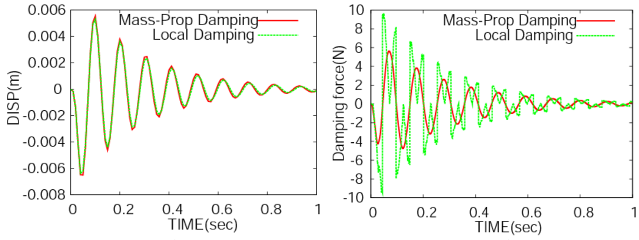
要素重心に作用する質量比例減衰とlocal dampingの減衰定数は0.05となるように設定した．

解析に用いた物性値を表-2に示す．イランのアドベレンガの一般的な値を採用した[9]．モルタルの厚さは10cmとした．弾性応答を得るために，要素間の破壊は考慮しなかった．改良版個別要素法では要素を多数のセグメントに分割するが，本研究では要素の最短の辺を10分割する大きさの正方形で分割した．

(2) 解析モデルの高さの影響の検討

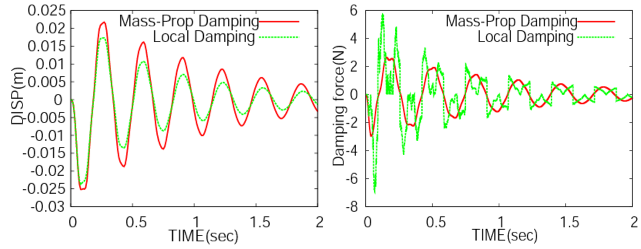
a) 解析条件

本節では，要素のサイズは同じで，要素数を変えることで高さの異なる構造モデルを作成し，質量比例型減衰とlocal dampingそれぞれを採用したときの自由振動応答を調べた．要素サイズは図-4に示すとおり，幅(x方向)0.2m，奥行き(y方向)0.1m，高さ(z方向)0.1mに設定した．構造物のモデルは，図-5に示すように同じ大きさの要素を積み



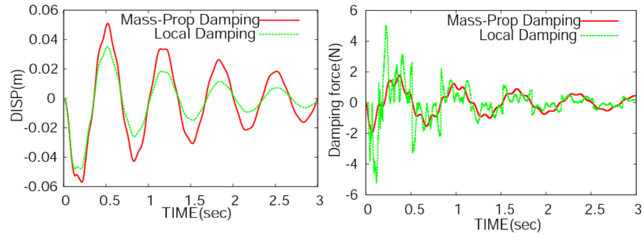
(a)y方向変位応答　　(b)y方向減衰力

図-6　減衰モデルの違いによる応答の比較（ケースA1）



(a)y方向変位応答　　(b)y方向減衰力

図-7　減衰モデルの違いによる応答の比較（ケースA2）



(a)y方向変位応答　　(b)y方向減衰力

図-8　減衰モデルの違いによる応答の比較（ケースA3）

重ねて作成し，幅と奥行きは固定で高さの異なる3通りのモデル（表-3）を作成した．

質量比例減衰とlocal dampingの減衰定数は，式(18)(19)に従って1次モードの減衰定数が0.05となるように与えた．質量比例減衰では，解析に先立ち非減衰自由振動解析を行って応答波形から見かけの1次モードの固有円振動数を算出しておいて，式(18)により減衰力を算出した．local dampingでは，式(19)のαの算出においてキャリブレーションを行わず$\alpha=\pi h$により算出した．

解析モデルの高さの影響を比較するため，自重と回転減衰は考慮しないこととした．衝撃波をy方向に与えた．

b) 解析結果

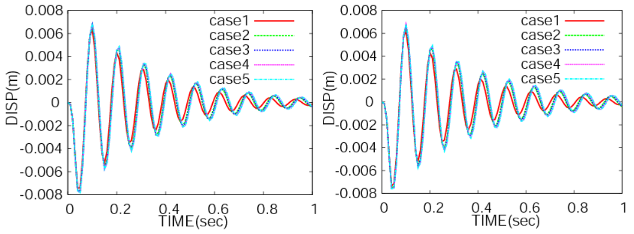
図-6 7, 8に，構造物の頂部にある要素の重心の応答変位と減衰力を出力しグラフにして示した．構造物の頂部にある要素とは，x,y座標が最小で，z座標が最も大きい要素である．応答変位と減衰力はそれぞれ入力加速度と同一方向のy方向について出力した．

図-6, 7, 8の応答変位について考察する．質量比例減衰について，応答波形から見かけの減衰定数を計算したところ，いずれのモデルでも想定通りの0.05の減衰定数を再現できていることを確認した．式(19)のαの算出においてキャリブレーションを行っていないlocal dampingでは，解析モデルが高く，固有振動数が低くなるにつれて，見かけの減衰定数が大きくなっている様子が見てとれる．こ

れは要素に重心に作用する減衰力が関係している．図-6 7, 8 の減衰力波形において，質量比例減衰に比べて local damping の方が振幅が大きく，かつ高振動数成分を多く含んでいる．高振動数成分を多く含む傾向はモデルが高く

表-4　要素サイズに関する解析ケース

解析ケース	x 方向	y 方向	z 方向
ケース B1	0.2m	0.1m	0.1m
ケース B2	0.1m	0.05m	0.05m
ケース B3	0.08m	0.04m	0.04m
ケース B4	0.05m	0.025m	0.025m
ケース B5	0.04m	0.02m	0.02m



(a)質量比例型減衰　　(b)local damping

図-9　要素サイズの異なるモデルに対する y 方向変位応答の比較

なるほど強くなっている．モデルの高さが増加すれば，速度応答には 1 次モードの他に 2 次モード，3 次モードとより高次のモードの影響が増してくる結果，式(19)中の要素重心の速度の向きが目まぐるしく変化するため，減衰力波形が高振動数成分を多く含んだ複雑な波形を示しているものと考えられる．以上より，local damping における減衰定数を設定する式 (19)は 1 質点系から導かれた式であるため，モデルの高さが増加し高次モードの影響が大きくなるほど，この式が成立しなくなることがわかった．モデルの高さが増加するほど見かけの減衰定数が増加する理由は，1 次モードだけでなく高次モードも同時に減衰させるためであると考えられる．

(3) 要素サイズの影響の検討

a) 解析条件

構造モデルの大きさは同じで，要素分割数を変えた複数のモデルを作成し，質量比例型減衰と local damping を採用したときの応答を調べた． 構造物の幅，奥行き，高さはそれぞれ 0.4m, 0.2m, 0.4m とし，要素 1 つ当たりのサイズを変化させた．解析ケースを表-4 に示す．質量比例型減衰では，1 次モードの減衰定数が 0.05 となるように式(18)より設定し，local damping では質量比例減衰と頂部の応答変位が一致するように式(19)の係数 α を調整した． (2) と同様に，要素サイズの影響に着目するために，自重と回転減衰は考慮していない．衝撃波は y 方向に与えた．

b) 解析結果

構造物の頂部の y 方向応答変位を図-9 に示す．質量比例型減衰と local damping のいずれも，要素サイズに関係なくほぼ同じ変位応答が得られている．いずれの減衰モデルにおいてもケース B1 の変位応答の周期が他のケースに比べ短くなっているが，これは要素分割数が十分でないためであり，ケース B2 より細かくする必要のあることがわかる．またこれについては，要素サイズがケース B1 のままでも要素表面のセグメント分割を細かくすることでも解決することを確認した．ケース B1 のセグメントは 1 辺の長さが 0.01m（最短辺 0.1m の 1/10）の正方形であるが，これをケース B2 と同じ 1 辺 0.005m 正方形で分割したところ，その他のケースと変位応答が一致した．以上から，要素サイズと要素表面の分割を十分に細かくすれば，質量比例減衰と local damping ともに要素サイズの影響を受けずに同様の結果が得られることがわかった．

表-5　自重・回転減衰の影響に関する解析ケース

解析ケース	x 方向	y 方向	z 方向
ケース C1	0.4m (2 個)	0.2m (2 個)	0.4m（4 個）
ケース C2			0.8m（8 個）

(4) 自重の影響の検討

a) 解析条件

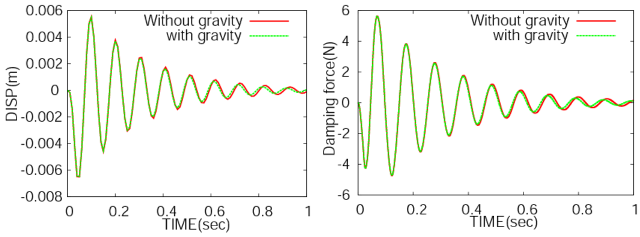
本節では，自重の有無による質量比例型減衰と local damping の応答の違いについて調べた．要素サイズは図-4 と同じものを使用し，構造モデルは表-5 に示す．質量比例型減衰と local damping においてそれぞれ自重ありと自重なしのケースの解析を行い自重の有無による比較を行った．質量比例型減衰では，1 次モードの減衰定数が 0.05 となるように式(18)より設定した．自重がない場合に対して，質量比例減衰と local damping の頂部の応答変位が一致するように式(19)の係数 α を調整した．その調整された係数 α を用いて自重のある場合でも解析を行った．回転減衰は考慮せず，衝撃波を y 方向に与えた．

b) 解析結果

まず，自重の有無の影響について，質量比例型減衰と local damping の共通の特徴を述べる．図-10 と図-11 のケース C1 では，質量比例型減衰と local damping 両モデルにおいて自重ありの方が自重なしよりも変位応答の周期が短くなっている．これは自重により，わずかに傾いた構造物が元に戻ろうとする復元力が働くため，見かけの剛性が増加したためであると考えられる．一方，図-12 と図-13 のケース C2 では逆に，自重なしの方が自重なしよりも変位応答の周期が短くなっている．これは構造物の高さが増加したことによって，いくつかの要素において変形が大きくなり，重力が要素をより回転させる方向に作用し，見かけの剛性が低下したためである．

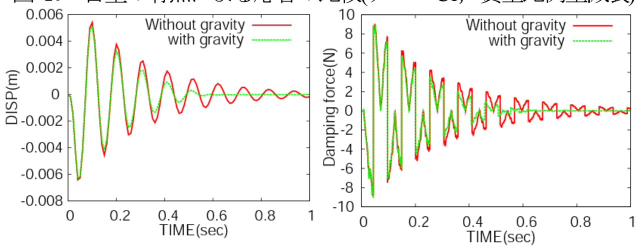
次に自重の有無による質量比例型減衰と local damping それぞれの応答の特徴を述べる．質量比例型減衰においては，ケース C1 とケース C2 の両ケースとも自重の有無により周期がわずかに変化しているが，変位応答や減衰力波形の振幅の大きさはほとんど変化していない．しかし local damping を用いた場合には，ケース C1 とケース C2 の両ケースとも自重ありの場合に変位応答の振幅の低減が時間経過とともに大きくなっている．図-14 はケース C1 の構造物の頂部における z 方向の減衰力が自重の有無によってどの程度異なるかを，質量比例型減衰と local damping とで示したものである．図-14(a)より質量比例型減衰を用いた場合の z 方向の減衰力は自重の有無によっては大きく変化しないが，local damping を用いた場合は自重の有無によって減衰力が大きく変わる．これは，自重によって要素間のばねには z 方向に大きな圧縮力が働き，local damping ではこの力に比例する大きな減衰力が z 方向に作用することになり，z 軸方向の応答が減衰され易くなり，結果とし

てy方向の変位応答も減衰され易くなる．また時間が経過して応答が収束するほど，自重によるz方向の要素間圧縮力が大きくなるため，時間とともに振幅の低減が大きくなっているものと考えられる．



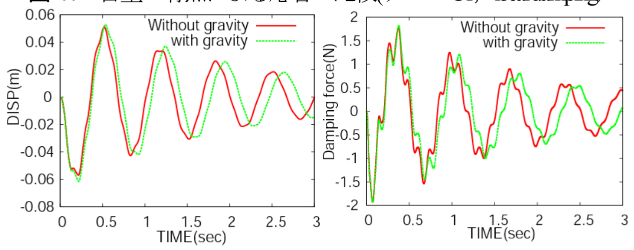
(a) y方向変位応答　(b) y方向減衰力

図-10 自重の有無による応答の比較(ケース C1，質量比例型減衰)



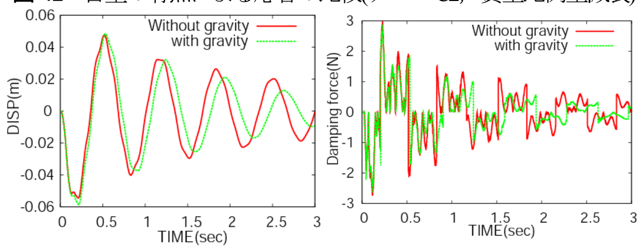
(a) y方向変位応答　(b) y方向減衰力

図-11 自重の有無による応答の比較(ケース C1，local damping)



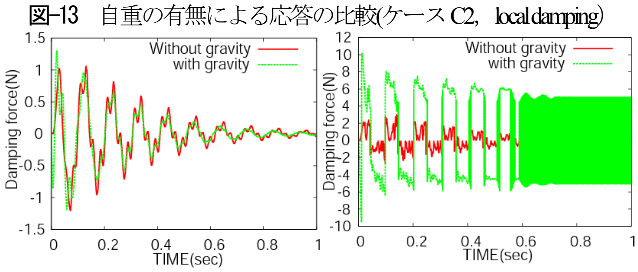
(a) y方向変位応答　(b) y方向減衰力

図-12 自重の有無による応答の比較(ケース C2，質量比例型減衰)



(a) y方向変位応答　(b) y方向減衰力

図-13 自重の有無による応答の比較(ケース C2，local damping)



(a) 質量比例型減衰　(b) local damping

図-14 自重の有無によるz方向減衰力の比較（ケース C1）

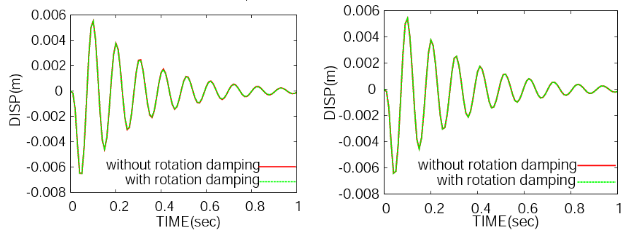
(5) 回転減衰の影響の検討

a) 解析条件

質量比例型減衰と local damping を採用したときに，回転減衰の有無により線形自由振動の変位応答にどのような違いが見られるのか調べる．解析モデルは(4)と同じ表-5 の C1，C2 である．回転減衰の影響に着目するため，自重を考慮しないで解析を行った．衝撃波をy方向に与えた．

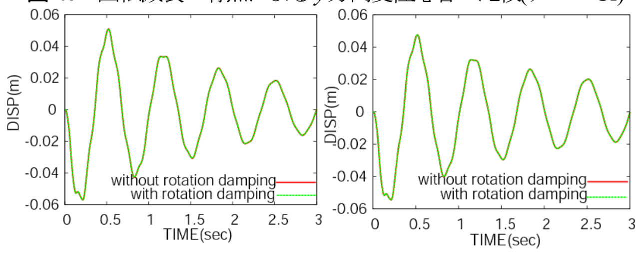
b) 解析結果

構造物頂部の変位応答を，回転減衰を考慮しない場合とした場合とで比較したものを図-15, 16 に示す．図-15, 16 はそれぞれ，ケース C1, C2 に対する結果を示す．



(a) 質量比例型減衰　(b) local damping

図-15 回転減衰の有無によるy方向変位応答の比較(ケース C1)



(a) 質量比例型減衰　(b) local damping

図-16 回転減衰の有無によるy方向変位応答の比較(ケース C2)

表-6 検討ケース

<table>
<tr><th></th><th>減衰モデル</th><th>回転減衰</th><th>自重</th></tr>
<tr><td>ケース D1</td><td>質量比例型減衰</td><td rowspan="4">考慮しない</td><td rowspan="2">考慮しない</td></tr>
<tr><td>ケース D2</td><td>local damping</td></tr>
<tr><td>ケース D3</td><td>質量比例型減衰</td><td rowspan="4">考慮する</td></tr>
<tr><td>ケース D4</td><td>local damping</td></tr>
<tr><td>ケース D5</td><td>質量比例型減衰</td><td rowspan="2">考慮する</td></tr>
<tr><td>ケース D6</td><td>local damping</td></tr>
</table>

表-7 モルタルの強度[9]

引張強度(N/m^2)	4.6×10^3
せん断強度(N/m^2)	2.9×10^3
内部摩擦角	32°
圧縮強度(N/m^2)	4.9×10^5

いずれの構造モデル，減衰モデルでも，回転減衰を考慮した場合と考慮いない場合で変位応答に明確な違いは見られなかった．構造物の線形自由振動応答に回転減衰は明確な影響を示さなかったが，5 章で崩壊挙動の解析における回転減衰の影響について考察する．

5. 減衰のモデル化が破壊・崩壊挙動の解析結果に及ぼす影響

(1) 解析概要

本章では，組積造の破壊を考慮した解析を行い，減衰モデルの違いによる構造物の破壊・崩壊挙動の違いについて検討する．

構造モデルの幅(x)，奥行き(y)，高さ(z)はそれぞれ，0.4m，0.2m，1.2m であり，図-4 に示す要素を積み上げた．質量比例減衰では，1 次モードの減衰定数を 0.05 に設定した．local damping では，振動開始直後の破壊が発生する前の頂部の変位応答が質量比例型減衰と一致するように式(19)の係数αを設定した．物性値は表-2，モルタル強度は表-7 に

示す値を採用した[9]．

入力加速度は4章と同様に，継続時間が 0.01s の矩形波（衝撃波）とし，x軸方向に500galの矩形波を与えるケースと，y方向に2000galの矩形波を与えるケースの2通りを

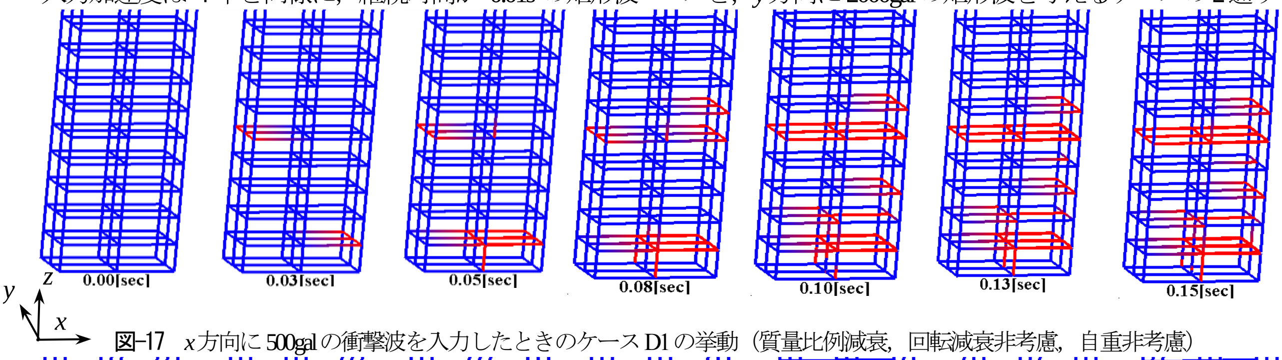


図-17　x方向に500galの衝撃波を入力したときのケースD1の挙動（質量比例減衰，回転減衰非考慮，自重非考慮）

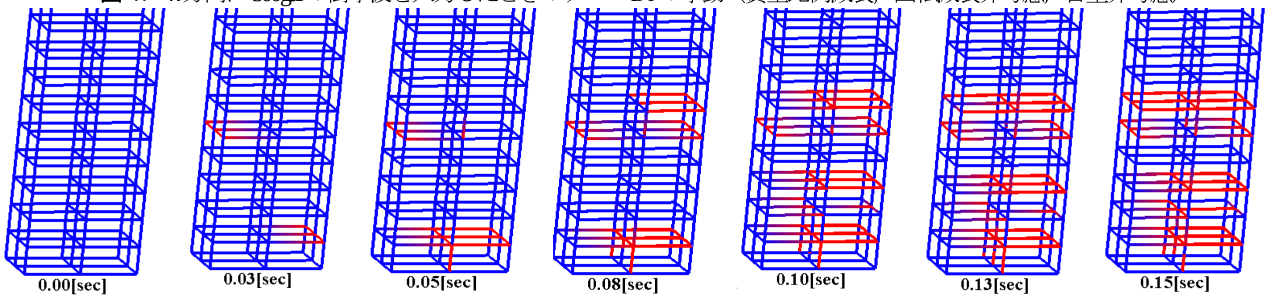


図-18　x方向に500galの衝撃波を入力したときのケースD2の挙動（local damping，回転減衰非考慮，自重非考慮）

想定した．x方向に 500gal を入力したときは，構造物内にひび割れは発生するものの，要素間の接触状況は初期状態と変わらない挙動（破壊挙動と呼ぶこととする）が得られ，y方向 2000gal を入力したときは，構造物全体の崩壊挙動が得られた．

破壊挙動の解析では，構造物が大きく傾く挙動は示さないため，自重と回転減衰を考慮しない条件での減衰モデルによる結果の違いを分析した．崩壊挙動の解析では，構造物が大きく傾き自重や回転減衰の影響が無視できないと考えられることから，自重を考慮した上で回転減衰の有無の影響についても検討した．検討ケースを表-6 に示す．破壊挙動の解析ではケース D1，D2 を，崩壊挙動の解析ではケース D3-D6 を採用した．

(2) 破壊挙動の解析

破壊挙動の解析では，自重と回転減衰の影響は考慮せず，質量比例減衰（ケース D1）と local damping（ケース D2）の比較を行った．

質量比例減衰のケース D1 と local damping のケース D2 の結果を図-17，18 に示す．図において，青はレンガの辺を，赤色は引張破壊が発生した領域を表す．せん断破壊と圧縮破壊は発生しなかった．図-17, 18 の比較より，引張破壊が起こり始める時間はともに 0.03s で同じである．しかし破壊が進展では，local-damping を用いたケースの方が質量比例型減衰を用いたケースに較べて僅かではあるが破壊が広範囲に広がる傾向が見られる．これは，質量比例型減衰は破壊が進行すると剛性低下による見かけの固有振動数の低下に伴い減衰定数が増加するのに対して，local-damping は剛性低下による復元力の減少に応じて減衰力も減少するためひび割れが進展し易いものと考えられる．

(3) 崩壊挙動の解析

崩壊挙動の解析では，表-6 のケース D3-D6 の 4 つのケースで解析を行った．いずれのケースでも，構造物全体の崩壊現象を表現するために自重を考慮している．ケース D3，D4 は回転減衰を考慮しないケース，ケース D5,，D6 は回転減衰を考慮するケースである．

まず，回転減衰を考慮しないケースについて，質量比例減衰を採用したケース D3（図-19）と local damping を採用したケース D4（図-20）の解析結果を比較する．図はy-z平面を見たもので，赤色は引張破壊が発生した領域を示している．図-19 と図-20 の比較より，0.8 秒までは両ケースの引張破壊の発生箇所には小さな違いがあるものの構造物の挙動としては大変類似している．しかし 0.8 秒過ぎから徐々に local damping を用いたケース D4 で破壊が進行している様子が確認できる．これは，質量比例型減衰は破壊・崩壊が進行すると, 剛性低下による見かけの固有振動数の低下に伴い減衰定数が増加するため破壊の進行が抑制されるのに対して，減衰力が接触力に比例する local-damping では要素間に開きが生じて全く接触せず接触力が働かない状況になった場合に，減衰力も働かないため，破壊の進行が抑制されにくくなったためと考えられる．

続いて，回転減衰の考慮の有無が解析結果に及ぼす影響について検討する．まず，質量比例型減衰を採用し，回転減衰を考慮しないケース D3（図-19）と考慮するケース D5（図-21）の解析結果を比較する．0.8 秒後以降では回転減衰を考慮に入れたケース D5 の方が崩壊の進展が遅くなっている様子がわかる．崩壊の形態に大きな違いは見られなかった．4 章の線形自由振動解析では，回転減衰の影響はほとんど見られなかったが，構造物が傾き崩壊に至る場合は，回転減衰の影響を考慮するかしないかによって結果に大きな違いが見られることがわかった．次に local damping を採用し，回転減衰を考慮しないケース D4（図-20）と考慮するケース D6（図-22）の解析結果を比較する．質量比例型減衰と同様に，回転減衰を考慮した場合は崩壊の進展が遅くなっている様子が見て取れる．ま

た，崩壊の形態にも大きな違いが見られた．自重により鉛直方向に連続する要素間には大きな鉛直方向接触力が作用しているため，減衰力が接触力に比例する local damping には質量比例減衰よりも大きな減衰力が作用し，

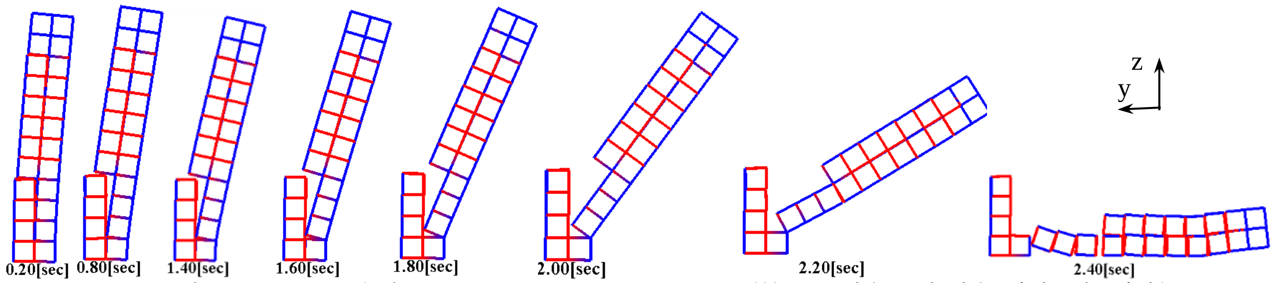


図-19　*y* 方向に 2000gal の衝撃波を入力したときのケース D3 の挙動（質量比例減衰，回転減衰非考慮，自重考慮）

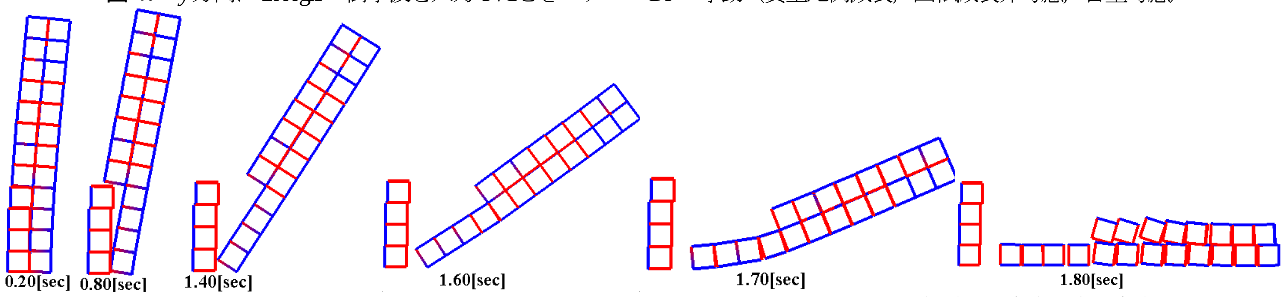


図-20　*y* 方向に 2000gal の衝撃波を入力したときのケース D4 の挙動（local damping，回転減衰非考慮，自重考慮）

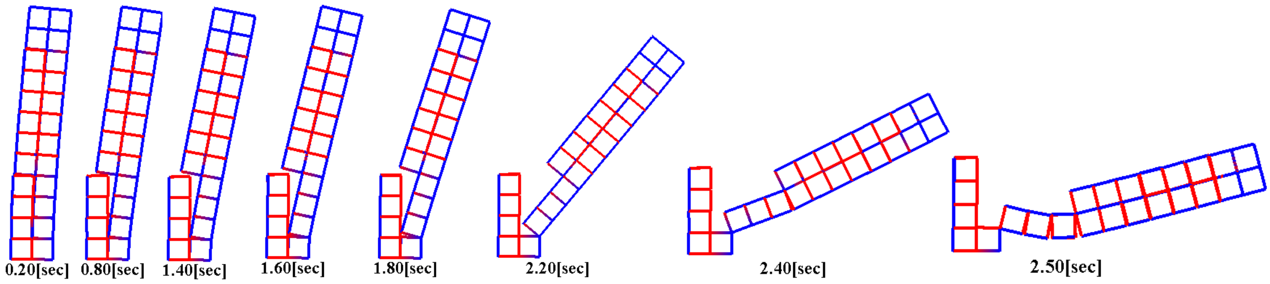


図-21　*y* 方向に 2000gal の衝撃波を入力したときのケース D5 の挙動（質量比例減衰，回転減衰考慮，自重考慮）

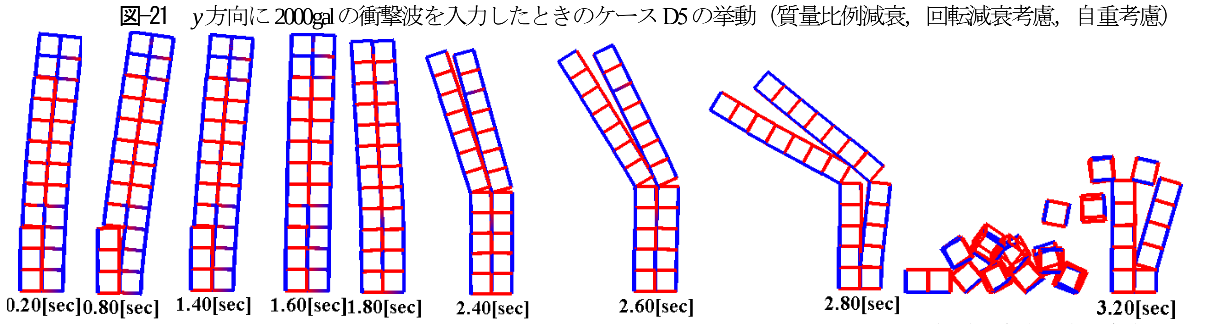


図-22　*y* 方向に 2000gal の衝撃波を入力したときのケース D6 の挙動（local damping，回転減衰考慮，自重考慮）

これにより大きな減衰モーメントも作用するため，傾きが抑制され易く，崩壊形態も大きく異なるものと考えられる．2.4 秒後になり 5 段目と 6 段目の要素間に一旦大きな開きが生じると，接触力も小さくなり減衰力，減衰モーメントも小さくなるため，崩壊が進展したものと考えられる．

以上のように，減衰モデルの違いにより，また回転減衰の有無により挙動に違いが見られたが，どの減衰モデルがよいのか，また回転減衰をどのように考慮すればよいのかについては，今後実験との比較により検討していきたいと考えている．

6. 結論

本研究では，,改良版個別要素法を用いた構造物の動的解析における減衰のモデル化について検討した．要素重心に作用する減衰として質量比例減衰と local damping を候補とし，これらで 1 次モードにおける減衰定数を表現した．また，接触要素間に作用する減衰として臨界減衰と瞬間剛性比例型減衰を候補とした．臨界減衰は，計算上の最高振動数における減衰定数を 1.0 とするものであり，質量比例減衰または local damping と組み合わせることで，構造物の振動における減衰特性の再現と計算の安定化を図ることとした．瞬間剛性比例型減衰は，1 次モードの減衰定数を表現できるように設定すると，計算上の最高振動数における減衰が過減衰となり，細かい計算時間間隔が要求される可能性の高いことが分かった．

質量比例減衰と臨界減衰を組み合わせた減衰モデル（以降，質量比例減衰）と local damping と臨界減衰を組み合わせた減衰モデル（以降，local damping）を用いて，組積造壁の線形自由振動，破壊挙動，崩壊挙動の解析を実施した．その結果，以下の知見が

得られた．
・減衰定数の再現性について，質量比例減衰では，式(18)によって想定した通りの 1 次モードの減衰定数を再現できること，local damping では想定通りの減衰定数が得られるように式(19)の係数を調整する必要のあることがわかった．
・自重の影響について，両減衰モデルとも，自重を考慮する場合は考慮しない場合に比べて，変形が小さい場合は固有周期が短く，変形が大きいときは固有周期が長くなる傾向のあることがわかった．
・回転減衰について，構造物の変形の小さい場合は影響が小さいが，構造物が大きく傾き崩壊に至る場合は，回転減衰を考慮に入れると崩壊がしにくい結果となることがわかった．
・local damping は接触力に比例する減衰力を発揮するので，構造物が弾性状態，または破壊しても亀裂が閉じて要素間の接触状態が保たれるケースでは減衰力を発揮し，特に自重を考慮する場合は大きな減衰力となり，変形及び破壊の進展を抑制する．逆に，破壊が進み要素間に隙間が生じて接触力が作用しなくなると，local damping では減衰力が作用しなくなり，破壊が進展し易くなることがわかった．
・質量比例減衰では，速度に比例した減衰力を発揮するので，自重や要素間の接触状況の変化の影響は local damping に比べて小さい．理論上は，振動数と減衰定数の間に反比例の関係があるので，破壊が進展し見かけの固有振動数が低くなれば減衰定数が大きくなるので，破壊が抑制される傾向にあると考えられる．

以上から，破壊の進展による要素間の接触状態の変化や，自重の影響によって，質量比例減衰と local damping は大きく異なる挙動を示すことがわかった．解析の際は，これらの特徴を理解した上で選択する必要がある．実際の挙動がどちらの減衰モデルに近いのか，今後実験を行い検討していきたい．

参考文献

1) OCHA (Office for the Coordination of Humanitarian Affairs) , http://www.unocha.org/
2) O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor, The Finite Element Method, 5th edition,Vol.1,2,3, Butterworth Heinemenn, Oxford, U.K., 2000.
3) P.A. Cundall and O.D.L. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique, 29, pp.47-65, 1979.
4) M. Hori, K. Oguni, H. Sakaguchi, Proposal of FEM implemented with particle discretization for analysis of failure phenomena, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol.53, pp.681-703, 2005.
5) A.Furukawa, J. Kiyono, and K. Toki, Proposal of a Numerical Simulation Method for Elastic, Failure and Collapse Behaviors of Structures and its Application to Seismic Response Analysis of Masonry Walls, Journal of Disaster Research, Vol.6, No.1, pp.51-68, 2011.
6) Itasca Consulting Group, Inc, PFC2D - Particle Flow Code in 2 Dimensions, Theory and Background,1-8, 1-9 1999
7) 佐々木隆他：無筋コンクリートのクラック進展解析における解析パラメータに関する検討，ダム工学, Vol.16(4), pp.282-293, 2006.
8) P.B. Lourenco, Analysis of masonry structures with interface elements, theory and applications, Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering, TU-DELFT report no. 03-21-22-0-01, 1994.
9) A.Furukawa, J. Kiyono, and K. Toki, Numerical Simulation of the Failure Propagation of Masonry Building during an Earthquake, journal of Natural Disaster Science, Volume 33, Number 1, ppll-36, 2012.

（2013. 9. 12 受付）

FUNDAMENTAL STUDY ON DAMPING MODELING FOR DYNAMIC ANALYSIS OF MASONRY STRUCTURES USING REFINED DEM

Aiko FURUKAWA，Shota KIMURA，Junji KIYONO

This study investigates an effect of damping modeling on the dynamic analysis results of masonry structures using a refined version of the distinct element method (refined DEM). The refined DEM can handle two types of damping terms; a damping force acting at a gravity center of each element, and a damping force acting between two elements in contact. To determine appropriate damping terms from several kinds of damping models, it is necessary to understand the difference among damping models. Therefore, this study numerically investigates the difference in free vibration response, failure behavior and collapsing behavior by different damping models. A mass-proportional damping and a local damping are selected as damping terms acting a center of gravity element. In addition, a critical damping and a stiffness-proportional damping are selected as damping terms acting between two elements. Combining these damping terms, three damping models are proposed. By conducting the analysis with these damping models, their characteristics are examined.