地震動位相のモデル化について

.

佐藤　忠信[1]・吉田　郁政[2]・大島 義信[3]

[1]正会員　東南大学教授　都市工程科学技術研究院（210096, 中華人民共和国南京市四牌路2）
E-mail:satotdnbseu@yahoo.co.jp

[2] 正会員　東京都市大学教授　工学部都市工学科（〒158-8557　東京都世田谷区玉堤 1-28-1）
E-mail: iyoshida@tcu.ac.jp

[3]正会員　京都大学准教授　大学院工学研究科社会基盤工学専攻（〒615-8530　京都市西京区京都大学桂）
E-mail: oshima.yoshinobu.3a@kyoto-u.ac.jp

.

地震動位相をモデル化し、位相を模擬する新しい方法論を展開し、その物理的な背景について考察を加えた．まず地震動の群遅延時間に着目し，その確率特性から導かれる地震動位相の特性を明確にし，位相を模擬するための確率モデルを提案した．さらに，位相の物理的な特性が，断層のせん断過程と伝搬経路のランダム性に依存しているものとし，それらがフラクタル現象として表現できることをハースト指数を用いて明らかにしたうえで，その検出法を構築した．粒状体を対象としたせん断試験と粒状体がランダムに配置されたモルタル供試体中の弾性波伝播試験結果を用い，構築した手法の有用性を検証した後，観測された地震動を用いて，地震動の位相がフラクタル特性を有してることを実証し，地震動位相をハースト指数で規定される非整数ブラウン過程で模擬する方法論を構築した．

Key Words : *earthquake motion phase, group delay time, stochastic differential equation, fractal, Hurst index, fractional Brounian processs*

1. まえがき

地震動のような非定常特性を有している時刻歴信号を模擬するためには，振幅特性と位相特性のモデル化が必要であるが，これまでは振幅特性に重点がおかれ，位相のモデル化についてはあまり焦点が当てられなかったようである．振幅特性についてはパワースペクトルの非定常性をモデル化[1)]することが一般的で，モデル化された非定常パワースペクトルから時刻歴を模擬するためにはランダム位相が用いられてきた．しかし，位相の持つ物理的な意味が明確でなかった．大崎ら[2)]はフーリエ位相差分布と時刻歴包絡形との類似性を指摘し，和泉・勝倉は[3)]フーリエ位相の角振動数軸上での傾き（群遅延時間）に注目して，その平均値と標準偏差により地震波の重心位置と広がりを表現できることを示した．石井ら[4)]，佐藤ら[5)]は，位相差分布や群遅延時間の特性を，多数の強震記録に基づいた回帰分析によりモデル化し，非定常性を有する地震波形の合成法について検討している．

著者らも，地震動の位相特性のモデル化の意義について述べるとともに，モデル化について一連の研究を行った[6－8)]．また，これらの位相スペクトル（群遅延時間）を用いて，耐震設計で用いられる応答スペクトルに適合した波形が作成できることを示しており[9)]，鉄道構造物の設計基準でも利用されている[10)]．しかし，これらの方法により波形を合成する場合，振幅特性を設計用の応答スペクトルで定義するので，振幅スペクトルと位相スペクトルが独立に定義されたことになる．しかし，振幅と位相を各々独立にモデル化して，非定常な地震波形を合成する方法は本質的な矛盾を抱えている．それは，因果性を有する時系列のフーリエ変換の実数部と虚数部は独立ではなく，ヒルベルト変換の関係で結び付けられているためである．したがって，振幅スペクトルをモデル化した場合には，位相スペクトルに何らかの制限が設けられなければならない．こうした問題点を矛盾なく解決するため，位相スペクトルに着目した波形の合成方法が提案[11)]されている．

ここでは，地震波のような非定常時系列を，フーリエ解析によって模擬するときに必要となるフーリエ位相スペクトルのモデル化にあたって必要となる，位相の物理的な背景に考察を加える．まず，群遅延時間の確率特性に着目し，位相をどのようにモデル化すればよいかを考

察する．次に，自己アフィンフラクタルの概念を用いて，地震動位相がフラクタル特性を有していることを明らかにしたのち，そのモデル化をおこなう．

2. 群遅延時間を利用した位相増分のモデル化

地震動の位相をモデル化するときには，位相そのものを直接モデル化するのではなく，その微分係数として定義される群遅延時間を解析の対象とすることが多い．地震動の時刻歴$f(t)$とすれば，そのフーリエ変換次式のように定義される

$$F(\omega)=R(\omega)+iI(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-i\omega t)dt \qquad (1)$$

ここに，ω は円振動数，$R(\omega)$ と $I(\omega)$ はフーリエ変換の実部と虚部である．地震動のフーリエ振幅$A(\omega)$ 位相$\phi(\omega)$ 群遅延時間$\xi(\omega)$ は次式で計算される

$$A(\omega)=\sqrt{R(\omega)^2+I(\omega)^2}$$

$$\phi(\omega)=\tan^{-1}\left(\frac{I(\omega)}{R(\omega)}\right) \qquad (2)$$

$$\xi(\omega)=\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}=\frac{I'R-R'I}{R^2+I^2}$$

図１は1995年兵庫県南部地震のときに神戸気象台で計測された加速度記録から式(2)の第３式を用いて計算された群遅延時間である．その平均値は -19.35 秒である．サンプリング時間間隔が 0.02 秒であるので，25Hzで対称に折り返されている．

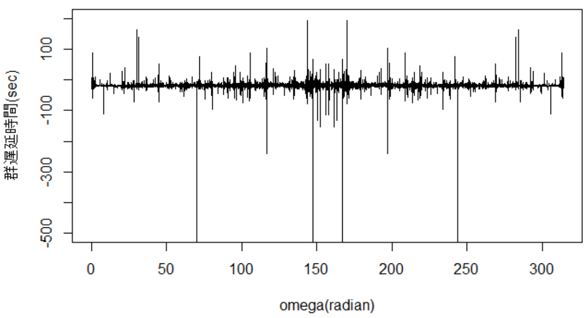

図１　1995年兵庫県南部地震神戸気象台加速度記録（NS）の群遅延時間

図から明らかなように，群遅延時間は次式で表されるような円振動数軸上のデルタ関数列として表現できそうにみえる．

$$\xi(\omega)=\sum_{i=1}^{N} a_i\delta(\omega-\omega_i) \qquad (3)$$

ここに，$\delta(\,)$ はデルタ関数，Nは離散化点の総数，ω_i は離散化円振動数点であり，a_i は各離散化円振動数点での群遅延時間のサンプルである．式(3)を円振動数で積分することにより地震動の位相スペクトルは次式のように表現される．

$$\phi(\omega)=\sum_{i=1}^{N} a_i U(\omega-\omega_i) \qquad (4)$$

ここに，$U(\,)$ はステップ関数である．

図２は図１に与えられる群遅延時間の絶対値が50以上の極端に大きな値を無視して，その平均値(-18.85)と分散(42.56)を求めたうえで，群遅延時間を正規化しその確率密度分布を図示したものである．同時に標準正規分布の密度関数も図示している．群遅延時間の分布特性を正規分布でモデル化することはできないが，ほぼ原点対象であり，歪度，尖度ともほぼゼロなので，そのモデル化はデータから得られる分散を修正することによって可能と考えられる．ちなみに平均値0，分散0.36とした場合の分布も合わせて示した．

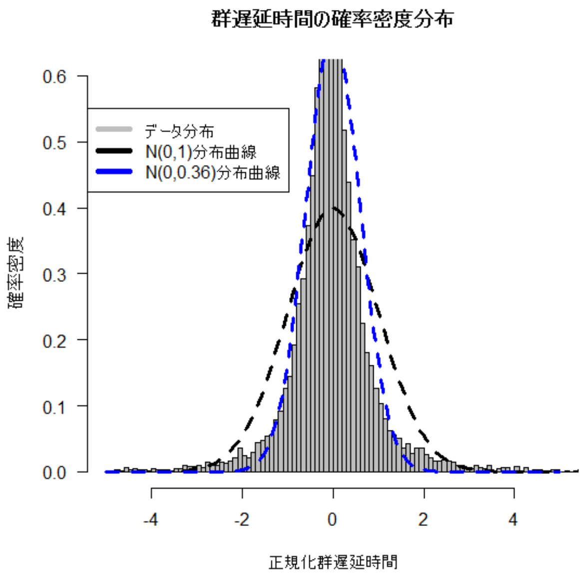

図２　正規化された群遅延時間の確率分布特性

いま，対象とする円振動数領域を離散間隔$\Delta\omega$でN個に離散化して，離散点ごとの群遅延時間を図２に示されるような確率密度関数を有する独立同分布(iid)に従う確率変数と考えることができれば，離散点 n での離散化位相は，式(4)から以下のように与えられる

$$\phi_n=\sum_{i=1}^{n} A_i\Delta\omega \qquad (5)$$

ここで，大文字A_i を用いたのは，サンプル実現値ではなく確率変数であることを強調するためである．

確率論の中心極限定理によれば，群遅延時間の平均値をμ_ξ，分散をσ_ξ^2 とし，離散点n での円振動数をω とすれば，確率変数ϕ_n は

平均値$= n\mu_\xi\Delta\omega=\frac{\omega}{\Delta\omega}\mu_\xi\Delta\omega=\omega\mu_\xi$

分散$= n\sigma_\xi^2\Delta\omega^2=\frac{\omega}{\Delta\omega}\sigma_\xi^2\Delta\omega^2=\omega\sigma_\xi^2\Delta\omega=\omega S_\xi^2$

の正規分布で近似される．すなわち，その密度関数は

$$p\big(\phi(\omega)\big)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega\Delta\omega}\sigma_\xi}\exp\left\{-\frac{\big(\phi(\omega)-\omega\mu_\xi\big)^2}{2\omega S_\xi^2}\right\} \qquad (6)$$

で与えられる．Winer過程の表現を用いれば，離散間隔$\Delta\omega$ごとの位相増分は平均値$\Delta\omega\mu_\xi$，分散$\Delta\omega S_\xi^2$の正規分布のサンプル値として与えられることになる．すなわち，

$$p(\Delta W)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta\omega}S_\xi}\exp\left\{-\frac{\Delta W^2}{2\Delta\omega S_\xi^2}\right\} \qquad (7)$$

に従うN個のサンプル値$\Delta W_i(i=1,2,\cdots,N)$を発生させ，次式のように，その内の$n$個までの和を取れば，離散点$n$での位相$\phi_n$が計算できることになる．

$$\phi_n=n\Delta\omega\mu_\xi+\sum_{i=1}^{n}\Delta W_i \qquad (8)$$

式(8)の意義は非常に大きい．円振動数の離散間隔Δωを十分小さくしておけば，すなわち，式(5)に中心極限定理が適用できるに十分なnの個数が有れば，群遅延時間の分布特性[13]によらず，正規分布で表現される式(7)に基づいて位相増分のサンプルを発生させればよいことを意味しているからである．

位相を円振動数ωの連続関数として議論するために，式(8)を微分形式に書き換え，次式のように表現しておく．

$$d\phi=\mu_\xi d\omega+dW \qquad (9)$$

3. 位相増分モデルの一般化

以上に展開した形式のを用いて，群遅延時間の模擬法を構築するために，多数の地震記録を収集し，各地震動の時刻歴の発震時刻を調整した上で，Meyerのウエーブレットを用いてバンドパス時系列を算出し，その時系列の群遅延時間を計算し，それらの平均値と分散を地震のマグニチュードと震央距離，局所的な地盤条件の関数として表現した[7]．図３はその一例である．群遅延時間の平均値と標準偏差をウェーブレットの中心周波数に関して表示している．

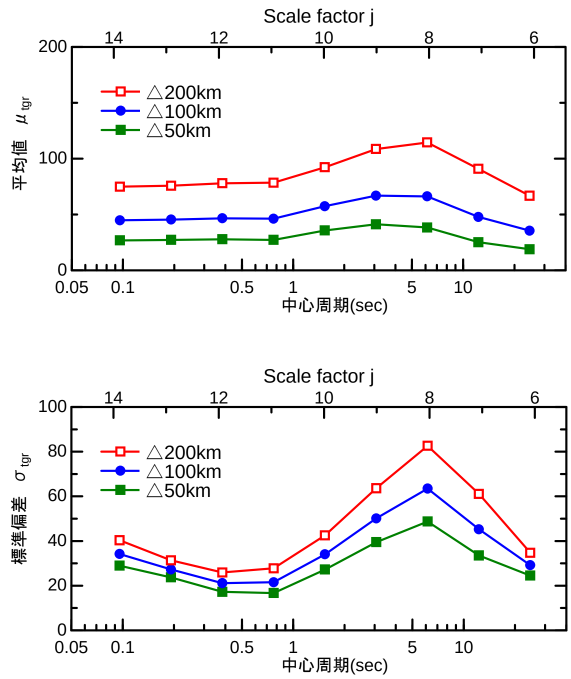

図３　群遅延時間の期待値と標準偏差の振動数依と震央距離依存性（マグニチュード８の地震を対象）[7]

群遅延時間の解析から，こうしたデータが与えられたとき，位相スペクトルを模擬するには，群遅延時間の平均値μ_ξと分散σ_ξ^2が緩やかに変動するωの連続関数と考え，ω領域をいくつかの帯域に分け，その中では平均値μ_ξと分散σ_ξ^2が一定値を取るものと考え，各帯域の境界で位相の値が連続するものと考えれば，2節で展開した理論がそのまま適用可能である．

4. 確率微分方程式による定式化

位相を相関性を有するガウス過程で表現するためには，式(9)を一般化した次式による表現を用いることができる[15]．

$$d\phi=\{c_1(\omega)\phi+c_2(\omega)\}d\omega+\{\sigma_1(\omega)\phi+\sigma_2(\omega)\}dW$$

ここに，$c_1,c_2,\sigma_1,\sigma_2$は微分方程式の係数であり円振動数の関数として定義され，dWは式(8)，(9)で定義された確率過程である．この場合，位相の平均過程μ_ϕと分散過程σ_ϕ^2は次式で与えられるので，

$$d\mu_\phi=\Big\{\{c_1(\omega)\mu_\phi+c_2(\omega)\}d\omega\Big\}$$

$$d\sigma_\phi^2=\{\sigma_1^2(\omega)\sigma_\phi^2+2\big(c_2(\omega)+\sigma_1(\omega)\sigma_2(\omega)\big)\mu_\phi\}\mathrm{d}\omega$$

地震記録から求められる位相$\phi(\omega)$をもとに，確率微分方程式の係数を同定できる可能性がある．なお確率微分方程式による表現はBooreも提案している[14]．

5. 位相の物理的意味を調べるための数学的準備

地震動$f(t)$を模擬するときに，震源断層の破壊過程を表す震源関数$s(t)$，伝播経路の伝達特性関数$p(t)$，局所的な地盤の増幅特性関数$h(t)$の合成積として次式のように定義することが多い

$$f(t)=s(t)*p(t)*h(t) \qquad (10)$$

フーリエ変換を行うと

$$F(\omega)=A_sA_pA_h exp\{i(\phi_s+\phi_p+\phi_h)\} \qquad (11)$$

となる．ここに，A_s，A_p，A_hならびにϕ_s，ϕ_p，ϕ_hは各々の関数のフーリエ振幅とフーリエ位相であり，円振動数の関数である．式(11)から明らかなように地震動位相$\phi(\omega)$は各々の関数のフーリエ位相の線形和として表現される．本論文ではϕ_sと$\phi_p+\phi_h$とに分け，それら

がフラクタル特性を有していることを，本論文の後半で明らかにしたいと考えている．この節では，そのために必要となるフラクタルの数理を概説する．

まず，セルフアフィン(self-affine)と言う概念を説明した後，セルフアフィンフラクタルとなる非整数ブラウン過程を定義した後，それを規定するハースト指数の同定法を簡潔に紹介する．

(1) 自己アフィンフラクタル

フラクタルの概念はフランスの数学者 Mandelbrot[16] により導入された幾何学の概念であり，簡単に言うと複雑な図形であり，いくら細部を拡大しても複雑さを保つ図形のことをいう．図形の一部を抜き出すと全体と似た形になる図形を自己相似性のある図形と言うが，自己アフィンと言う概念は縦横の相似率が異なっている図形一般を指している．したがって，自己アフィンなグラフ $y = g(\omega)$を考えると，ω 軸をλ倍したときに y 軸がλ倍になるのではなく c 倍になる．すなわち，

$$g(\lambda\omega) = cg(\omega) \tag{12}$$

となる．Hurst 指数[17] H を用いると

$$c = \lambda^H \tag{13}$$

と表現される．Hurst指数は$(0 < H \leq 1)$の範囲の値を取る．

(2) 非整数ブラウン過程の定義

ここでは，自己アフィンフラクタル過程を模擬するために，非整数ブラウン過程（FBP）を定義しそのシミュレーション法を解説する．FBPはWiner 過程を$W(\omega)$ とすれば，次式で定義される．

$$W_H(\omega) - W_H(0) = \frac{1}{\Gamma\left(H+\frac{1}{2}\right)}\int_{-\infty}^{\omega} K(\omega-\tau)dW(\tau) \tag{14}$$

ここに，$W_H(0)$ は初期条件，$\Gamma(\,)$ はガンマ関数であり，次式で定義される．

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} exp(\tau)\,\tau^{x-1}d\tau \tag{15}$$

また，式(14)の積分核は以下のように定義される．

$$K(\omega-\tau) = \begin{cases}(\omega-\tau)^{H-1/2} & (0 \leq \tau \leq \omega)\\ (\omega-\tau)^{H-1/2} - (-\tau)^{H-1/2} & (\tau < \omega)\end{cases}$$

式(14)の定義によれば，確率過程 $W_H(\omega)$ はWiner 増分の履歴全てに関係することが分かる．$W_H(\omega)$ の平均値はゼロであるが，その分散と自己相関関数 $R(\omega)$ は次式で与えられる．

$$E\left[\left(W_H(\omega) - W(\tau)\right)^2\right] \cong |\omega-\tau|^{2H} \tag{16}$$

$$R(\omega) = 2^{2H-1} - 1 \tag{17}$$

これから，$H = \frac{1}{2}$ となる特別の場合には，この過程はWiner過程 $W(\omega)$ となることが分かる．また，$H \neq \frac{1}{2}$ では自己相関関数が過去から未来にかけて一定値となり，距離による減衰がないことも分かる．

非整数ブラウン過程を式(14)から，直接シミュレートするのは簡単ではないが，離散的な過程の場合には Voss が提案している2分法によよるアルゴリズム[18]で，簡単にシミュレートできる．図４にその一例を示した．Hurst指数が小さいと変動が激しいが，大きくになるにつれて次第に変動が滑らかになっていくのが分かる．

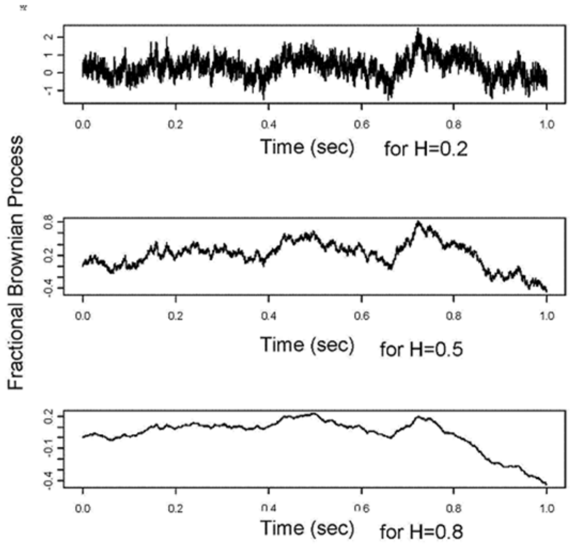

図４　非整数ブラウン過程のシミュレーション例，Hurst指数が0.2，0.5，0.8の場合について示している．指数が0.5の場合はWiner過程となっている．ここでは，横軸の次元を時間とし，無次元化し0～1の範囲で描いているが，次元は対応する現象のものに読み替えればよい．

(2) Hurst指数の同定法

非整数ブラウン過程に従うと考えられる離散的サンプリング系列 $y_i\ (i = 1,2,\cdots,N)$ が，過程を制御する変数に関する各離散点，円振動数の場合には$\omega_i\ (i = 1,2,\cdots,N)$で，多数得られるときは，式(16)の関係に着目すれば，ω_iと$E[y_i^2]$ との関係がω_i^{2H}の関数で表現され

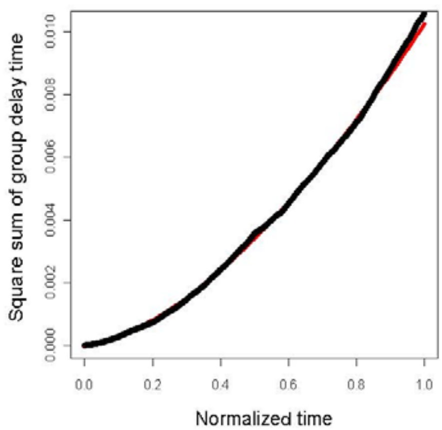

図５　200個の非整数ブラウン過程から求まる分散と正規化変数(Normalized timeと表記)との関係，H=0.802が同定値．

るので，これから $2H$ の値を同定できる．図５その一例を示している．$H = 0.8$としてVossのアルゴリズムで200個のサンプルを計算しそれから離散円震動数の各点で分散を計算した結果から，最小2乗法でHの値を推定したものである．データ点と最小2乗法で決定した曲線とが重なっているので，見分けがつかないが，同定されたHの値は0.802である．

サンプル系列が一個しか与えられないときは，過程のエルゴード性を仮定し，$\omega_i = \omega_{k+i} - \omega_k$として，$\omega_i$の値を一定に保ったままで，$\tilde{y}_i = y_{k+i} - y_k$を多数の$k$に対して計算し，その期待値 $E[\tilde{y}_i^2]$ を計算し，ω_iと$E[\tilde{y}_i^2]$との関係がω_i^{2H}の関数で表現されることを利用すればよい．図６は図５の計算を行った時の一サンプルを利用して，離散円振動数の各点で分散を計算し，最小2乗法でHurst指数の値を推定したものである．同定されたたHの値は0.782である．

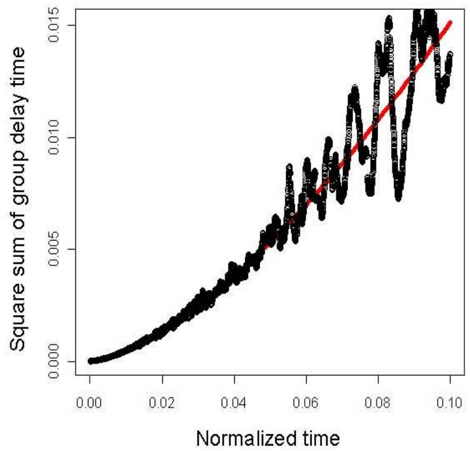

図６　エルゴード性を仮定し，一サンプルから求まる分散と正規化変数との関係，H=0.782が同定値.

図５と６の両者から，分散と対象とする変数との関係から，得られた過程が自己アフィンフラクタル特性を有しているものであれば，そのHurst 指数を比較的精度よく決定できることが分かる．

6.　地震動位相はフラクタル特性を有するのか？

5の冒頭に地震動の位相特性にフラクタル特性が隠されていると述べたが，それが本当かどうかについて，実地震記録を用いて検証する．そのために，2で展開した群遅延時間と位相の関係を，単純化して以下のように書き直す．群遅延時間$\xi(\omega)$を以下のように

$$\xi(\omega) = -T_0 + \eta(\omega) \tag{18}$$

位相$\phi(\omega)$を以下のように表現する

$$\phi(\omega) = -T_0\omega + \phi_0(\omega),\quad \phi_0(\omega) = \int_0^{\omega} \eta(x)dx \tag{20}$$

ここに，$-T_0$は平均群遅延時間，$\eta(\omega)$は群遅延時間の平均値周りの変動である．$-T_0$は発震時刻から観測点に地震動の主エネルギー成分が到達するまでの時間遅れと考えることができる．

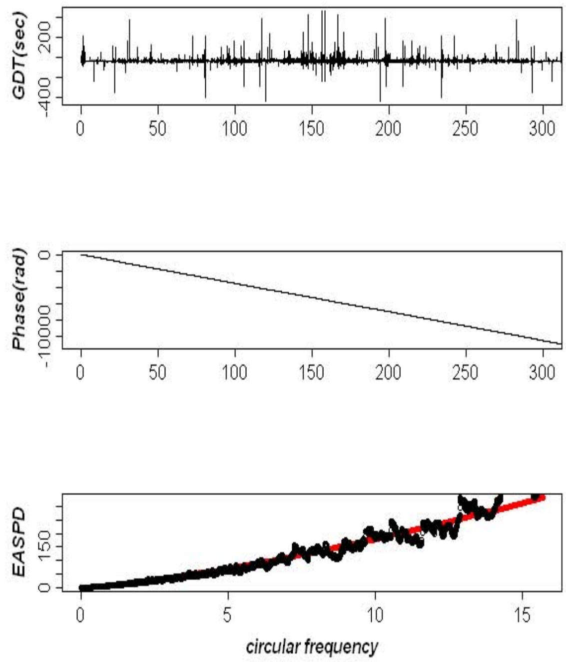

図７　1995年兵庫県南部地震の際に神戸JMA で観測された加速度記録の解析結果．上段：群遅延時間，中段：位相，下段：位相差の分散値，これからH=0.679 と非整数ブラウン過程を定義するウイナー過程の分散を決定した．

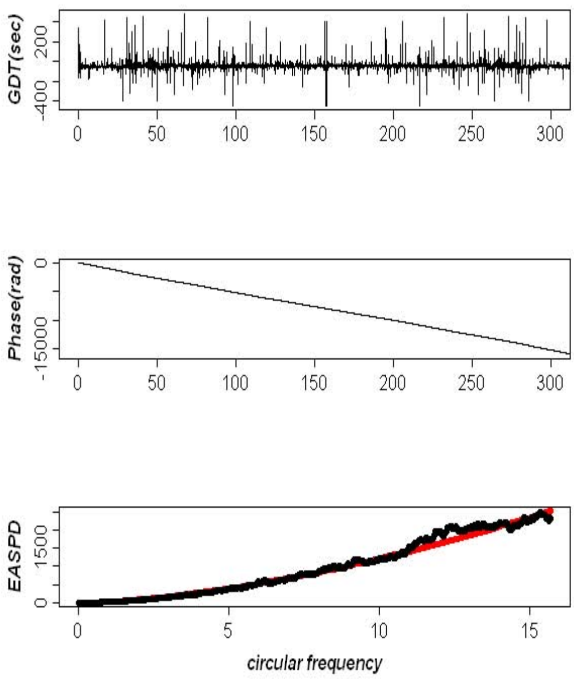

図８　1994年釧路沖地震の際に釧路JMA で観測された加速度記録の解析結果．上段：群遅延時間，中段：位相，下段：位相差の分散値，これからH=0.812と非整数ブラウン過程を定義するウイナー過程の分散$10^{1.459}$を決定した．

図７と８は実際に観測された地震加速度記録を用いて，その位相特性が自己アフィン特性を有するものと仮定して，それらのHurst指数を決定したところ，図のタイトル中に与えられているような値を得た．このことから，地震動の位相はフラクタル特性を有していることが明らかとなった．なお，両図とも位相に関しては，直線的な減少関数にしか見えないが，これは式(20)による位相の表現の中で$-T_0\omega$の項が卓越するためであり，フラクタル特性は位相の表現形式の第2項$\phi_0(\omega)$に含まれているので，Hurst指数を求める下段の解析は$\phi_0(\omega)$のみを用いて行っている．

このようにして決定された位相のフラクタル特性を用いて，実際の地震動が模擬可能かどうかを検証するために，図８に与えられる釧路地震の解析結果から非整数ブラウン過程を模擬し，をれをサンプル位相として，観測記録から得られるの$-T_0$値-46.68ならびにフーリエスペクトル振幅を用いて，地震動を再現した例が図９に示されている．

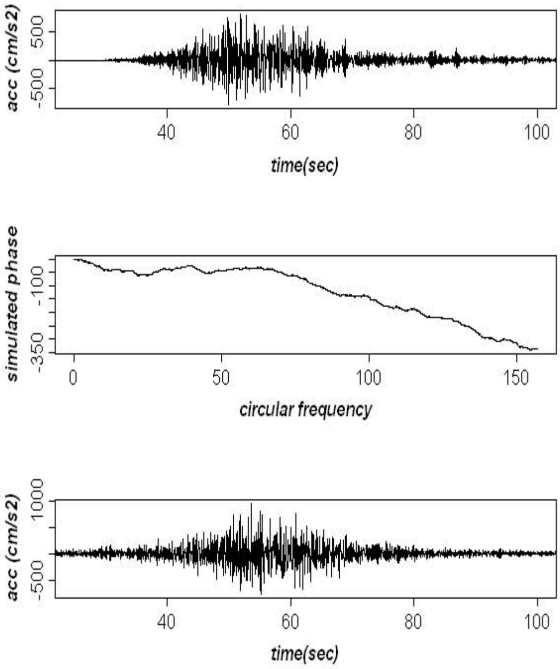

図９　同定されたHurst指数ならびにウイナー過程を定義する分散を用いて非整数ブラウン過程で模擬した位相で再現した地震動の時刻歴（群遅延時間の平均値$-T_0 = 46.68$ とフーリエ振幅スペクトルは実地震記録のものを利用）．上段：観測加速度記録，中段：非整数ブラウン過程を用い模擬した$\phi_0(\omega)$，下段：再現した時刻歴．

この図から，本論論文で述べてきた方法論により，実用的な観点から地震動の位相特性を模擬できる可能性が示された．以下に，５の冒頭に述べた地震動位相のフラクタル特性が震源特性と伝播経路の特性に分解できるかについて，実地震記録を用いて考察する．

7.　観測地震動位相のフラクタル特性

地震波動は地殻と言う比較的多様な物質で構成されている媒質中を伝播してくるので，その過程で，限りない屈折反射を繰り返して観測点に到達する．伝播経路上の媒質構造はマクロ的な構造からミクロ的な構造までさまざまであるが，少なくても両者の間にある種の相似関係を有していると想像できる．地殻の複雑性はミクロ的な部分を拡大してみるとマクロ的な構造と相似になっているという仮定である．もしある種の相似関係が地殻を構成している媒体中に存在するのであれば，それはフラクタルとして記述可能であるから，地震波動の時刻歴の中に地殻のフラクタル特性が埋め込まれているはずである．それを何とか検出したいと言うのが本節の目的である．

そのためには，震源特性が単純で伝播経路の特性のみが卓越するであろう地震記録を利用する必要がある．ここでは，2011年東日本地震の際に観測されたマグニチュード５程度の余震記録を用いて，考察を加える．図10は用いた地震記録の観測点分布と震源位置を示したものである．余震 I, II, IIIのマグニチュードはそれぞれ5.2，4.6と5.4である．全ての記録は防災科学技術研究所が提供しているK-NETから収得した．余震 IとIIIは観測点網で十分な記録が取れており，なるべく小さなマグニチュードの地震を観測点網の北端と南端で選択し，余震IIは解析の再現性をチェックするために余震IIIの震源位置に近い余震として選択した．

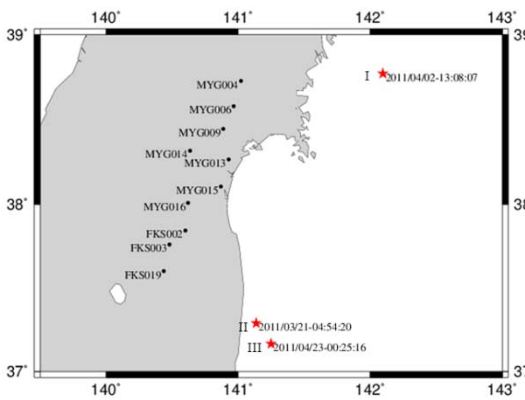

図　10　用いた地震動の震源と観測点分布

図11は各々の余震記録から得られたHurst指数と震央距離との関係を示したものである．図中の〇が求められたHの値であり，各直線は最小二乗近似の直線である．左図には一本の直線のみが記入されているが，中央と右図には二本の直線が記入されている．各図の上側の直線は

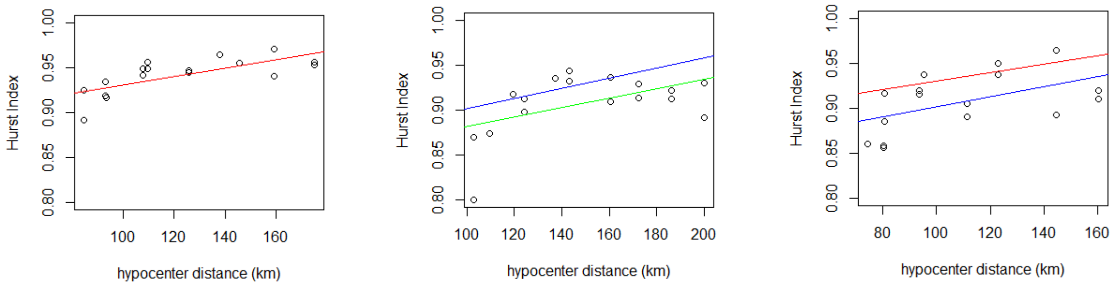

図11　2011年東日本地震の余震記録から得られる震央距離とHurst指数の関係．左図：余震IIIの結果，中央図：余震IIの結果，右図：余震Iの結果.

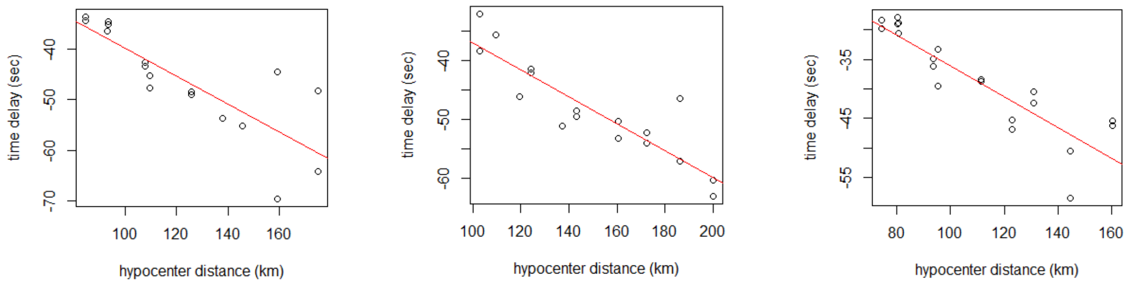

図12　2011年東日本地震の余震記録から得られる震央距離と$-T_0$の関係．左図：余震IIIの結果，中央図：余震IIの結果，右図：余震Iの結果.

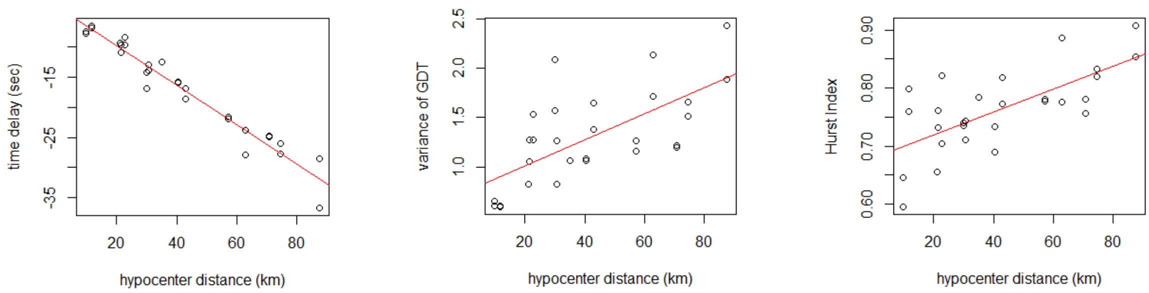

図13　1997年西鹿児島県地震(M6.3)の記録の解析結果．左図：震央距離と$-T_0$の関係，中央図：震央距離と群遅延時間の分散，右図：震央距離とHurst指数

各々の左側にある図の直線のコピーである．Hの値は0～1 の間で定義されているので，直線近似はそぐわないが，この震央距離の範囲内であれば 1 を超えることはなかったので，近似的な評価を行うために直線近似とした．図から明らかなように，Hurst指数は震央距離が増加するとともに次第に大きくなっている．これは，位相スペクトルの特性を表現している$\phi_0(\omega)$の円振動数に対する変動が震央距離の増加とともに次第に滑らかになっていくことを意味しており，興味深い結果である．また3本の直線はほぼ平行である．これは，震源位置や地震のマグニチュードによらず，地震観測を行っている周囲の地殻のフラクタル特性がこれら直線の勾配から把握できることを示唆している．では，絶対値の差は何に起因しているのであろうか，おそらく震源の破壊過程の特性によるものと考えられるが，断定できるまでには至っていない．図12は各余震記録の平均群遅延時間から算出した$-T_0$の値と震央距離との関係を示したものである．この図から，観測点が展開されている近傍の地殻内を伝播するであろうS波の平均的な伝播速度が推定できる．それらは余震IIIとIIについては3.62km/sと3.81km/sでほぼ似通っているが，

余震Iから求まる値は4.39km/sで，震源位置が南と北で地震波の伝播速度が0.5km/sほど違うようである．この原因は今後の研究課題である．

図13は1997年の西鹿児島地震記録の解析結果である．地震のマグニチュードは6.3であるが，観測点が震源を取り囲んで配置されているので，震源での断層破壊過程のフラクタル特性が把握できるものと考え解析を行った．$-T_0$の値と震央距離との関係を示す左図から，この地域の平均的なS波速度が3.06km/sと求められる．なお，群遅延時間の分散は地震動の継続時間を評価する指標と言われているので，中央図の群遅延時間の分散値と震央距離の関係図から地震動の継続時間が震央距離の増加とともに増加すると言う一般的な事実も読み取れる．右図はHurst指数と震央距離の関係である．この場合も震央距離の増加とともにHurst指数は増加しているが，興味ある結果は，震央距離がゼロになる点でのHurst指数の値が0.695と読み取れることである．震央距離ゼロの点でのHurst指数の物理的な意味を吟味するの最後の節で行うが，このあ値は断層の破壊過程のフラクタル特性を与えているものと考えらる．

8. 地震動位相のフラクタル特性を分解する

物質のせん断現象に含まれるフラクタル性，ランダム媒質中を屈折反射を繰り返しながら伝播する波動記録に内臓されているフラクタル性を，フラクタル特性を規定するハースト指数として捕えられることを示し，その類推から断層の破壊過程ならびに波動の伝播過程のフラクタル特性が地震動の位相特性に反映されることを示す．そのためにせん断現象のシミュレーション結果とモルタル中にガラスビーズを埋め込んだ供試体中の超音波伝播実験結果を用いて，各現象のフラクタルを計量するためにHurst指数の同定解析を行う．

(1) 粒状体のせん断破壊現象から抽出されるフラクタル特性

第2共著者の吉田は波動伝播から破壊現象までを一貫して解析できる地震応答解析手法としてMPS法に注目しその開発を行っている[19,20]．ここではMPS法(Moving Particle Simulation)を利用した，二次元平面下での二軸圧縮破壊シュミレーション結果を用いて，せん断破壊の現象がフラクタル特性を有していることを明らかにする．MPS法の詳しい内容やその汎用性については参考文献を参照されたい．

用いるデータは，二次元平面内に不規則に初期配置された粒状体からなる媒質に等方圧をかけ圧縮した後，図14に示すようなせん断帯が発生するまで側方拘束圧一定の下で鉛直方向圧を増加させる実験を模擬したものである．使用したデータは，せん断帯が発生した側のせん断面上に有る粒子の加速度時刻歴である．同時に図15に示すような応力—軸ひずみ関係も与えられている．

与えられた加速度時刻歴からその群遅延時間を計

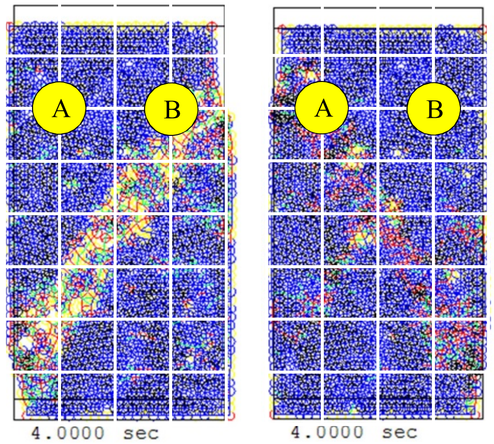

図14　MPS法を利用した粒状体のせん断試験結果の一例
左図：拘束圧10kN/m^{2}でせん断面はB側に発生
右図：拘束圧50kN/m^{2}でせん断面はA側に発生

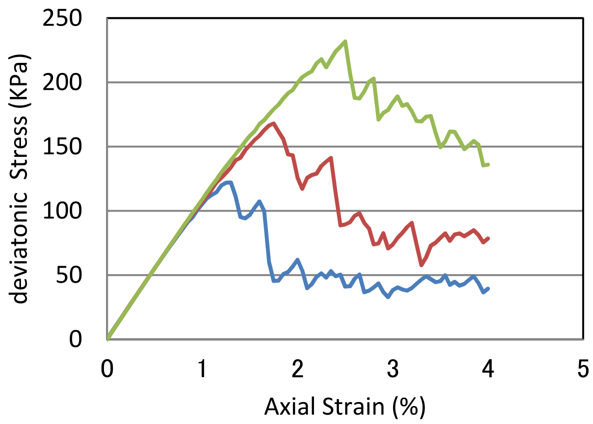

図15 MPS法を利用した粒状体の偏差応力と歪関係の一例
ピーク偏差応力の低い方から拘束圧10,25,50kN/m^2

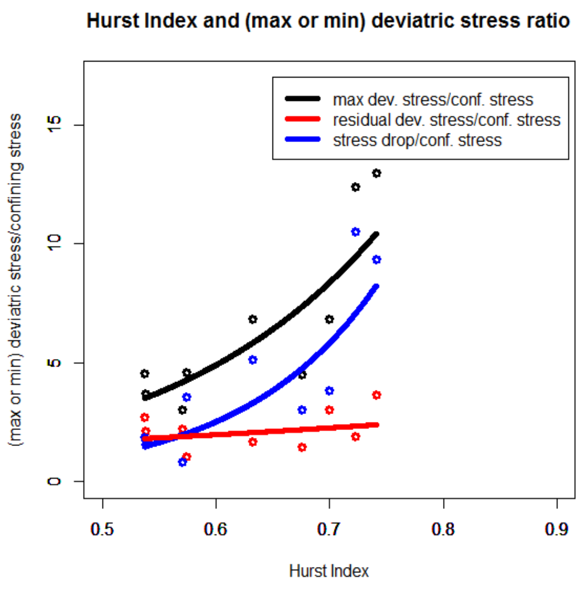

図16　MPS法を利用した粒状体のせん断現象から決定されるHurst 指数と粒状体の力学特性との相関性

算し，それを基にHurst 指数を求め，求められた H の値と拘束圧で正規化したピーク偏差応力，残留偏差応力，応力降下量との関連を示したの図16である．図から明らかなようにHurst指数が大きくなるにつれて拘束圧で正規化されたピーク偏差応力，残留応力とも次第に大きくなっていること，正規化された応力降下量（正規化されたピーク応力と残留応力の差）はHurst 指数の値によらないことがわかる．各種材料の破断面の形状がフラクタル形状を示すことは，材料学の分野ではよく知られた事実である．したがって，せん断現象の力学特性とせん断面のフラクタル形状との間に強い相関性の有ることは想像できるが，こうした事実が，せん断面上にある粒子の加速度時系列から計算される位相特性の中に見い出せたことは，非常に興味深い．

(2)　伝播経路の不規則性に内在するフラクタル特性の検出

第3著者の大島はコンクリート材料中の弾性波の伝播特性を研究[21]している．ここでは，その実験で得られたデータを使って不均質媒体中を伝わる弾性波の記録の中に不均質媒質のフラクタル的な相似側がどのように検出できるのかについて考察を加える．

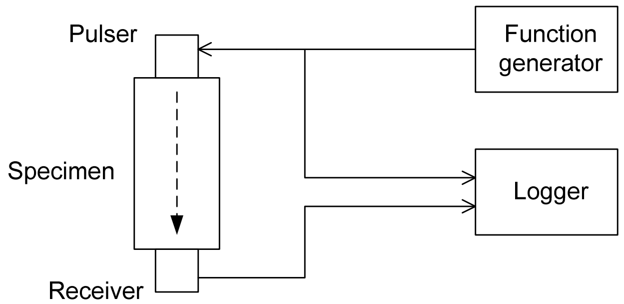

図17　ガラスビーズを混入させたモルタル供試体中を伝播する弾性波の伝播速度の計測システム

表1　モルタル中に混入した材料の特性

	aggregate included	diameter	Volume ratio
MG0	Grass beads	11mm	25%
MG1	〃	20mm	25%
MG2	〃	30mm	25%
MG3	〃	11mm	10%
MG4	〃	11mm	35%
MS0	Steel beads	11mm	25%

実験はコンクリート中を透過する弾性波が受ける骨材の影響を明らかにするため，各種骨材を用いた円柱供試体において透過弾性波を計測したものである．図 17 に計測システムの模式図を示す．表 1 にモルタルに混入した骨材の特性を示した．供試体は，いずれも直径 100mm 高さ 200mm の円柱供試体とした．ただし，打設面は研磨により平滑化している．使用する骨材は，ガラス球，鉄球，および通常の骨材である．ガラス球，鉄球を骨材とするモデル供試体においては，セメントペーストをマトリクスとしている．弾性波の送受信には，40kH をピーク周波数とする端触子を用いた．入力波形として，ファンクションジェネレータにて幅 0.8μs，送信電圧 400V の矩形パルス波を発生させ，受信波形はサンプリングレート 10MHz において収録した．ただし，解析の便宜上データは 2MHz にダウンサンプリングしている．ファンクションジェネレータから発信された矩形波は，分岐させてロガーにて収録した．

この実験で得られた透過波の時系列記録から，その群遅延時間を計算し，位相スペクトルのフラクタル特性をHurst指数で評価した．入力される弾性波は解析上問題ない程度にパルス性状を保っているので，透過波は供試体中の不規則性に内在する相似側の影響のみを受けていると考えて差支えない．

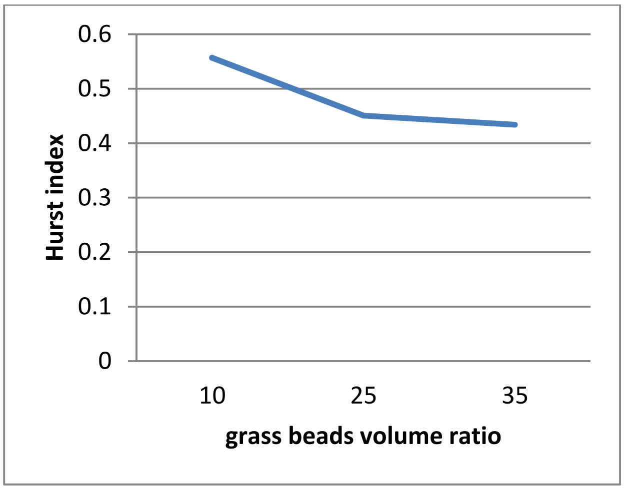

図18　ガラスビーズの混入体積比とHursts指数の関係(ガラスビーズの直径は11mm)

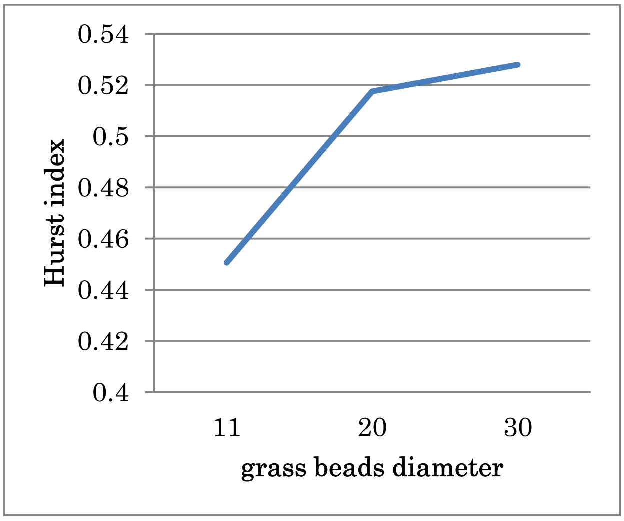

図19　ガラスビーズの直径とHurst指数の関係(混入体積比

は25%)

図18はガラスビーズの直径が11mmのときにその混入体積比を増加させるとHurst指数が減少するという結果であり，図19は混入体積比を25%としてガラスビーズの直径を大きくしていくとHurst 指数が増加するとい結果を与えている．こうした実験の組み合わせを多数実施することは費用の観点から実用的ではないので，現在数値計算によるシュミレーションによりさらに定量的な結果を得るべく努力をしている段階である．いずれにせよ，この解析を通して，媒質の不均質性を測るための指標となりうるフラクタル特性が、不均質材料中を透過してくる波動の位相特性で検出できる可能性の有ることが判明した．

7. むすび

本研究は、地震学で深く研究されてきた地震動の特性を地震動の位相特性のモデル化にどのように反映すればよいのか、と言う素朴な疑問に答えるために開始したものである．地震動を模擬するためには震源特性，伝播経路の特性，局所的な地盤の増幅特性を適切にモデル化しなければならないと言われて久しい．最近の研究ではコンピューターの発達もあって，断層の震源過程，伝播経路の不規則性などを詳細にモデル化して，力技で地震動を模擬することが行われるようになってきている．こうした観点に立つと，地震動位相のモデル化は必要のない研究と言われるかもしれない．耐震設計に携わる者として，それもなるほどとうなづけるが，もっと簡単で，誰でもが簡単に利用でき，地震動の物理特性を十分反映した簡単でかつ適切な地震動のモデル化手法はないものかと模索してきた．この論文は第一著者が最近考えてきた地震動のモデル化、特に位相特性のモデル化に関する考察を論文としたものである．読者の忌憚のないご批判を頂ければ幸いである．

参考文献

1) 後藤尚男，亀田弘行，杉戸真太，非定常強震地震動の統計的予測モデル，土木学会論文報告集，第 286 号，pp.37-51，1979.
2) 大崎順彦，岩崎良二，大川出，雅尾享，地震波の位相特性とその応用に関する研究，第 5 回日本地震工学シンポジウム，pp.201-208，1978.
3) 和泉正哲，勝倉裕，地震動の位相情報に関する基礎的研究，日本建築学会構造系論文集，第 327 号，pp.20-26，1983.
4) 石井　透，渡辺孝英，地震動の位相特性と地震のマグニチュード・震源距離・深さの関係，日本建築学会学術講演会梗概集，pp.385-386，1987.
5) 佐藤智美，植竹富一，菅原良次，群遅延時間を用いた長周期地震動の経験的経時特性モデルに関する研究，日本建築学会構造系論文集，第 493 号，pp.31-39，1997
6) 佐藤忠信，室野剛隆，西村昭彦，震源・伝播・地点特性を考慮した地震動の位相スペクトルのモデル化，土木学会論文集 No.612/I-46，pp.201-213，1999.
7) 佐藤忠信，室野剛隆，西村昭彦，観測波に基づく地震動の位相スペクトルのモデル化，土木学会論文集 No.640/I-50, pp.119-130, 2000.
8) 室野剛隆，佐藤忠信，村上昌彦，第 11 回日本地震工学シンポジウム論文集（CD-ROM），2002.
9) 佐藤忠信，室野剛隆，レベル 2 地震に対する土構造物の耐震設計シンポジウムおよび講習会テキスト，地盤工学会，地盤工学会関西支部，pp.98-117，2000
10) （財）鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説　耐震設計，丸善，1999.
11) 佐藤忠信，室野剛隆，断層近傍地震動の位相特性の経験的なモデル化，土木学会論文集土木学会論文集，No.675/I-55, pp.113-123, 2001.
12) Meyer,Y.,　Orthonormal Wavelets in Wavelets, Springer, pp.21-27, 1989.
13) Nigam N C.　Phase properties of a class of random processes, Earthquake engineering and structural dynamics, 10 (5), 711-717, 1982.
14) Boore D M.　Phase derivatives and simulation of strong ground motions, Bulletin of the Seismological Society of America，93(3), 1132-1143, 2003.
15) 佐藤忠信，地震動を非定常確率過程としてモデル化するための課題と新しい試み―時間周波数解析によるモデル化とランダム振動解析への応用―，第 54 回理論応用力学講演会「特別講演」，2005/年 1 月 26 日，日本学術会議　講堂(東京)
16) Benoît Mandelbrot The Fractal Geometry of Nature, W H Freeman & Co, 1982
17) Hurst, H.E.; Black, R.P.; Simaika, Y.M. *Long-term storage: an experimental study*. London: Constable, 1965.
18) Voss, R. F. *Random fractal forgeries*, In R.A. Earnshaw, editor, *Fundamental Algorithms for Computer Graphics* (Springer-Verlag, Berlin), 1985.
19) 吉田郁政：MPS 法を用いた地盤構造物の地震時破壊挙動解析のための基礎検討，土木学会論文集 A2, Vol.67, No.1, pp.93-104, 2011
20) 吉田郁政，大庭啓輔，石丸 真：MPS 法あるいは DEM を用いた破壊挙動の不確定性に関する基礎的考察，土木学会論文集 A2（応用力学）, Vol. 67, No. 2（応用力学論文集 Vol. 14），I_365-I_374, 2011
21) 大島義信：コンクリート透過弾性波におけるコーダ干渉波の減衰特性，土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 69, No. 2, 769-775, 2013.

（2009. 7. 1 受付）

ON MODELING OF EARTHQUAKE MOTION PHASE

Tadanobu SATO, Ikumasa YOSHIDA and Yoshinobu OSHIMA

The purpose of this research is to make clear the physical characteristics of earthquake motion phase. Using stochastic characteristic of group delay time calculated from observed earthquake motions we developed stochastic simulation models of earthquake motion phase spectrum. Taking into account the fact that the phase characteristic is controlled by fault rupture process and the randomness of wave propagation medium we introduce the Hurst index to evaluate these characteristics based on the fractal theory. Using not only observed earthquake motions but also the simulation results of shear phenomena of particle assembled mediums as sell as experimental results of ultrasonic wave propagation in grass bead embedded mortar specimens we confirm the efficiency of proposed method to grasp the fractal characteristic of earthquake motion phase. To simulate earthquake motion phase we introduce the concept of fractional Brownian process (FBP). A simple method is proposed to determine the Hurst index and the variance of a given process characterized by the FBP. We find that the phase characteristic of earthquake motion can be expressed by this process which is a non-stationery function of the circular frequency with a constant correlation coefficient. Using several observed earthquake motion we demonstrate this fact and show the efficiency of newly founded result to simulate realistic earthquake motion phase.