

基盤入力地震動と表層地盤内に生じる せん断ひずみとの関係についての2,3の考察

志波 由紀夫¹・畑 明仁²

¹フェロー会員 大成建設(株) 技術センター (〒245-0051 神奈川県横浜市戸塚区名瀬町344-1)

E-mail: shiba@ce.aisei.co.jp

²正会員 大成建設(株) 技術センター (〒245-0051 神奈川県横浜市戸塚区名瀬町344-1)

E-mail: hata@ce.aisei.co.jp

都市トンネルなどの地中構造物の耐震設計では、それが位置する地盤に生じる地震時ひずみが主な地震外力となる。その地震時ひずみの設計値は、工学的基盤面において規定される設計用入力地震動特性に基づいて算定されるが、地上構造物の耐震設計で「応答スペクトル」というグラフが広く利用されているのに対して、工学的に有用な情報が少ない。本論文は、基盤入力地震動に対する表層地盤のせん断ひずみ応答に関して、初歩的な情報を提供するものである。表層地盤を一次元の均質な線形粘弾性体に理想化し、基盤面にインパルス波形および1サイクルの正弦波形を与えて加振した場合の表層地盤内のせん断ひずみについて、解析的に検討している。表層地盤および基盤入力地震動の条件を網羅したパラメトリック・スタディの結果も示した。

Key Words: subsurface, earthquake response, shear strains, base-rock motions, parametric study

1. はじめに

都市域の社会基盤施設として比較的軟質な地盤に建設されるトンネル構造物等の地中構造物の耐震設計では、「応答変位法」を代表とする、地盤の地震時変位に着目した耐震計算が行われる。これは、地中構造物の地震時挙動が、それ自体が受ける慣性力(加速度)よりも、周囲の地盤の地震時変位に起因する力に強く支配されるという認識に基づいている。耐震計算ではこうした地震外力について、「地震時地盤変位」またはこれによる「地震時土圧」、「地震時周面せん断力」などと便宜的に分けて項目立てをしているが(例えば^{1)~3)}、それは突き詰めれば、対象構造物を取り巻く地盤に生じる地震時変位の空間分布、すなわち地盤ひずみの問題になる。トンネル構造物の長手方向の耐震計算であれば、これは構造物軸線に沿った地盤の水平面内ひずみが、横断方向の耐震計算であれば鉛直面内ひずみが、それぞれ主な地震荷重となり、その出方や大きさが、構造物に発生する地震時応力の大小を決める。したがって、地中構造物の耐震設計では、設計地震動に対して対象構造物の周囲の地盤にどれだけのひずみが生じるかを適切に見積もることが重要である。本論文では、以下、こうしたひずみを「地震時地

盤ひずみ」または単に「地盤ひずみ」と称することにする。

地震時地盤ひずみは、同じ基盤地震動を想定しても当該地盤の条件によって異なり、その大きさ等を見積もるには、一般に、まず工学的基盤面において設計用地震動の強さを加速度波形または応答スペクトルの形で設定し、次に表層地盤の条件に応じて地盤をモデル化して、加速度波形が与えられている場合には動的応答解析を行い、応答スペクトルが与えられている場合には簡単な変位算定式から、それぞれ地盤の応答変位の空間分布を求めてひずみを見積もっている。つまり、工学的基盤面における地震動が加速度波形として分かっている場合、それによって表層地盤内に生じるひずみの大きさ、すなわち地中構造物への影響の度合いは、地盤の地震応答計算をしてみなければ見当がつかない。1質点系の動力学モデルで近似できる橋梁や建物のような地上構造物の耐震設計においては「応答スペクトル」という工学的に有用な情報を提供するグラフが広く利用されているのに対して、地中構造物の耐震設計ではこれに類する情報が少なく、何らかの対応が望まれるところである。そうした趣旨から、先に志波⁴⁾は応答スペクトルの地盤版である「地盤応答スペクトル」を提案し、その中で、1つの基盤入力加速

度波形が与えられたとき、それが1次元の均質な表層地盤に生じさせるせん断ひずみの大きさ（応答最大値）を地盤の固有周期ごとに描いたスペクトル図を示している。これにより、今着目している基盤地震動波形が、どういう固有周期の地盤にどれだけの地震時地盤ひずみを生じさせるかを一見して知る術が一つ用意された。

しかし一方で、どのような波形の地震動が大きな地盤ひずみを生じさせるのか、地震動波形において地震時地盤ひずみの大きさを左右する因子は何か、などといった地震時地盤ひずみの生起を巡る根本的な問題が控えている。地盤震動に関してはこれまでの長い間に、地表面や工学的基盤面における観測記録に基づいての地震動特性を知る問題、それら地震動強度の距離減衰の問題、工学的基盤面から地表面にいたる地震動増幅の問題、不整形地盤の揺れ方の問題、地下構造の推定・同定の問題、等々、極めて多くの研究がなされて来たが、「地中ひずみ」が注目されるのは、地盤の非線形挙動に絡む問題で土の剛性のひずみ依存性が議論されるときくらいで、その生起に関する問題は余り研究されて来なかった。

そこで本論文では、地震時地盤ひずみに着目し、それと基盤入力地震動との関係について、初歩的な情報を提供するものである。具体的には、表層地盤を一次元の均質な線形粘弾性体に理想化し、工学的基盤面にインパルス波形および1サイクルの正弦波形を与えて加振したときに表層地盤内に生じるせん断ひずみについて、解析的に検討した。そして、そのような表層地盤および入力地震動の条件を網羅したパラメトリック・スタディを行い、その結果に基づいて地震時地盤ひずみについて考察した。

2. 検討した地盤モデルとその解析方法

(1) 地盤のモデル化

前述のとおり、本論文の目的は、どのような地震動波形が大きな地震時地盤ひずみを生じさせるのか、地震動波形において地震時地盤ひずみの大きさに大きく影響する因子は何か、といった基本問題に対して、解析的な方法により検討し、初歩的な知見を得ようとするものである。このため、検討の対象とした地盤は図-1に示すように、剛な基盤の上に均質な表層が載る形の一次元モデルである。このように極めて単純な地盤モデルであるので、地震応答特性を厳密に解析できる。なお、本章の内容に関連して先に「地盤応答スペクトル」⁴⁾を提案しているので、合わせて参照されたい。

表層の物性としては、線形の粘弾性体とし、Voigt型の力学モデルを適用した。この力学モデルの条件設定は、一次元地盤の地震応答解析コードとして広く利用されている”SHAKE”のそれと同じである。ただし、本地盤

モデルでは基盤層が剛であること、すなわち基盤面における入力地震動をいわゆる”E+F波”として扱うことと、表層の剛性のひずみ依存性を考慮しないこと、すなわち等価剛性の設定が発生ひずみに依らず終始不変なため繰返し計算しないところが”SHAKE”と異なる。

以下の解析では、地盤の物理量およびパラメータとして、次の記号を使う。

z : 地表面から測った深さ

t : 時間

$y(t)$: 基盤面の変位（入力地震動の変位）

$u(t, z)$: 表層の深さ z での絶対変位

$x(t, z)$: 表層の深さ z での相対変位 ($x = u - y$)

$\tau(t, z)$: 表層の深さ z でのせん断応力

$\gamma(t, z)$: 表層の深さ z でのせん断ひずみ

H : 表層の厚さ

ρ : 表層の質量密度

G : 表層のせん断弾性係数

V_s : 表層を伝わるせん断波の速度 ($V_s = \sqrt{G/\rho}$)

η : 表層の粘性係数

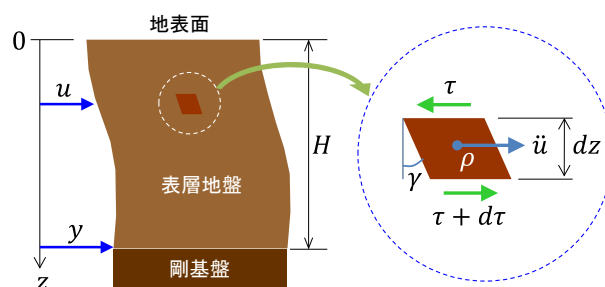
ω : 振動の円振動数（角周波数）

h : 表層の減衰定数 ($h = \eta \cdot \omega / 2G$)

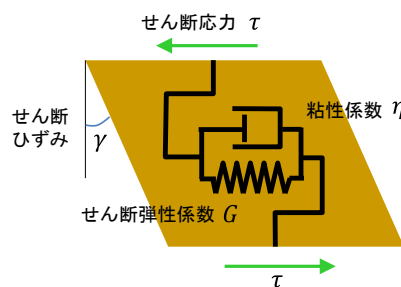
T : 表層の固有周期

$\dot{}, \ddot{}$: 1階, 2階の時間微分 (ex. $\ddot{u}$ は表層の加速度)

m : 表層の固有振動モードの次数 (ω, T 等の添え字としても使う)



(a) 座標系と要素の力のつり合い



(b) 土の力学モデル

図-1 検討対象とした地盤モデル

(2) 表層の運動方程式と一般解

図-1に示したように、表層内部の土の微小要素に作用する力の釣合いを考えると、

$$-\tau - \rho \cdot \ddot{u} \cdot dz + (\tau + d\tau) = 0 \quad (1)$$

となる。Voigtモデルでは、せん断応力 τ に関して

$$\tau = G \cdot \gamma + \eta \cdot \dot{\gamma} \quad (2)$$

の関係があり、また、せん断ひずみ γ は

$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial x}{\partial z} \quad (3)$$

と定義されるから、式(1)は

$$-\rho \cdot \ddot{u} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\eta \cdot \dot{x} + G \cdot x) = 0 \quad (4)$$

となる。さらに、

$$\ddot{u} = \ddot{x} + \ddot{y} \quad (5)$$

であるから、結局、

$$\rho \cdot \ddot{x} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\eta \cdot \dot{x} + G \cdot x) = -\rho \cdot \ddot{y} \quad (6)$$

少し変形して、

$$\ddot{x} - V_s^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\eta}{G} \cdot \dot{x} + x \right) = -\ddot{y} \quad (7)$$

という微分方程式が得られる。この式(7)が、表層の運動方程式である。

運動方程式(7)の一般解は、右辺の基盤面加速度（入力地震動加速度） $\ddot{y}$ をゼロとした形の斉次方程式の一般解と、 $\ddot{y}$ を具体的に与えたときの特解との和になる。そして、斉次方程式の一般解を得るに当たり、表層の減衰特性に関して振動の円振動数 ω に依存しない履歴減衰型を考え、

$$h = \frac{\eta \cdot \omega}{2G} \equiv \text{一定} \quad (8)$$

と定義した⁵⁾ 減衰定数 h を導入する。また、応答変位とせん断ひずみにに関して、

i) 基盤面において応答変位は常にゼロ。

ii) 地表面においてせん断ひずみは常にゼロ。

という2つの境界条件を設定する。すると斉次方程式の一般解は、無限にある表層の固有振動モードの応答の重ね合わせとして（振動振幅の深さ方向の幾何波形を z 方向にフーリエ級数の形で表すための表現と言ってもよい）、次式のように表される。

$$x(t, z) = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-h \cdot \omega_m \cdot t} \cdot \left\{ A_m \cdot \cos \sqrt{1 - h^2} \omega_m t + B_m \cdot \sin \sqrt{1 - h^2} \omega_m t \right\} \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \quad (9)$$

ここに、 ω_m は表層の第 m 次の固有円振動数で、

$$\omega_m = \frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{V_s}{H} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

である。この式(10)から、表層の固有周期 T_m としては、

$$T_m = \frac{4}{2m-1} \cdot \frac{H}{V_s} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

となり、その第1次の固有周期（基本固有周期） T_1 が、良く知られた

$$T_1 = \frac{4H}{V_s} \quad (12)$$

である。

また、式(9)に含まれる A_m と B_m は未定係数であり、特解が決まった後に、それを合わせた一般解の変位と速度が、与えられた初期条件を満足するように決められる。

(3) 表層の地震応答を決定づけるパラメータ

上述のとおり、図-1に示した地盤モデルの地震時挙動の全てを支配する運動方程式(7)の解として、式(9)が得られている。両式をよく見ると、表層の地震応答は数式的にはわずかな数のパラメータで整理して書き表されることが分かる。すなわち、表層の基本固有周期 T_1 をそのパラメータの1つとして選べば、

$$\omega_m = \frac{2(2m-1) \cdot \pi}{T_1} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

であるから、ほかに h と z/H だけで式(9)を記述することができる。つまり、図-1に示した地盤モデルでは、応答を知りたい深さ（深度 z/H ）を固定すれば、基本固有周期 T_1 と減衰定数 h の2つのパラメータだけで、加速度、速度、変位、ひずみの応答が決定づけられる。これは以下の議論において大いに利用する。

3. 表層のインパルス応答

(1) インパルス応答の定式化

1質点1自由度の振動系の応答特性を議論するときに、よくインパルス応答が持ち出される。瞬間的に作用する力積（インパルス）に対する系の応答が、その系の基本

的応答特性をよく体现しているからであり、強震観測波形のような不規則波に対する系の応答計算法の一つとして、このインパルス応答関数を重畳積分する方法もある⁶⁾。連続体である地盤の応答特性を考察するのにも、これは有効であろうと考えられる。そこで、入力地震動がインパルス波である場合の表層の応答を、前章の成果を引き継ぎながら定式化する。

図-2に、基盤入力としてのインパルス波の考え方を示す。表層の応答を定式化するに当たり、まず、極短時間ではあるが有限な一定時間作用する基盤加速度を考える。すなわち、時間 t がゼロ以前は、基盤も表層も静止していて、 $t = 0$ から $t = \Delta$ までの Δ という極短時間だけ、基盤が $\ddot{y}_0$ という一定値の加速度で運動するものとする。この間の表層の挙動を記述する運動方程式は、式(7)にしたがって、

$$\ddot{x} - V_s^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\eta}{G} \cdot \dot{x} + x \right) = -\ddot{y}_0 \quad (14)$$

となる。この運動方程式について、基盤面と地表面における変位とひずみの境界条件を満足する特解として、

$$x_{\text{特}} = -\frac{\ddot{y}_0}{2V_s^2} \cdot (H^2 - z^2) \quad (15)$$

が見い出される。これを式(9)と同形式になるように z についてフーリエ級数展開すると

$$x_{\text{特}} = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1} \cdot 4}{(2m-1) \cdot \pi} \cdot \frac{\ddot{y}_0}{\omega_m^2} \times \cos\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H}\right) \quad (16)$$

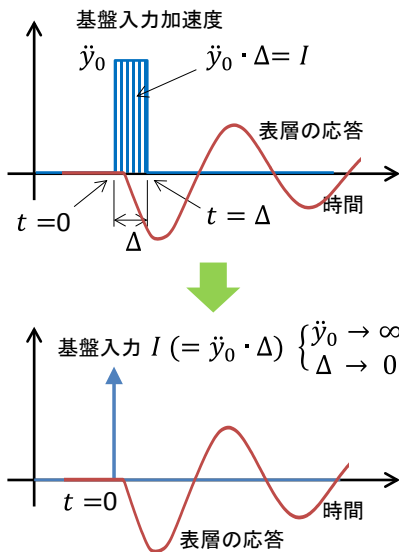


図-2 インパルス入力に対する応答

となり、式(9)と(16)の和が一般解となる。これには任意定数 A_m と B_m が含まれているが、 t について1階微分した応答速度の式と合わせた2式から、 $t = 0$ における変位および速度がともにゼロという初期条件を満足するように A_m と B_m が決定される。その結果、 t が0から Δ までの間の応答変位は、次式となる。

$$x(t, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1} \cdot 4}{(2m-1) \cdot \pi} \cdot \frac{\ddot{y}_0}{\omega_m^2} \times \left\{ e^{-h\omega_m t} \cdot \left(\cos\sqrt{1-h^2}\omega_m t + \frac{h}{\sqrt{1-h^2}} \cdot \sin\sqrt{1-h^2}\omega_m t \right) - 1 \right\} \times \cos\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H}\right) \quad (17)$$

そして、式(17)およびそれを時間微分した式の2式から、 $t = \Delta$ における応答変位と応答速度の z 方向分布形状 $x(\Delta, z)$ 、 $\dot{x}(\Delta, z)$ が定まる。

次に、 $\Delta \leq t$ の時間領域については、外力の作用がなくなるので、微分方程式は式(14)の右辺をゼロとした式となるが、その解は式(9)にはかならない。ここで任意定数を、 $t = \Delta$ において応答変位が前述の $x(\Delta, z)$ に、応答速度が $\dot{x}(\Delta, z)$ に、それぞれなるように定めれば、 $\Delta \leq t$ での表層の挙動を記述した解析解が得られる。

以上で一定時間 Δ だけ作用する基盤入力に対する表層の応答が定式化された。そこで、理想的なインパルス波として、 $\Delta \rightarrow 0$ 、 $\ddot{y}_0 \rightarrow \infty$ という極限の波形を考え、上で定式化された諸式の極限化を行う。ただし、地震動加速度とその作用時間との積については $\ddot{y}_0 \cdot \Delta = I$ という有限値であるとする。 I は、速度の次元をもち衝撃的作用の強度を表わす量であり、これに質量が乗じられれば「力積」に相当する物理量になる。本論文では I を「衝撃強度」と呼ぶことにする。この極限化の結果として、表層の応答、すなわちインパルス応答関数は、以下のようになる。

$$x(t, z) = \sum_{m=1}^{\infty} -\frac{(-1)^{m-1} \cdot 4}{(2m-1) \cdot \pi} \cdot \frac{I}{\omega_m \cdot \sqrt{1-h^2}} \cdot e^{-h\omega_m t} \cdot \sin\sqrt{1-h^2}\omega_m t \cdot \cos\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H}\right) \quad (18)$$

$$\dot{x}(t, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1} \cdot 4}{(2m-1) \cdot \pi} \cdot I \cdot e^{-h\omega_m t} \cdot \left(-\cos\sqrt{1-h^2}\omega_m t + \frac{h}{\sqrt{1-h^2}} \cdot \sin\sqrt{1-h^2}\omega_m t \right)$$

$$\times \cos\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H}\right) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t, z) = & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1} \cdot 4}{(2m-1) \cdot \pi} \cdot \omega_m \cdot I \cdot e^{-h\omega_m t} \\ & \cdot \left(2h \cdot \cos\sqrt{1-h^2}\omega_m t + \frac{1-2h^2}{\sqrt{1-h^2}} \cdot \sin\sqrt{1-h^2}\omega_m t \right) \\ & \times \cos\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \gamma(t, z) = & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1} \cdot 2 \cdot I}{H \cdot \omega_m \cdot \sqrt{1-h^2}} \cdot e^{-h\omega_m t} \\ & \cdot \sin\sqrt{1-h^2}\omega_m t \cdot \sin\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

これらの式は、表層の固有振動モードの応答の無限級数の形になっているが、個々の振動モードの応答関数は、刺激係数的な意味合いのある係数部分を除けば、1質点1自由度の振動系のインパルス応答関数⁶⁾と同じになっている。

(2) 表層のインパルス応答の特性

式(18)～(20)に基づき、表層の変位、速度、および加速度の応答の特性について、主なことがらを指摘していく。

i) 表層の応答の大きさは、衝撃強度 I に比例する。

前述のとおり、 I は力積に相当する量であるので、表層の応答値（運動量）が I に比例するのは当然である。ただし、図-2に示したように、基盤入力加速度 $\ddot{y}_0$ が有限時間 Δ だけ作用する場合は、応答は $\ddot{y}_0$ には比例するが、 Δ には、また $\ddot{y}_0 \cdot \Delta$ には、それぞれ比例しない。これは、式(17)などから理解できる。

ii) 表層の応答は、初速度 $-I$ で始まる。

式(19)から、表層の応答速度の $t = 0$ における値は、

$$\dot{x}(0, z) = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1} \cdot 4}{(2m-1) \cdot \pi} \cdot I \cdot \cos\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H}\right) \quad (22)$$

である。ここに、

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{2m-1} \cdot \cos\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H}\right) \\ = \begin{cases} \pi/4 & (0 \leq z < H) \\ 0 & (z = H) \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

であるので⁷⁾、

$$\dot{x}(0, z) = \begin{cases} -I & (z \neq H) \\ 0 & (z = H) \end{cases} \quad (24)$$

となる。これは、前節の定式化の過程において表層の初期状態として変位・速度ともにゼロを与えたことと矛盾するように見えるが、 $t = 0$ は作用時間ゼロのインパルス入力の直後を意味するものだとすれば理解できる。インパルス入力起きるまで表層はどこも静止していたが、インパルスの作用で基盤が突然正の向きに速度 I で動き出したので、それと同時に表層は（基盤面以外の）至る所で相対的に負の向きに大きさ I の速度で動き始めることになる。そして、この初速度 $-I$ が、表層の基本固有周期 T_1 にも減衰定数 h にも関係なく、応答速度の最大値である。

なお、表層の応答変位に関しては、式(18)から明らかのように、至る所、ゼロから始まる。

iii) 表層の応答変位振幅は、基本固有周期 T_1 に比例する。式(13)を用いて式(18)を変形すると、応答変位は

$$\begin{aligned} x(t, z) = & - \frac{2}{\pi^2} \cdot \frac{I \cdot T_1}{\sqrt{1-h^2}} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{(2m-1)^2} \\ & \times e^{-h(2m-1) \cdot 2\pi \frac{t}{T_1}} \cdot \sin\left\{\sqrt{1-h^2} \cdot (2m-1) \cdot 2\pi \cdot \frac{t}{T_1}\right\} \\ & \times \cos\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H}\right) \end{aligned} \quad (25)$$

と表される。上式において h と z/H を固定しておき T_1 を変化させたとき、時間軸 t を T_1 に応じて正規化して見れば、 Σ 以下の部分は T_1 に依らずに同じであるから時系列波形は同形である。このとき振幅の大きさは、 Σ の前の係数の関係から、衝撃強度 I ならびに基本固有周期 T_1 に比例することが分かる。したがって、表層の最大応答変位 S_D は

$$S_D\left(\frac{z}{H}, h\right) = f\left(\frac{z}{H}, h\right) \cdot I \cdot T_1 \quad (26)$$

という形に書ける。ここに $f(z/H, h)$ は、着目深度 z/H と減衰定数 h をパラメータとする無次元の係数である。そして、様々な T_1 に対して S_D をプロットしたグラフは、インパルス波の「地盤応答スペクトル」の一つ（応答変位スペクトル）ということになる。ここで特に地表面の最大応答変位がどうであるかを見てみるため、表層の振動モードとして100次まで考え、 $0 \leq h \leq 0.5$ の範囲で実際に $f(z/H = 0, h)$ を計算した結果を図-3に示す。赤いプロットがそれであり、青線はそれらプロットををほぼ近似する曲線で、

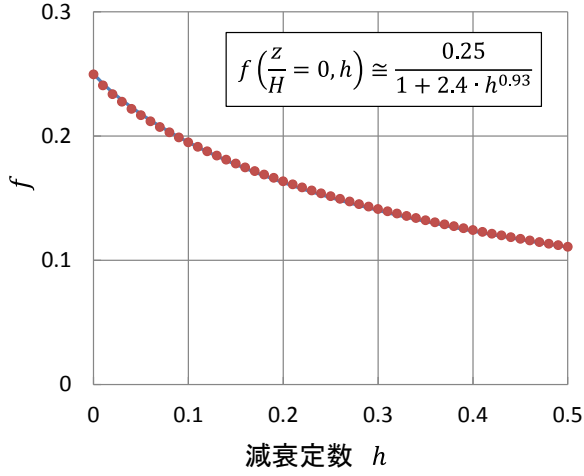


図3 h と $f(z/H = 0, h)$ の関係

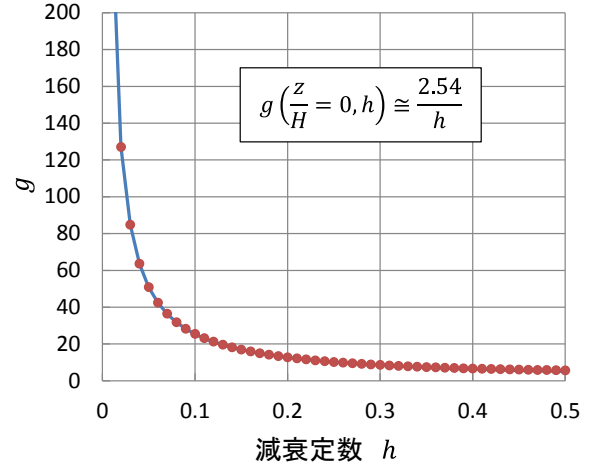


図4 h と $g(z/H = 0, h)$ の関係

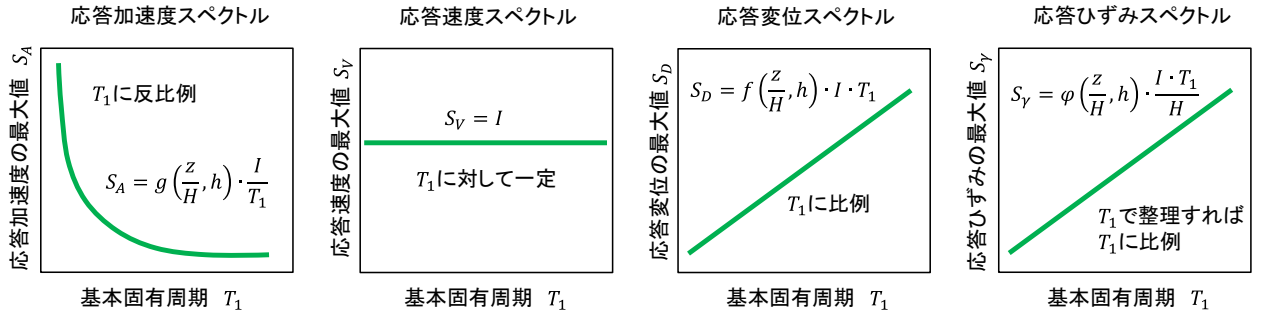


図5 インパルス波に対する表層の応答特性（模式図）

$$f(0, h) \cong \frac{0.25}{1 + 2.4 \cdot h^{0.93}} \quad (27)$$

という関数である。

iv) 表層の応答加速度は、 T_1 に反比例する。

上と同様、式(20)を変形すると、次式となる。

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t, z) = & \frac{8 \cdot I}{T_1} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m-1} \cdot e^{-h \cdot (2m-1) \cdot 2\pi \frac{t}{T_1}} \\ & \times \left[2h \cdot \cos \left\{ \sqrt{1-h^2} \cdot (2m-1) \cdot 2\pi \cdot \frac{t}{T_1} \right\} \right. \\ & \left. + \frac{1-2h^2}{\sqrt{1-h^2}} \cdot \sin \left\{ \sqrt{1-h^2} \cdot (2m-1) \cdot 2\pi \cdot \frac{t}{T_1} \right\} \right] \\ & \times \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

上式に関しても、 h と z/H を固定し T_1 を変化させたとき、時間軸を t/T_1 と正規化して見た時系列波形は T_1 によらず同形となる。したがって、表層の最大応答加速度 S_A は衝撃強度 I に比例し、基本固有周期 T_1 に反比例し、

次式のような形で表される。

$$S_A \left(\frac{z}{H}, h \right) = g \left(\frac{z}{H}, h \right) \cdot \frac{I}{T_1} \quad (29)$$

ここに $g(z/H, h)$ は無次元の係数である。この S_A もインパルス波の「地盤応答スペクトル」の一つ（応答加速度スペクトル）ということになる。ここで特に地表面の S_A がどのようなものであるかを見る。式(28)において $z = 0$ とし、 m として100次までを考え、 $0 \leq h \leq 0.5$ の範囲で $g(z/H = 0, h)$ を計算すると、図4のようになる（赤いプロット）。青線はその近似曲線で、

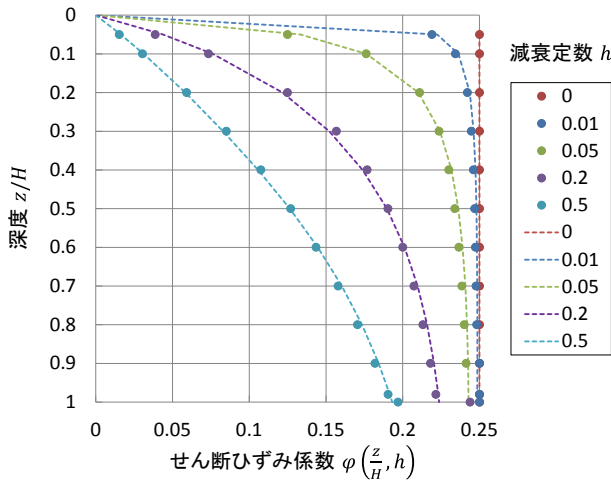
$$g(0, h) \cong \frac{2.54}{h} \quad (30)$$

である。

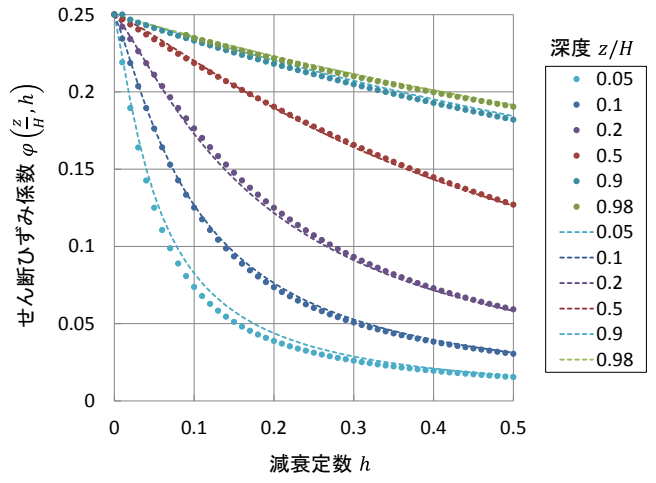
以上、表層の変位、速度、加速度の最大応答値（「地盤応答スペクトル」）をまとめると、図5のようになる。

(3) 地中のひずみの応答特性

せん断ひずみの応答の式(21)についても、式(13)を用い



(a) 深度との関係



(b) 減衰定数との関係

図6 $\varphi(z/H, h)$ の計算結果（プロット）とその近似曲線（破線）

て書き換えてみる．

$$\gamma(t, z) = \frac{1}{H \cdot \pi} \cdot \frac{I \cdot T_1}{\sqrt{1-h^2}} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{2m-1} \times e^{-h \cdot (2m-1) \cdot 2\pi \frac{t}{T_1}} \cdot \sin \left\{ \sqrt{1-h^2} \cdot (2m-1) \cdot 2\pi \cdot \frac{t}{T_1} \right\} \times \sin \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \quad (31)$$

式(31)によれば，インパルス波による応答ひずみの大きさ（時系列波形の最大値） S_γ は，

$$S_\gamma \left(\frac{z}{H}, h \right) = \varphi \left(\frac{z}{H}, h \right) \cdot \frac{I \cdot T_1}{H} \quad (32)$$

という形で表される．ここに $\varphi(z/H, h)$ は，深度 z/H と減衰定数 h をパラメータとする無次元の係数である．また，式(12)により式(32)は

$$S_\gamma \left(\frac{z}{H}, h \right) = \varphi \left(\frac{z}{H}, h \right) \cdot 4 \cdot \frac{I}{V_s} \quad (33)$$

とも表される．これらの式から，次の事が言える．

- インパルス波によって地中に生じるせん断ひずみの大きさは，表層厚 H や基本固有周期 T_1 には直接的には関わらず，表層内の深度，減衰定数，およびせん断弾性波速度に対するインパルス波の衝撃強度（速度の次元をもつ）の比 I/V_s で決まる．
- 一方，応答スペクトルの形にするために T_1 で整理したときは，インパルス波によって地中に生じるせん断ひずみの大きさはインパルス波の衝撃強度 I ならびに表層の基本固有周期 T_1 に比例する（図-5参照）．

これは応答変位と同様のことであり，式(31)の形も応答変位の式(25)とよく似ている．ただし，級数における各次の係数部分が，応答変位では $(2m-1)^2$ で除されているのに対して，応答ひずみではこの除数が $(2m-1)$ であるところが違う．すなわち，

- iii) 応答変位においては振動モードの次数が高まるごとにその次数の影響度が急激に低下するのに対して，応答ひずみではその低下は緩やかであって，高次モードの影響が相対的に大きい．

さて， $\varphi(z/H, h)$ について， z/H を0から1までの範囲で， h を0から0.5までの範囲で，それぞれパラメトリックに変化させて，実際に計算してみた．その結果を図-6に示す．プロットがその計算結果であるが，これらを近似する関数形として，

$$\varphi \left(\frac{z}{H}, h \right) = \frac{a}{1 + b \left(\frac{z}{H} \right) \cdot h^c \left(\frac{z}{H} \right)} \quad (34)$$

を仮定し，試行錯誤により a ， b ，および c を決定した結果は次のようになった．

$$\varphi \left(\frac{z}{H}, h \right) = \frac{0.25}{1 + \frac{h^{1.2+0.3 \cdot \left(\frac{z}{H} \right) - 0.5 \cdot \left(\frac{z}{H} \right)^2}}{0.6 \cdot \left(\frac{z}{H} \right) + 1.1 \cdot \left(\frac{z}{H} \right)^3}} \quad (35)$$

図-6における破線が，この近似曲線である．図-6から，以下のことを指摘できる．

- iv) インパルス波によって地中に生じるせん断ひずみの大きさは，基盤面から地表面に向かって漸減する．その漸減の様子は減衰定数の大きさによって異なり，減衰定数が小さいほど，深部での変化が少なく地表面付近で急減する傾向が強くなる．

- v) 前項の裏返しとして、表層の深い所に生じるひずみの大きさは、減衰定数の大小にあまり左右されない。一方、浅い位置でのひずみは減衰定数の大小に大きく影響され、特に低減衰の地盤でその影響度が高い。

4. 1 サイクル正弦波に対する表層の応答

(1) 応答の定式化

基盤入力地震動とそれによる地震時地盤ひずみとの関係を議論するための入力波形として、もう一つ、1サイクル正弦波を選んだ。これは、連続する正弦波（定常波）に対する地盤応答に関しては、定常応答の問題、あるいは伝達関数の問題として既に知見が得られているのに対して、複雑な地震動波形を構成する基本要素波であるとともに、前章で採り上げたインパルス波に似て一種衝撃的な地震動作用と見ることが出来る1サイクル正弦波形については、これまでに表層の応答特性があまり議論されてこなかったことによる。

加速度波形としての1サイクル正弦波が基盤入力したときの1次元地盤の動的応答の解析解については、参考となる資料が見当たらなかったため、ここで定式化を行う。ここでの問題は、図-7に示すように、基盤面が加速度振幅 a_n 、円振動数 ω_n （周期 $T_n = 2\pi/\omega_n$ ）の正弦波状に1サイクルだけ加速度運動した場合の表層の運動を記述することである。

この場合の表層の運動方程式は、基盤に入力がある間、すなわち $0 \leq t \leq T_n$ の時間では、

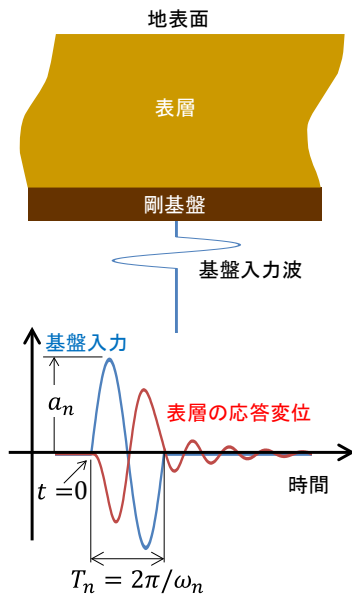


図-7 1サイクル正弦波による表層加振

$$\ddot{x} - V_s^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\eta}{G} \cdot \dot{x} + x \right) = -a_n \cdot \sin \omega_n t \quad (36)$$

となる。そしてそれ以降の時間では地震動入力がなくなり、式(36)の右辺がゼロの運動方程式になって、表層は $t = T_n$ における運動状態を初期値とする減衰自由振動状態に移行する。

そこでまず、加振中の運動方程式(36)を解く。この特解として、基盤面と地表面における変位とひずみの境界条件を満たす、次の形を仮定する。

$$x_{\text{特}} = \sum_{m=1}^{\infty} (c_m \cdot \cos \omega_n t + s_m \cdot \sin \omega_n t) \times \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \quad (37a)$$

これを式(36)に代入して、方程式を満足するように c_m および s_m を定めると、以下のとおりとなる。

$$c_m = \frac{a_n}{\omega_n^2} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(-1)^{m-1}}{2m-1} \cdot \frac{2h_m \cdot \frac{\omega_m}{\omega_n}}{\left(1 - \frac{\omega_m^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4h_m^2 \cdot \frac{\omega_m^2}{\omega_n^2}} \quad (37b)$$

$$s_m = \frac{a_n}{\omega_n^2} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(-1)^{m-1}}{2m-1} \cdot \frac{1 - \frac{\omega_m^2}{\omega_n^2}}{\left(1 - \frac{\omega_m^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4h_m^2 \cdot \frac{\omega_m^2}{\omega_n^2}} \quad (37c)$$

ここに、

$$h_m = \frac{\eta \cdot \omega_m}{2G} = h \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (37d)$$

である。したがって、運動方程式(36)の一般解は、

$$x(t, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \left[e^{-h_m \cdot \omega_m t} \cdot \left(A_{0,m} \cdot \cos \sqrt{1 - h_m^2} \omega_m t + B_{0,m} \cdot \sin \sqrt{1 - h_m^2} \omega_m t \right) + c_m \cdot \cos \omega_n t + s_m \cdot \sin \omega_n t \right] \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \quad (38a)$$

となる。上式に含まれる未定係数 $A_{0,m}$ と $B_{0,m}$ は、 $t = 0$ における応答変位と応答速度を共にゼロとする条件によって、

$$\begin{cases} A_{0,m} = -c_m \\ B_{0,m} = -\frac{1}{\sqrt{1 - h_m^2}} \cdot \left(\frac{\omega_n}{\omega_m} \cdot s_m + h_m \cdot c_m \right) \end{cases} \quad (38b)$$

と定まる．これで $0 \leq t \leq T_n$ の時間帯における表層の応答変位が定式化された．応答速度，加速度，ひずみは，式(38a)を時間微分，空間微分することにより得られる．例えば応答ひずみは

$$\begin{aligned} \gamma(t, z) = & \sum_{m=1}^{\infty} -\frac{(2m-1) \cdot \pi}{2H} \cdot [e^{-h_m \cdot \omega_m \cdot t} \\ & \times (A_{0,m} \cdot \cos \sqrt{1-h_m^2} \omega_m t + B_{0,m} \cdot \sin \sqrt{1-h_m^2} \omega_m t) \\ & + c_m \cdot \cos \omega_n t + s_m \cdot \sin \omega_n t] \cdot \sin \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \end{aligned} \quad (38c)$$

である．さらにこれらの式から， $t = T_n$ における変位と速度の状態が次のような形で求められる．

$$x_t = x(T_n, z) = \sum_{m=1}^{\infty} x_{t,m} \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \quad (39a)$$

$$\dot{x}_t = \dot{x}(T_n, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \dot{x}_{t,m} \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \quad (39b)$$

次に，減衰自由振動する時間帯については，式(9)が運動方程式の一般解であり，初期条件として応答変位が上記の x_t に，応答速度が $\dot{x}_t$ に，それぞれ一致するように未定係数を決めれば，表層の挙動が定式化される．例えば応答変位とひずみは，次式のようになる．

$$\begin{aligned} x(t', z) = & \sum_{m=1}^{\infty} e^{-h_m \cdot \omega_m \cdot t'} \cdot (A_{t,m} \cdot \cos \sqrt{1-h_m^2} \omega_m t' \\ & + B_{t,m} \cdot \sin \sqrt{1-h_m^2} \omega_m t') \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \end{aligned} \quad (40a)$$

$$\begin{aligned} \gamma(t', z) = & \sum_{m=1}^{\infty} -\frac{(2m-1) \cdot \pi}{2H} \cdot e^{-h_m \cdot \omega_m \cdot t'} \\ & \times (A_{t,m} \cdot \cos \sqrt{1-h_m^2} \omega_m t' + B_{t,m} \cdot \sin \sqrt{1-h_m^2} \omega_m t') \\ & \times \sin \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \end{aligned} \quad (40b)$$

ここに，未定係数は，

$$\begin{cases} A_{t,m} = x_{t,m} \\ B_{t,m} = \frac{1}{\sqrt{1-h_m^2}} \cdot \left(\frac{\dot{x}_{t,m}}{\omega_m} + h_m \cdot x_{t,m} \right) \end{cases} \quad (40c)$$

また， $t' = t - T_n$ である．

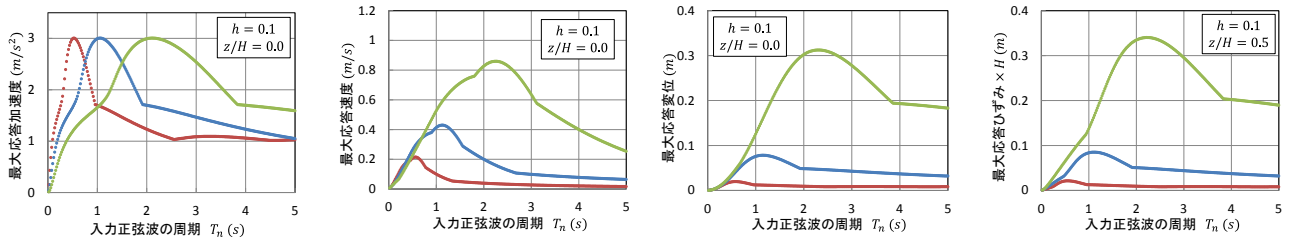
(2) 表層の応答特性を調べるためのパラメトリック・スタディ

前節で定式化した表層の応答を実際に計算すれば，基盤入力加速度波形（ここでは1サイクル正弦波）とそれに対する表層の応答との関係を調べることができる．そこで，表層と入力正弦波の条件を次のように設定したパラメトリック・スタディを行った．なお，式(38)，(40)等の級数計算では，各ケースとも m を 100 まで計算した．

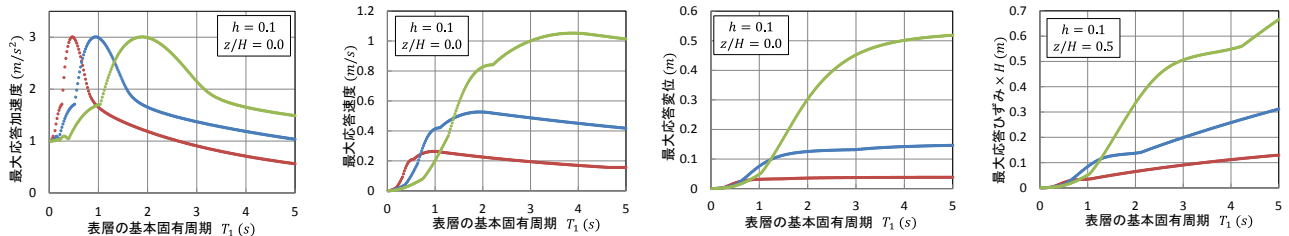
- ① 表層の基本固有周期 T_1 として 0.02s から 5.00s までの範囲を選び，この範囲を 0.02s 刻みで 250 ケース設定．
- ② 表層の減衰定数 h として，0.0，0.1，0.2 の 3 ケースを設定．
- ③ 入力正弦波の加速度振幅 a_n を 1m/s^2 (100Gal) に設定．
- ④ 入力正弦波の周期 T_n としては，表層の基本固有周期の設定と同様，0.02s から 5.00s まで，0.02s 刻みで 250 ケース設定．
- ⑤ 表層の応答として，地表面における加速度，速度，変位を計算し，その最大応答値を整理．
- ⑥ 表層に発生するせん断ひずみとしては， $z/H = 0.5$ の深度に着目し，その最大応答値を整理．なお，式(38c)，(40b)を見ると分かるように，ひずみに関しては応答値に表層厚 H を乗じると条件パラメータが 1 つ減って整理しやすくなるので， $(\gamma \times H)$ の形で整理する．

図-8 に，このパラメトリック・スタディの結果の一部（減衰定数が 0.1 の場合）を示す．各最大応答値は全体としては $(T_1 : 250) \times (T_n : 250)$ の 62,500 個あるが，図-8(a)は， T_1 を 3 つ選んでそれぞれ固定し， T_n を 250 ケース変化させた断面について応答の変化を見たものである．図-8(b)では逆に， T_n を 3 つ選んで T_1 を 250 ケース変化させた断面について見ている．以下，この結果から指摘できることがらを挙げていく．

- i) 地盤条件を固定したとき，それを大きく揺るのはどういう周期の入力波かという観点から見ると（図-8(a)より），その固有周期に近接した周期をもつ入力波に対して各応答はピークをなしており，1 サイクルであっても共振現象を起こすと言える．
- ii) 3 つの地盤条件 (T_1) で比べたとき，地表面加速度については共振時のピーク値が同値であるが，速度，変位，ひずみでは表層が長周期であるほど，ピーク値を含めて応答が大きい．そしてそれは，応答速度では T_1 に，応答変位および応答ひずみでは T_1 の 2 乗に，それぞれ比例しているように見える．
- iii) 基盤入力波の周期を固定したとき，それがどのような条件の表層を大きく揺るかという観点から見ると（図-8(b)より），加速度応答についてはそれと共振する地盤を特に大きく揺ると言えるが，速度，



(a) 表層の基本固有周期 T_1 (●:0.5s ●:1.0s ●:2.0s)を固定, 入力正弦波の周期 T_n を変化させた



(b) 入力正弦波の周期 T_n (●:0.5s ●:1.0s ●:2.0s)を固定, 表層の基本固有周期 T_1 を変化させた

図-8 パラメトリック・スタディの結果 (入力正弦波の加速度振幅を一定 ($a = 1m/s^2$) にして加振)

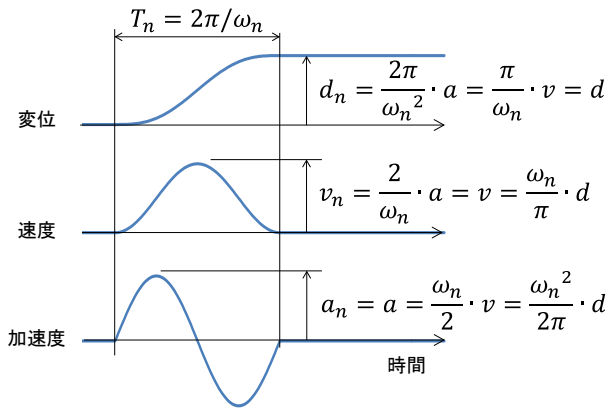


図-9 基盤の1サイクル加速度運動と速度・変位との関係

変位, ひずみについては, 近接した周期をもつ地盤も大きく揺ることに変わりはないが, それよりも長周期の地盤をより大きく揺る。

- iv) 図-8(a), (b)のどのグラフを見ても, 選定した3つの周期条件の曲線が, 横軸・縦軸をそれぞれ適当に伸縮すれば互いに重なり合うように見える。すなわち, 入力波周期・表層固有周期の関係と, 表層の応答値との間に, 一定の法則性があるように見える。

(3) パラメトリック・スタディの結果についての考察

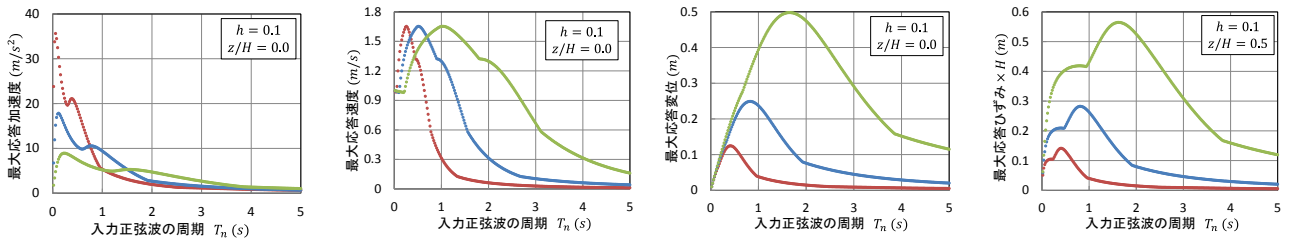
パラメトリック・スタディが前述のとおりの結果になったことに関しては, 入力波の加速度振幅を一定にして周期だけを変化させていたことが関係していると考えられる。すなわち, 基盤入力波として図-7に示したとおりの1サイクル正弦波形の加速度を用いたが, これは基盤の速度, 変位の運動とは図-9のような関係になっている。加速度振幅 a_n を一定に保って周期 T_n (円振動数

ω_n)を変化させることは一見, 加振の強さを一定に保ったようにも見えるが, 実は速度や変位の大きさを変化させている。基盤速度 v_n は T_n に比例 (ω_n に反比例)して, 基盤の変位量 d_n は T_n の2乗に比例 (ω_n の2乗に反比例)して, それぞれ増大するのである。

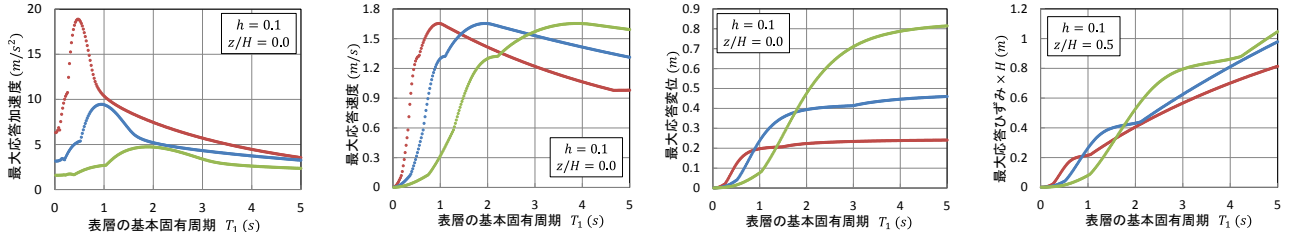
本論文のテーマは, 地震時地盤ひずみに大きく影響する基盤入力波形の因子について調べることであるが, そうなると, 基盤の運動速度や運動変位を一定にした場合の応答についても整理しておく必要がある。そこで, 入力波の加速度振幅を一定に行った前記パラメトリック・スタディの結果を, 図-9に基づき, 基盤の運動速度 v が一定 (1m/s)になるように加速度振幅 a_n を調整して加振した場合と, 基盤の変位量 d が一定 (1m)になるように加速度振幅を調整して加振した場合とに, それぞれ整理し直す。これは応答計算結果を, 前者では $\omega_n/2$ 倍し, 後者では $\omega_n^2/2\pi$ 倍することになる。その結果を図-10と図-11に示す。

図-8と図-10との比較から, 基盤の運動速度を揃えた結果, 地表面の応答速度のピーク値が同一レベルに揃ったことが分かる。同様に, 図-8と図-11との比較から, 基盤の変位量を揃えた結果, 地表面の応答変位のピーク値が同一レベルに揃った。また, その入力条件を調整したどちらのグラフも, あとは横軸を伸縮すれば3つの曲線が重なり合うように見える。これは図-8における応答加速度についても同じである。

応答ひずみに関しては, 基盤の運動速度を一定に調整した図-10において, 横軸の伸縮と縦軸の伸縮を同時に行えば, 3つの曲線が重なり合うように見える。実際, それを行った結果が図-12である。同図は, 図-10(a)と(b)のひずみ応答のグラフにおける3曲線の各々に対して,

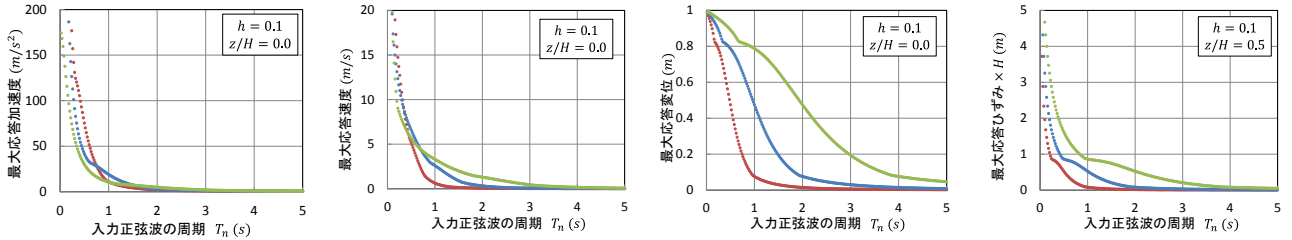


(a) 表層の基本固有周期 T_1 (●:0.5s ●:1.0s ●:2.0s)を固定, 入力正弦波の周期 T_n を変化させた

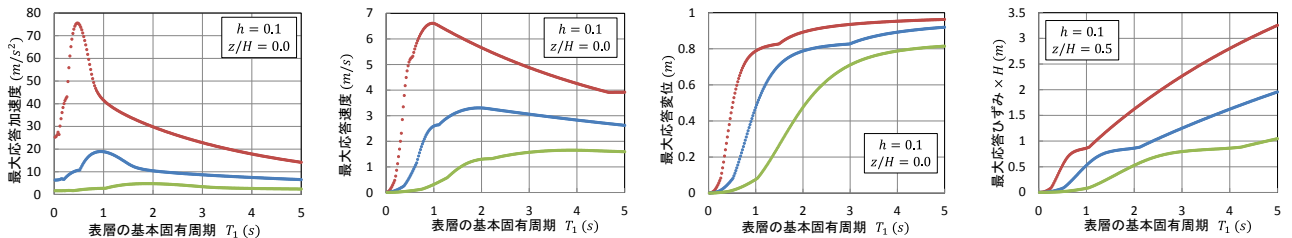


(b) 入力正弦波の周期 T_n (●:0.5s ●:1.0s ●:2.0s)を固定, 表層の基本固有周期 T_1 を変化させた

図-10 基盤入力の変位値が一定 ($v = 1\text{m/s}$) になるように振幅 a_n を調整して加振した場合



(a) 表層の基本固有周期 T_1 (●:0.5s ●:1.0s ●:2.0s)を固定, 入力正弦波の周期 T_n を変化させた



(b) 入力正弦波の周期 T_n (●:0.5s ●:1.0s ●:2.0s)を固定, 表層の基本固有周期 T_1 を変化させた

図-11 基盤入力の変位値が一定 ($d = 1\text{m}$) になるように振幅 a_n を調整して加振した場合

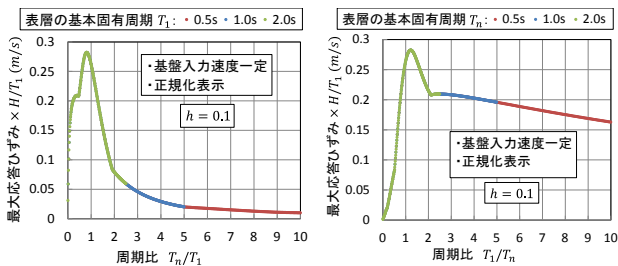


図-12 応答ひずみのグラフ (図-10(a), (b)) を調整した結果

横軸値を T_1 または T_n の値で除すことにより表層固有周期と入力波周期の比の形にして伸縮し, 縦軸値を表層固有周期 T_1 で除すことにより伸縮して, 描き直したものである (3 曲線で伸縮度合いが各々異なる). 図-12 の左図が図-10(a)に, 右図が図-10(b)に, それぞれ対応する. 結果として, 左右の図ともに, 3 つの曲線が完全に重なり合った (各々横軸値のとり範囲が異なる関係から, 横軸値 2.5 以上の範囲では 2 つまたは 1 つの曲線だけになっている). ここで, 縦軸が「最大応答ひずみ $\times H/T_1$ 」となって初めて 3 曲線が一致することに注目する必要がある. 式(12)のとおり $T_1 = 4H/V_s$ であるから, これは「最大応答ひずみ $\times V_s/4$ 」ということである (V_s は表

層のせん断波速度)．すなわち，最大応答ひずみは，図-9 に示した基盤の運動速度 v が同値であるような入力正弦波に対して， V_S に反比例した大きさになっている．また，それは，表層固有周期 T_1 と入力波周期 T_n の組合わせで異なってくるが，両者の比が同じ値であれば同じ値になっている．換言すれば，最大応答ひずみは， v/V_S で正規化し横軸を T_n/T_1 にして整理すると，一本化できるということである．

(4) 応答ひずみについての考察

このような「法則性」のメカニズムについて，本章第1節に示した解析解の吟味により考察してみる．

基盤面における1サイクル正弦波（加速度波形）の加振によって表層に生じる変位やひずみの応答は，式(38)，式(40)として定式化された．式の表示が煩雑になるのでここでは途中経過および最終結果の全式を書き下して示さないが，これらの式に含まれるパラメータを要約しながら式を整理していくと，応答変位，速度，加速度，ひずみは，次式のような形に書き表すことができる．

$$x(t, z) = \frac{a}{\omega_n^2} \cdot \delta_d^* \left(\frac{T_n}{T_1}, \frac{z}{H}, h, t^* \right) \quad (41a)$$

$$\dot{x}(t, z) = \frac{a}{\omega_n} \cdot \delta_v^* \left(\frac{T_n}{T_1}, \frac{z}{H}, h, t^* \right) \quad (41b)$$

$$\ddot{u}(t, z) = a \cdot \delta_a^* \left(\frac{T_n}{T_1}, \frac{z}{H}, h, t^* \right) + a \cdot \sin \left(2\pi \cdot \frac{T_1}{T_n} \cdot t^* \right) \quad (41c)$$

$$\gamma(t, z) = \frac{a}{\omega_n^2 \cdot H} \cdot \delta_\gamma^* \left(\frac{T_n}{T_1}, \frac{z}{H}, h, t^* \right) \quad (41d)$$

ただし， $t^* = t/T_1$ である．また，図-9 に合わせて，基盤入力波の加速度振幅を a と表記した ($a = a_n$) ．

式(41)を見ると分かるように，表層の応答の時系列は， a/ω_n^2 等の振幅係数の部分と， T_n/T_1 ， z/H ， h の3つのパラメータで波形が決まり t^* を時間軸とする時系列波形 δ_d^* 等とで構成されている．この波形は，表層固有周期 T_1 と入力正弦波周期 T_n の個々に関わらず両者の比が同じであれば，同形である．すると，表層の応答の最大値は，上記3つのパラメータにより，以下の通りに書き表される．

$$x_{max} = \mu_d \left(\frac{T_n}{T_1}, \frac{z}{H}, h \right) \cdot \frac{2\pi \cdot a}{\omega_n^2} = \mu_d \left(\frac{T_n}{T_1}, \frac{z}{H}, h \right) \cdot d \quad (42a)$$

$$\dot{x}_{max} = \mu_v \left(\frac{T_n}{T_1}, \frac{z}{H}, h \right) \cdot \frac{2a}{\omega_n} = \mu_v \left(\frac{T_n}{T_1}, \frac{z}{H}, h \right) \cdot v \quad (42b)$$

$$\ddot{u}_{max} = \mu_a \left(\frac{T_n}{T_1}, \frac{z}{H}, h \right) \cdot a \quad (42c)$$

$$\gamma_{max} = \mu_\gamma \left(\frac{T_n}{T_1}, \frac{z}{H}, h \right) \cdot \frac{2a}{\omega_n \cdot V_S} = \mu_\gamma \left(\frac{T_n}{T_1}, \frac{z}{H}, h \right) \cdot \frac{v}{V_S} \quad (42d)$$

ここに，各式の先頭項としては，図-9 に合わせて基盤の運動の大きさを表す量，すなわち応答変位に関しては基盤変位 d を，応答速度に関しては基盤速度 v を，応答加速度に関しては基盤加速度 a を，それぞれ選んだ．そしてこれらに乗数としてかかる μ_d 等は，前記の3パラメータの組合わせで決まる無次元の量であり，基盤の運動の大きさに対する表層各部の応答倍率を表わしていることになる．ここで応答ひずみの式を見てみると，他の応答成分においては基盤での入力値となっている「基本値」が， v/V_S となった．これは前節の終わりに述べたことがらのメカニズムを，解析解を通して説明するものである．つまり，応答ひずみの大きさを支配する因子として，表層のせん断波速度 V_S に対する基盤の運動速度 v の比 v/V_S が，改めて理論的に抽出された．

さて，各応答値の特性を定量的に見るために，応答倍率を表わす係数 μ_d 等を，実際に計算してみる．第2節で行ったパラメトリック・スタディの結果からも部分的に計算することができるが，表層の応答が式(41)に改めて定式化されたので，パラメータの範囲を広げて新たに計算した．まず，加速度，速度，変位の各応答係数 μ_a ， μ_v ， μ_d として，地表面 ($z/H = 0$) における値を計算した結果を図-13 に示す．これらは横軸に T_n/T_1 をとった，一種の共振曲線である．しかし，基盤入力波が1サイクルだけの正弦波であるから， T_n と T_1 が一致する場合でも，表層の応答はそれほど大きくは成長しない．

ひずみ応答係数 μ_γ の計算結果が図-14 である．発生するせん断ひずみの大きさは表層内の深度によって異なるから，深度をいくつか変えて計算した．この図から，応答ひずみに関して以下のことを指摘できる．

- i) 深い所ほど，発生ひずみは大きい．
- ii) その深部においては，表層固有周期と入力波周期が一致する条件のときに，発生ひずみが特に大きくなる．
- iii) z/H が概ね 0.25 以下の浅部においては，基本固有周期に近い周期の入力波よりも，短周期の入力波の方が発生ひずみが大きくなる．これは，表層浅部では1次モードよりも2次モードの振動によるひずみ成分が上回るためと考えられる．
- iv) 全体として，基本固有周期の周辺およびそれより短い周期をもつ入力波に対して一定程度の大きさのひずみが生じるが，基本固有周期の概ね2倍以上の長周期の入力波に対しては，ひずみ応答は鈍化する．

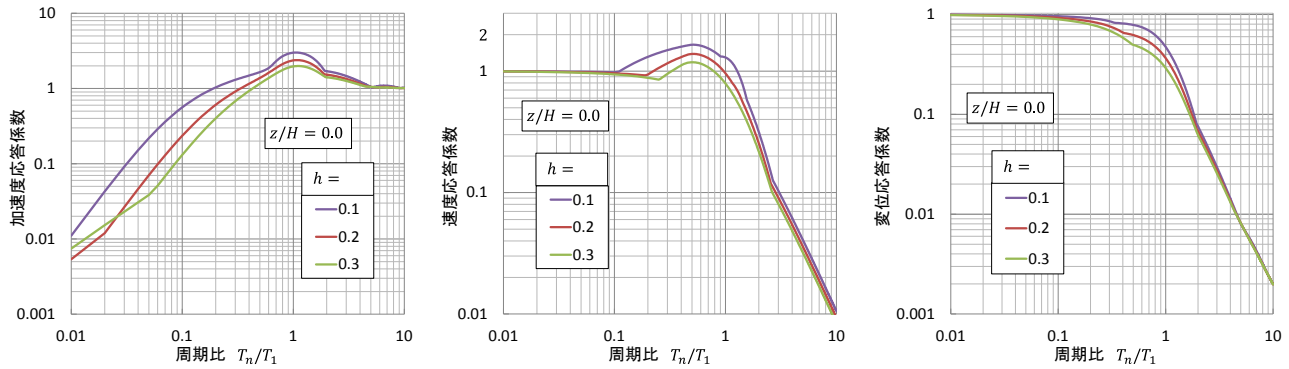


図-13 加速度応答係数 μ_a (左), 速度応答係数 μ_v (中), 変位応答係数 μ_d (右) の計算結果 (地表面の応答に適用する値)

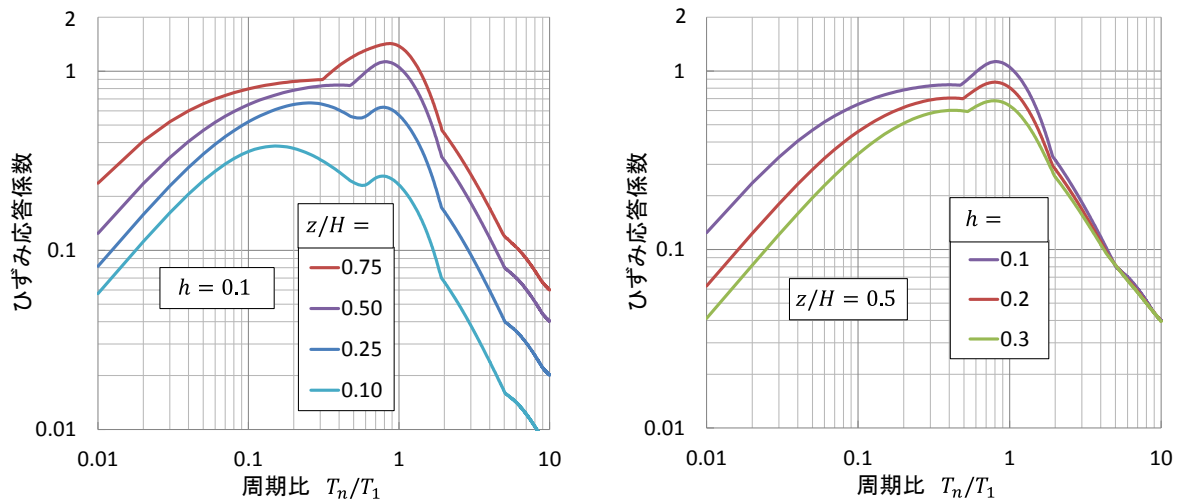


図-14 ひずみ応答係数 μ_γ の計算結果 (左図: 減衰定数一定, 深度変化 右図: 深度一定, 減衰定数変化)

5. まとめ

本論文では、地中構造物の耐震設計において主要な地震外力となる地震時地盤ひずみに関し、どのような地震動波形が大きな地震時地盤ひずみを生じさせるのか、地震動波形において地震時地盤ひずみの大きさに大きく影響する因子は何か、といった基本的な問題に対する初歩的な知見を得ようとした。そのために、表層地盤を極めて単純なモデルに理想化し、基盤面が極単純な衝撃的運動をしたときの表層の挙動を解析した。その中では、表層地盤および基盤入力地震動の条件を網羅したパラメトリック・スタディも実施した。

所期の目標の達成までには至っていないが、本検討を通じて得た成果を以下にまとめる。

- 均質な線形粘弾性体でモデル化された一次元地盤が、基盤面においてインパルス波、1サイクル正弦波で加振された場合の応答を、それぞれ定式化した。
- インパルス波に対する応答に関しては、表層の応答（発生ひずみを含む）は地震動加速度とその作用時間との積である「衝撃強度 I 」に比例することが示さ

れ、また、インパルス波に対する最大応答値を表わす「地盤応答スペクトル」の全貌が明らかになったことに加え、発生ひずみの大きさを決める因子の一つとして I/V_s という因子があること（ V_s は表層のせん断波速度）が分かった。

- 1サイクル正弦波に対する応答に関しては、パラメトリック・スタディの実施によって、表層の基本固有周期 T_1 と基盤入力正弦波の周期 T_n との組み合わせ条件に対する表層の最大応答値（加速度、速度、変位、ひずみの各々）を整理したグラフが得られた。
- また、表層の応答（発生ひずみを含む）が、周期比 T_n/T_1 、着目する深度 z/H 、減衰定数 h の3つのパラメータで規定されること、 z/H が概ね0.25以下の表層浅部においては、高次振動モードの影響で短周期の入力波による発生ひずみが大きくなること、 T_n が T_1 に近いそれより短い場合には表層内に一定程度の大きさのひずみが生じるが、 T_1 の概ね2倍以上になるとひずみ応答は鈍化すること、などが分かったほか、応答ひずみの大きさを支配する因子として、基盤の運動速度 v の V_s に対する比である v/V_s が抽出された。

参考文献

- 1) 日本道路協会：駐車場設計・施工指針 同解説, pp.155-186, 1992.
- 2) 土木学会：2006年制定 トンネル標準示方書[開削工法]・同解説, pp.66-74, 2006.
- 3) 日本水道協会：水道施設耐震工法指針・解説 2009年版 I 総論, pp.93-100, 2009.
- 4) 志波由紀夫：「地盤応答スペクトル」の提案と計算例, 土木学会論文集A1 (構造・地震工学) Vol.68 No.4 (地震工学論文集 第31-b巻), pp.365-382, 2012.
- 5) 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門, pp.168-173, 鹿島出版会, 1994.
- 6) 上掲5), pp.120-125.
- 7) 森口繁一・宇田川銑久・一松信：数学公式Ⅱ ― 級数・フーリエ解析 ―, 岩波全書229, p.240, 岩波書店, 1957.

(xxxx, xx, xx 受付)

A FEW STUDIES ON SHEAR STRAINS INDUCED IN SUBSURFACE GROUND SUBJECTED TO BASE-ROCK MOTIONS

Yukio SHIBA and Akihito HATA

Shear strain induced in subsurface ground during an earthquake is major seismic action upon underground structures such as urban tunnels, and is estimated one by one in seismic design practice by calculating dynamic response of the mathematical ground model of a specific site. This is in contrast to rich information about inertial forces which is prepared as "response spectrum" in the seismic design of on-the-ground structures. In this paper, characteristics of shear strains induced in subsurface ground which is subjected to base-rock motions is discussed in order to provide some basic knowledge for seismic design practice. The strains induced by simple base-rock movements which are expressed as an impulsive acceleration and a single-cycle harmonic acceleration wave are analytically formulated. Parametric studies are also conducted, and essential factors to control the magnitude of the strains are deduced.