

立坑構造物の耐震解析モデルに関する考察

志波由紀夫¹

¹大成建設(株) 技術センター 土木技術研究所 (〒245-0051 神奈川県横浜市戸塚区名瀬町344-1)
E-mail:shiba@ce.taisei.co.jp

本論文は、立坑構造物の耐震計算法として実務で多用されている、はり・ばねモデル応答変位法について幅広く考察したものである。まず、現状の解析手法を概観し、立坑・地盤間の地震時相互作用の本質的認識にまで遡って合理的な解析モデルのあり方を考察した上で、現状の地震力の作用のさせ方と構造力学モデルにおける問題点を指摘した。次に、そうした従来モデルにおける不足を補う形で、改良型モデルを提案した。また、ごく単純な地盤・立坑条件を想定し、改良型モデルに基づいてその地震時挙動を解析学的に定式化した。そして、これらの改良型モデルから導かれた結果について検証した後に、立坑の地震時応力の一般的特性に関して若干のパラメトリック・スタディを行った。

Key Words: vertical shaft, underground structure, seismic design method, analytical model, soil-structure interaction

1. はじめに

本論文は、立坑構造物の簡易な耐震計算法である応答変位法の解析モデルについて議論するものである。ここで対象とする立坑構造物(以下、単に立坑という)とは、シールドトンネルの発進・到達立坑、地下鉄の地下駅舎の構造躯体、電力線・通信線の洞道に連絡する立坑など、平面寸法に比べて鉛直方向に深い筒状や箱状の地中構造物である。規模的には、地表面から工学的基盤面にまで達するような比較的大規模なものを主体に考えており、小口径地下埋設管に付帯する人孔(マンホール)のように表層の浅い部分に設置される小規模なものまでは対象としていない。また、比較的軟質地盤の中に開削工法、ケーソン工法、地下連続壁工法などで構築される主に鉄筋コンクリート造の構造体を対象とし、鉱山や山岳トンネル等の垂直坑道のように岩盤内に掘られる細長い非構造体の立坑は対象外である。

こうした立坑は、地表面から深部へ向かって鉛直に配置されていることから、その地震時挙動は、同じ地中構造物といっても水平方向に延びる線状地中構造物の長手方向のそれと同じではない。また、鉛直断面で見たときにも、線状地中構造物の横断方向のような平面問題として考えるわけにはいかず、奥行きを考える必要のある、3次元性が強い問題となる。したがって、立坑の耐震計算法としては、地震時にせん断変形する地盤の中にそれ

をともに受ける形に置かれているという特性と、構造力学的に3次元問題であるということを、適切に考慮できるものが求められる¹⁾。

実際に行われている耐震計算法は、立坑および周辺地盤をどのような力学モデルとするのか、そして、そこに地震作用が働いたときの応答を求めるのにどのような解析手法を採るのか、の組合わせで何種類もある。力学モデルとしては、大別すれば、立坑を立体シェル要素でモデル化するとともに周囲の地盤もソリッド要素で一体的にモデル化する3次元有限要素法モデル(軸対称有限要素法モデルも含む)、その奥行き方向を何らかの工夫によって平面化して考える2次元有限要素法モデル、立坑を1本のはりにモデル化し、そのはりに沿って動的相互作用の効果を表す地盤ばねを付けるはり・ばねモデル、の3系統がある²⁾。これらと応答解析法との組合わせでは、3次元有限要素法モデルおよび2次元有限要素法モデルは、主に動的解析法の中で用いられる^{3), 4)}。最近、3次元有限要素法モデルに応答震度法を適用する試みも行われている⁵⁾。はり・ばねモデルは、静的解析法である応答変位法で用いられる。また、立坑をシェル要素により立体にモデル化したところに地盤ばねを付け、これを応答変位法で解析する方法もある^{6), 7), 8)}。

これらの解析手法には、それぞれ長所短所があって、解析の目的や必要とする解析精度の水準によって、適宜使い分けられる。3次元有限要素法モデルは、立坑およ

び周辺地盤の幾何学的・力学的な3次元性をそのままモデル化することができ、最も精細な解析が可能と考えられるが、解析モデルの作成と数値処理に多大な労力を要する。それに比べて2次元有限要素法モデルは、モデル化した後の解析の労力はだいぶ少なくて済む。しかし、本来3次元性の強い立坑の力学問題を2次元に落とし込むモデル化作業に一定の確立された方法があるわけではなく、現実には、安全側の結果を得るためと割り切り、3次元性をほとんど無視して中央断面の構造だけを見て単純にモデル化するか、可能な限り3次元性を考慮する方向で、高度な工学的判断と数値解析技法を駆使して凝った解析モデルを作るか（その場合でも3次元性の厳密な再現は達成できない）、という難しい選択を迫られる。

これらに対して応答変位法、特にはり・ばねモデルによる応答変位法（以下、「はり・ばねモデル応答変位法」という）は、解析モデルの作成労力および数値の扱い量が圧倒的に少なくて済む。また、力学モデルが単純明解で地震時断面力の発生機構がとらえやすいこともあって、一部の計算条件を変更してのパラメトリックな検討作業に非常に都合がよい。しかし欠点として、地盤・立坑間の複雑な相互作用を表現するのに、ばねという極めて単純な力学要素を使い、またそのばね定数が大胆な仮定のもとに設定されることと、次章に見る通り、地震力の作用方法が確立されていないことが挙げられる。ただ、こうした欠点はあるにしてもなお、その明解性、簡易性から来るメリットは大きく、それが現在でも設計の実務でははり・ばねモデル応答変位法が多用される理由であると考えられる。そうすると、現状のはり・ばねモデル応答変位法における不足を補い、より合理的な解析モデルに改良することは、意味のあることである。

本論文は、こうした趣旨から、はり・ばねモデル応答変位法に関して、地盤・立坑間の地震時相互作用の本質的認識にまで遡って合理的な解析モデルのあり方を考察した上で、改良型の解析モデルを提案するものである。また、その改良型モデルを用い、地震時に立坑に生じる応力の一般的特性について若干の検討を行う。

2. はり・ばねモデル応答変位法の現状と問題点

(1) 各種の耐震設計指針における考え方

立坑の耐震計算法として応答変位法を原則としている設計指針類^{2), 9), 9), 10), 11)}は多い。それらにおいて、はり・ばねモデルは図-1に示すものが基本となっているが、細目は少しずつ違っている。主要なものについて古い順に若干の整理をすれば、以下のようになる。

水道施設耐震工法指針・解説（1979年版）⁹⁾は、立坑の耐震計算は震度法または応答変位法によって行うと定

め、耐震計算の基本的な方法論を説明するとともに、応答変位法の具体的な計算例も示した。ここでの地震作用の考え方としては、地震時に周辺の地盤が変位（これを地震時地盤変位という）したときに、立坑の変位と地盤の変位との差に比例した水平荷重が立坑側壁にかかるとしている。ただし、これは地盤が立坑を押す側（背面側）の側壁についてであって、受働側の側壁にかかる荷重については、引張力は働かないとするなど3通りの考えがあるとした。なお、この指針は、暗渠・共同溝など線状地中構造物の横断方向の耐震計算にも応答変位法を取り入れた指針としてごく初期のものであり、そこでも地震荷重は地盤と構造物との変位差だけが考えられていた。

その後の1990年代初めに、線状地中構造物の横断方向の応答変位法における地震荷重の作用のさせ方に関してひとしきり議論^{12), 13)}があり、理論的な考察の帰結として、地震荷重としては、自由地盤について計算した地震時地盤変位のほかに、地震時周面せん断力および躯体慣性力の合計3つを考慮するのが合理的とされた。最近では、これが応答変位法における地震荷重の一般的な考え方になっている。

立坑（鉛直地下構造物）の耐震計算法を示した指針として、この見直された地震荷重の考え方を採用した初めてのものが、大規模地下構造物の耐震設計法・ガイドライン（案）⁹⁾であると思われる。ただし、このガイドラインでは、小規模な鉛直地下構造物ははりとしてのモデル化も可能であるが、大規模な鉛直地下構造物では3次元的な変形が生じるため、シェルまたはソリッド要素で3次元的にモデル化するのを原則とし、それに躯体慣性力、地震時土圧（地震時地盤変位の作用と同義）、地震時周面せん断力を作用させるものとしている。

1995年兵庫県南部地震の発生を契機に、シールドトンネルのレベル2地震動に対する耐震設計法を検討した成果である文献²⁾では、立坑のはり・ばねモデル応答変

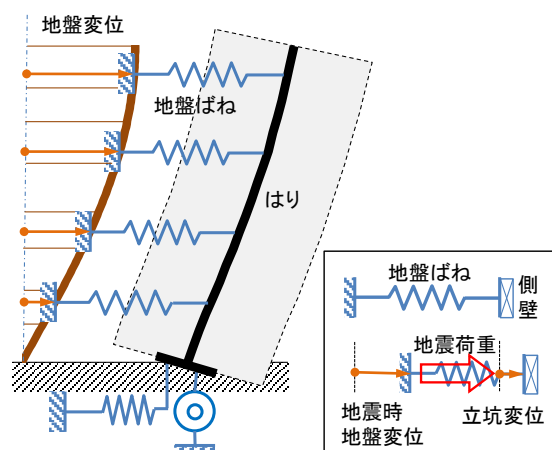


図-1 はり・ばねモデル応答変位法（従来法）の概念

位法に関して、地盤ばねにもはりにも非線形特性を与える、という進んだ考え方が入った。しかし、解析モデルは基本的に図-1と同じで、地震荷重は地震時地盤変位のみしか考慮されていない。

水道施設耐震工法指針・解説は、その後に1997年版、2009年版と改訂が重ねられた。現在の2009年版では、「立坑を地盤ばねによって弾性的に支持された梁としてモデル化し、これに地震時地盤変位を作用させて地震時発生断面力の算定を行う」¹⁰⁾とし、受働側の側壁にかかる荷重についての言及はなくなって、全体として考え方が明解になった。ただ、地震荷重は依然として地震時地盤変位しか考えられていない。一方で、平面的に幅広であったり大規模で3次元的な変形が無視できないような立坑は、2次元骨組構造や3次元有限要素モデルとするのがよく、その場合には地盤変位のみならず周面せん断力も考慮する必要があるとしていて、はりでモデル化する場合とそうでない場合とで地震荷重の考え方に違いをもたせているのは不可解である。

(2) 立坑の地震時挙動に関する考察

上に整理したとおり、現状のはり・ばねモデル応答変位法では、特に地震荷重の考え方が不明確である。すなわち、応答変位法の理論上、考慮すべき地震荷重は地震時地盤変位、地震時周面せん断力および躯体慣性力とさるが、現状としては地震時地盤変位のみしか考慮されていない。実際の計算上、躯体慣性力に関しては立坑に発生する応力への影響は小さいかもしれない、考慮しなくとも実質的な影響はそれほどないのかもしれない。しかし、地震時周面せん断力を考慮しないことの方はどうか？

そこで、立坑の耐震解析モデル一般のあり方を考えるための理論的基盤として、地盤の中にある立坑が地震時に地盤から受ける力や、変位・変形を起こすメカニズムについて考えてみたい。図-2はその概念図であり、地震時のある時間断面を切り出したイメージである。

まず初めに、立坑がないと仮定したときの地盤（自由地盤）を考える。ここに地震動加速度（水平震度）が作用すると、地盤はその慣性力によって深さ方向に変化する

水平方向変位（せん断変形）を生じるとともに、内部にせん断応力が生じる。なお、ここでは常時の土圧や重力による応力からの変化分だけを見ることとし、また、水平方向の地震動だけを考える。

次に、仮に地盤の中に、地盤と全く同じ物性をもつ立坑が構築されているとする。その平面形状は矩形であるとしておこう。この立坑は、地盤中に立坑の形状をした土柱をイメージするのと同じであるから、議論の便宜上、以後これを「土柱立坑」と呼ぶことにする。

さて、土柱立坑が構築されている地盤に先と同じ水平震度が作用したとき、土柱立坑はどう挙動するだろうか。立坑には、自由地盤と全く等しい変位と変形が生じるはずである。立坑に作用している外力に着目すると、二つある。一つは躯体慣性力である。地盤に作用しているのと等しい水平震度（図中の緑色の矢印）を受けて、自体に慣性力が働いている。もう一つは、周辺地盤との境界である前面と背面に沿って、各面を上下方向に擦るように作用している力である（赤色の矢印）。この力は、上述した自由地盤内部に生じているせん断応力にほかならず、応答変位法でいう地震時周面せん断力に当たる。ここで、立坑底面にもこの力が作用していることに注意しなければならない。作用している外力としてはこの2種類だけであり、前背面を押し引きする力（応答変位法での地震時地盤変位による荷重）は働いていない。立坑の変形と内部応力に目を向けると、変形としてはせん断変形だけが生じている。そして、内部応力としては地震時周面せん断力と同じものが発生しており、これを断面力として見れば、せん断力 Q が生じているということになる。曲げモーメントは全く生じていない。すなわち土柱立坑では、躯体慣性力による水平方向の力および転倒モーメントに対して、前背面および底面の地震時周面せん断力が釣合いを保って支えている。その結果、立坑はせん断変形だけによる水平変位を起こし、せん断力のみが地震時断面力として発生すると考えられる。

それでは一般の立坑の挙動はどうか。ただし、話を分かりやすくするため、ここでの一般立坑とは、前述の土柱立坑と形状・質量が同じで剛性だけが大幅に硬くなったものと捉えることにする。すると、一般立坑では、土柱立坑の場合と同じ躯体慣性力と地震時周面せん断力の2つの外力が作用しても、剛性（＝変形性）が変化しているので、自由地盤と同じ変位・変形とはならない。つまり、周辺地盤の水平方向変位よりも大きく変位する部分や小さい変位となる部分が出てくる。そして、そうした部分には、その変位の食い違いの向きと量に応じて地盤との間に押し・引きの力が生じる。また、土柱立坑の場合には水平方向変位のみが生じたが、一般立坑では躯体の傾きに伴って前背面および側面に鉛直方向の変位も生じると考えられる。すると、これはそこに接触する地

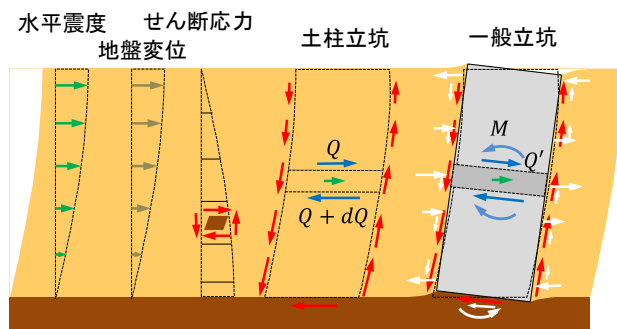


図-2 地盤・立坑への地震力の作用と応答

盤を上方または下方に連行しようとして地盤の抵抗を受ける。さらに立坑底面にも、その水平移動と回転に対抗する地盤反力が働く（以上、白色の矢印）。これらは土柱立坑における外力のほかに付加的、2次的に発生した力で、地盤・構造物間の動的相互作用力といわれるものである。一般立坑に生じる断面力としては、土柱立坑に生じていたせん断力 Q に、上記の付加的荷重による応力が加わる。すなわち、土柱立坑の Q から変化したせん断力 Q' と、新たに曲げモーメント M が発生する。

以上に見た土柱立坑と一般立坑の地震時挙動から、立坑に作用する地震荷重についてまとめると、以下のようになる。

- i) 躯体慣性力（震度）と地震時周面せん断力は、土柱立坑にも一般立坑にも働く、根源的な地震荷重である。なお、地震時周面せん断力は立坑底面にも作用する。
- ii) 地震時地盤変位による荷重（地震時土圧ともいわれる）は、立坑が同じ震度と地震時周面せん断力を受けても物性（質量および変形性）の違いから変位が自由地盤の変位と同じにならず、その変位の食い違いに対して発生する荷重である。予め力の形で大きさを算定できる荷重ではない。また、土柱立坑では発生しない。
- iii) これらのほかに立坑には、その地震時傾斜に伴う壁体の鉛直方向変位、底面の水平方向および回転の変位、にそれぞれ抵抗する形で地盤反力が作用する。

ここで、図-2の一般立坑の前背面を上下方向に擦るように作用する力の意味を改めて理解しておきたい。同図には、地震時周面せん断力（赤矢印）と、壁面の鉛直方向変位に抵抗する地盤反力（白矢印）と、2つが示されている。しかし実際には、2つの力は融合していて、ここで荷重を計測すれば2つが合わさった値が計測されるし、3次元有限要素法のモデルで耐震解析を行ってここに生じている応力値を出力しても、やはり合力としての値が出てくる。著者は、どちらかという、地震時に壁面に実体的に作用するこの合力の方に「地震時周面せん断力」の語感を感じるのだが、今のところこれに対する適当な用語がないので、本論文では「擦力」と呼ぶことにしたい。したがって、2つの矢印は、擦力の発生の由来を2種類の力に結び付けていることを示している。

その少し詳しい説明を図-3に示す。いま、壁体のある一点に注目する。それが土柱立坑の場合は、地震作用により立坑が変位・変形したとき、その位置には地震時周面せん断力のみが作用する。一般立坑の場合も、着目点の地震時変位が自由地盤（土柱立坑）の変位と同じであるときは、地震時周面せん断力と同じ力が擦力になると考える。しかし、着目点の変位が自由地盤の変位と異なるときは、その差に応じて地盤との間に相互作用力が生じ、擦力は地震時周面せん断力から増加または減少したものになると考えるのである。このとき地盤と壁体との

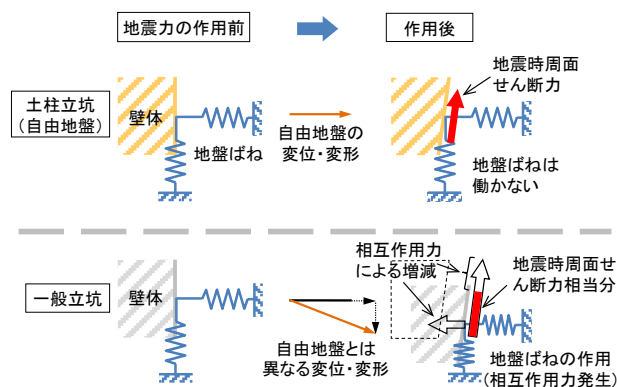


図-3 立坑の前背面に作用する擦力

変位差に応じた相互作用力を表現する力学モデルが、地盤ばねである。

なお、地震時周面せん断力というのは、立坑・地盤系に実在する力ではなく（土柱立坑では実体的に作用する力であるが）、自由地盤という別の解析の場において計算される、解析技法上考えられた仮想の力である。そして、それは大きさの定まった荷重の形になる。一方の相互作用力は、地震時地盤変位だけでは定まらず、立坑の変位も確定して初めて定まるものである。応答変位法においては、はり・ばねモデルに地震時周面せん断力など荷重の形になっているものを載荷すると同時に、地盤ばねの端を地震時地盤変位の大きさだけ変位させる。これで立坑の変位が計算されて相互作用力の大きさが定まり、さらに地震時周面せん断力との和である擦力の大きさが分かることになる。

(3) 現状のはり・ばねモデル応答変位法における問題点

本章のまとめとして、以下に、現状のはり・ばねモデル応答変位法における問題点を整理して指摘する。

- i) 応答変位法の理論で地震荷重として与える必要があるとされている地震時周面せん断力が考慮されていない。3次元あるいは2次元の有限要素法で周辺地盤もソリッド要素あるいは平面ひずみ要素によって立坑と一体にしてモデル化する解析では、その解析領域内部の力として立坑・地盤の接触面に地震時周面せん断力と相互作用力の合力（＝擦力）が自動的に作用するので、地震時周面せん断力を荷重として意識する必要がないが、応答変位法では地震時周面せん断力を外力として与える必要がある。
- ii) 躯体慣性力は、影響が小さいとして考慮されていないが、その定量的な情報があまりない。様々な立坑・地盤条件に対して一度検証する必要がある。
- iii) 立坑側壁に地盤ばねが水平方向にしか配置されておらず、立坑・地盤間の相互作用は水平方向の成分しか考慮されない。しかし、立坑は一般に平面寸法が大きく、中心軸の傾斜に伴う壁面の鉛直方向変位が小さくないた

め、これに対する地盤反力は無視できない大きさになると考えられる。ちなみに、長さと横幅とが等しい剛な立坑がその底面の中央を中心にして傾いた場合、幾何学的に、前背面の上下中央における変位は水平方向と鉛直方向とで同じ大きさになる。

iv) 土柱立坑のようにせん断変形する構造体の挙動の表現は、曲げ変形だけを考慮する通常のはり（Bernoulli-Eulerはり）ではできない。まず、一般の立坑の構造条件で、せん断変形の影響がどの程度あるのか検証する必要があるし、もし影響が大きいのであれば、解析モデルの中で工夫を講ずる必要がある。

3. 改良型はり・ばねモデルの提案

(1) 改良型モデルの概要

前章での考察を踏まえ、ここでは従来の解析モデルの問題点の解消を図った、改良型のはり・ばねモデルを提案したい。ただし、ここからの議論は、均質地盤中に造られた等断面で弾性体の立坑を想定した概念的モデルについての議論に留まる。それは、前章に見た土柱立坑から一般立坑までの挙動を統一的に扱うことも含めて、改良型モデルの基本の考えを示すとともに、次章以降で立坑一般の地震時挙動を解析学的に検討するのに、問題を単純化・理想化したためである。したがって、設計の実務で扱うような、地盤がいくつかの地層の重なりで形成されていたり、立坑の構造諸元が深さ方向に変化するような問題に、直ちに答えられるものではないかもしれない。ただ、そうした問題にも、汎用の構造解析ソフトなどの扱いの中で、これから示す解析原理に沿った構造要素や解析技法をうまく組み合わせれば対応することができると考えられるが、未だ実施してはいない。

さて、改良型はり・ばねモデルを図-4に示す。従来法

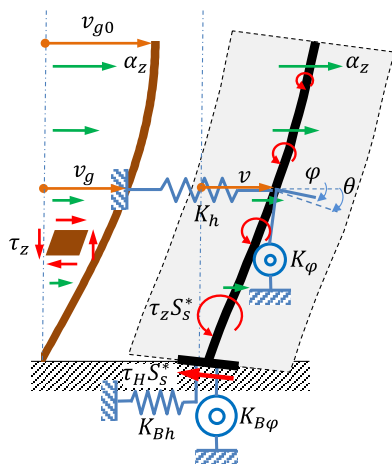


図-4 提案する力学モデルと地震荷重（改良型モデル）

のはり・ばねモデル（図-1の解析モデル）との違いを、前述の問題点と対応させて以下に順次説明するが、それに先立って、これから用いる座標系および記号・変数等を説明しておく。

まず、全体系としては、図-5に示すように、層厚が H 、物性が一様均質な表層地盤の中に、立坑が地表面から基盤層上面まで存在すると想定する。基盤層は、立坑底面に設定する水平および回転の地盤ばねのばね定数を算定する際に、その剛性（変形係数）を反映させる。

表層および立坑の変位や応力に関する理論解析の中で使用する変数は、表-1のとおりである。また、それらの正の方向は、図-5の中の矢印の方向とする。位置座標 z は、地表面を原点にして鉛直下向きにとる。

地震動の作用は水平方向のみとし、これを深さ方向の分布をもつ静的な水平震度 α_z で表す。この水平震度に対応して自由地盤に生じる変位（地震時地盤変位）を v_g 、せん断応力（地震時周面せん断力）を τ_z とする。

立坑と地盤の諸元に関して用いる記号をまとめて表-2に示した。立坑の平面形状としては、矩形断面と円形断面を想定する。いずれの場合も壁体の厚さは t で等厚と

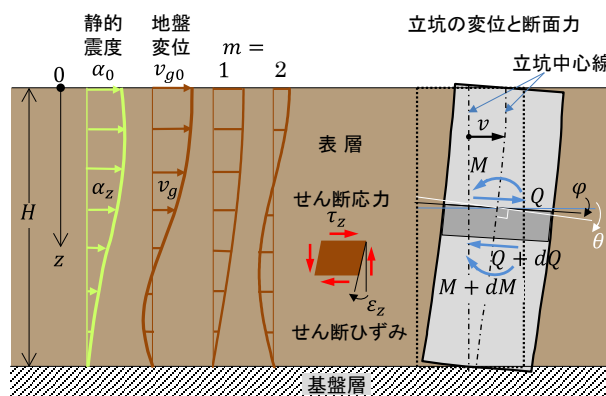


図-5 座標系と正の向きのとおり方

表-1 理論解析に使用する変数等

諸元		記号	単位
全体	位置座標	z	m
	モード次数	m	—
	地表面における強度	α_0	—
静的震度	強度の深さ方向分布	α_z	—
	地表面変位	v_{g0}	m
	変位（地震時地盤変位）	v_g	m
自由地盤の応答	せん断ひずみ	ϵ_z	—
	せん断応力（地震時周面せん断力）	τ_z	kN/m ²
	表層底面でのせん断応力	τ_H	kN/m ²
	変位	v	m
立坑の応答	たわみ角	θ	rad
	断面回転角	φ	rad
	曲げモーメント	M	kN・m
	せん断力	Q	kN

する。したがって、横断面の中心を連ねた線（以後、中心線と呼ぶ）が中立軸である。立坑の挙動は、全てこの中心線上に集約したはりの挙動として表す。なお、断面積とは別に設けた平面面積とは、横断面の外周線で囲まれた面積のことで、矩形断面では $a \cdot b$ 、円形断面では $\pi D^2/4$ である。また、ポアソン比とせん断波速度は、立坑および地盤の弾性係数（変形係数）を設定する際に介在的に利用するものである。

力学モデルの中に、4種類の地盤ばねを組み込む。そしてそれらのばね定数を定めるために、6種類の地盤反

力係数を使う。これらを表-3に示す。地盤反力係数については、道路橋示方書・同解説 IV 下部構造編のケーソン基礎の設計¹⁴⁾に示されている6種類の地盤抵抗要素を参考にする。

(2) 地震時周面せん断力の考慮

従来の解析モデルでは考慮されていなかった地震時周面せん断力を、この改良型モデルでは考慮する。それには、はりに沿って分布モーメント荷重（図-4の中のもの $\tau_z \cdot S_s^*$ ）を与える。

地震時周面せん断力は、前面側と背面側とで逆対称な形になっているので、立坑の軸方向には合力がゼロであり軸力としては働かないが、前背面で偶力をなし、前面・背面の間隔長を乗じたモーメント荷重として作用する。立坑をシェル要素などで立体にモデル化した場合には、地震時周面せん断力を側壁の各節点へ荷重の形で作用させれば、こうした荷重作用が自動的に行われる。一方、幅・太さの次元のないはりモデルの場合は、このような逆対称分布荷重を分布モーメント荷重¹⁴⁾、偶力モーメント⁸⁾という形で作用させる手法が使われている。本論文でもそれらにならない、地震時周面せん断力を以下のようにして分布モーメント荷重に変える。

図-6は地震時周面せん断力が立坑へ作用するイメージを示したもので、立坑の横断面形状が矩形の場合と円形の場合とを示している。立坑の長さ方向に単位長さ1をとり、この区間の偶力モーメントを算出すると、矩形断

表-2 立坑および地盤の諸元

諸元		記号	単位
立坑	長さ	H	m
	矩形断面 横幅（側面幅）	a	m
	矩形断面 奥行（前背面幅）	b	m
	円形断面 外径	D	m
	壁厚	t	m
	単位体積重量	γ_s	kN/m ³
	ヤング率	E_s	kN/m ²
	せん断弾性係数	G_s	kN/m ²
	ポアソン比	ν_s	—
	断面形状補正係数	κ	—
	断面積	A_s	m ²
	平面面積	S_s	m ²
	断面2次モーメント	I_s	m ⁴
	底面の断面2次モーメント	I_B	m ⁴
表層	層厚	H	m
	単位体積重量	γ_g	kN/m ³
	せん断波速度	V_{sg}	m/s
	せん断変形係数	G_g	kN/m ²
	ポアソン比	ν_g	—
	変形係数	E_g	kN/m ²
基盤層	単位体積重量	γ_b	kN/m ³
	せん断波速度	V_{sb}	m/s
	せん断変形係数	G_b	kN/m ²
	ポアソン比	ν_b	—
	変形係数	E_b	kN/m ²

表-3 地盤反力係数と地盤ばね定数

諸元		記号	単位
地盤反力係数	底面の鉛直方向地盤抵抗	k_V	kN/m ³
	底面の水平方向せん断地盤抵抗	k_S	kN/m ³
	前背面の水平方向地盤抵抗	k_H	kN/m ³
	側面の水平方向せん断地盤抵抗	k_{SHD}	kN/m ³
	前背面の鉛直方向せん断地盤抵抗	k_{SVB}	kN/m ³
	側面の鉛直方向せん断地盤抵抗	k_{SVD}	kN/m ³
地盤ばね定数	立坑・地盤間の水平方向変位差に抵抗する地盤ばね（単位長さ当たり）	K_h	kN/m/m
	立坑断面の回転角に抵抗する地盤ばね（単位長さ当たり）	K_ϕ	kN・m/m
	立坑底面の水平方向変位（スウェイ）に対して作用する地盤ばね	K_{Bh}	kN/m
	立坑底面の回転角（ロッキング）に対して作用する地盤ばね	$K_{B\phi}$	kN・m

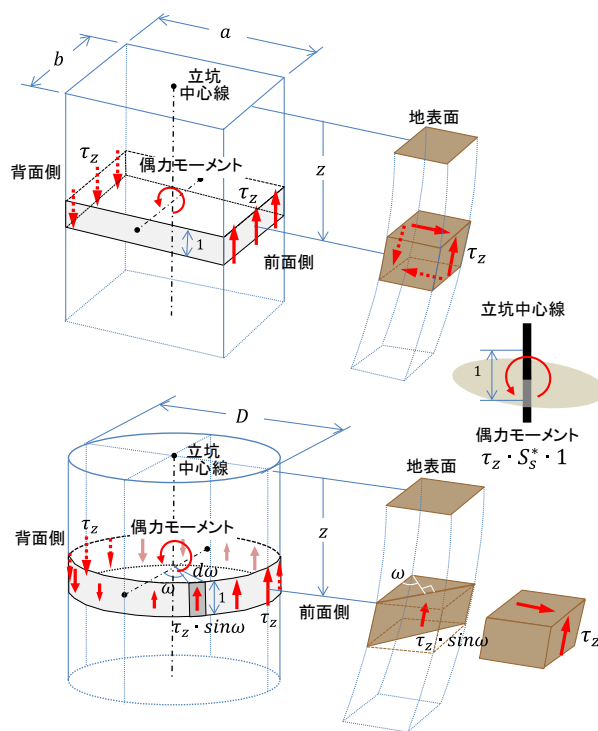


図-6 立坑への地震時周面せん断力の作用

面の場合は,

$$\tau_z \cdot a \cdot b \cdot 1 \quad (1a)$$

である。円形断面の場合は、地震時周面せん断力の作用強度が壁面の法線方向角度によって変化することを考慮しつつ、円周全体でモーメントを積分することにより、

$$\begin{aligned} & 2 \int_0^\pi \tau_z \cdot \sin \omega \cdot 1 \cdot \frac{D}{2} \cdot \sin \omega \cdot \frac{D}{2} \cdot d\omega \\ & = \tau_z \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot 1 \end{aligned} \quad (1b)$$

となる。したがって、どちらの断面形状に関しても、単位長さ1にかかる偶力モーメントは、

$$\tau_z \cdot S_s^* \cdot 1 \quad (1c)$$

という形で表され、単位長さ当たりの分布モーメント荷重としては $\tau_z \cdot S_s^*$ という大きさになる。ここで、平面面積 S_s に*を付けてあるのは、この S_s は地震時周面せん断力の作用に係るものであるという区別を付けたいためである。こうすることによって、後のパラメトリック・スタディの解析で、*付きの S_s だけをゼロとすることで、地震時周面せん断力を考慮しない場合の計算をすることができる。

立坑底面に作用する地震時周面せん断力については、この深さにおける地震時周面せん断力の大きさ τ_H に立坑の底面積（平面面積と同じ S_s ）を乗じた

$$\tau_H \cdot S_s^* \quad (2)$$

を水平荷重として作用させる。

(3) 躯体慣性力の考慮

躯体慣性力の影響は小さい可能性もあるが、応答変位法の理論に沿い、基本的に考慮することにする。そして、その影響の大きさについて、後のパラメトリック・スタディで検証する。

躯体慣性力の具体的な考慮方法としては、躯体の重量に静的水平震度 α_z を乗じることとする。実際の立坑における地震時挙動観測を行った海津ら¹⁵⁾の報告によると、立坑と直近の地盤とで観測した加速度波形は、振幅が必ずしも一致しておらず（地盤の方が大きい）、立坑へ作用させる震度を自由地盤の震度と同じにしてもよいとは言えないが、観測データを見ると比較的周期が長い加速度成分については立坑・地盤で近い値と思われるので、本解析モデルとしては自由地盤に作用する水平震度をそのまま立坑にも作用させることとする。

(4) 立坑壁面の鉛直方向変位に対する地盤反力の考慮

立坑の回転変位に伴う壁面の鉛直方向変位に抵抗する

地盤反力を考慮する。これには、立坑を立体でモデル化する場合に外周面に地盤ばねを鉛直方向に配置することによって考慮することになるので、それを念頭に、はりモデルに取り入れることを考える。この地盤反力の作用イメージを図-7に示す。立坑の横断面に回転角 φ が生じると、壁面はその回転軸からの距離に比例した大きさに鉛直方向に変位する。それに抵抗するように地盤ばねが働き壁面に反力を及ぼすが、これは回転軸に対して逆対称形であり、偶力モーメントになる。この偶力モーメントを算出するためには地盤ばねのモデルが必要である。

地盤ばねとしては、表-3に挙げた地盤抵抗要素の中の、前背面の鉛直方向せん断地盤抵抗（地盤反力係数 k_{SVB} ）と、側面の鉛直方向せん断地盤抵抗（同 k_{SVD} ）が関わり、これらを道路橋示方書・同解説 IV 下部構造編のケーソン基礎の設計¹⁴⁾に示されている方法に基づいてモデル化することにする。すなわち、各地盤反力係数を以下のように評価する。

$$k_{SVB} = 0.3k_H \quad (3a)$$

$$k_{SVD} = 0.3k_{HD} \quad (4a)$$

ただし、

$$k_H = \alpha_k \cdot k_{H0} \left(\frac{B_H}{0.3} \right)^{-\frac{3}{4}} \quad (3b)$$

$$k_{HD} = \alpha_k \cdot k_{H0} \left(\frac{D_H}{0.3} \right)^{-\frac{3}{4}} \quad (4b)$$

上式において k_H および k_{HD} はそれぞれ、前背面の水平

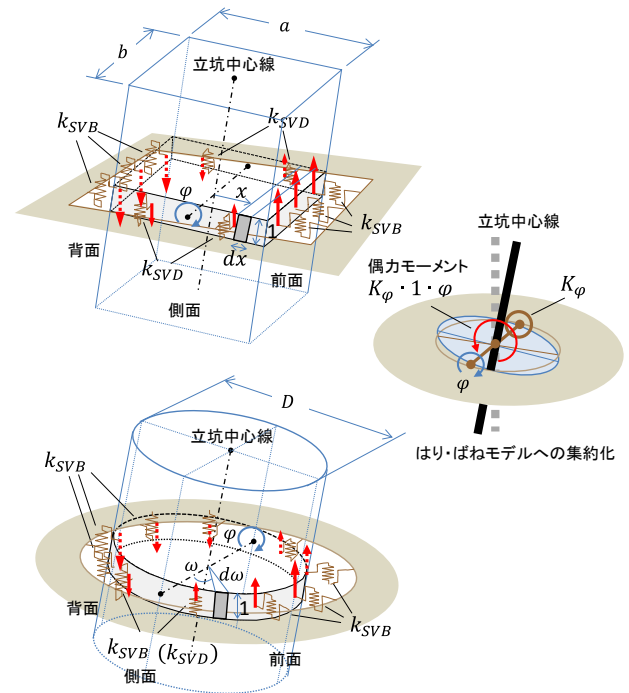


図-7 立坑断面の回転角に対して作用する地盤ばね

方向地盤反力係数，側面の水平方向地盤反力係数である。また， α_k は地盤反力係数の推定に用いる補正係数であるが，本モデル化においては1.0としておく（第5章(4)参照）。 k_{H0} は，直径0.3mの剛体円板による平板載荷試験の値に相当する水平方向地盤反力係数（単位は[kN/m³]）であり，地盤の変形係数 E_g （単位は[kN/m²]）から，

$$k_{H0} = \frac{1}{0.3} E_g \quad (5)$$

で算定する。また， B_H と D_H は，前背面と側面のそれぞれ換算載荷幅（有効幅）で，矩形断面の場合は $B_H = b$ ， $D_H = a$ であり，円形断面の場合は $B_H = D_H = 0.8D$ である。したがって，矩形断面の場合は地盤反力係数が前背面と側面とでその横幅によって異なる値になり，円形断面の場合は区別がなく同じ値になる。なお，設計実務で行われるように，大変位に対する検討にも適用するには，地盤ばねが一定限界以上になると降伏するような非線形性まで考慮すべきであるが，本論文ではその目的から，地盤ばねは線形ばねとしてモデル化する。

以上のとおり地盤ばねをモデル化した上で，図-7にしたがい，立坑の単位長さ1の部分の横断面に回転角 φ が生じたとき，地盤から反対方向に受ける偶力モーメントの大きさを算定すると，以下ようになる。
矩形断面の場合：

$$\begin{aligned} & k_{SVB} \cdot (b \cdot 1) \cdot \left(\varphi \cdot \frac{a}{2} \right) \cdot a \\ & + 2 \int_0^{\frac{a}{2}} k_{SVD} \cdot (dx \cdot 1) \cdot (\varphi \cdot x) \cdot 2x \\ & = \left(k_{SVB} \cdot \frac{a^2 \cdot b}{2} + k_{SVD} \cdot \frac{a^3}{6} \right) \cdot 1 \cdot \varphi \quad (6a) \end{aligned}$$

円形断面の場合：

$$\begin{aligned} & \int_0^{\pi} k_{SVB} \cdot \left(\frac{D}{2} \cdot d\omega \cdot 1 \right) \cdot \left(\varphi \cdot \frac{D}{2} \cdot \sin\omega \right) \cdot \left(2 \cdot \frac{D}{2} \cdot \sin\omega \right) \\ & = k_{SVB} \cdot \frac{\pi}{8} \cdot D^3 \cdot 1 \cdot \varphi \quad (6b) \end{aligned}$$

すなわち，矩形断面の場合も円形断面の場合も，

$$K_\varphi \cdot 1 \cdot \varphi \quad (7)$$

という形に書ける。ただし，

$$K_\varphi = \begin{cases} k_{SVB} \cdot \frac{a^2 \cdot b}{2} + k_{SVD} \cdot \frac{a^3}{6} & : \text{矩形断面} \\ k_{SVB} \cdot \frac{\pi}{8} \cdot D^3 & : \text{円形断面} \end{cases} \quad (8)$$

である。式(7)の意味は，立坑の横断面に回転角 φ が生じ

ると，それに比例定数 K_φ を乗じた大きさの偶力モーメントが地盤からの抵抗として作用するということである。そして K_φ は，壁面に分布する鉛直方向の地盤抵抗要素を1つの回転ばねに集約した形での，回転ばね定数になっている。 K_φ の単位は式(7)と(8)からも分かるように[kN・m/m]で，単位長さ当たりのばね定数である。

(5) 立坑のせん断変形の考慮

立坑の躯体を表すはり，せん断変形を考慮できるTimoshenkoはりにモデル化する¹²⁾。図-8に示すように，立坑（はり）の中心線の水平方向変位を v としたとき，鉛直線と中心線とがなす角（＝たわみ角） θ は，

$$\theta = -\frac{dv}{dz} \quad (9)$$

である。Bernoulli-Eulerはりの場合は，横断面は常に中心線と直交しており，たわみ角が横断面の回転角そのものになる（ $\varphi = \theta$ ）。そして，曲げモーメント M は，よく知られているとおり，次式で表される。

$$M = E_s \cdot I_s \cdot \frac{d\theta}{dz} = -E_s \cdot I_s \cdot \frac{d^2v}{dz^2} \quad (10)$$

これに対してTimoshenkoはりの場合は，曲げ変形による変位にせん断変形による変位が加わる。また，長さ方向にせん断変形することで，横断面は中心線と直交しなくなり，横断面の回転角 φ とたわみ角 θ とは別々のものになって，次式で表される関係となる¹⁶⁾。

$$\varphi = \theta - \frac{Q}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s} \quad (11)$$

右辺第2項はせん断変形角の大きさを表し， κ は横断面内でのせん断ひずみの分布の影響を補正するための，断面形状だけで決まる係数である。

Timoshenko はりの曲げモーメントは，次式で表される。

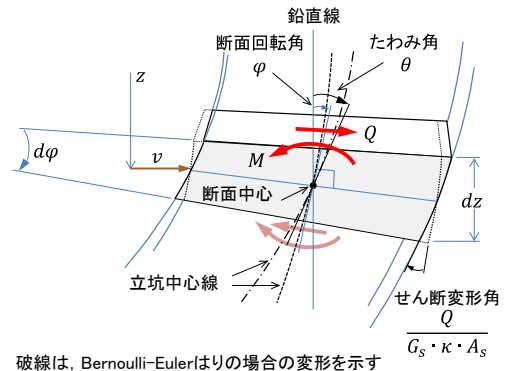


図-8 Tomoshenko はりの変形

$$M = E_s \cdot I_s \cdot \frac{d\varphi}{dz} \quad (12)$$

前章で見た土柱立坑の挙動において、その中心線にたわみ角 θ と曲率 d^2v/dz^2 が生じているのに曲げモーメントが生じないというのは、式(10)に支配される Bernoulli-Euler はりでは表現できない。一方 Timoshenko はりであれば、式(11)と(12)から、たわみ角がせん断変形角と等しいときに回転角 φ がゼロになって曲げモーメントは生じず、土柱立坑の挙動を表すことができる。

(6) 改良型モデルにおけるその他の力学要素

以上は従来モデルとの違いを説明したものであったが、改良型モデルの中で使う他の力学要素（従来モデルと同じ考え方のもの）についても、以下に簡単に説明する。

i) 立坑・地盤間の水平方向変位差に対して作用する地盤ばねは、図-9に示すように、立坑の周囲に分布する水平方向地盤抵抗要素の全てを集約した形でモデル化する。ここで本解析モデルでは、背面側も前面側も地盤抵抗は同様に作用すると考える。引張抵抗も考える。

集約した地盤ばねのばね定数 K_h は、道路橋示方書・同解説 IV 下部構造編のケーソン基礎の設計¹⁹⁾に示されている考え方でモデル化する。すなわち、矩形断面の場合は、

$$K_h = 2 \times b \cdot k_H + 2 \times a \cdot k_{SHD} \quad (13a)$$

とする。円形断面の場合は、有効載荷幅を $0.8D$ として、

$$K_h = 2 \times 0.8D \cdot k_H + 2 \times 0.8D \cdot k_{SHD} \quad (13b)$$

とする。ここに、 k_H は前出の前背面の水平方向地盤反力係数で、式(3b)により算定する。 k_{SHD} は側面の水平方向せん断地盤抵抗要素の反力係数であり、これも前出の側面の水平方向地盤反力係数 k_{HD} （式(4b)）から次式により算定する。

$$k_{SHD} = 0.6k_{HD} \quad (14)$$

ii) 立坑底面の回転ばねも、同じく道路橋示方書・同解説¹⁹⁾を参考にしてモデル化する。すなわち、そのばね定数 $K_{B\varphi}$ は、底面の鉛直方向地盤抵抗の反力係数 k_V と立坑底面の断面2次モーメント I_B の積として、

$$K_{B\varphi} = k_V \cdot I_B \quad (15)$$

とする。ここで、 k_V （単位は $[kN/m^3]$ ）は、直径0.3mの剛体円板による平板載荷試験の値に相当する鉛直方向地盤反力係数 k_{V0} （単位は k_V と同じ）と、換算載荷幅 B_V （単位は $[m]$ ）とから、

$$k_V = k_{V0} \left(\frac{B_V}{0.3} \right)^{-\frac{3}{4}} \quad (16a)$$

で算定する。換算載荷幅 B_V は、鉛直方向の載荷面積の平方根であり、矩形断面の場合は $B_V = \sqrt{S_s}$ とするが、円形断面の場合は直径として $B_V = D$ とする。また、 k_{V0} は、基盤層の変形係数 E_b を基に、次式により評価する。

$$k_{V0} = \frac{1}{0.3} E_b \quad (16b)$$

iii) 立坑底面の水平ばねも道路橋示方書・同解説¹⁹⁾を参考に、底面の水平方向せん断地盤抵抗の反力係数 k_S と立坑底面の面積 S_s とから、次式でばね定数を算定する。

$$K_{Bh} = k_S \cdot S_s \quad (17)$$

ここで k_S は、次のとおり評価する。

$$k_S = 0.3k_V \quad (18)$$

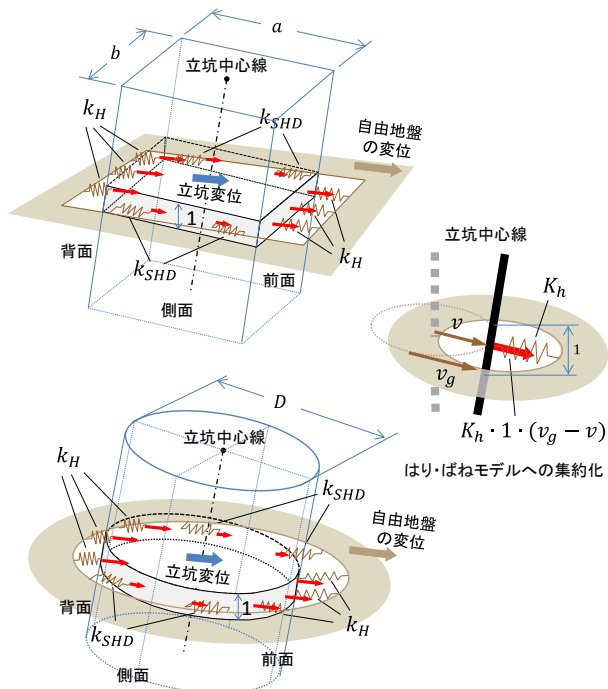


図-9 水平方向変位差に対して作用する地盤ばね

4. 改良型モデルによる立坑の地震時挙動の定式化

(1) 立坑の地震時変位に関する微分方程式

本章では、前章に説明した改良型モデルに基づき、図-5に示した立坑の地震時挙動を解析学的に定式化する。そのためまず、立坑をモデル化したTimoshenkoはりに地震力が作用したときの変位に関する微分方程式を立てる。図-10は、はりの微小長さ dz を考え、そこに前章で説明した地震力が作用する様子を示したものである。こ

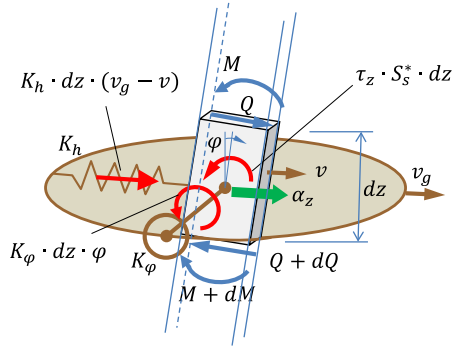


図-10 はりの微小長さにはる地震力と断面力

れら地震力の作用に対し、微小区間の上下面に発生するせん断力 Q および曲げモーメント M が力の釣合いを保つ。すなわち、水平方向の力の釣合い式は、

$$Q + \alpha_z \cdot \gamma_s \cdot A_s \cdot dz + K_h \cdot dz \cdot (v_g - v) - (Q + dQ) = 0 \quad (19a)$$

となる。また、モーメントに関する釣合い式は、

$$M + \tau_z \cdot S_s^* \cdot dz + K_\phi \cdot dz \cdot \phi - Q \cdot dz - (M + dM) = 0 \quad (20a)$$

である。以上の2式から、力の釣合い条件式として、

$$\frac{dQ}{dz} = \alpha_z \cdot \gamma_s \cdot A_s + K_h \cdot (v_g - v) \quad (19b)$$

$$\frac{dM}{dz} = \tau_z \cdot S_s^* + K_\phi \cdot \phi - Q \quad (20b)$$

が得られる。これらと、前出のTimoshenkoはりの応力・変形に関する(9), (11), (12)の3つの式を合わせた合計5式を整理すると、はりの変位 v に関する微分方程式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} & E_s \cdot I_s \cdot \frac{d^4 v}{dz^4} - \left(\frac{E_s \cdot I_s \cdot K_h}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s} + K_\phi \right) \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} \\ & + K_h \cdot \left(1 + \frac{K_\phi}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s} \right) \cdot v \\ & = \gamma_s \cdot A_s \cdot \left\{ \left(1 + \frac{K_\phi}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s} \right) \cdot \alpha_z - \frac{E_s \cdot I_s}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s} \cdot \frac{d^2 \alpha_z}{dz^2} \right\} \\ & + K_h \cdot \left\{ \left(1 + \frac{K_\phi}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s} \right) \cdot v_g - \frac{E_s \cdot I_s}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s} \cdot \frac{d^2 v_g}{dz^2} \right\} \\ & - S_s^* \cdot \frac{d\tau_z}{dz} \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、従来法の解析モデルによる微分方程式

$$E_s \cdot I_s \cdot \frac{d^4 v}{dz^4} + K_h \cdot v = K_h \cdot v_g \quad (22)$$

と対比してみると、式(21)を基にして、はりのせん断剛性 $G_s \cdot \kappa \cdot A_s$ を無限大とし、躯体慣性力 α_z 、地震時周面せん断力 τ_z 、立坑の回転変位に対する地盤反力 K_ϕ 、をそれぞれゼロとしたものが、式(22)になっている。

式(21)の右辺は、一般論としての外力項からなっており、ここに静的水平震度 α_z 、地震時地盤変位 v_g および地震時周面せん断力 τ_z を具体的に与えることによって、これら特定の地震作用条件に対する微分方程式となる。以下では、図-5に示したように、表層の固有振動モードと同形の地震時地盤変位を考える。そして、モードとしては、1次と2次の2つについて議論できるようにする。すなわち、地表面変位を v_{g0} 、モード次数を m として、

$$v_g = v_{g0} \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \quad (23)$$

で表される地震時地盤変位を考える。

なお、表層の地震時地盤変位が式(23)のような震度分布は、表層内の力の釣合い条件から、震度分布と地震時地盤変位との関係が

$$\alpha_z \cdot \gamma_g = \frac{d}{dz} (G_g \cdot \varepsilon_z) = -G_g \cdot \frac{d^2 v_g}{dz^2} \quad (24)$$

でなければならないことから、ここに式(23)を代入して、

$$\alpha_z = \alpha_0 \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \quad (25a)$$

と特定される。ここに、

$$\alpha_0 = \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot \frac{G_g}{\gamma_g \cdot H^2} \cdot v_{g0} \quad (25b)$$

である。 α_0 は地表面における震度であり、上式は地表面変位 v_{g0} との関係を表している。

また、式(23)の地震時地盤変位が生じるときの表層内のせん断応力（地震時周面せん断力）は、

$$\begin{aligned} \tau_z &= G_g \cdot \varepsilon_z = -G_g \cdot \frac{dv_g}{dz} \\ &= \tau_H \cdot \sin \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

となる。ただし、 τ_H は表層底面におけるせん断応力で、地表面変位および地表面震度と次式の関係にある。

$$\tau_H = \frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{G_g}{H} \cdot v_{g0} = \frac{H \cdot \gamma_g}{\frac{2m-1}{2} \cdot \pi} \cdot \alpha_0 \quad (27)$$

このような地震作用に対しては、式(21)の右辺は

$$\left\{ \frac{\gamma_s \cdot A_s \cdot G_g}{\gamma_g \cdot H^2} \cdot \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 + K_h \right\}$$

$$\cdot \left\{ 1 + \frac{K_\varphi}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s} + \frac{E_s \cdot I_s}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s \cdot H^2} \cdot \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \right\} - \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot \frac{G_g \cdot S_s^*}{H^2} \right] \cdot v_{g0} \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \quad (28)$$

となり、これで表層の固有振動モードと同形の地震時地盤変位が生じるときの立坑の微分方程式が定まる。

式(21)は4階の常微分方程式であるから、その一般解は4個の任意定数を含む。そこで、はり（立坑）の上下端における次の4つの境界条件を満足するように任意定数を決定することにより、立坑の変位 v の解を確定できる。

i) 上端において、曲げモーメントがゼロ。すなわち、

$$M_{z=0} = 0 \quad (29a)$$

ii) 上端において、せん断力がゼロ。すなわち、

$$Q_{z=0} = 0 \quad (29b)$$

iii) 下端における曲げモーメントは、底面の回転角に対する地盤反力に等しい。すなわち、

$$M_{z=H} = -K_{B\varphi} \cdot \varphi_{z=H} \quad (29c)$$

iv) 下端におけるせん断力は、底面に作用する地震時周面せん断力と、底面の水平方向変位に対する地盤反力との和に等しい。すなわち、

$$Q_{z=H} = \tau_H \cdot S_s^* + K_{Bh} \cdot (v_{z=H} - v_{g,z=H}) \quad (29d)$$

(2) 微分方程式の無次元量への正規化

前節に述べたとおりに微分方程式を解けば、もちろん、個別具体的な条件に対する解析をすることができるが、立坑や地盤の寸法や剛性の大きさの一つ一つで問題を個別化させずに、一般化して議論ができれば有意義である。そのために、ここでは立坑の変形や断面力といった挙動を無次元量に正規化して表すことを考える。

まず、立坑の変位 v を無次元化する。それには、地震時地盤変位の地表面での変位量 v_{g0} で正規化して、これを y とする。また、位置座標 z は表層厚（立坑の長さ） H で正規化し、これを η とする。すなわち、

$$y = \frac{v}{v_{g0}} \quad (v = v_{g0} \cdot y) \quad (30)$$

$$\eta = \frac{z}{H} \quad (z = H \cdot \eta) \quad (31)$$

とする。右辺に式(28)を適用した先の微分方程式(21)は、これらの変数変換と、全体を $G_g \cdot S_s$ で除すことにより、次式のように各定数係数も含めて無次元量に正規化して記述することができる。

$$\begin{aligned} & \frac{E_s \cdot I_s}{G_g \cdot S_s \cdot H^2} \cdot \frac{d^4 y}{d\eta^4} \\ & - \left(\frac{E_s \cdot I_s}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s \cdot H^2} \cdot \frac{K_h \cdot H^2}{G_g \cdot S_s} + \frac{K_\varphi}{G_g \cdot S_s} \right) \cdot \frac{d^2 y}{d\eta^2} \\ & + \frac{K_h \cdot H^2}{G_g \cdot S_s} \cdot \left(1 + \frac{K_\varphi}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s} \right) \cdot y \\ & = \left[\frac{\gamma_s \cdot A_s}{\gamma_g \cdot S_s} \cdot \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 + \frac{K_h \cdot H^2}{G_g \cdot S_s} \right] \\ & \cdot \left\{ 1 + \frac{K_\varphi}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s} + \frac{E_s \cdot I_s}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s \cdot H^2} \cdot \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \right\} \\ & - \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot \frac{S_s^*}{S_s} \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \eta \right) \quad (32) \end{aligned}$$

ここで、上の微分方程式、はりの変形および断面力の記述式、および境界条件式の各式中に現れる様々な定数係数を整理して、以下に示す8個の無次元パラメータを設定する。

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{\gamma_s \cdot A_s}{\gamma_g \cdot S_s} & R_2 &= \frac{S_s^*}{S_s} & R_3 &= \frac{G_g \cdot S_s \cdot H^2}{E_s \cdot I_s} \\ R_4 &= \frac{E_s \cdot I_s}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s \cdot H^2} & R_5 &= \frac{K_h \cdot H^2}{G_g \cdot S_s} & R_6 &= \frac{K_\varphi}{G_g \cdot S_s} \\ R_7 &= \frac{K_{B\varphi}}{G_g \cdot S_s \cdot H} & R_8 &= \frac{K_{Bh} \cdot H}{G_g \cdot S_s} \quad (33) \end{aligned}$$

また、はりの変形および断面力に関しても、次のとおり無次元量に正規化することにする。

$$\frac{\varphi \cdot H}{v_{g0}} \quad \frac{M}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} \quad \frac{Q \cdot H}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} \quad (34)$$

このようにすると、式(32)のほか、はりの変形および断面力の記述式、および境界条件式が、以下のとおり無次元パラメータを用いた式で表される。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R_3} \cdot \frac{d^4 y}{d\eta^4} - (R_4 \cdot R_5 + R_6) \cdot \frac{d^2 y}{d\eta^2} \\ & + R_5 \cdot (1 + R_3 \cdot R_4 \cdot R_6) \cdot y \\ & = \left[\left\{ \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot R_1 + R_5 \right\} \right. \\ & \cdot \left\{ 1 + R_3 \cdot R_4 \cdot R_6 + \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot R_4 \right\} \\ & \left. - \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot R_2 \right] \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \eta \right) \quad (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\varphi \cdot H}{v_{g0}} = -\frac{dy}{d\eta} - \frac{R_3 \cdot R_4}{1 + R_3 \cdot R_4 \cdot R_6} \\ & \cdot \left[\frac{1}{R_3} \cdot \frac{d^3 y}{d\eta^3} - (R_4 \cdot R_5 + R_6) \cdot \frac{dy}{d\eta} \right. \\ & \left. + \frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \left(R_2 - R_4 \cdot \left\{ \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot R_1 + R_5 \right\} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\cdot \sin\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \eta\right) \Big] \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{M}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} &= -\frac{1}{R_3} \cdot \frac{d^2 y}{d\eta^2} \\ +R_4 \cdot R_5 \cdot y - R_4 \cdot \left\{ \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot R_1 + R_5 \right\} \\ &\cdot \cos\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \eta\right) \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{Q \cdot H}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} &= \frac{1}{1 + R_3 \cdot R_4 \cdot R_6} \\ &\cdot \left[\frac{1}{R_3} \cdot \frac{d^3 y}{d\eta^3} - (R_4 \cdot R_5 + R_6) \cdot \frac{dy}{d\eta} \right. \\ &\left. + \frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \left(R_2 - R_4 \cdot \left\{ \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot R_1 + R_5 \right\} \right) \right. \\ &\left. \cdot \sin\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \eta\right) \right] \end{aligned} \quad (38)$$

$$\left(\frac{M}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} \right)_{\eta=0} = 0 \quad (39a)$$

$$\left(\frac{Q \cdot H}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} \right)_{\eta=0} = 0 \quad (39b)$$

$$\left(\frac{M}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} \right)_{\eta=1} = -R_7 \cdot \left(\frac{\varphi \cdot H}{v_{g0}} \right)_{\eta=1} \quad (39c)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{Q \cdot H}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} \right)_{\eta=1} &= (-1)^{m-1} \cdot \frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot R_2 \\ &+ R_8 \cdot y_{\eta=1} \end{aligned} \quad (39d)$$

(3) 微分方程式の解

無次元量に正規化した微分方程式(35)の解は、無次元パラメータ間の大小関係により、2通りに分かれる。すなわち、

$$V_1 = \frac{1}{2} \cdot R_3 \cdot (R_4 \cdot R_5 + R_6) \quad (40a)$$

$$V_2 = \sqrt{R_3 \cdot R_5 \cdot (1 + R_3 \cdot R_4 \cdot R_6)} \quad (40b)$$

として、 $V_1 > V_2$ の場合であれば、

$$\begin{aligned} y &= C_1 \cdot e^{\lambda_1 \eta} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 \eta} + C_3 \cdot e^{\lambda_3 \eta} + C_4 \cdot e^{\lambda_4 \eta} \\ &+ X \cdot \cos\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \eta\right) \end{aligned} \quad (41)$$

であり、 $V_1 < V_2$ の場合であれば、

$$y = D_1 \cdot e^{p\eta} \cdot \cos q\eta + D_2 \cdot e^{p\eta} \cdot \sin q\eta$$

$$\begin{aligned} &+ D_3 \cdot e^{-p\eta} \cdot \cos q\eta + D_4 \cdot e^{-p\eta} \cdot \sin q\eta \\ &+ X \cdot \cos\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \eta\right) \end{aligned} \quad (42)$$

となる。ただし、 $C_1 \sim C_4$ および $D_1 \sim D_4$ は任意定数である。また、 $\lambda_1 \sim \lambda_4$, p , q , X は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \sqrt{V_1 + \sqrt{V_1^2 - V_2^2}} & \lambda_2 &= -\lambda_1 \\ \lambda_3 &= \sqrt{V_1 - \sqrt{V_1^2 - V_2^2}} & \lambda_4 &= -\lambda_3 \end{aligned} \quad (43)$$

$$p = \sqrt{\frac{V_1 + V_2}{2}} \quad q = \sqrt{\frac{V_2 - V_1}{2}} \quad (44)$$

$$X = \frac{X_U}{X_L} \quad (45a)$$

$$\begin{aligned} X_U &= \left\{ \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot R_1 + R_5 \right\} \\ &\cdot \left\{ 1 + R_3 \cdot R_4 \cdot R_6 + \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot R_4 \right\} \\ &- \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \cdot R_2 \end{aligned} \quad (45b)$$

$$\begin{aligned} X_L &= \frac{1}{R_3} \cdot \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^4 \\ &+ (R_4 \cdot R_5 + R_6) \cdot \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2 \\ &+ R_5 \cdot (1 + R_3 \cdot R_4 \cdot R_6) \end{aligned} \quad (45c)$$

任意定数 $C_1 \sim C_4$ あるいは $D_1 \sim D_4$ は、4つの境界条件を満足するように決定されるものである。具体的には、変位 y の一般解である式(41)あるいは式(42)から、式(36), (37), (38)により φ , M , および Q の各式を導く。そして、それらを式(39)の4つの境界条件式に代入すると、4個の任意定数を未知数とする4元連立方程式が得られるから、これを解いて任意定数を決定する。こうして求められた4個の定数を先の y , M , Q , φ の各式に適用すれば、それぞれの解析解を得ることができる。ただし、4元連立方程式の解を書き下すことは困難であるから、最終的な解析解を陽な形の数式に表すことはできず、具体的な数値を入れての数値解を得る作業となる。

5. 改良型モデルの検証

(1) 剛はりの地震時挙動の解析解

改良型モデルについて前章で解析解を導いたが、その検証の一環として、はり完全に剛な場合の地震時挙動

を導いておく。

剛はりでは、曲げおよびせん断による変形のない剛体変位となり、それは前章と同じ記号を用いて次式で表すことができる。

$$y = y_{\eta=0} - (y_{\eta=0} - y_{\eta=1}) \cdot \eta \quad (46)$$

上式中のはりの上端の変位 $y_{\eta=0}$ と下端の変位 $y_{\eta=1}$ の2つは未知数であるが、地震力の作用方法等、その他の解析の考え方は改良型モデルと同じとすれば、力の釣合い条件によって、以下のように定まる。

$$y_{\eta=0} = \frac{v_0}{v_{g0}} = \frac{Y_{0U}}{Y_L} \quad (47)$$

$$y_{\eta=1} = \frac{v_H}{v_{g0}} = \frac{Y_{1U}}{Y_L} \quad (48)$$

$$Y_{0U} = \left\{ (-1)^{m-1} \cdot \frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \left(-\frac{R_5}{6} + R_6 + R_7 \right) + \frac{R_5}{2} + R_8 \right\} \cdot \left\{ \frac{R_5}{\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2} + R_1 - R_2 \right\} \quad (49a)$$

$$Y_{1U} = \left\{ (-1)^{m-1} \cdot \frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{R_5}{3} + R_6 + R_7 \right) - \frac{R_5}{2} \right\} \cdot \left\{ \frac{R_5}{\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2} + R_1 - R_2 \right\} \quad (49b)$$

$$Y_L = (R_5 + R_8) \cdot \left(\frac{R_5}{3} + R_6 + R_7 \right) - \frac{R_5^2}{4} \quad (49c)$$

また、正規化した曲げモーメントとせん断力は、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{M}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} &= R_6 \cdot (y_{\eta=0} - y_{\eta=1}) \cdot \eta \\ &+ \frac{R_5}{2} \cdot y_{\eta=0} \cdot \eta^2 - \frac{R_5}{6} \cdot (y_{\eta=0} - y_{\eta=1}) \cdot \eta^3 \\ &- \left\{ \frac{R_5}{\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2} + R_1 - R_2 \right\} \end{aligned}$$

$$\cdot \left\{ 1 - \cos \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \eta \right) \right\} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \frac{Q \cdot H}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} &= -R_5 \cdot y_{\eta=0} \cdot \eta + \frac{R_5}{2} \\ &\cdot (y_{\eta=0} - y_{\eta=1}) \cdot \eta^2 + \frac{2m-1}{2} \cdot \pi \end{aligned}$$

$$\cdot \left\{ \frac{R_5}{\left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \right)^2} + R_1 \right\} \cdot \sin \left(\frac{2m-1}{2} \cdot \pi \cdot \eta \right) \quad (51)$$

(2) 土柱立坑の地震時挙動の解析

第2章で考察した土柱立坑の地震時挙動を、改良型モデルを用いて解析してみる。ここでの解析条件としては、第4章(2)節で定義した無次元パラメータ（式(33)）が、 $R_1 = 1$, $R_2 = 1$, $R_3 = 16.6$, $R_4 = 0.06$, $R_5 = 135$, $R_6 = 2.1$, $R_7 = 2.4$, $R_8 = 35$ という値になる条件とした。これは、表層として層厚40m、単位体積重量18kN/m³、せん断波速度120m/sを、基盤層としてせん断波速度300m/sを、土柱立坑として横幅20m×奥行15mの中実の矩形断面で表層と同じ物性をもつものを、それぞれ想定したときの値であるが、無次元パラメータの値が等しければ、個々の寸法・物性の条件は異なっても計算結果は同じになる。なお、表層に1次固有モード形の水平変位が生じるように静的震度を与えたが、これも結果を正規化するので、震度の大きさ等には依存しない。

以上の条件に対する改良型モデルによる耐震計算の結果を図-11に示す。結果はいずれも無次元量に正規化してある。立坑の断面力については、曲げモーメント M 、せん断力 Q からそれぞれ縁応力 σ_{out} 、平均せん断応力 τ_{mean} を求め、それらをさらに表層底面における地震時周面せん断力の大きさ τ_H で正規化した σ^* 、 τ^* としてある。すなわち、

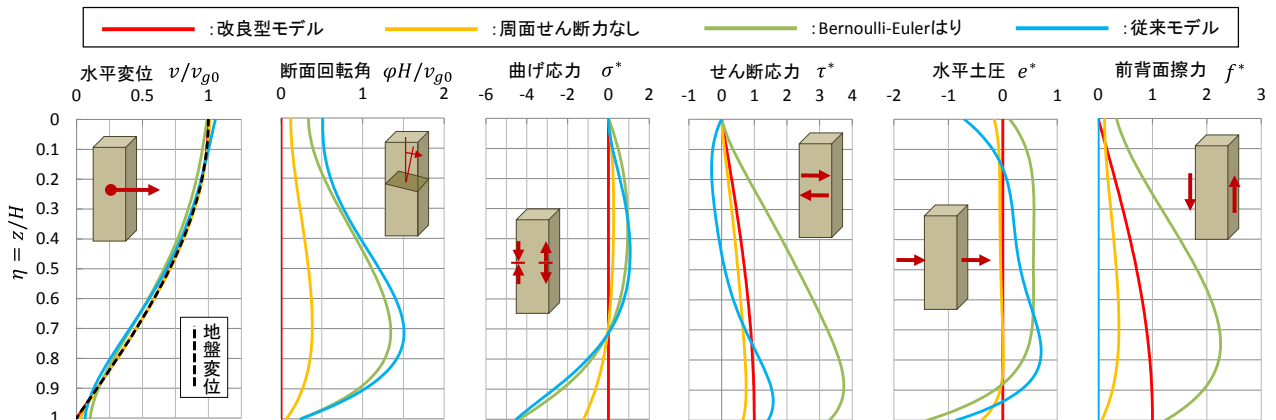


図-11 土柱立坑の耐震計算結果

$$\sigma^* = \frac{\sigma_{out}}{\tau_H} = \frac{1}{\frac{2m-1}{2}\pi} \cdot \frac{S_s^2}{I_s} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \frac{H}{\sqrt{S_s}} \cdot \frac{M}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} \quad (52a)$$

$$\tau^* = \frac{\tau_{mean}}{\tau_H} = \frac{1}{\frac{2m-1}{2}\pi} \cdot \frac{S_s}{A_s} \cdot \frac{Q \cdot H}{G_g \cdot S_s \cdot v_{g0}} \quad (52b)$$

また、水平土圧 e^* とは、前背面に作用する地震時地盤変位による荷重を τ_H で正規化したもので

$$e^* = \frac{k_H \cdot (v_g - v)}{\tau_H} \quad (53a)$$

である。立坑の前面および背面を上下方向に擦るように作用する前背面摩擦力 f^* は、地震時周面せん断力 τ_z と、立坑の断面回転角に伴う地盤反力との和を τ_H で正規化した

$$f^* = \frac{\tau_z + k_{SVB} \cdot \varphi \cdot a/2}{\tau_H} \quad (53b)$$

という量である。

さて、図-11を見ると、改良型モデルの計算（赤線）では、立坑変位が地盤変位と完全に一致、断面の回転角および曲げ応力は生じず、地盤に生じるせん断応力と等しい大きさのせん断応力だけが発生、前背面には地震時地盤変位による水平土圧はかからず、地震時周面せん断力だけが作用する、という土柱立坑の地震時挙動を完全に再現していることが分かる。こうした挙動となるのは、解析モデルの数式表現において、立坑と地盤の物性が等しいという条件

$$R_1 = R_2 = R_3 \cdot R_4 \left(= \frac{G_g \cdot S_s}{G_s \cdot \kappa \cdot A_s} \right) = 1 \quad (54)$$

のとき、式(45)による X が他のパラメータの如何によらずに1となり、さらに任意定数 $C_1 \sim C_4$ または $D_1 \sim D_4$ が全てゼロとなって、立坑の変位が地盤変位に等しくなるためである。

図-11には、他の条件で耐震計算した結果も併せて示してある。改良型モデルにおいて地震時周面せん断力を作用させないとしたケース（ $R_2 = 0$ ：橙線）では、この荷重により保たれていた力のバランスが崩れて、立坑の断面に回転角が生じている。これにより、鉛直方向の地盤ばねに反力が生じて、地震時周面せん断力を補うような形で前背面摩擦力 f^* が生じるが、それでは足りずに立坑・地盤間に変位差が生じて水平土圧 e^* もいくらか発生する。その結果、立坑に若干の曲げ応力が発生している。また、改良型モデルにおいてはりを用いた場合（ $R_4 = 0$ ：緑線）は、立坑変位と地盤変位とで曲線形状の差が大きく出ると、たわみ角が全て断面回転角になると

で、水平土圧と前背面摩擦力が大きく発生し、その結果として立坑の応力発生が過剰に評価されている。従来モデル（青線）は、Bernoulli-Eulerはりを用い、地震時周面せん断力、躯体慣性力、立坑の断面回転角に伴う地盤反力のいずれも考慮しない（ $R_1 = R_2 = R_4 = R_6 = 0$ ）計算法である。この計算法では、はりがせん断変形しないことに加えて、前背面摩擦力が全く働かず、地震時地盤変位の水平方向のみの作用（水平土圧）と底面における水平・回転の地盤反力だけが立坑に働くために、底面を中心に曲げの卓越した応力が発生している。地盤と同じ物性の立坑であるにもかかわらず、土柱立坑の挙動とは大きく異なっている。なお、図には示していないが、改良型モデルにおいて躯体慣性力を作用させないとした場合（ $R_1 = 0$ ）の計算結果は、改良型モデルの計算結果とほとんど変わらず、躯体慣性力の影響は小さいと言える。

(3) 剛はりととの整合性

改良型モデルではTimoshenkoはりを採用し、はりの曲げ変形およびせん断変形を考慮しているが、はりの剛性が高まれば、それらの変形量は小さくなり、やがては剛はりの挙動に近づくはずである。これを検証するために、改良型モデルのはりの剛性を種々変化させて耐震計算を行い、式(46)～(51)に導いた剛はりの挙動と比較してみる。計算対象とした立坑の諸条件は、基本は前節と同じ土柱立坑であり、立坑の剛性（ヤング率およびせん断弾性係数）のみ10倍にしたケースと300倍にしたケースの計算を行った。これは、無次元パラメータ R_3 を、基本ケースの1/10、1/300に変えた計算になる。

計算結果を図-12に示す。立坑の剛性が地盤の剛性の10倍（橙線）になると、もはや自由地盤（＝土柱立坑；赤線）の変位との間に差が生じ、比較的大きい応力が発生している。剛性が300倍（緑線）とは、標準的なコンクリートの剛性に相当するが、この場合は立坑は弓なりの変形をほとんどせず、ほぼ直線状の変位となっている。応力の出方もほぼ剛はり（青線）のそれと等しい。

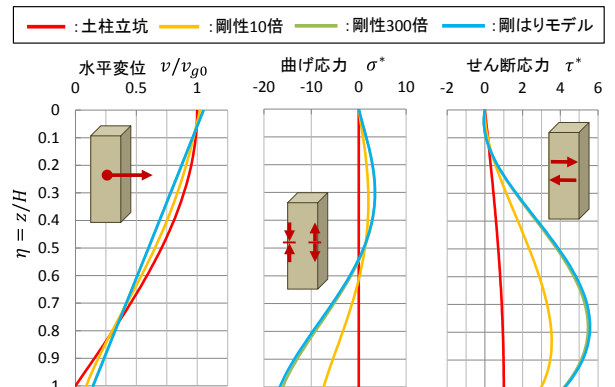


図-12 はりの剛性の違いによる発生応力の違い

すなわち、ここで設定した諸条件では、RC造の立坑であれば剛はりともみなして計算しても誤差は小さい。

また、図には示していないが、立坑の剛性を300倍よりも大きくしたケースでは、剛はりモデルの結果により近づく結果となることを確認している。以上から、改良型モデルと剛はりモデルとの整合性が確認できた。

(4) 3次元有限要素法モデルによる解析との比較

立坑構造物の耐震解析手法として最も精細な手法と考えられる3次元動的有限要素法解析との比較を行った。以下に示すものは、参考文献3)で実施された複数の解析ケースのうち、本解析モデルの検証に使える1つの解析ケースの結果を引用するものである。

解析対象となった立坑および地盤の条件と3次元有限要素法モデルを図-13に示す。原解析では、表層地盤は上層と下層に分かれ下層地盤の下位にさらに基盤層が存在する条件であるが、本検討では下層地盤を基盤層とみなす。原解析では耐震設計用地震動加速度波形を入力した動的解析であるが、この検証では、その時刻歴で得られる解析結果の中の、地表面変位が最大となる時間を選び、その瞬間における立坑の挙動に着目する。これを図-14に示す。左端の図は、その瞬間の変形を100倍に拡大して描いてあるが、上層地盤は概ね1次モードの変形を

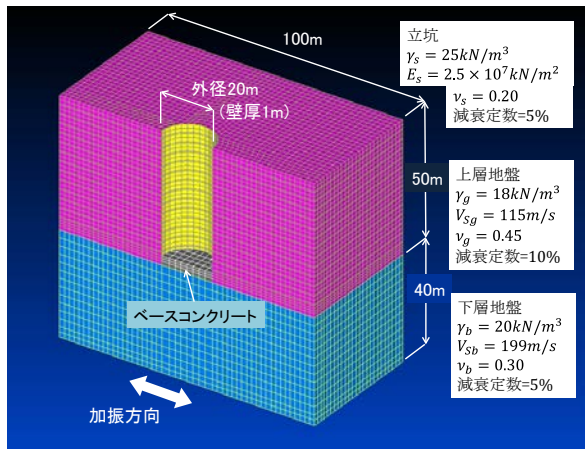


図-13 対象立坑の3次元動的有限要素法モデル

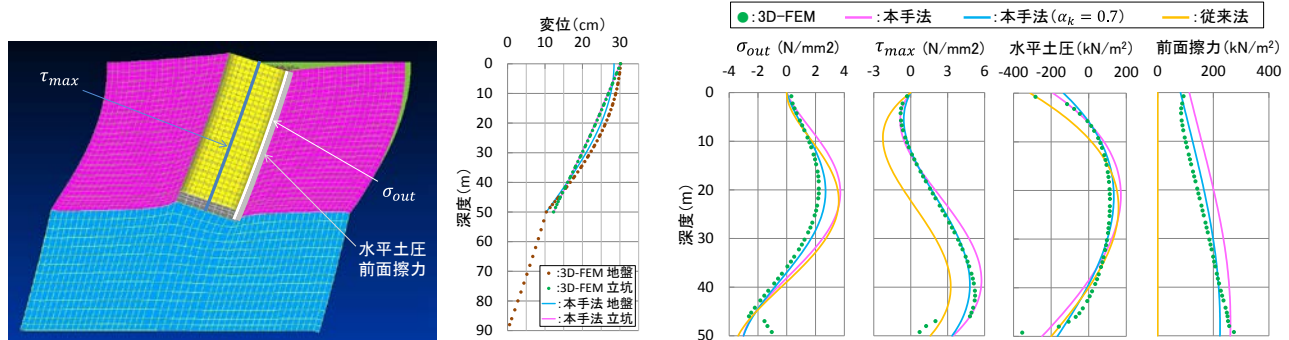


図-14 地震応答解析の結果（地表面変位が最大となった時間断面での各種応答値）

している。改良型モデルによる計算では、立坑の変位が原解析の結果と同等になるように水平震度を調整した ($\alpha_0 = 0.24$)。図に見るように、地盤および立坑の変位はほぼ原解析を再現している。

立坑の応力として、曲げによる前面側の側壁の縁応力 σ_{out} と、側面部分で最大となる面内せん断応力 τ_{max} とに着目した。また、前面側に作用する水平土圧と摩擦力も調べた（原解析では立坑に接するソリッド要素の応力）。これらに関して図示したとおり、本解析手法は3次元動的有限要素法解析の結果を定性的によく再現している。また、地盤ばねについて若干の試行錯誤の検討を行った結果、この解析条件に対しては、式(3b)、(4b)で使う補正係数 α_k を1.0ではなく0.7にすると定量的にもよく一致することが分かった。地盤ばねの評価に関しては、今後の課題である。一方、従来法は、前背面に作用する摩擦力の影響が考慮されないことが主因となって、せん断応力の発生を過少評価してしまっている。

6. 改良型モデルによるパラメトリック・スタディ

(1) パラメータの設定

ここでは、立坑構造物の地震時応力に関する全般的な特性を概観するために、改良型モデルを使ったパラメトリック・スタディを行う。改良型モデルの解析学的な記述には、式(33)で定義した $R_1 \sim R_8$ の8個の無次元パラメータが使われる。ここで、パラメトリック・スタディの便宜を図るために、地盤ばねの評価の基となっている地盤反力係数の算定式、例えば式(3b)について、以下のような近似化を行う。

$$k_H = 2.7 \times \alpha_k \cdot k_{H0} \left(\frac{B_H}{0.3} \right)^{-1} \quad (55)$$

すなわち、べき乗部分を $-3/4$ から -1 に変え、それを補うために2.7を乗じたものである。これで、換算載荷幅が概ね10mから30mの範囲でよく近似できる。こうする

と、例えば R_5 は、円形断面・矩形断面ともに

$$R_5 = \frac{K_h \cdot H^2}{G_g \cdot S_s} = 17.28(1 + \nu_g) \cdot \left(\frac{H}{\sqrt{S_s}} \right)^2 \quad (56)$$

となる。ほかの無次元パラメータも同様に簡略化ができ、結局、表-4に示すように、 r , κ , ν_s , ν_g , E_s/E_b , $P_1 \sim P_4$, という9個の単純な構成要素で無次元パラメータを組み立てることができるようになる。構成要素のうちには実際の条件として値にあまり変動幅がないものも多く、実質的には、立坑・表層の剛性比 P_2 と立坑の細長比 P_3 の2個（矩形断面の場合は辺長比 P_4 を加えた3個）のパラメータだけを変化させれば全体をカバーできる。そこで、立坑の施工事例のほかに、 $\gamma_g=18\text{kN/m}^3$, $\gamma_s=24\text{kN/m}^3$, $E_s=2.5 \times 10^7\text{kN/m}^2$ （鉄筋コンクリート造を想定）, $E_b=5 \times 10^5\text{kN/m}^2$ （およそ $V_{sb}=300\text{m/s}$ の基盤層に対応）, $V_{sg}=50 \sim 300\text{m/s}$ という標準的な値に基づいて、パラメータを表-5に示すとおりに設定した。

(2) 耐震計算の結果

表層が1次モードの変位となる場合の応答の1例を図-15に示す。同図には式(52)に定義した正規化応力 σ^* および τ^* の深さ方向の分布を描いており、★印で示した個所で最大となっている。こうした耐震計算を表-5に

表-4 無次元パラメータの構成要素

R_1	r, P_1
R_2	1 (地震時周面せん断力を考慮しない場合は0)
R_3	r, P_2, P_3
R_4	r, ν_s, κ, P_3
R_5	ν_g, P_3
R_6	ν_g, P_4 (矩形断面)
R_7	$E_s/E_b, P_2, P_3, P_4$ (矩形断面)
R_8	$E_s/E_b, P_2, P_3$
$r = \frac{t}{\sqrt{S_s}}, P_1 = \frac{\gamma_s}{\gamma_g}, P_2 = \frac{E_s}{G_g}, P_3 = \frac{H}{\sqrt{S_s}}, P_4 = \frac{b}{a}$	

表-5 パラメトリック・スタディの範囲

パラメータ	説明	設定値
値を固定するもの	r	立坑横断面の壁厚比
	κ	立坑断面形状補正係数
	ν_s	立坑躯体のポアソン比
	ν_g	表層地盤のポアソン比
	E_s/E_b	立坑・基盤の変形係数比
	P_1	立坑・表層の単位体積重量比
値を変化させるもの	P_2	立坑・表層の剛性比
	P_3	立坑の細長比
	P_4	矩形断面の辺長比

したがって実施し、応力の最大値 σ_{max}^* および τ_{max}^* を取りまとめた結果を図-16に示した。以下には、この結果の特徴について述べる。なお、特に断りのないかぎり、円形断面の立坑を基本としている。

まず、従来の解析モデルと本論文で提案した改良型モデルとの比較（図-16(a)）では、これまでも見てきたように、従来法では全般にせん断応力を過少に評価している。これは、従来法では立坑の前背面における地震時周面せん断力と上下方向地盤反力の合力である「擦力」を考慮していないことによる。曲げ応力に関しては、両者に大きな差はない。なお、細長比（ P_3 ）が5の σ_{max}^* の曲線が途中で変化しているが、これは最大値の発生する位置が、 $P_2 < 2800$ の範囲では立坑中央部付近であるのに対し、 $P_2 > 2800$ の範囲では底部になるためである。

躯体慣性力の影響は、細長比が1の場合にわずかに見られるが、全般に影響は小さいと言える（図-16(b)）。

改良型モデルでは Timoshenko はりを導入して躯体のせん断変形も考慮している。これは「土柱立坑」の解析には必須の要素であったが、一般的な鉄筋コンクリート造の立坑となると、せん断変形の影響が現れるのは細長い形状（ P_3 が5前後）で地盤が比較的硬い場合に限られる（図-16(c)）。

平面面積 S_s の等しい円形断面と正方形断面とでは、せん断応力にほとんど差はないが、曲げ応力は円形断面の方がやや大きく生じる（図-16(d)）。

長方形断面の場合は、細長比が1を超えれば、強軸方向に地震力を受けた方（ $b/a = 0.5$ ）が大きな応力を生じる（図-16(e)）。

図-16(f)は、同じ条件に対して剛はりモデルで耐震計算した結果を示したものである。これを見ると、細長比が2以下の立坑であれば、躯体の曲げ変形およびせん断変形を考慮して計算した結果とあまり変わらないことがわかる。

最後に、地震時地盤変位が2次モードの場合について、若干の計算結果を紹介する。図-15と同じ条件で $m=2$ と

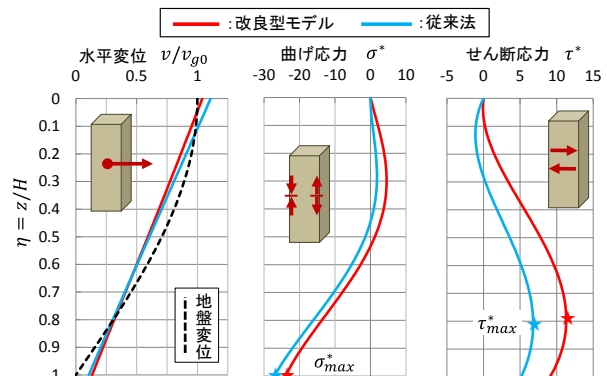


図-15 立坑の応答の例（円形断面、 $P_2=1000$, $P_3=2$ ）

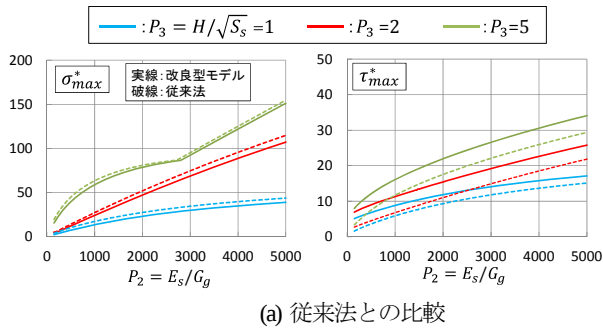
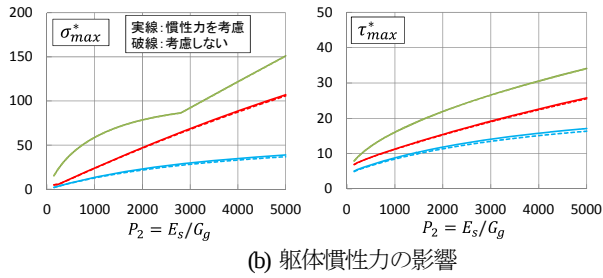
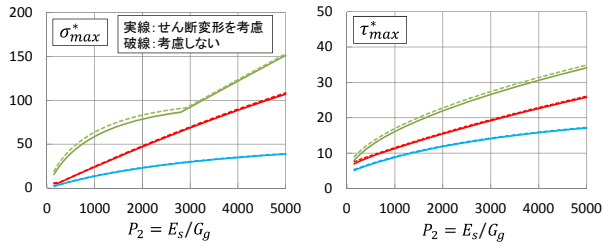


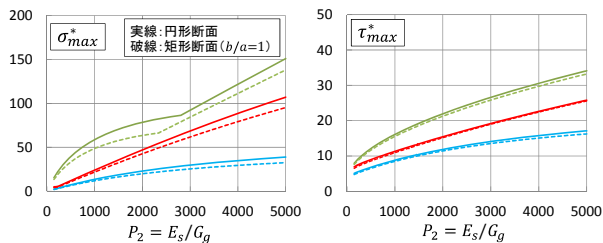
図-16 立坑応力の最大値（1次モード）



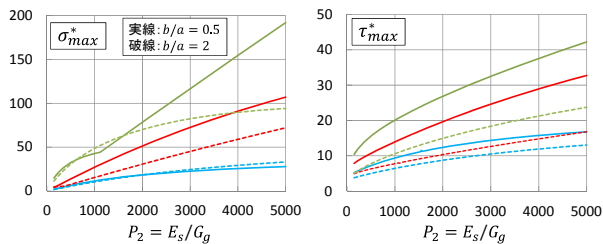
(c) 躯体のせん断変形の影響



(d) 円形断面と矩形断面の比較



(e) 矩形断面の辺長比の影響



(f) 剛はりモデルとの比較

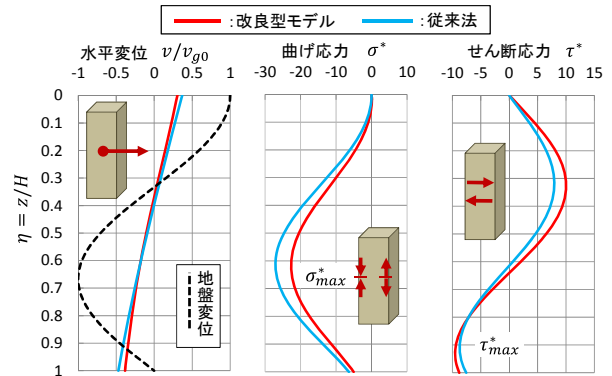
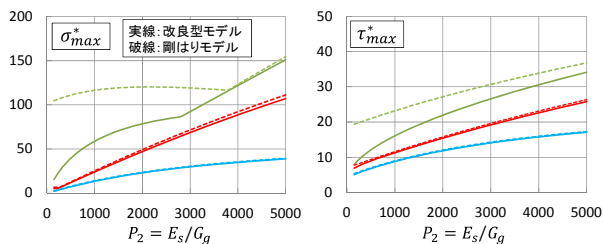


図-17 2次モードの例（円形断面, $P_2=1000$, $P_3=2$ ）

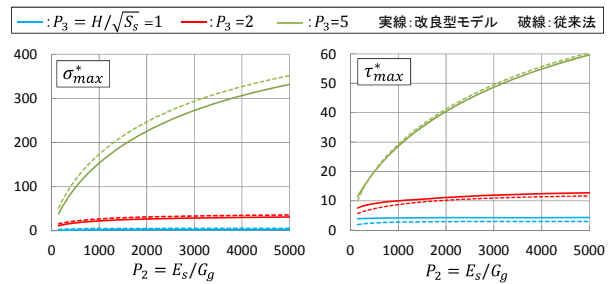


図-18 2次モードの変位に対する立坑の応力の最大値

した場合の立坑の変位・応力の分布が図-17 である。曲げ応力の最大値が、地盤変位の曲率最大点の近くで生じていることがわかる。せん断応力の分布は、地震時周面せん断力の分布形状によく対応している。この正規化応力の最大値とパラメータ P_2 および P_3 との関係を図-18 に示す。これを図-16(a)と比較すると、細長比が5の場合の2次モードによる正規化応力は、1次モードの約2倍になっている。正規化応力の分母は τ_H であり、2次モードでは1次モードの1/3の地表面変位で同じ τ_H になるので、2次モードでは1次モードの約1/6の地盤変位で同水準の応力が生じることになる。よって、細長い立坑では2次モードの影響が大きいことに注意する必要がある。

7. おわりに

立坑構造物の耐震計算法としてよく使われているはり・ばねモデル応答変位法について考察した。そして、地盤・立坑の地震時の相互作用の問題に立ち返って理論的に考え、水平方向の地震時地盤変位のみを作用させる現状の解析モデルに対して、地震時周面せん断力および躯体慣性力も加えて作用させる、立坑をTimoshenkoはりモデル化することでせん断変形の影響を考慮する、立坑壁面に鉛直方向の地盤ばねを付けて立坑の回転変位に対する地盤反力を考慮する、という改良を加えた解析モデルを提案した。これにより、地盤・立坑の地震時相

互作用を合理的に表現することのできる解析モデルの基本的な姿を提示できたと思う。

さらなる課題としては、地盤ばねの問題が最も大きいと思われる。ばね定数を合理的に算定する方法の確立のほか、大ひずみ時の非線形性を如何に考慮するかなど、応答変位法全般に共通する非常に難しい問題でもある。

最後に、この考察の全体を通しての感想として、「地震時に立坑は、周りの地盤から（曲げ作用ではなく）せん断作用を受けるのだ」という認識を強くしたことを付記しておきたい。

謝辞：第5章(4)で、3次元有限要素法解析の結果を整理するに際し、大成建設（株）技術センターにおける同僚の澤田茉伊さんの協力を得た。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 土木学会：2006年制定 トンネル標準示方書[開削工法]・同解説，pp.114-120，2006.
- 2) 土木学会関西支部：シールドトンネルの合理的耐震設計法ガイドライン（案），pp.97-110，2001.
- 3) 澤田茉伊・志波由紀夫・畑明仁・徳丸大介・小泉淳：大深度シールド立坑の地震時応力を軽減するための可撓継手の効果に関する解析的検討，第46回地盤工学研究発表会 講演集，pp.1429-1430，2011.
- 4) 大木晴雄，安中正，海津信廣：地中線立坑の地震時挙動の解析，第20回地震工学研究発表会講演概要，pp.413-416，1989.

- 5) 松元茉伊・志波由紀夫・渡辺和明：鉛直方向に長大な地中構造物の耐震解析への応答震度法の適用性に関する検討，土木学会論文集A1，Vol.68，No.4，pp.I_490-I_498，2012.
- 6) 建設省：建設省総合技術開発プロジェクト「地下空間の利用技術の開発報告書」（第3分冊），pp.596-598，1992.
- 7) 川島一彦編著：地下構造物の耐震設計，pp.141-154，鹿島出版会，1994.
- 8) 國近光生：大深度分割式立坑の耐震設計法の開発に関する基礎的研究，京都大学学位論文，2005.
- 9) 日本水道協会：水道施設耐震工法指針・解説 1979年版，pp.76-89 & 256-264，1979.
- 10) 日本水道協会：水道施設耐震工法指針・解説 2009年版 I 総論，pp.93-100，2009.
- 11) 上掲1)，pp.70-72.
- 12) 志波由紀夫・立石章：応答変位法における地震力評価の問題点とその改善，大成建設技術研究所報，第24号，pp.271-280，1991.
- 13) 立石章：応答変位法における地震荷重の作用方法に関する研究，土木学会論文集，No.441，pp.157-166，1992.
- 14) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 [I 共通編・IV下部構造編]，pp.295-320，2002.
- 15) 海津信廣，安中正，大木晴雄：地中線立坑の地震時挙動の観測，第20回地震工学研究発表会講演概要，pp.409-412，1989.
- 16) 西野文雄：構造物の弾性解析（新体系土木工学 7），pp.82-86，技報堂出版，1983.

(2012.09.03 受付)

A THEORETICAL STUDY ON THE ANALYTICAL MODEL USED IN THE SEISMIC DESIGN FOR UNDERGROUND VERTICAL SHAFT STRUCTURES

Yukio SHIBA

The “beam-and-spring model” which is popularly used in the seismic-deformation-method-based calculation for underground vertical shaft structures is discussed in this paper. At first, after the current beam-and-spring models adopted in several design guidelines are overviewed and ideal way of the analytical model is considered from the viewpoint of soil-structure interaction issues, a few problems concerned with seismic actions and mechanical elements in the current methods are pointed out. Then, a new method of seismic calculation using an advanced beam-and-spring model which improves the current one is proposed. And the seismic behavior of a very simple ground-shaft system is formularized based on the improved method. Finally, these results are examined through a numerical simulation, and some parametric studies about general properties of the seismic stress occurred in shaft structures are conducted.