大変形（有限ひずみ）理論による ケーソン式混成防波堤の地震応答解析

上田　恭平[1]・井合　進[2]・飛田　哲男[3]・小堤　治[4]

[1]正会員　博士（工学）　公益財団法人鉄道総合技術研究所
（〒185-8540 東京都国分寺市光町2-8-38）
E-mail:ueda@rtri.or.jp

[2]正会員　工博　京都大学教授　防災研究所（〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄）
[3]正会員　Ph.D　京都大学助教　防災研究所（　同上　）
[4]正会員　博士（工学）（株）明窓社（〒170-0014 東京都豊島区池袋1-8-7）

地盤・構造物系の地震時被害推定においては，地盤や構造部材を適切にモデル化し，信頼性のある解析手法を用いる必要がある．本研究では，大変形理論に基づき拡張されたひずみ空間多重せん断モデルを用い，ケーソン式混成防波堤を対象に地震応答解析を実施した．その結果，従来の微小変形解析ではケーソン天端の沈下量などをやや過大評価しているのに対し，大変形解析では実際の被災程度に合致する値が得られた．このことより，材料非線形性に加えて幾何学的非線形性を適切に考慮することで，より精度の高い地盤・構造物系の地震時被害推定が可能になるといえる．また，液状化対象層の内部摩擦角にばらつきを与えて地震応答解析を実施した結果，大変形解析では微小変形解析と比較して，ケーソン天端の沈下量のばらつきが低減されることがわかった．

Key Words : *seismic response analysis, breakwater, geometrical nonlinearity, finite strain theory*

1. はじめに

1995年の兵庫県南部地震では，神戸港において地表面最大加速度が水平方向で0.54g，鉛直方向で0.45gの強い揺れに見舞われた（Inagaki et al., 1996）．これにより，多くの港湾構造物，特にコンクリート製ケーソンような剛体ブロックで構成されるタイプの構造物において，顕著な被害が生じたことが報告されている（阪神・淡路大震災調査報告編集委員会，1998）．例えば，ケーソン式岸壁は，地震動による繰返しせん断の影響で背後の埋立地盤において液状化が発生した影響で，最大で5mほど海側に変形する結果となった．また，ケーソン式の混成型防波堤においては，水平方向には大きな変位は生じなかったものの，鉛直方向では最終的に2m程度の沈下が発生している．

2011年に発生した東北地方太平洋沖地震においても，港湾構造物の被害が報告されている（高橋ら，2011）．この地震では，地震動そのものによる被害に加え，地震随伴事象としての津波による被害が甚大なものであった．特に防波堤の被害としては，津波外力に起因するものがほとんどであり，八戸港や釜石港，大船渡港などにおいて防波堤ケーソンの滑動や転倒が生じたことが報告されている．また，地震動による被害としては，相馬港および茨城港における岸壁の被害が特徴的であった．相馬港では，まず地震動の作用により岸壁が海側に大きくはらみだすことで背後のエプロン部に沈下が生じ，ここに津波（引き波）外力が作用することで岸壁の甚大な被害が生じたものと考えれれている．このような地震動と津波の複合作用による被害のメカニズムは複雑なものであり，今後の新たな研究成果が待たれるところである．

我が国はこれまでに繰り返し大きな地震に見舞われており，各種の地盤・構造物系の社会基盤施設に被害が発生した例として，上記の他にも2003年十勝沖地震や2004年新潟県中越地震などが挙げられる．また，近い将来において，南海トラフを震源域とする東海・東南海・南海連動型地震の発生の可能性が高まっており，喫緊の問題として危惧されている．仮にこの地震が発生すれば，港湾構造物にも多くの深刻な被害が生じることが予想されることから，大地震時における構造物の被害をできる限り正確に予測し，必要であれば適切な地震対策を実施することにより耐震性能の向上を図る必要がある．

港湾構造物などの地盤・構造物系の地震時被害を推定

するための手法には簡易法から詳細法まで様々なものが存在するが，有限要素法を用いた有効応力解析法は，地盤の非線形性や地盤・構造物の動的相互作用を考慮できることから非常に有効な手法の一つである．液状化などの地盤の非線形性を適切に考慮できる構成モデルとしては，ひずみ空間多重せん断モデル（Iai et al., 1992; Iai & Ozutsumi, 2005）が挙げられる．このモデルは，土の繰返しせん断時に重要となる主応力軸の回転の影響を適切に考慮でき，特に港湾構造物の地震時被害推定においてこれまでにも数多くの実績を有している．しかしながら，このモデルは微小変形理論に立脚して定式化がなされていたため，原則的にその適用範囲は変形およびひずみが大きくない現象に限られていた．これを受けて，地震時における地盤・構造物系の被害推定をこれまで以上に高精度で行うため，大変形現象に伴う幾何学的非線形性を適切に考慮できるよう，大変形（有限ひずみ）理論（Total Lagrangian法およびUpdated Lagrangian法）の枠組みでひずみ空間多重せん断モデルの拡張がなされた（上田, 2009; Iai et al., 2012）．

本研究では，拡張されたひずみ空間多重せん断モデルを用いて，1995年兵庫県南部地震において被害を受けた神戸港第７防波堤を対象とした地震応答解析を実施する．地震応答解析では従来の微小変形解析と幾何学的非線形性を考慮した大変形（有限ひずみ）解析の両者を実施することで，拡張された構成モデルの適用性を検証する．

2. 対象とするケーソン式混成防波堤の概要

本研究における地震応答解析で対象とするのは，1995年兵庫県南部地震の際に被災した神戸港第7防波堤である．対象とした神戸港第7防波堤の位置を**図-1**に示す．神戸港では，軟弱な粘性土からなる海底地盤を床掘りし，まさ土による置換を行っている．第7防波堤における置換層の層厚は25m程度である．1995年兵庫県南部地震の際，神戸港では水平最大加速度0.54Gの強い地震動を受けたものの，**表-1**に示すとおり，防波堤の法線方向の移動量はわずか数10cm程度にとどまっている．一方，沈下量に関しては，同表より1.0～2.5m程度の値が観測されており，対象とする第7防波堤の天端沈下量は最大で2.6mとなっている．神戸港第7防波堤の地震後の被災変形断面を**図-2**に示す．同図に示すとおり，第7防波堤の被災形態の特徴としては，置換砂の液状化および軟化によりケーソンが捨石マウンドの中にめり込むような形で沈下し，捨石マウンドもそれに引き込まれるように変形している点が挙げられる．このような防波堤の挙動は，地震動による背後埋立地盤の液状化に起因するケーソン式岸壁の挙動とは対照的なものである．すなわち，岸壁の場合はケーソン背後の裏込石や埋立土からの影響を受けるのに対し，防波堤の場合はそれらの影響が存在しないために，両者の挙動は異なったものとなる．

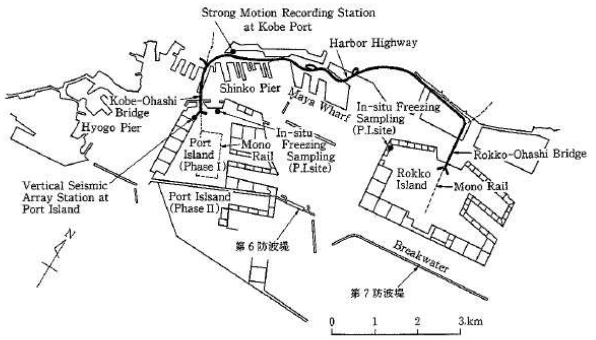

図-1　神戸港第7防波堤の位置図（阪神・淡路大震災調査報告編集委員会，1998）

表-1　防波堤の被災状況（阪神・淡路大震災調査報告編集委員会（1998）を基に作成）

防波堤	延長 (m)	天端高 (m)	法線の出入り (m)	天端沈下量 (m)
第1防波堤	1,220	+4.0	約 1.0	1.1～1.4
第1南防波堤	300	+4.0	約 0.2	1.0～1.6
和田岬防波堤	252	+3.0	約 0.1	0.1～1.2
第2防波堤	109	+2.5	約 0.5	1.1～1.7
第3防波堤西	128	+1.8	約 0.2	1.9～2.7
第3防波堤東	112	+3.0	約 0.3	1.7～2.6
第4防波堤	617	+3.0	約 0.6	0.2～1.7
第5防波堤	1,276	+5.0	約 0.4	1.3～2.1
第6防波堤	1,052	+5.0	約 0.1	1.2～1.7
第6南防波堤	830	+5.0	約 0.4	1.2～2.1
第7防波堤	4,180	+5.0	約 0.6	1.4～2.6

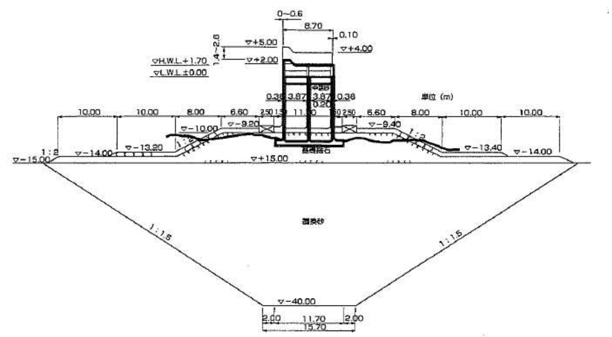

図-2　神戸港第7防波堤の被災変形断面（阪神・淡路大震災調査報告編集委員会，1998）

3. 地盤の構成モデル

(1) 微小変形理論に基づくひずみ空間多重せん断モデル

本研究では，ひずみ空間多重せん断モデル（Iai et al.,

1992）に新たなストレス-ダイレイタンシ関係を組み込んだ構成モデル（Iai et al., 2011）を用い，地震時の有効応力解析を実施する．以下に，構成モデルの概要を示す．

まず，砂のような粒状体に対して，**図-3**に示すように粒子間の接点力$\mathbf{P}$を粒子中心を結ぶブランチ方向とそれに直交する接線方向に分解して考える．

$$\mathbf{P} = F\mathbf{n} + S\mathbf{t} \tag{1}$$

ここに，$\mathbf{n}$は砂などの粒状体における接触粒子間のブランチ方向に沿う単位ベクトル，$\mathbf{t}$は$\mathbf{n}$と直行する単位ベクトルである．

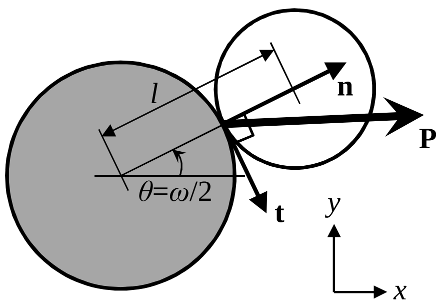

図-3　粒状体モデルにおけるベクトル類の概念図

ここで，連続体として定義されるマクロな意味での有効応力$\boldsymbol{\sigma}'$（2階のテンソル量）は，式(1)の接点力を，対象とする領域Vにおいて体積平均することにより，以下のように与えられるものと考える．

$$\boldsymbol{\sigma}' = \frac{1}{V}\sum l\left(F\mathbf{n}\otimes\mathbf{n} + S\mathbf{t}\otimes\mathbf{t}\right) \tag{2}$$

ここに，lは**図-3**に示すブランチの長さである．

次に，式(2)における2階のテンソル量を等方成分と偏差成分とに分解し，非常に多くの粒子接触を考えると，最終的にひずみ空間多重せん断モデルの基本形が以下のように与えられる．

$$\boldsymbol{\sigma}' = -p\mathbf{I} + \int q\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\rangle \mathrm{d}\omega \tag{3}$$

$$\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\rangle = \mathbf{t}\otimes\mathbf{n} + \mathbf{n}\otimes\mathbf{t} \tag{4}$$

ここに，2次元平面ひずみ条件では，

$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma'_y \end{bmatrix} \tag{5}$$

であり，pは有効拘束圧（等方圧力），$\mathbf{I}$は2階の単位テンソル，qは仮想単純せん断応力である．仮想単純せん断応力qは，以下に示す仮想単純せん断ひずみγの関数として与えられる．

$$\gamma = \langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\rangle : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{6}$$

ここに，2次元平面ひずみ条件では，

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy}/2 \\ \gamma_{xy}/2 & \varepsilon_y \end{bmatrix} \tag{7}$$

となる．

次に，体積ひずみは以下のとおり与えられる．

$$\varepsilon = \mathbf{I} : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{8}$$

ここで，砂などの粒状体に特有のダイレイタンシの効果を考慮するため，ダイレイタンシに起因する体積ひずみをε_{d}とし，以下のような有効体積ひずみε'を定義する．

$$\varepsilon' = \varepsilon - \varepsilon_{\mathrm{d}} \tag{9}$$

ここに，ダイレイタンシによる体積ひずみε_{d}は，以下のように収縮的成分（負のダイレイタンシ）$\varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}}$と膨張的成分（正のダイレイタンシ）$\varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}}$に分解されるものとする．

$$\varepsilon_{\mathrm{d}} = \varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}} + \varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}} \tag{10}$$

式(3)の両辺を微分することにより，以下のとおり増分形の構成関係が与えられる．

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \mathbb{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{C} &= K_{\mathrm{L/U}}\mathbf{I}\otimes\mathbf{I} + \int G_{\mathrm{L/U}}\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\rangle\otimes\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\rangle \mathrm{d}\omega \\ &-K_{\mathrm{L/U}}\mathbf{I}\otimes\mathbf{I}_{\mathrm{d}} + \int\left(H_{\mathrm{L/U}} + L_{\mathrm{L/U}}\right)\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\rangle\otimes\mathbf{I}\mathrm{d}\omega \\ &-\int\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\rangle\otimes\left(H_{\mathrm{L/U}}\mathbf{I}_{\mathrm{d}} + L_{\mathrm{L/U}}\mathbf{I}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}}\right)\mathrm{d}\omega \end{aligned} \tag{12}$$

また，ダイレイタンシによる体積ひずみの膨張的および収縮的成分の増分は，以下のように与えられる．

$$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}} = \mathbf{I}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{13}$$

$$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}} = \mathbf{I}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{14}$$

ここに，

$$\mathbf{I}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}} = \int \frac{\gamma/\gamma_{\mathrm{v}}}{1+|\gamma/\gamma_{\mathrm{v}}|}\mathrm{M}_{\mathrm{fv}}\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\rangle \mathrm{d}\omega \tag{15}$$

$$\mathbf{I}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}} = -\int \mathrm{M}_{\mathrm{v}}\left(1-\left(\frac{G_{\mathrm{L/U}}}{G_{\mathrm{L0}}}\right)\right)\left|\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\rangle\right|^{*} \mathrm{d}\omega \tag{16}$$

なお，式(12)(15)(16)における各項の詳細については，Iai et al. (2011)を参照のこと．

(2)　基準配置に基づくひずみ空間多重せん断モデルの大変形（有限ひずみ）定式化

前節で述べたひずみ空間多重せん断モデルは微小変形理論に基づくため，幾何学的非線形性を伴うような現象を取り扱うにあたっては精度上の問題がある．そこで，大変形現象を考慮できるよう，大変形（有限ひずみ）理論に基づき構成モデルの拡張がなされている（上田，

2009; Iai et al., 2012）．ここでは，拡張された構成モデルの概要のみを示す．

まず，変形前の基準配置を考え，接触粒子間のブランチ方向に沿う単位ベクトルを$\mathbf{N}$，それに直交する単位ベクトルを$\mathbf{T}$とおく（**図-4**）．これらのベクトルは，物質の変形により，その向きと大きさを変えることとなる．すなわち，変形後の現配置においては以下のとおり与えられる．

$$\mathbf{n} = \mathbf{F}\mathbf{N} \tag{17}$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{F}\mathbf{T} \tag{18}$$

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \tag{19}$$

ここに，$\mathbf{X}$は基準配置での位置ベクトル，$\mathbf{x}$は現配置での位置ベクトル，$\mathbf{F}$は変形勾配である．

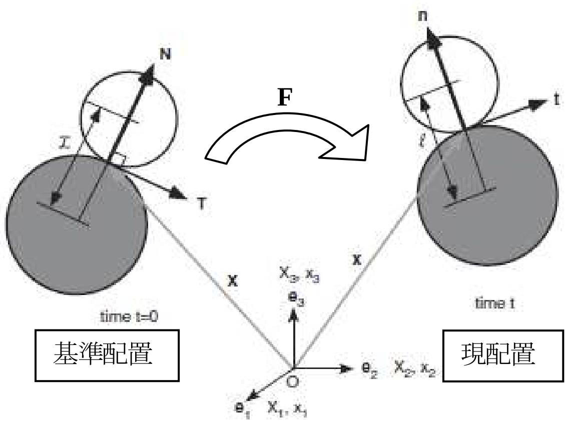

図-4　大変形理論における粒状体のベクトル類の概念図

ひずみ空間多重せん断モデルの基準配置における構成関係は，第2Piola-Kirchhoff有効応力$\mathbf{S}'$を用いて以下のとおり与えられる．

$$\mathbf{S}' = \mathbf{S}'_p + \mathbf{S}'_q = -Jp\mathbf{C}^{-1} + J^{-1}\mathbb{Q}:\bar{\mathbf{S}} \tag{20}$$

ここに，$\mathbf{C}$は右Cauchy-Greenテンソル，$J\ (=\det \mathbf{F})$はJacobian determinantであり変形前後での体積比を表す．また，4階テンソル$\mathbb{Q}$および2階テンソル$\bar{\mathbf{S}}$は，以下のように定義される．

$$\mathbb{Q} = \mathbb{N} - \frac{1}{2}\mathbf{C}^{-1}\otimes\mathbf{C} \tag{21}$$

$$\bar{\mathbf{S}} = \int Jq\langle \mathbf{T}\otimes\mathbf{N}\rangle \mathrm{d}\omega \tag{22}$$

変形前の基準配置における増分形の構成関係は，式(20)の両辺の物質時間微分より，以下のとおり与えられる．

$$\dot{\mathbf{S}}' = \mathbb{C}:\dot{\mathbf{E}} = \left(\mathbb{C}_p + \mathbb{C}_q\right):\dot{\mathbf{E}} \tag{23}$$

ここに，$\mathbf{E}$はGreen-Lagrangeひずみテンソルであり，式(23)の右辺各項は以下のとおり表される．

$$\begin{aligned}\mathbb{C}_p &= J\left(K_{\mathrm{L/U}} - p\right)\mathbf{C}^{-1}\otimes\mathbf{C}^{-1} \\ &\quad + 2Jp\mathbf{C}^{-1}\odot\mathbf{C}^{-1} - JK_{\mathrm{L/U}}\mathbf{C}^{-1}\otimes\mathbf{C}_{\mathbf{d}}^{-1}\end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{C}_q &= J^{-1}\left[\mathbb{Q}:\bar{\mathbb{C}}_q + \left(\mathbf{C}:\bar{\mathbf{S}}\right)\tilde{\mathbb{Q}}\right] \\ &\quad - \left(\mathbf{C}^{-1}\otimes\mathbf{S}'_q + \mathbf{S}'_q\otimes\mathbf{C}^{-1}\right)\end{aligned} \tag{25}$$

$$\bar{\mathbb{C}}_q = \int J\langle \mathbf{T}\otimes\mathbf{N}\rangle\otimes\mathbf{C}_q^{-1}\mathrm{d}\omega \tag{26}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{C}_q^{-1} &= q\mathbf{C}^{-1} + G_{\mathrm{L/U}}\langle \mathbf{T}\otimes\mathbf{N}\rangle \\ &\quad + H_{\mathrm{L/U}}\left(\mathbf{C}^{-1} - \mathbf{C}_{\mathbf{d}}^{-1}\right) + L_{\mathrm{L/U}}\left(\mathbf{C}^{-1} - \mathbf{C}_{\mathbf{dc}}^{-1}\right)\end{aligned} \tag{27}$$

$$\tilde{\mathbb{Q}} = \mathbf{C}^{-1}\odot\mathbf{C}^{-1} - \frac{1}{2}\mathbf{C}^{-1}\otimes\mathbf{C}^{-1} \tag{28}$$

また，基準配置における膨張的および収縮的ダイレイタンシに起因する体積ひずみは，以下のとおりとなる．

$$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}} = \mathbf{C}_{\mathrm{dd}}^{-1}:\dot{\mathbf{E}} \tag{29}$$

$$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}} = \mathbf{C}_{\mathrm{dc}}^{-1}:\dot{\mathbf{E}} \tag{30}$$

ここに，

$$\mathbf{C}_{\mathrm{dd}}^{-1} = J^{-1}\int \frac{\gamma/\gamma_{\mathrm{v}}}{1+\left|\gamma/\gamma_{\mathrm{v}}\right|}\mathrm{M}_{\mathrm{fv}}\left(\langle \mathbf{T}\otimes\mathbf{N}\rangle - \frac{1}{2}\gamma\mathbf{C}^{-1}\right)\mathrm{d}\omega \tag{31}$$

$$\mathbf{C}_{\mathrm{dc}}^{-1} = -\int \mathrm{M}_{\mathrm{v}}\left(1 - c_1\left(\frac{G_{\mathrm{L/U}}}{G_{\mathrm{L0}}}\right)\right)\left|\langle \mathbf{T}\otimes\mathbf{N}\rangle\right|^{*}\mathrm{d}\omega \tag{32}$$

構成モデルの詳細は，上田（2009）もしくはIai et al. (2012)を参照のこと．

なお，ここで述べた基準配置に基づく構成モデル（および運動方程式などの支配方程式）を用いた解析手法は，Total Lagrangian法（これ以降，TL法と称す）と呼ばれている．

(3)　現配置に基づくひずみ空間多重せん断モデルの大変形（有限ひずみ）定式化

変形後の現配置におけるひずみ空間多重せん断モデルの構成関係は，基準配置における構成式（式(20)）をpush-forward（Holzapfel, 2001）することにより与えられる．

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma}'_p + \boldsymbol{\sigma}'_q = -p\mathbf{I} + J^{-1}\mathbb{Z}:\bar{\boldsymbol{\sigma}} \tag{33}$$

ここに，$\boldsymbol{\sigma}'$はCauchy有効応力であり，式(33)の右辺各項は以下のとおり表される．

$$\mathbb{Z} = \mathbb{N} - \frac{1}{2}\mathbf{I}\otimes\mathbf{I} \tag{34}$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \int q\langle \mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\rangle \mathrm{d}\omega \tag{35}$$

現配置における増分形の構成関係は，Kirchhoff有効応力のOldroyd応力速度（Holzapfel, 2001）を用いて，以下のとおり与えられる．

$$\mathrm{Oldr}\left(J\boldsymbol{\sigma}'\right)=J\mathbb{C}:\mathbf{d}=J\left(\mathbb{C}_p+\mathbb{C}_q\right):\mathbf{d} \tag{36}$$

ここに，$\mathbf{d}$ は変形速度テンソルであり，式(36)の右辺各項は以下のとおり表される．

$$\mathbb{C}_p=\left(K_{\mathrm{L/U}}-p\right)\mathbf{I}\otimes\mathbf{I}+2p\mathbb{N}-K_{\mathrm{L/U}}\mathbf{I}\otimes\mathbf{I}_{\mathrm{d}} \tag{37}$$

$$\mathbb{C}_q=J^{-1}\left[\mathbb{Z}:\overline{\mathbb{C}}_q+\mathrm{tr}\bar{\boldsymbol{\sigma}}\mathbb{Z}\right]-\left(\mathbf{I}\otimes\boldsymbol{\sigma}'_q+\boldsymbol{\sigma}'_q\otimes\mathbf{I}\right) \tag{38}$$

$$\overline{\mathbb{C}}_q=\int\left\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\right\rangle\otimes\mathbf{I}_q\mathrm{d}\omega \tag{39}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_q&=q\mathbf{I}+G_{\mathrm{L/U}}\left\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\right\rangle+H_{\mathrm{L/U}}\left(\mathbf{I}-\mathbf{I}_{\mathrm{d}}\right)\\&\quad+L_{\mathrm{L/U}}\left(\mathbf{I}-\mathbf{I}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}}\right)\end{aligned} \tag{40}$$

また，現配置におけるダイレイタンシによる体積ひずみの膨張的および収縮的成分は，以下のとおりとなる．

$$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}}=\mathbf{I}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}}:\mathbf{d} \tag{41}$$

$$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}}=\mathbf{I}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}}:\mathbf{d} \tag{42}$$

ここに，

$$\mathbf{I}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}}=J^{-1}\int\frac{\gamma/\gamma_{\mathrm{v}}}{1+\left|\gamma/\gamma_{\mathrm{v}}\right|}\mathrm{M}_{\mathrm{fv}}\left(\left\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\right\rangle-\frac{1}{2}\gamma\mathbf{I}\right)\mathrm{d}\omega \tag{43}$$

$$\mathbf{I}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}}=-\int\mathrm{M}_{\mathrm{v}}\left(1-c_1\left(\frac{G_{\mathrm{L/U}}}{G_{\mathrm{L0}}}\right)\right)\left|\left\langle\mathbf{t}\otimes\mathbf{n}\right\rangle\right|^{*}\mathrm{d}\omega \tag{44}$$

構成モデルの詳細は，上田（2009）もしくはIai et al. (2012)を参照のこと．

なお，ここで述べた物質の変形後の現配置に基づく構成モデル（および運動方程式などの支配方程式）を用いた解析手法は，Updated Lagrangian法（これ以降，UL法と称す）と呼ばれている．以上より，大変形（有限ひずみ）解析においてはTL法とUL法の2種類の解析手法が存在するため，次章以降の地震応答解析では，従来の微小変形解析に加えてTL法とUL法の両者による大変形（有限ひずみ）解析を実施する．

4. 地震応答解析の概要

解析対象とする神戸港第7防波堤の断面モデルの土層区分および有限要素分割を図-5に示す．ここで用いたメッシュは，藤井ら（2008）を参考にして設定した．解析モデルの境界条件は，底面を固定境界，側方を粘性境界とし，自由地盤部の解析もあわせて実施した．

各土層に対する多重せん断モデルの変形特性に関するパラメータを表-2に，ダイレイタンシー特性に関するパラメータを表-3に示す．これらのパラメータは，既往の文献（藤井ら，2008）を参考にして設定した．なお，前節の場合と同様に，捨石マウンドのパラメータとしては捨石旧定数（小堤，2003）を用いて解析を実施している．表-3に示すダイレイタンシー関連のパラメータは，六甲アイランドの置換砂について実施された非排水繰り返し三軸試験結果にフィッティングするよう，要素シミュレーションを行うことにより設定した（図-6）．同表における砂の定常状態での非排水せん断強度（例えば，Yoshimine & Ishihara（1998）参照）は，兵頭ら（1997）によれば初期拘束圧により値が異なることが報告されているが，ここでは，初期拘束圧が50kPaおよび100kPaにおける試験結果を参考にし，q_{us}=20kPaおよびq_{us}=40kPaの2種類の値を採用することとした．次に，ケーソン各部の物性値を表-4に示す．なお，ケーソン各部の構成モデルには，上田ら（2009）により提案された多重せん断モデル型の線形弾性体モデルを適用することとした．

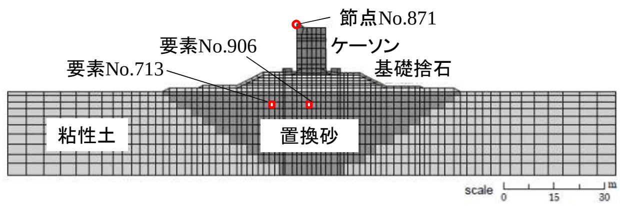

図-5　神戸港第7防波堤の有限要素分割図

表-2　多重せん断モデルにおける変形特性パラメータ

土層名		変形特性							
	湿潤密度	基準初期せん断剛性	基準体積弾性係数	基準拘束圧	拘束圧依存係数	間隙率	内部摩擦角	粘着力	履歴減衰上限値
	ρ	G_{ma}	K_{ma}	σ_{ma}'	m_G,m_K	n	φ_f	c	h_{max}
	(t/m^3)	(kPa)	(kPa)	(kPa)			(°)	(kPa)	
粘性土	1.70	74970	195500	143.0	0.5	0.45	30.0	0.0	0.30
基礎捨石	2.00	180000	469000	98.0	0.5	0.45	35.0	0.0	0.30
置換砂	1.80	84695	220872	98.0	0.5	0.45	39.7	0.0	0.24

表-3　多重せん断モデルにおけるダイレイタンシー特性パラメータ

土層名	ダイレイタンシー特性										q_{us}
	変相角	ダイレイタンシーパラメータ									
	φ_p	ε_d^{cm}	$r_{\varepsilon_d^c}$	r_{ε_d}	q_1	q_2	l_K	r_K	S_1	c_1	
	(°)										(kPa)
置換砂	28.0	0.45	1.20	0.90	1.00	1.00	2.00	0.11	0.005	1.65	20.0
											40.0

解析の手順としては，まず重力の作用下での初期応力状態を求めるために自重解析を排水条件で実施し，それに引き続いて非排水条件の下で地震応答解析を実施した．入力地震動としては，**図-7**に示す神戸港ポートアイランドの鉛直アレー地震観測網により得られた1995年の兵庫県南部地震の際の観測記録（NS成分とUD成分）を用いた．解析時間は20秒間とし，微小変形解析およびTL法とUL法の2種類の方法による大変形（有限ひずみ）解析により地震応答解析を行った．

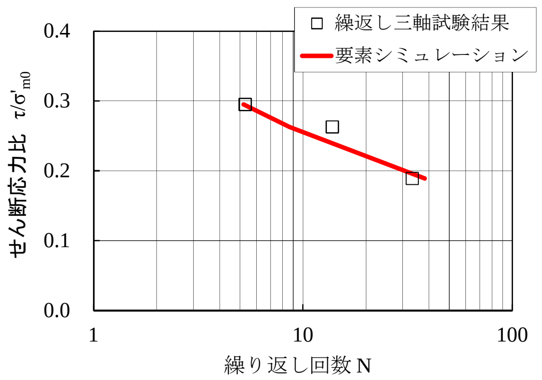

図-6　液状化抵抗曲線

表-4　構造物の解析定数（線形平面要素）

構造物	密度	ヤング率	ポアソン比
	ρ	E	ν
	(t/m^3)	(kPa)	
ケーソン	2.1	2.23×10^7	0.17
上部コンクリート	2.3	2.94×10^7	0.17
フーチング	2.1	2.94×10^7	0.17

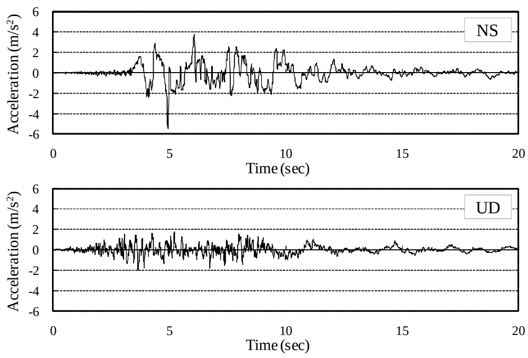

図-7　1995年兵庫県南部地震の際の観測加速度記録

5.　解析結果と考察

(1)　変位，変形形状

微小変形解析と大変形解析により得られた防波堤天端（**図-5**参照）の沈下量を**図-8**に示す．同図より，微小変形解析と大変形解析の両者において，沈下量と非排水せん断強度の間に負の相関があることがわかる．言い換えれば，非排水せん断強度が増大するにつれて，沈下量は減少する傾向にある．微小変形解析では，非排水せん断強度q_{us}が20kPaおよび40kPaの場合，沈下量はそれぞれ3.62m，2.89mとなっており，いずれもが実測沈下量の上限（2.6m）を超える結果となっている．それに対して，大変形解析では，TL法の場合の沈下量が2.46m（q_{us}=20kPa），1.93m（q_{us}=40kPa）であり，どちらも実測沈下量の範囲内（1.4～2.6m）にあることがわかる．一方，同図よりUL法における解析結果はTL法の場合とほぼ等しく，UL法の場合も実測沈下量の範囲内に収まっている．また，同図より，TL法とUL法は理論的のみならず数値解析的にも等価であることが確認できる．微小変形解析と大変形解析の沈下量の差，すなわち幾何学的非線形性の影響は，非排水せん断強度が小さくなるにつれて増大する傾向にあることがわかる．非排水せん断強度q_{us}が20kPaの場合の両者の沈下量の差は，q_{us}=40kPaの場合の差の1.2倍程度となっており，このことから，非排水せん断強度が小さいと推定される場合は，特に幾何学的非線形性の影響を正確に考慮した上で地震時の応答値を算定する必要がある．

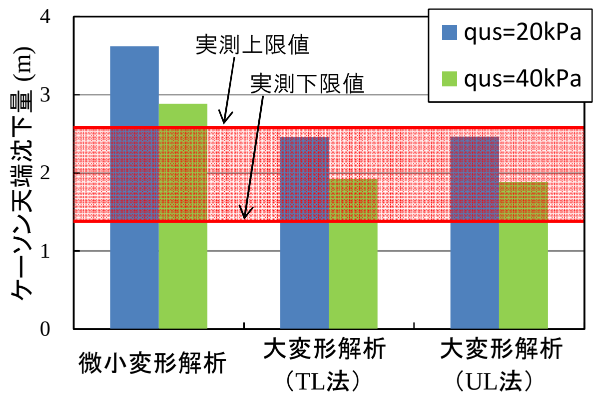

図-8　ケーソン天端の残留沈下量の比較

数値解析によって得られた防波堤天端の残留水平変位量を**図-9**に示す．いずれの解析結果においても実測平均値との差は0.4m未満であり，防波堤の寸法から考えると，水平変位に関しては実際の被災状況を良好に再現できているものと考えられる．水平変位に関してはそれほど値が大きくないこともあり，微小変形解析と大変形解析の差は顕著ではない．**図-8**に示すように沈下量は非排水せん断強度と負の相関があったのに対し，水平変位量に関しては，非排水せん断強度が大きくなるにつれて増大することが確認できる．これは防波堤の変形モードと関

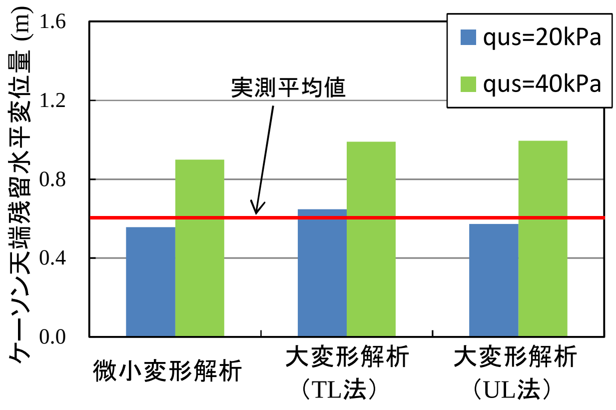

図-9　ケーソン天端の残留水平変位量の比較

係しており，地震動により生じるケーソンの残留傾斜角が非排水せん断強度の値により異なるためであると推察される．

次に，地震動終了後における防波堤の変形形状について述べる．変形形状に関しては，非排水せん断強度の違いによる差異はそれほどなかったため，ここでは非排水せん断強度が20kPaの場合の解析結果のみを図-10に示す．同図において，実線は変形後の形状を，破線は変形前の形状を表している．微小変形解析と大変形解析の結果を比較すると，防波堤の変形メカニズムに関しては同一であることが示唆される．すなわち，地震動を受けて置換砂において液状化や軟化が発生し，それによりケーソンが自らに作用する重力の影響を受けて沈下しているものと考えられる．同図より，大変形解析では微小変形解析と比較して，特にケーソン周辺の捨石マウンド部における変形が抑えられており，より図-2に示す実際の被災状況に近づく傾向にあることが確認できる．なお，変形形状に関してもTL法とUL法の結果は全領域でほぼ一致したものとなっている．

(2)　過剰間隙水圧および応力−ひずみ関係

地震動終了時において解析により得られた過剰間隙水圧比の分布図を図-11および図-12に示す．両図を比較すると，非排水せん断強度q_{us}が20kPaの場合，全体的な傾向としてq_{us}=40kPaの場合よりもやや高い水圧が発生する傾向にある．非排水条件を仮定すれば，地盤内の水圧上昇量が大きいということは，土の有効応力がより小さくなることを意味しており，図-8において，非排水せん断強度が小さいほどケーソン天端の沈下量が大きくなっている原因として，この有効応力の低下に伴う地盤の剛性低下が考えられる．

微小変形解析と大変形解析の結果を比較すると，非排水せん断強度の違いにかかわらず，特にケーソンから少し離れた捨石マウンド直下の置換砂層において，大変形

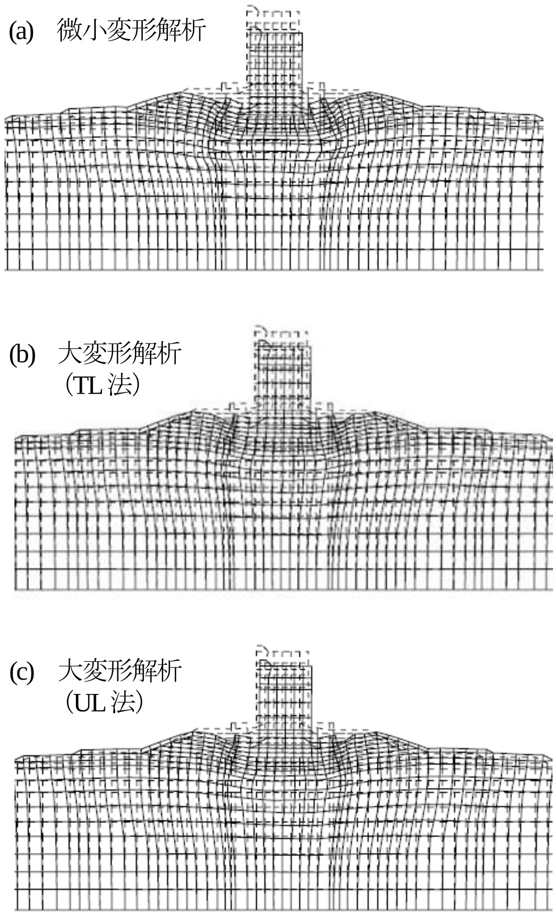

図-10　地震動終了後の変形形状 (q_{us}=20 kPaの場合)

解析の方が大きな過剰間隙水圧比（0.8〜0.9程度）となっている．図-8において，ケーソン天端の沈下量に関しては微小変形解析の方が大きかったことを踏まえると，この沈下量の差というものが，単純に過剰間隙水圧比の大小で比較できないということがわかる．

ここで，非排水せん断強度が20kPaの場合を対象とし，置換砂層の2要素（図-5を参照のこと）における有効応力経路を図-13に示す．同図において，白抜きの丸印は地震応答解析前（自重解析終了後）の状態を，白抜きの三角印は地震動終了時の状態を表している（以降の応力-ひずみ関係の図においても同様）．同図より，いずれの要素においても，微小変形解析と大変形解析の経路が途中から異なることがわかる．すなわち，微小変形解析では繰返しせん断の影響により有効拘束圧が低下するものの，ある段階において破壊線付近に至ることで，それ以降の有効拘束圧（および最大せん断応力）の減少は見られない．それに対して大変形解析では，一度破壊線近傍には達するものの，それ以降も地震動の繰返しの影響により有効拘束圧は減少を続け，最終的には最大せん断応力が概ねゼロに至っていることが確認できる．これが先に述べた解析手法による過剰間隙水圧比の違いの原因

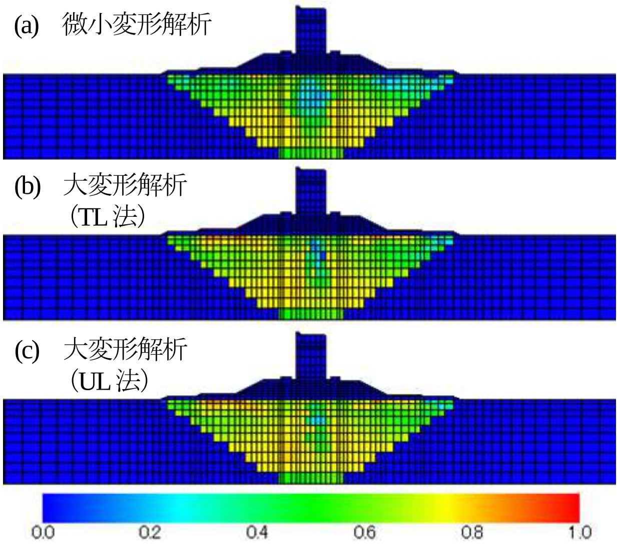

図-11 過剰間隙水圧比の分布図 (q_{us}=20 kPaの場合)

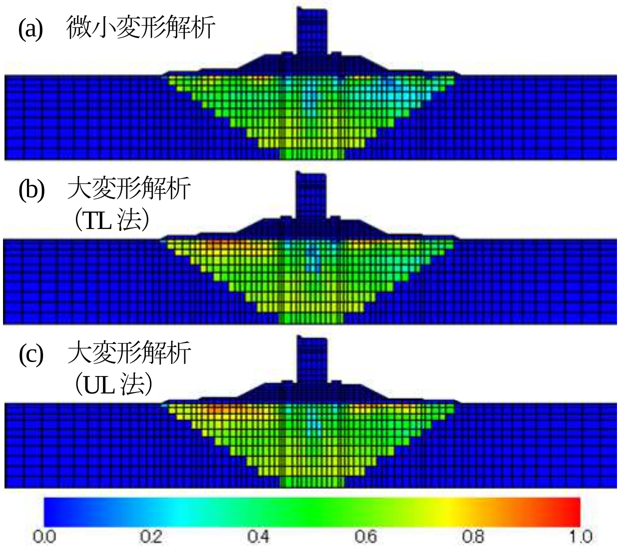

図-12 過剰間隙水圧比の分布図 (q_{us}=40 kPaの場合)

であり，大変形解析では微小変形解析よりも有効拘束圧が小さくなる（要素No. 906では60kPa程度の差）ため，過剰間隙水圧比は**図-11**に示すように微小変形解析よりも大きくなるものと推察される．

次に，**図-13**に示した有効応力経路図と同じ要素において得られた応力−ひずみの関係を**図-14**および**図-15**に示す．まず，**図-14**のせん断応力−せん断ひずみの関係より，要素No. 713では微小変形解析で25%程度の大きなせん断ひずみが発生している．それに対して大変形解析では，せん断ひずみは10%未満に収まっている．この原因として，大変形解析では幾何学的非線形性を考慮している（すなわち，ひずみの定義として，例えばTL法ではGreen-Lagrangeひずみを採用している等）ことが挙げられるが，それに加えて有効応力経路の違いによる影響があるものと考えられる．すなわち，**図-13(a)**に示すように，微小変形解析では応力経路が破壊線に達することにより大きなせん断ひずみが発生することとなるのに対し，大変形解析では有効拘束圧は減少するものの，破壊線から離れる応力経路となるためにひずみの発生量は抑えられたものと推察される．一方，要素No. 906では，**図-14(b)**よりせん断ひずみの発生量は最大でも5%程度とそれほど大きくなく，要素No. 713のような解析手法による差異もあまり見られない．この原因としては，両要素の変形モードの違いが考えられる．すなわち，**図-15**に示す軸差応力-軸差ひずみ関係を見れば，軸差ひずみに関しては要素No. 906の方が要素No. 713よりもはるかに大きなひずみが発生しており，このことより，要素No. 713は単純せん断変形モードが，また要素No. 906では軸差せん断変形モードが卓越していたことが示唆される．先に述べたように，要素No. 713では解析手法により有効応力経路が異なることで発生するせん断ひずみの大きさが異なる結果となったが，要素No. 906に関しても同様の解釈が可能である．すなわち，**図-13(b)**に示すように，微小変形解析では解析途中で有効応力経路が破壊線に至るため，**図-15(b)**のように軸差ひずみの発生量は大変形解析よりも大きくなったものと推察される．

最後に，**図-13**～**図-15**より，先に述べた変形形状と同様に，過剰間隙水圧比の分布，有効応力経路および応力

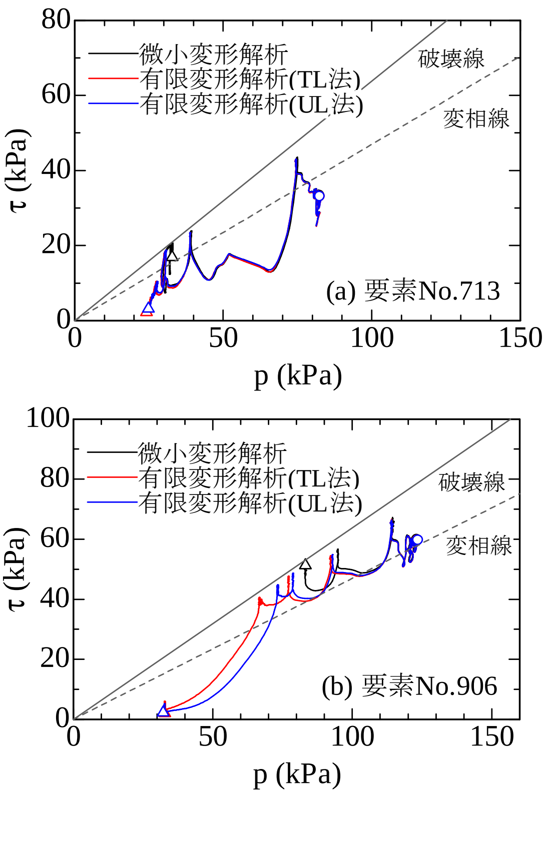

図-13 有効応力経路 (q_{us}=20 kPaの場合)

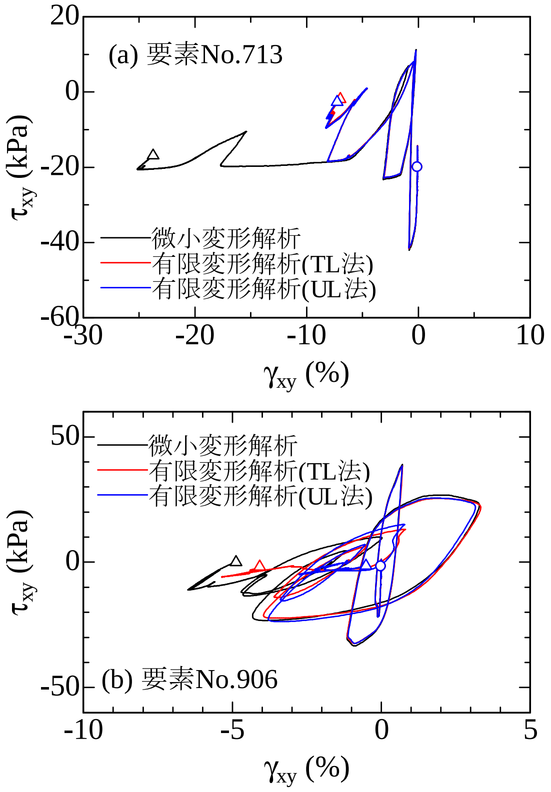

図-14　せん断応力-せん断ひずみ関係 (q_{us}=20 kPaの場合)

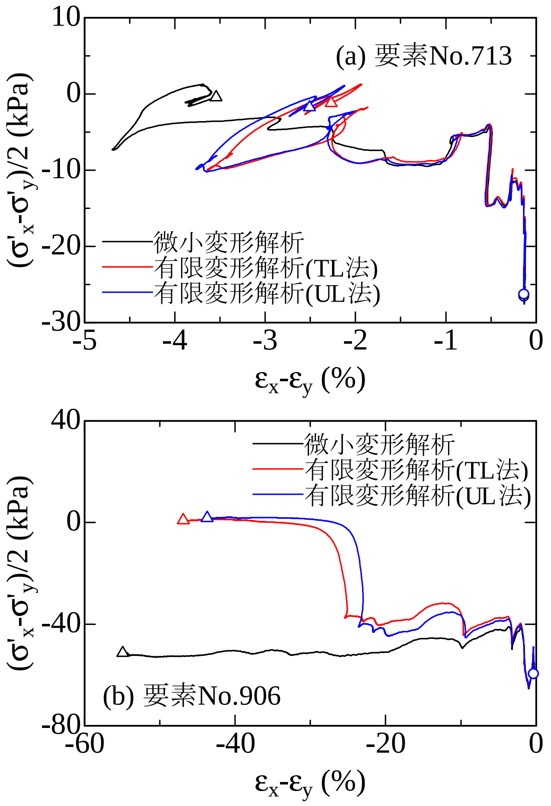

図-15　軸差応力-軸差ひずみ関係 (q_{us}=20 kPaの場合)

-ひずみ関係に関してもTL法とUL法の結果は概ね等しいことが確認できる．

6.　地盤のばらつきを考慮した地震応答解析

ここでは，地盤の物性値のばらつきが解析結果に及ぼす影響について考察するため，**表-2**に示す置換砂の内部摩擦角を変化させて地震応答解析を実施した．地盤物性のばらつきの要因としては，地盤の不均質性や試料の採取方法，試験方法などが考えられるが，一般的に単位体積重量などに比べて内部摩擦角の変動係数は大きいとされている．ここでは，既往の文献（土質工学会，1985）を参考に，内部摩擦角の変動係数を0.1としてばらつきを考慮することとした． 地盤物性のばらつきの与え方には，平均値および変動係数をもとにして，標準正規分布などに従う乱数を発生させて計算を行うモンテカルロシミュレーションなどの方法があるが，ここでは単純に内部摩擦角として平均値（μ=39.7）を用いたケースに加え，以下の4ケースの地震応答解析を行った．すなわち，標準偏差をσ（=3.97）とし，内部摩擦角に$\mu\pm\sigma$，$\mu\pm2\sigma$の値を与えたケースである．なお，本来は内部摩擦角が変化すれば，それに応じて**表-3**に示すダイレイタンシ特性に関するパラメータも変化する可能性があるが，ここでは単純に内部摩擦角の変化のみの影響について調べることとした．また，置換砂の非排水せん断強度は20kPaで固定した．

解析により得られたケーソン天端の残留沈下量を，**図-16**にまとめて示す．同図より，微小変形解析と大変形解析の違いにかかわらず，置換砂の内部摩擦角が小さく（大きく）なるほどケーソン天端の沈下量は大きく（小さく）なる傾向が確認できる．しかしながら，内部摩擦角をμ-2σとした場合，微小変形解析では平均値を用いた場合よりも8割程度大きな沈下量が生じているのに対し，大変形解析では沈下量は1.2倍程度に留まっている．また，内部摩擦角がμ-σの場合に関しても，倍率こそ異なるものの同じ傾向を示していることがわかる．内部摩擦角のばらつきとして，平均値に対して標準偏差の2倍の変動（$\mu\pm2\sigma$）を与えた場合，沈下量の変動幅は微小変形解析では3.5m（3.0～6.5m）であったのに対し，大変形解析では1.1m（1.9～3.0m）となっており，微小変形解析の1/3未満に抑えられていることがわかる．また，微小変形解析で内部摩擦角をμ+2σとした場合と，大変形解析で内部摩擦角にμ-2σを与えた場合の沈下量がほぼ等しいということも確認できる．このような差異は幾何学的非線形性を考慮しているかどうかの違いによるものであり，地盤物性のばらつきを考慮する場合においても，幾何学的非線形性を適切に考慮することが非常に重要であるこ

とを示唆している．すなわち，微小変形解析の場合，得られた解析結果のばらつきには，地盤物性のばらつきによる材料非線形性の変化に加えて，幾何学的非線形性を考慮していないことに伴う影響が混在していることに注意する必要がある．

なお，同図より，TL法とUL法における沈下量のばらつきは概ね等しく，ここでも両手法が本質的に等価であることが確認できる．

次に，地震応答解析により得られたケーソン天端の残留水平変位量の比較を**図-17**に示す．概ねの傾向としては**図-16**に示す沈下量の場合と同様であるが，必ずしも内部摩擦角の変化と変位量の関係が1対1で対応していないことがわかる．これは，ケーソンの水平変位量が主にケーソンに作用する慣性力の効果に起因するものであり，置換砂層の物性値のばらつきがフーチング位置での加速度応答にそれほど影響を与えない場合には，沈下量と比較して水平変位量と地盤物性の変動の間に明瞭な相関が見られないためであると考えられる．

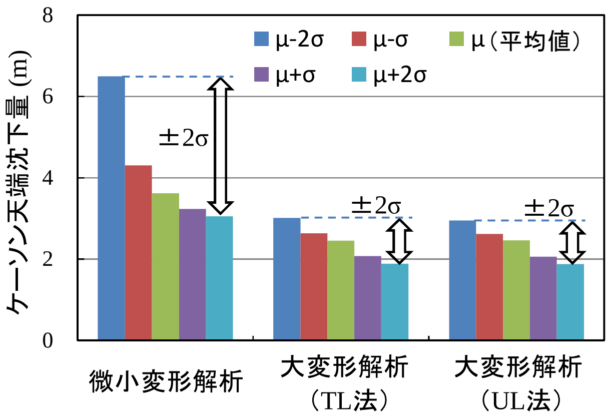

図-16　ケーソン天端の残留沈下量の比較

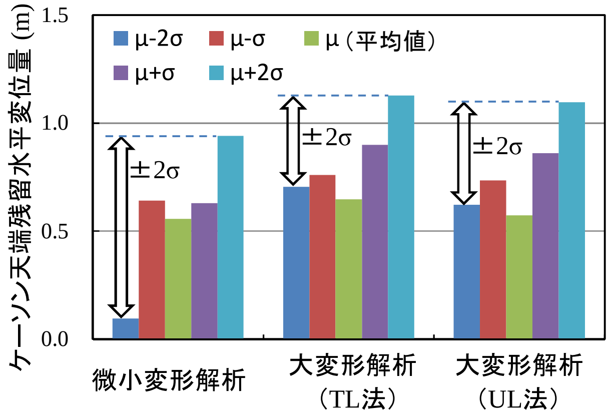

図-17　ケーソン天端の残留水平変位量の比較

7.　まとめ

本研究では，1995年兵庫県南部地震において被害を受けたケーソン式混成防波堤を対象とした地震応答解析を実施することにより，大変形（有限ひずみ）理論に基づき拡張された地盤の構成モデルとしてのひずみ空間多重せん断モデルの適用性についての検証を行った．地震応答解析は，従来の微小変形理論に基づく構成モデルを用いた微小変形解析に加え，幾何学的非線形性を考慮した2種類の定式化法（Total Lagrangian法およびUpdated Lagrangian法）に基づく大変形解析により実施した．本研究により得られた主な知見は以下のとおりである．

(1) 微小変形解析ではケーソン天端の沈下量および捨石マウンドと置換砂地盤の変形量をやや過大評価しているのに対し，大変形解析では実際の被災程度に合致する値が得られた．
(2) 大変形解析において置換砂の過剰間隙水圧比が全体的に微小変形解析よりも大きくなる傾向にあるにもかかわらず，ケーソン天端の沈下量が抑えられる原因は，両解析手法の有効応力経路における破壊線との位置関係の違い，およびそれに伴うひずみの進展により説明できることがわかった．
(3) 解析により得られた変位量や過剰間隙水圧，応力-ひずみ関係より，大変形解析におけるTotal Lagrangian法とUpdated Lagrangian法は，理論的のみならず数値解析的にも等価であることが確認された．
(4) 大変形理論に基づくひずみ空間多重せん断モデルを用いることで，材料非線形性に加えて幾何学的非線形性を適切に考慮でき，より精度の高い地盤・構造物系の地震時被害推定が可能になる．
(5) 置換砂地盤の内部摩擦角にばらつきを与えて地震応答解析を実施した結果，大変形解析では微小変形解析と比較して，ケーソン天端の沈下量に代表される解析結果のばらつきが小さくなることがわかった．

参考文献

1) Inagaki, H., Iai, S., Sugano, T., Yamazaki, H. and Inatomi, T. : Performance of caisson type quay walls at Kobe Port, Soils and Foundations, Special Issue, 119-136, 1996.
2) 阪神・淡路大震災調査報告編集委員会：阪神・淡路大震災調査報告 土木構造物の被害原因の分析 地盤・土構造物 港湾・海岸構造物等，丸善，1998.
3) 高橋　重雄他：2011 年東日本大震災による港湾・海岸・空港の地震・津波被害に関する調査速報，港湾空港技術研究所資料，No. 1231，2011.
4) Iai, S., Matsunaga, Y., and Kameoka, T. : Strain Space Plasticity Model for Cyclic Mobility, Soils and Foundations, 32(2), 1-15, 1992.
5) Iai, S. and Ozutsumi, O. : Yield and Cyclic Behavior of a

Strain Space Multiple Mechanism Model for Granular Materials, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 29(4), 211-244, 2005.
6) 上田恭平：砂の力学モデルとしての多重せん断モデルの大変形解析の定式化およびその適用性に関する研究，京都大学博士学位論文，2009.
7) Iai, S., Ueda, K., Tobita, T., and Ozutsumi, O. : Finite Strain Formulation of a Strain Space Multiple Mechanism Model for Granular Materials," International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics (in print), 2012.
8) Iai, S., Tobita, T., Ozutsumi, O., and Ueda, K. : Dilatancy of Granular Materials in a Strain Space Multiple Mechanism Model, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 35(3), 360-392, 2011.
9) Holzapfel,G.A. : Nonlinear Solid Mechanics, John Wiley&Sons，2001.
10) 藤井紀之，井合進，納見昭広，小堤治，澤田俊一：砂質土の定常状態を考慮したケーソン式防波堤の被災事例解析，第 43 回地盤工学研究発表会発表講演集，pp.1809-1810，2008.
11) 小堤治：液状化地盤上の地盤・構造物系の地震被害推定に関する数値解析法の研究，京都大学博士学位論文，2003.
12) Yoshimine, M., and Ishihara, K. : Flow Potential of Sand during Liquefaction, Soils and Foundations, 38(3), 189-198, 1998.
13) 兵動正幸，荒牧憲隆，徳原裕輝，菊地慎二，中田幸男，村田秀一：六甲アイランド埋立てまさ土の非排水繰返しせん断特性，土木学会論文集，582(III-41), 87-98，1997.
14) 上田恭平，井合進，飛田哲男，小堤治：幾何学的非線形性を考慮した多重せん断モデル型弾性体の定式化，京都大学防災研究所年報，第 52 号 B，2009.
15) 土質工学会編：土質基礎の信頼性設計，土質基礎工学ライブラリー28，1985.

（2009. 7. 1 受付）

SEISMIC RESPONSE ANALYSIS OF CAISSON TYPE BREAKWATER BASED ON FINITE STRAIN THEORY

Kyohei UEDA, Susumu IAI, Tetsuo TOBITA and Osamu OZUTSUMI

In order to verify the applicability of strain space multiple mechanism model based on finite strain (both total Lagrangian (TL) and updated Lagrangian (UL)) formulations, seismic response analyses are performed on Breakwater No.7 in Kobe Port during 1995 Hyogoken-Nanbu earthquake. Both infinitesimal and finite deformation analyses are performed to examine how the effect of geometrical nonlinearity affects the analytical results. As an input dilatancy parameter in the model, two types of undrained shear strength (20 kPa and 40 kPa) are adopted according to the results of undrained triaxial compression tests. The settlements at the top of the caisson in the infinitesimal deformation analyses are 3.62 m and 2.89 m for the undrained shear strength of 20 kPa and 40 kPa, both of which exceed the upper limit of measurements (2.6 m). In contrast, the computed settlements in the TL/UL formulations with the undrained shear strength of 20 kPa and 40 kPa are 2.46/2.46 m and 1.93/1.88 m, respectively, both of which fall inside the measured range (between 1.4 and 2.6 m). The results confirm that the TL and UL formulations are numerically equivalent and the effect of geometrical nonlinearity has to be accurately considered in predicting the seismic response of port structures such as breakwaters.