

SPH法による斜面の地震応答と崩壊挙動の解析

小野 祐輔¹

¹正会員 鳥取大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101)

E-mail: ysk@cv.tottori-u.ac.jp

地震時における斜面の崩壊は大変形を伴う挙動であり、有限要素法などのメッシュ依存型の解析法ではその取り扱いが困難となることが多い。そこで、大変形問題の取り扱いが容易なSPH法の適用を行った。本研究では、まず、SPH法による斜面の地震応答解析において、有限要素法に相当する精度を達成するための新たな計算式を提案した。次に、レイリー減衰のSPH法への導入を行った。さらに、斜面の地震時崩壊挙動の解析では、解析に用いる粒子密度とレイリー減衰によって滑り面の発生過程に違いが現れることを示した。

Key Words : smoothed particle hydrodynamics, slope failure, earthquake, numerical simulation

1. 研究の背景と目的

地震時には、盛土・切土などの崩壊による交通遮断や土砂災害に起因する建物の倒壊など、斜面崩壊による被害が多くみられる。こうした被害を抑制するにあたり、地震時の斜面の挙動を数値解析により予測することの意義は大きい。斜面の地震時挙動に用いる数値解析法としては、古くから有限要素法が利用されてきた¹⁾。しかし、有限要素法ではメッシュを利用するため、対象が大きく変形する場合にはメッシュが歪み、精度の大幅な低下が生じる、あるいは解析の続行が困難になるという問題がある。そのため、斜面が崩壊を起こすかどうかの検討や、その安全率の計算には十分な実績を持っているが、最終的な変形状態や被害の及ぶ範囲を予測するためには、不十分である。そこで、本論文では、有限要素法に代わる数値解析手法として、Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)法を用いた斜面の地震時動的挙動解析を行い、その適用性を検証する。

SPH法は、粒子法と呼ばれる数値解析法の一つであり、連続体を多数の粒子の集合とみなしてタイムステップごとに近似式から各物理量を計算する解析法である。大変形問題に適した解析法として、おもに流体解析の分野で用いられているが、その利点から構造解析をはじめとした他の様々な分野への応用も進められている。

SPH法は、圧縮性流体に対する解析手法として1970年代後半に Lucy²⁾、Gingold and Monaghan³⁾によって提案され、当初は宇宙物理学の分野で用いられた。ラグラン

ジアン座標系で記述された運動方程式から計算を行うこと、メッシュ作成が不要であることから、大変形問題に適した解析手法であるというメリットを持っており、その後、一般の流体解析に対しても適用されるようになった⁹⁾。近年では、弾塑性体の大変形解析¹⁰⁾¹¹⁾への適用が進められ、一般的な構造解析手法として発展してきている。

一方、地盤構造物の大変形問題への適用としては、小野ら¹²⁾¹³⁾、Bui et al.¹⁴⁾、Nail et al.¹⁵⁾¹⁶⁾らの研究が挙げられる。小野ら¹²⁾¹³⁾は地盤材料の構成則として広く用いられているMohr - Coulomb型破壊基準とDrucker - Prager型塑性ポテンシャルをSPH法に導入した盛土の大変形解析を行った。Bui et al.¹⁴⁾はDrucker - Prager型の破壊基準と塑性ポテンシャルを導入したSPH解析により、砂地盤を対象とした模型実験結果を精度よく再現できること、及び地盤構造物の許容支持力の評価に対してもSPH法が適用可能であることを示した。Nail et al.¹⁵⁾¹⁶⁾は液化化状態となった地盤を粘性流体として取り扱ったSPH解析により、地盤流動によって埋設物に作用する荷重の評価を行うことに成功している。

本論文では、まずSPH法による地震応答解析手法について、有限要素法に匹敵する解析精度を実現する新たな計算式の提案と、レイリー減衰の導入法を示す。その後、斜面の崩壊挙動の再現解析を行い、SPH法特有のパラメータである解析に用いる粒子密度の影響が、解析結果に及ぼす影響を調べる。さらに、レイリー減衰を用いた解析が、斜面の崩壊過程に与える影響についても考察を行う。

2. SPH法の概要

(1) SPH法の基本理論

SPH法では、連続体を対象として、多数の粒子の集合とみなした近似的な計算を行う。SPH法においては、カーネル近似と粒子近似という二種類の近似計算が行われる。カーネル近似は次式で与えられる¹⁷⁾。

$$f(\mathbf{x}) = \int f(\mathbf{x}') W(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, h) d\mathbf{x}' \quad (1)$$

ここで W はカーネル関数と呼ばれる重み関数であり、 $\mathbf{x}$ は座標値を表す。 h は粒子間の相互作用を特徴づけるパラメータであり、平滑化距離と呼ばれる。式(1)において関数 W をディラックのデルタ関数に置き換えたものは、デルタ関数の合積に関する恒等式であり、カーネル近似はこの恒等式を近似したものと解釈することができる。

次に、式(1)の積分を次式のように粒子近似と呼ばれる手法で離散化する¹⁷⁾。

$$f(\mathbf{x}^i) = \sum_{j=1}^N \frac{m^j}{\rho^j} f(\mathbf{x}^j) W(|\mathbf{x}^j - \mathbf{x}^i|, h) \quad (2)$$

ここで離散化された点 $\mathbf{x}^j$ を SPH 粒子と呼ぶ。 N は $f(\mathbf{x})$ の計算に含まれる粒子の数である。 SPH 粒子は、質量 m^j 、密度 ρ^j 、受け持つ体積 m^j/ρ^j 、その座標値 $\mathbf{x}^j$ での関数の値 $f(\mathbf{x}^j)$ を有しているが、明確な形状は持たない。すなわち、SPH 法における粒子とは、有限要素法におけるガウス点と節点を合わせたものに相当する概念であり、個別要素法における粒子とは全く異なるものである。

実際に SPH 法を弾性体や弾塑性体の解析に適用する際には、関数 $f(\mathbf{x})$ そのものではなく、その微分形 $\partial f(\mathbf{x}^i)/\partial x_\alpha$ が必要になる。その SPH 近似は次式で与えられる¹⁷⁾。

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}^i)}{\partial x_\alpha} = - \sum_{j=1}^N \frac{m^j}{\rho^j} f(\mathbf{x}^j) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_\alpha} \quad (3)$$

あるいは、これと数学的に等価な

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}^i)}{\partial x_\alpha} = \frac{1}{\rho^i} \sum_{j=1}^N m^j \left\{ f(\mathbf{x}^j) - f(\mathbf{x}^i) \right\} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_\alpha} \quad (4)$$

または、

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}^i)}{\partial x_\alpha} = \rho^i \sum_{j=1}^N m^j \left\{ \frac{f(\mathbf{x}^j)}{(\rho^j)^2} + \frac{f(\mathbf{x}^i)}{(\rho^i)^2} \right\} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_\alpha} \quad (5)$$

が用いられる¹⁷⁾。ここで、

$$W^{ij} = W(|\mathbf{x}^j - \mathbf{x}^i|, h) \quad (6)$$

である。

重み関数 W として様々なものが提案されているが、

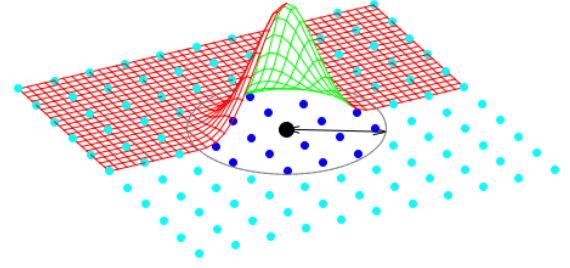


図-1 SPH粒子とカーネル関数

本論文における数値解析例では、適用例の多い3次スプライン関数¹⁷⁾によるものを用いる。この場合、着目した点から平滑距離 h 以内でカーネル関数は非零となり、それ以外では零となる。すなわち、図-1の中央の黒い粒子について、ある物理量 f を評価する場合、この粒子から一定の距離内にある粒子（図中の青い粒子）の持つ値の重み付き平均を、カーネル関数の値を重みとして求めることに相当する。水色の粒子の位置では、カーネル関数の値が零であり、計算に含まれない。

平滑化距離 h は解析者が指定するパラメータであり、 h を小さくとった場合、SPH 近似の計算に用いられる粒子数が減るため、計算精度の低下が起こる。一方、大きくとれば有限要素法における要素サイズを大きくすると同様に、空間的な解像度が低下することで、計算精度が悪化する。さらに、岩本・小野¹⁸⁾が指摘したように、二次元解析で通常良く用いられる初期粒子間隔の1.25倍程度を h とした際にも、 h の値によって計算精度が変化し、その結果、弾性波の伝播問題においては、弾性波の伝播速度が再現できないという問題が生じる。

この問題に対して、岩本・小野¹⁸⁾は Chen ら¹⁹⁾によって提案された Corrective Smoothed Particle Method (CSPM) 法を適用し、解析精度の h への依存性を大幅に改善できることを示している。そこで、本論文でもオリジナルな SPH 法の定式化に代えて、CSPM 法による計算を行うことにする。CSPM 法において、式(2)、(3)はそれぞれ以下のように置き換えられる。

$$f(\mathbf{x}^i) = \frac{\sum_{j=1}^N \frac{m^j}{\rho^j} f(\mathbf{x}^j) W^{ij}}{\sum_{j=1}^N \frac{m^j}{\rho^j} W^{ij}} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\mathbf{x}^i)}{\partial x_\alpha} &= \frac{\sum_{j=1}^N \frac{m^j}{\rho^j} (x_\alpha^j - x_\alpha^i) \frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta}}{\sum_{j=1}^N \frac{m^j}{\rho^j} W^{ij}} \\ &= \sum_{j=1}^N \frac{m^j}{\rho^j} \left\{ f(\mathbf{x}^j) - f(\mathbf{x}^i) \right\} \frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta} \end{aligned} \quad (8)$$

CSPM法によれば、物質の境界付近における粒子の不

足による計算精度の低減効果を抑制することができる²²⁾。

(2) 運動方程式の離散化

弾性体や弾塑性体の運動方程式は次式で表される。

$$a_\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + b_\alpha \quad (9)$$

ここで a_α は加速度、 $\sigma_{\alpha\beta}$ は応力テンソル、 b_α は物体力を表す。この式に対して式(5)を用い、さらに物体力 b_α を左辺に移行することにより、次式を得る。

$$a_\alpha^i - b_\alpha = \sum_{j=1}^N m_j \left\{ \frac{\sigma_{\alpha\beta}^i}{(\rho^i)^2} + \frac{\sigma_{\alpha\beta}^j}{(\rho^j)^2} \right\} \frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta} \quad (10)$$

ここで、式(3)や(4)ではなく式(5)を用いるのは、数値解析上の安定性に優れているためである。この式を用いて解析を行った場合、先に述べた様に平滑化距離と物質境界付近での粒子数不足による精度の低下が起こる。そこで、次のように CSPM 法を適用する。

まず、同一の地盤材料では密度 ρ が一定であるとして、式(4)、(5)及び式(8)から、

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\mathbf{x}^i)}{\partial x_\alpha} \cdot \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho^j} (x_\alpha^j - x_\alpha^i) \frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta} \\ = \rho^i \sum_{j=1}^N m_j \left\{ \frac{f(\mathbf{x}^j)}{(\rho^j)^2} + \frac{f(\mathbf{x}^i)}{(\rho^i)^2} \right\} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_\alpha} \end{aligned} \quad (11)$$

を得る。これを式(9)に代入することにより、

$$\begin{aligned} (a_\alpha^i - b_\alpha) \cdot \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho^j} (x_\alpha^j - x_\alpha^i) \frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta} \\ = \sum_{j=1}^N m_j \left\{ \frac{\sigma_{\alpha\beta}^i}{(\rho^i)^2} + \frac{\sigma_{\alpha\beta}^j}{(\rho^j)^2} \right\} \frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta} \end{aligned} \quad (12)$$

を得る。式(12)を用いた解析手法は、本論文で新たに提案するものである。

(3) 弾塑性構成式による応力増分の計算

SPH法における弾塑性解析では、有限要素法において応力増分を求める一般的な方法である弾塑性マトリックス法が適用できる¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾。

ひずみ速度テンソルは、速度の勾配から次のように求められる。

$$\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial v_\beta}{\partial x_\alpha} \right) \quad (13)$$

ひずみ速度に1ステップの時間 dt をかけることでひずみ増分を求める。

$$d\varepsilon_{\alpha\beta} = \dot{\varepsilon}_{\alpha\beta} dt \quad (14)$$

ひずみ増分 $d\varepsilon_{\alpha\beta}$ と応力増分 $d\sigma_{\alpha\beta}$ の関係は、

$$d\sigma_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta\gamma\eta}^{ep} d\varepsilon_{\gamma\eta} \quad (15)$$

と与えられる。 $D_{\alpha\beta\gamma\eta}^{ep}$ は弾塑性マトリクスである。

本論文では、式(19)中の $\partial v_\alpha / \partial x_\beta$ を、岩本・小野¹⁸⁾にしたがって式(7)を適用し、次のように計算する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_\gamma^i}{\partial x_\alpha} \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (x_\alpha^j - x_\alpha^i) \frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta} \\ = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (v_\gamma^j - v_\gamma^i) \frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta} \end{aligned} \quad (16)$$

(4) 運動方程式の時間積分

SPH法では、各タイムステップ毎に運動方程式(9)により粒子の加速度を求め、速度、粒子座標を更新していく。時刻 t における粒子の加速度を $a_\alpha(t)$ 、速度を $v_\alpha(t)$ 、座標を $u_\alpha(t)$ と表したとき、次の時刻ステップ $t+\Delta t$ における粒子速度 $v_\alpha(t+\Delta t)$ 、粒子位置 $u_\alpha(t+\Delta t)$ を次のように計算する。

$$v_\alpha(t+\Delta t) = v_\alpha(t) + a_\alpha \cdot (t+\Delta t) dt \quad (17)$$

$$u_\alpha(t+\Delta t) = u_\alpha(t) + v_\alpha \cdot (t+\Delta t) dt \quad (18)$$

(5) Jaumann 応力速度の導入

大変形解析においては対象物体に生じる剛体回転が無視できない場合がある。Cauchy 応力を単純に時間微分した応力速度は客観性を持たないため、座標軸の回転により応力値が見かけ上変化するという問題が生じる。そこで、Gray²⁰⁾は、この見かけ上の応力の変化を取り除くために Jaumann 応力速度を導入した。Jaumann 応力速度を $\hat{\sigma}_{\alpha\beta}$ と表記すると、次式によって計算できる。

$$\hat{\sigma}_{\alpha\beta} = \dot{\sigma}_{\alpha\beta} - \omega_{\alpha\gamma} \sigma_{\gamma\beta} + \sigma_{\alpha\gamma} \omega_{\gamma\beta} \quad (19)$$

ここに、 $\dot{\sigma}_{\alpha\beta}$ は Cauchy 応力増分であり、 $\omega_{\alpha\beta}$ はスピンテンソルであり、次式のように定義される。

$$\omega_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} - \frac{\partial v_\beta}{\partial x_\alpha} \right) \quad (20)$$

(6) レイリー減衰の導入

地震工学の分野において広く用いられている有限要素法による地震応答解析では、レイリー減衰が使われることがほとんどである。有限要素法において、レイリー減衰マトリクス $[C]$ は、係数 α_R および β_R を用いて次のように定義されている。

$$[C] = \alpha_R [M] + \beta_R [K] \quad (21)$$

ここで、 $[M]$ は質量マトリクス、 $[K]$ は剛性マトリクスである。有限要素法において、質量マトリクスには整合質量マトリクスと集中質量マトリクスがある。集中質量マ

表-1 地盤材料の物性値

密度 ρ	1.61 ton/m ³
粘着力 (ピーク) C_p	143.3 kN/m ²
内部摩擦角 (ピーク) ϕ_p	5.9°
粘着力 (残留) C_r	17.5 kN/m ²
内部摩擦角 (残留) ϕ_r	35.0°
弾性係数 E	389000 kN/m ²
ポアソン比 ν	0.466

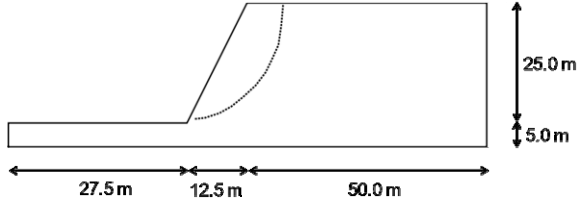


図-2 対象実験で用いられた斜面モデル²⁰⁾

トリクスは、マトリクスの対角成分が正の値を持ち、非対角成分はすべて零である。対角成分の値は、対応する節点に割り振られた質量であるので、SPH法における粒子の持つ質量に相当するとみなすことができる。

有限要素法において、(21) 式の減衰マトリクスは、節点速度ベクトルに作用させる。すなわち、時刻 t における節点速度ベクトルを $\{v_t\}$ とすると、レイリー減衰による減衰力ベクトルは、次のように表される。

$$[C]\{v_t\} = \alpha_R [M]\{v_t\} + \beta_R [K]\{v_t\} \quad (22)$$

ここで、(28) 式の右边第二項は、

$$[K]\{v_t\} \approx [K] \frac{\{u_t\} - \{u_{t-\Delta t}\}}{\Delta t} = \frac{\{f_t\} - \{f_{t-\Delta t}\}}{\Delta t} \quad (23)$$

のように近似的に表すことができる。 $\{u_t\}$ 、 $\{f_t\}$ はそれぞれ時刻 t における節点変位ベクトル、復元力ベクトルで、 Δt は時間増分である。これより、(21) 式の右边第二項は、要素の応力状態から得られる節点力の時間増分に係数 β を乗じたものと解釈することができる。

結局、SPH法にレイリー減衰を導入するためには、式(9)の運動方程式の右边に、

$$\alpha_R v_\alpha + \beta_R \frac{\Delta g_\alpha}{\Delta t} \quad (24)$$

を追加すればよい。ただし、この場合、式(21)における剛性マトリクス $[K]$ は、解析対象の物体が材料非線形性を有する際には接線剛性マトリクスに相当する。

3. 解析モデル

本論文では、大津²⁰⁾の遠心場振動実験で用いられた泥岩切土斜面を対象として解析を実施する。この実験で

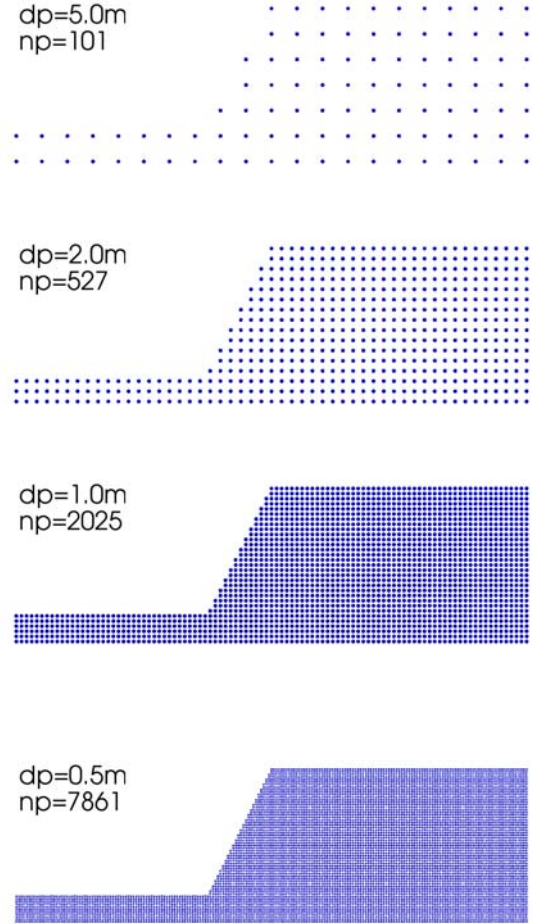


図-3 SPH 粒子の配置

用いられた斜面モデルを図-2 に示す。また、材料の物性値を表-1 に示す。ここで示した値はいずれも実規模換算値である。実験では、図-2 中に示した破線部に滑り線が発生し、斜面が崩壊したことが報告されている²⁰⁾。

SPH 解析では、粒子密度の異なる 4 種類のモデルを用いる。図-3 に初期状態の SPH 粒子の配置を示す。SPH 粒子は規則的に格子状に並んでいる。SPH 粒子の間隔 dp と各モデルで用いる SPH 粒子の総数 np は図中に示した通りである。境界条件は、底面を固定、側面を水平方向のみ固定し、上下方向は自由とする。また、特に断らない限り、平滑化距離は $h = 2.6 dp$ 、レイリー減衰は、有限要素法で求めた一次モード、二次モードの振動数に対して同じ値となるように与える。

4. 地震応答のSPH解析

(1) レイリー減衰の導入の検証

式(24)によってレイリー減衰が適切に導入されることの検証を目的として、有限要素法による解析結果との比較を示す。有限要素法による解析に用いた解析モデルを

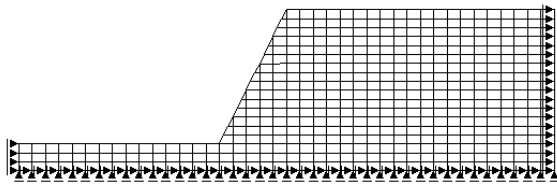


図-4 有限要素解析で用いたメッシュ (465 要素)

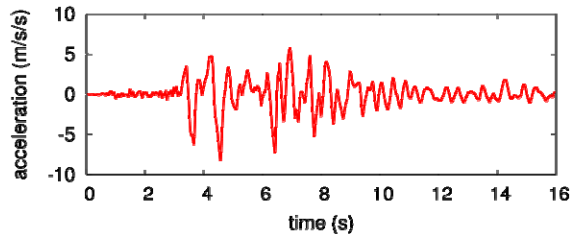


図-5 神戸海洋気象台記録 (NS 成分)

図-4 に示す．節点は 1.25 m 間隔で均等に配置されており，SPH 解析における $dp = 1.0$ m のモデルに相当する分割が行われている．

入力地震動として，図-5 に示した 1995 年兵庫県南部地震の際に記録された神戸海洋気象台記録の NS 成分を用いる．斜面は全て弾性体とし，材料定数は表-1 に示した弾性係数 E とポアソン比 ν ，密度 ρ を用いる．レイリー減衰は，有限要素法によるモード解析を行い，1 次モードと 2 次モードに対して減衰定数が 5 % になるように与える．

また，SPH 法による解析では大変形問題を対象とするため，毎時間ステップ毎の粒子の移動を考慮して，粒子同士の相互作用関係が更新される．しかしながら，ここでは有限要素法による地震応答解析と比較するため，微小変形を仮定して粒子配置は初期状態を保つようにした．すなわち，粒子同士の相互作用関係は初期状態から変化しない．

解析から得られた法肩部における加速度応答を図-6 に示す． $dp = 5.0$ m では，有限要素法による結果と大きく異なっているものの，他のモデルではいずれも良い一致を示している．このことから，SPH 法においても式 (24) によってレイリー減衰が適切に導入されたことが確認できる．

(2) 粒子密度の違いによる解析結果の比較

図-6 より SPH 法による解析に用いた粒子密度の影響を考察する． $dp = 5.0$ m のケースでは，有限要素法解析と大きく異なっており，解析に用いる粒子密度が不足していることが分かる．一方， dp が 2.0, 1.0, 0.5 m の場合には，いずれも有限要素法と良く一致した結果が得られている．

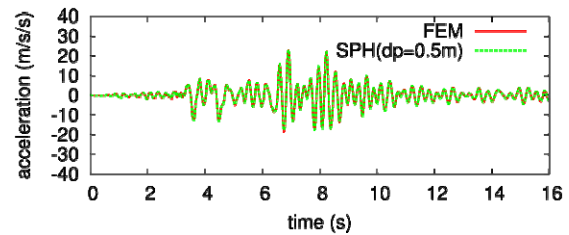
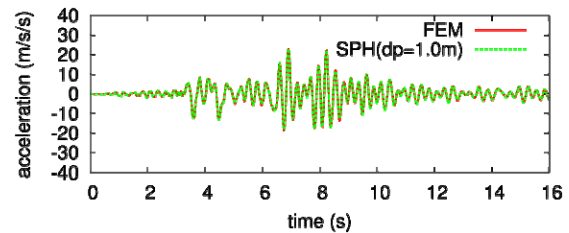
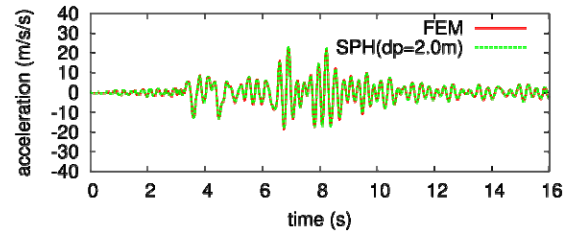
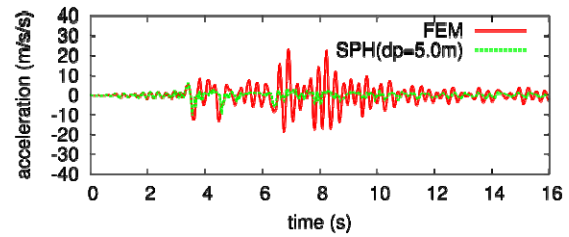


図-6 法肩部の加速度応答の比較

次に，SPH 法を用いた地震応答解析における周波数特性を見る．図-7 は，図-6 に示した加速度応答のフーリエスペクトルを描いたものである．ここで，解析に用いた入力地震動のデジタルデータの時間ステップ幅が 0.02 秒であることから，ナイキスト振動数である 25 Hz よりも小さい振動数の範囲に着目する．

有限要素法と $dp = 0.5$ m, 1.0 m のケースでは，それぞれのフーリエスペクトルすべての振動数域で良い一致を示している．一方， $dp = 2.0$ m では，10 Hz 付近より高い振動数域で違いが見られる． $dp = 5.0$ m のケースでは，すべての振動数域で両者は一致していない．これらの結果から，本論文で解析を行うケースでは， dp を 1.0 m より小さくすることで，比較対象とした有限要素法と同等の解析精度を得られることが分かる．

(3) 平滑化距離の違いによる解析結果の比較

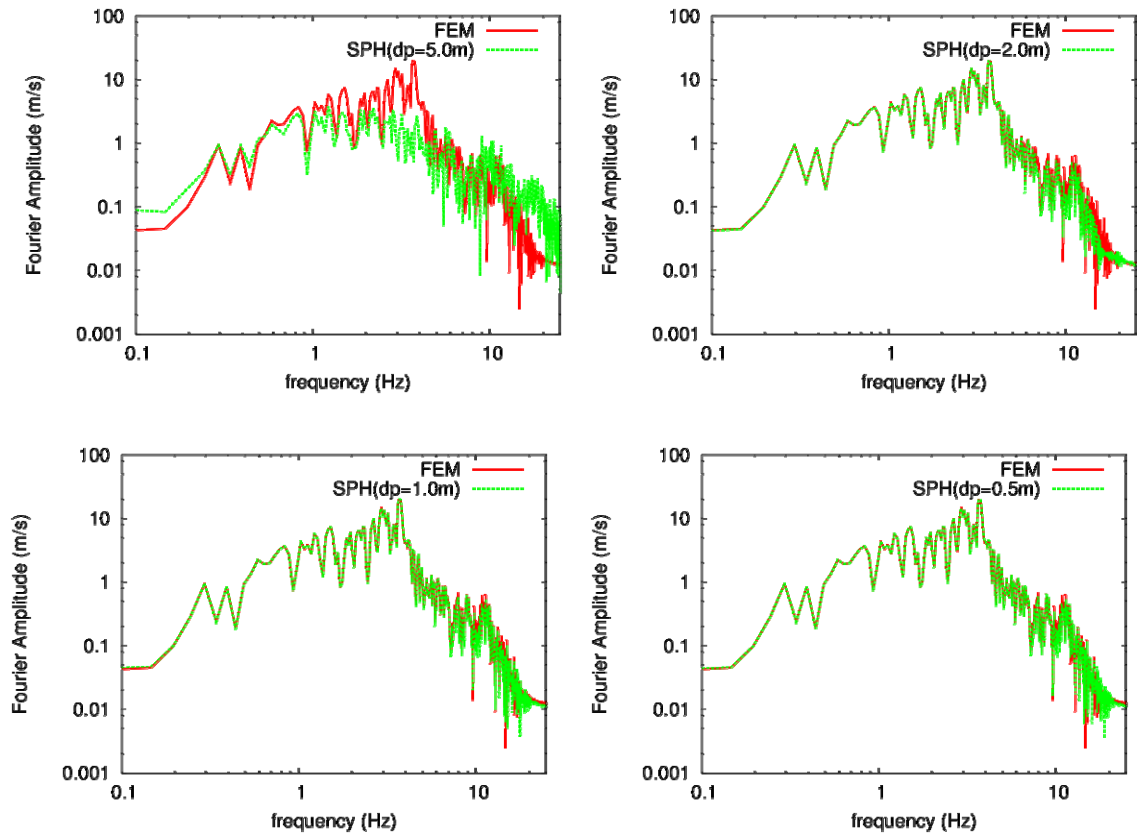


図-7 法肩部の応答のフーリエスペクトルの比較

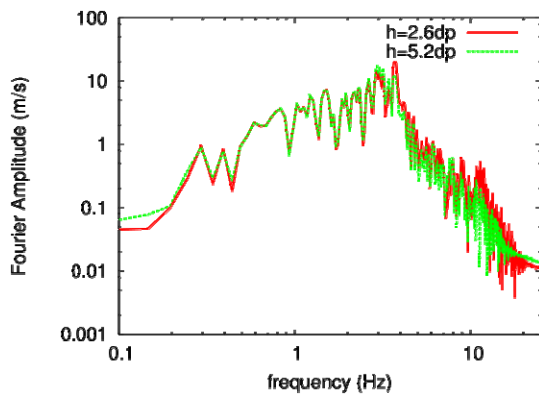


図-8 平滑化距離によるフーリエスペクトルの比較

有限要素法では、解析における空間的な解像度は、要素のサイズによってほぼ支配される。一方、SPH法では、粒子密度に加えて、平滑化距離によっても空間的な解析の解像度が変化する。

平滑化距離の違いが、地震応答解析に及ぼす影響を確認するために、 $dp = 1.0 \text{ m}$ の解析モデルに対して、平滑化距離を二倍の $h = 5.2 dp$ にした解析を実行した。得られた斜面法肩の加速度応答のフーリエスペクトルをこれまでに示した $h = 2.6 dp$ のケースと比較したものを図-8に示す。

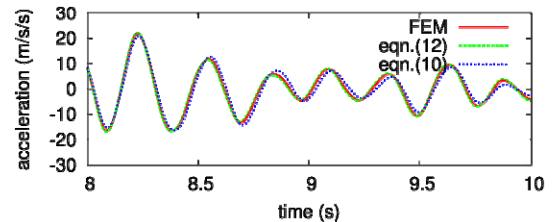


図-9 式(10)と式(12)を用いた解析結果の比較

図-8では、 0.5 Hz から 3.0 Hz までの振動数域では、両者は良い一致を示している。高振動数側については、 h を $5.2 dp$ としたケースでは、空間的に広い範囲で平滑化が行われるため、波長の短い波動の再現性が低下していると説明できる。一方、低振動数側の違いを生じる原因として、SPH法の欠点の一つである境界の影響による精度低下が及ぶ範囲が広がることが考えられるが、現時点では明らかでない。今後、詳細な検討が必要である。

(4) 式(12)による解析精度向上の検証

本論文では、式(10)に代えて式(12)を用いることを提案している。図-9は、式(10)を用いて解析を行った結果と、式(12)を用いた場合の結果を比較したものである。図中、有限要素法による結果は赤い実線、式(10)による結果は青い破線、式(12)による結果は緑の波線で示され

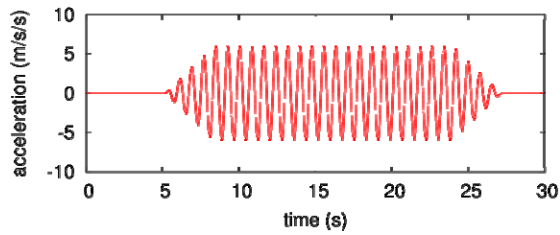


図-10 入力加速度（水平方向）

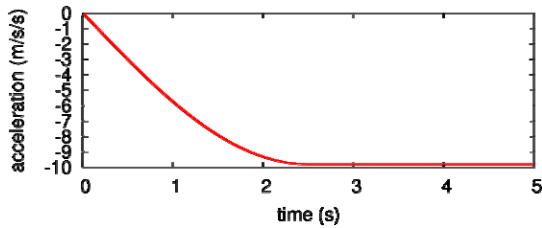


図-11 重力の漸増载荷の時刻歴

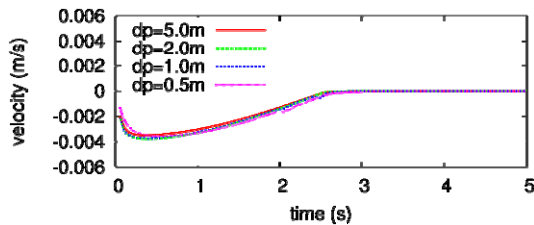


図-12 自重解析時の法肩の鉛直方向速度の時刻歴

ている。この図において、式(12)による結果の方が、有限要素法による結果とより良い一致を示しており、提案する計算法の有効性が確認できる。

5. 斜面崩壊のSPH解析

(1) 解析対象とした実験の概要

大津らの実験²⁾で用いられた泥岩切土斜面モデルを対象として、SPH法による斜面の崩壊挙動の再現を試みる。大津らの実験²⁾は50 Gの遠心場で行われ、実験に用いられた供試体は図-2に示した斜面モデルの50分の1の縮尺モデルである。入力地震波は、実規模換算で1.2 Hz、主要動部が20波の正弦波であり、最大振幅100 galから段階的に100 galずつ上昇させ、最大で600 galまでの水平加振が行われた。鉛直方向には加振されていない。その結果、300 gal加振時までは斜面に大きな変状は生じず、400 gal、500 gal加振時に徐々に各点における変位が発生し、600 gal加振時において、図-2中に破線で示した滑り線が発生し、完全な崩落に至ったことが報告されている²⁾。

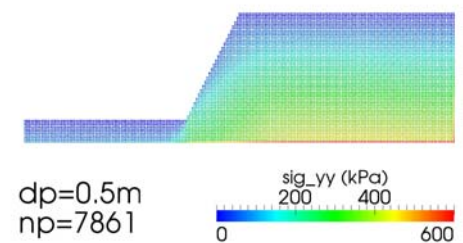
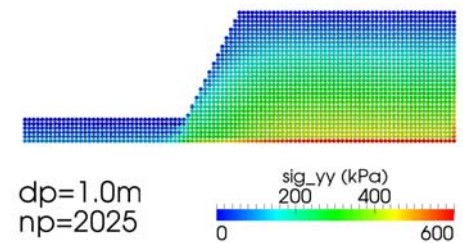
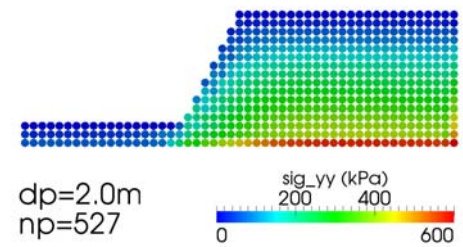
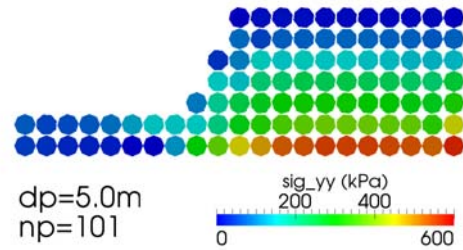
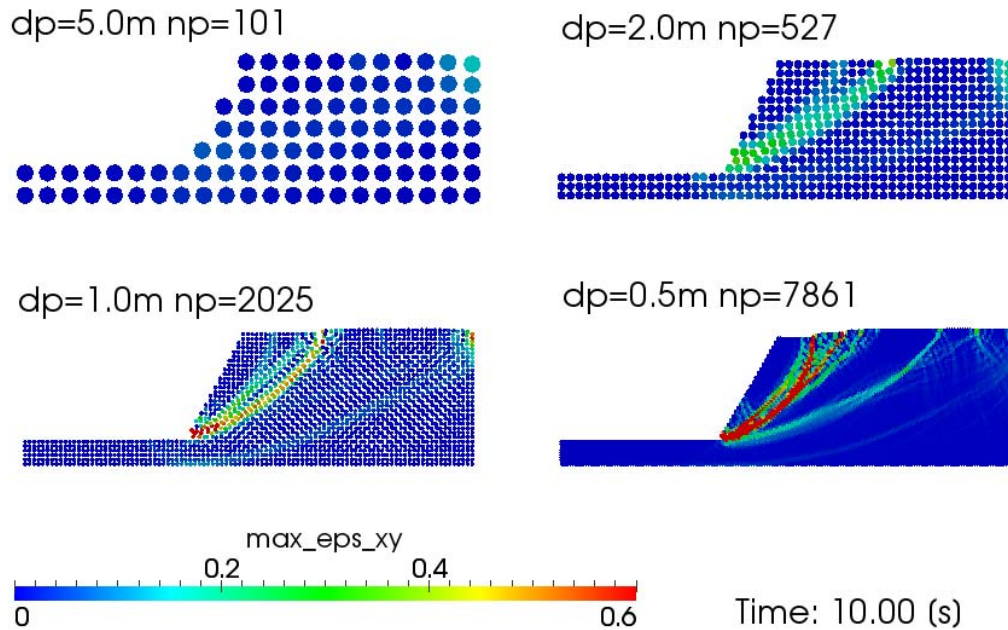


図-13 初期応力状態の粒子密度による比較

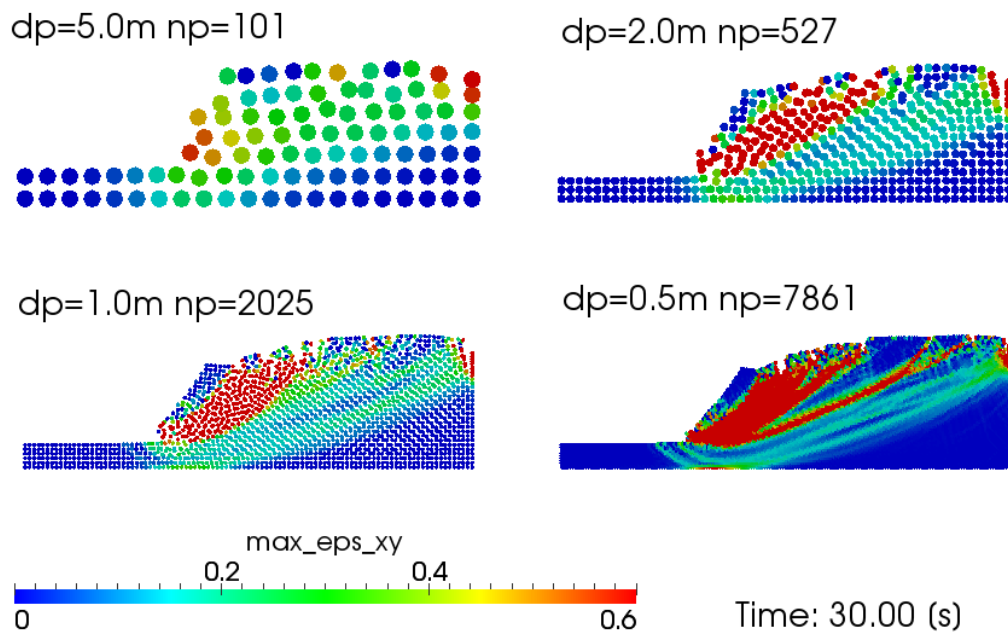
(2) 解析条件

解析には図-2で示した四つの粒子密度の異なるモデルを用いる。平滑化距離は $h = 2.6 dp$ とする。ひずみ速度および加速度のSPH法に基づく計算には、式(12)および(16)をそれぞれ用いる。レイリー減衰は、一次モード、二次モードに同じ減衰定数を与える。減衰の違いが解析結果に及ぼす影響を考察するため、2%、5%、10%の三つの値を用いて解析を行う。各粒子の構成則は、Drucker - Pragerモデルと関連流れ則とする。内部摩擦角、粘着力は、始めて破壊状態に達するまでは表-1に示したピーク強度、それ以後は残留強度の値を用いる。

入力として与える地震動の加速度時刻歴波形を図-10に示す。大津らの実験²⁾では最大振幅100 galから段階的



(a)加振開始 10.0 秒後



(b)加振開始 30.0 秒後 (最終変形状態)

図-14 斜面の変形状況の粒子密度による比較

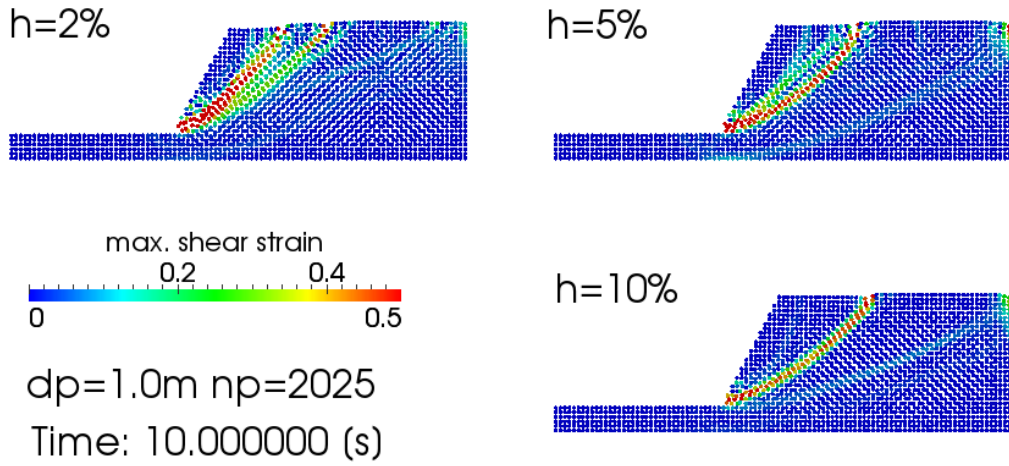
に 100 gal ずつ上昇させ、最大で 600 gal までの加振が行われたが、解析では水平 600 gal 加振のみを対象とする。

(3) 自重解析による初期応力状態の設定

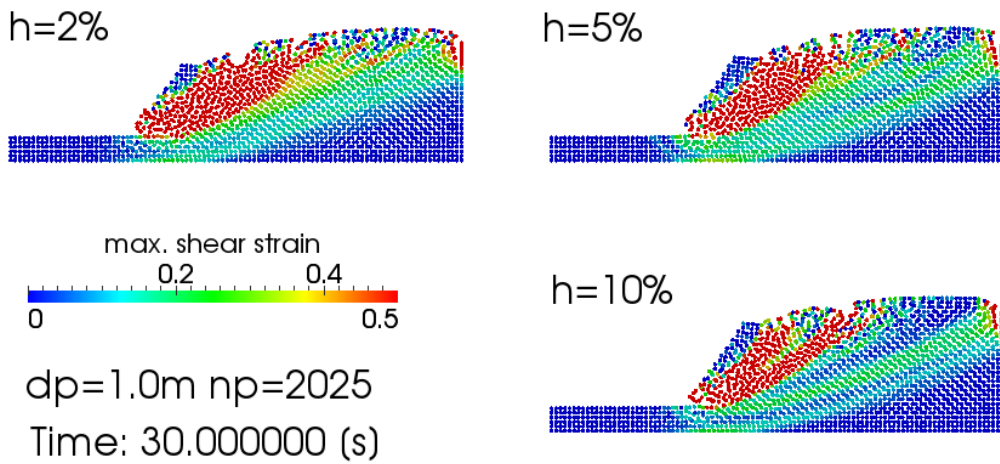
斜面の崩壊過程を再現するためには、重力場における地震動が作用する以前の応力状態を適切に設定する必要がある。本研究では、解析モデルに自重のみが作用する状態の解析を行い、地震動を作用させる前の初期応力状

態を設定する。解析においては弾塑性構成則を用いるため、重力加速度を作用させた際に生じる振動により、粒子の塑性化が発生する恐れがある。そこで、図-11に示すように、作用させる重力を漸増させて解析を行う。

自重解析に要する時間を減らすため、レイリー減衰に代えて、Buiら²²⁾が提案した減衰項を運動方程式に与えた。すなわち、式(9)を次式のように書き換える。



(a) 加振開始 10.0 秒後



(b) 加振開始 30.0 秒後 (最終変形状態)

図-15 レイリー減衰の大きさによる比較

$$a_\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + b_\alpha - \frac{\xi}{\Delta t} v_\alpha \quad (25)$$

ここで、 ξ は減衰の強さのパラメータ、 Δt は時間増分である。Buiら²⁾は ξ の値として、0.002から0.005を用いることを推奨している。本研究では $\xi=0.005$ とした。

図-12に斜面法肩部の鉛直方向速度の時刻歴を示した。粒子密度の異なるいずれの解析モデルでも、減衰項が十分な効果を発揮しており、解析終了時において粒子の振動が生じていないことが確認できる。

一方、図-13は、自重解析が終了した時点での鉛直方向の軸応力 σ_y の分布を示したものである。いずれの解析モデルの結果も互いに良く似ており、初期応力状態について粒子密度による大きな違いはない。地表面から底面にかけて滑らかに応力の値が大きくなっており、安定した解析結果が得られている。

(4) 粒子密度の違いによる解析結果の比較

図-10に示した水平方向の入力地震動を作用させた解析によって得られた斜面変形の進行の様子を図-14に示す。図-14には粒子密度の異なる解析モデルによる結果を並べて示している。

図-14(a)で示した加振開始から 10 秒経過した時点では、 dp を 0.5 mとした解析において、図-2に破線で示した実験による滑り線と良く似た位置に、せん断ひずみの大きな領域が現れている。一方、 dp が 1.0 m 及び 2.0 m のケースでは、せん断ひずみが最大となる領域は、0.5 m のケースよりも深い位置に現れており、傾向が異なっている。また、 $dp = 5.0$ m のケースでは、滑り線として認識できるようなせん断ひずみが大きくなる領域は見られない。

加振開始から 30 秒が経過した時点、すなわち加振終了後について見ると、図-14(b)に示したように $dp=0.5$, 1.0, 2.0 m のケースでは、ほぼ同一の形状となっている。図中、粒子が赤くなっているせん断ひずみの大きい領域は、 $dp = 1.0$ m, 2.0 m のケースではほぼ一致している。

これらに加えて、 dp が 0.5 m のケースでは、より深い位置にもせん断ひずみの大きな領域が見られる。一方、 $dp = 5.0$ m のケースでは、法尻に現れたせん断ひずみが大きく粒子が赤く示される領域が天端まで到達しておらず、他のケースとは明確な違いがある。

これらの結果から、SPH 法を用いた斜面の崩壊解析では、設定した粒子密度によって、解析結果が影響を受けることが分かる。 $dp = 2.0$ m と 1.0 m のケースで良く似た結果が得られたのに対し、より粒子密度を大きくした $dp = 0.5$ m のケースでは異なる結果が得られている。このことは、粒子分割を細かくすることに対して、解析結果が収束しないことを意味しており、解析上十分な注意が必要となる点である。同様の問題は、有限要素法でも知られている²⁹⁾。

解析結果と実験結果を比較すると、実験では、図-2 で破線で示した位置で、法肩部を含む土塊が滑り落ちるように崩落したことが報告されているが²⁹⁾、解析結果では斜面が大きく変形したものの、崩壊には至っていない。実験結果を完全に再現するためには、解析に用いる構成則とそのパラメータの検討が必要である。

(5) 減衰の違いによる解析結果の比較

レイリー減衰を2%, 5%, 10%と与えた場合の解析結果を図-15に示す。図-15(a)では、与えた減衰が大きくなるほどせん断ひずみが大きくなる領域の局所化が認められる。図-15(b)からは、与えた減衰が小さいほど斜面の変形が大きくなるという当然の結果に加えて、せん断ひずみの大きくなる領域の分布が異なることが観察される。このように、レイリー減衰によって、異なる斜面の崩壊過程が得られるため、複数の値を用いてパラメトリックな検討を行うなど、解析結果の解釈には十分な注意が払われる必要がある。

6. 結論

本研究では、SPH法を崩壊のような大変形を含む斜面の地震応答解析に適用することを目的として、いくつかの提案と検証を行った。本研究によって得られた主な成果は以下の通りである。これらの知見は、斜面だけでなく、SPH法を用いた他の構造物や地盤の地震応答解析にも適用できるものである。

- 1) SPH法による斜面の地震応答解析において、応力から粒子の加速度を求めるための計算式を新たに提案し、従来のものより高い精度で応答が求められることを示した。
- 2) SPH法による地震応答解析にレイリー減衰を導入し、有限要素法による解析結果との比較により、

その妥当性を確認した。

- 3) SPH法による斜面の地震応答解析では、平滑化距離の値によって精度が変化した。
- 4) 解析に用いるSPH粒子の密度によって、滑り面の発達過程に違いが現れることを示した。さらに、レイリー減衰の大きさによって、滑り面の発生過程にも違いが生じることを示した。
- 5) 3)の結果は、斜面の最終的な変形状態にも影響を与えるため、解析結果の解釈と利用については十分な注意が必要であることを指摘した。
- 6) 既往の模型実験を対象とした再現解析を行ったが、実験で生じた斜面の崩壊挙動を完全に再現することはできなかった。

謝辞：本研究を遂行するにあたり、JSPS科研費23760426の助成を得た。

参考文献

- 1) Toki, K., Miura, H. and Oguni, Y.: Dynamic slope stability analyses with a non-linear finite element method, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.13, pp.151-171, 1985.
- 2) 鶴飼恵三, 井田寿朗, 若井明彦: 動的弾塑性 FEM 解析による地震時斜面のすべり解析, 日本地すべり学会誌, Vol.32, No.1, pp.8-11, 1995.
- 3) 鶴飼恵三, 井田寿朗, 若井明彦: 地震時の斜面の安定性に及ぼす 3 次元効果, 土木学会論文集 III, No.554/No.37, pp.119-128, 1996.
- 4) Zheng, H., Liu, D.F. and Li, C.G: Slope stability analysis based on elasto-plastic finite element method, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol.64, pp.1871-1888, 2005.
- 5) 秦吉弥, 一井康二, 土田孝, 李黎明, 加納誠二, 山下典彦: 地震時の斜面の変形量評価における解析手法および入力地震動の選定, 日本地すべり学会誌, Vol. 45, No. 1, pp.64-71, 2008.
- 6) 若井明彦, 田中頼博, 阿部真郎, 吉松弘行, 山邊康晴, 渡邊泰介: 中山間地の地震時斜面崩壊リスクを評価するための有限要素法に基づく広域被害予測システム, 日本地すべり学会誌, Vol.45, No.3, pp.21-32, 2008.
- 7) Lucy, L.B.: A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, *The Astronomical Journal*, Vol.82, No.12, pp.1013-1024, 1977.
- 8) Gingold, R.A. and Monaghan, J.J.: Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to nonspherical stars, *Monthly Notes of Royal Astronomical Society*, Vol.181, pp.375-389, 1977.
- 9) Monaghan, J.J., *Simulating Free Surface Flows with SPH*, *Journal of Computational Physics*, Vol.110, pp.399-406, 1994.
- 10) 酒井謙, 岡本哲: 河島庸一, 粒子法による大変形弾塑性解析, 計算力学講演会講演論文集, pp.765-766, 2004.
- 11) 酒井謙, 山下彰彦: SPH 理論に基づく粒子法による構

- 造解析の基礎的検討, 日本機械学会論文集(A編)67巻659号, pp. 7-16, 2001.
- 12) 小野祐輔, 西田真悟, 清野純史: SPH法による土構造物の弾塑性解析, 応用力学論文集, Vol.9, pp.717-723, 2006.
 - 13) 小野祐輔, 西田真悟, 清野純史: SPH法による盛土破壊シミュレーションとそのCG化, 地域安全学会論文集, Vol.8, 2006.
 - 14) Bui, H., Fukugawa, R., Sako, K., Ohno, S.: Lagrangian meshfree particles method (SPH) for large deformation and failure flows of geomaterial using elastic-plastic soil constitutive model, *International Journal for numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.32, pp.1537-1570, 2008.
 - 15) Naili, M., Matsushima, T., and Yamada, Y.: Numerical simulation of liquefaction induced lateral ground flow around pile foundations using smoothed particle hydrodynamics, *Proc. of 12th Japan Earthquake Engineering Symposium*, 2006.
 - 16) Naili, M., Matsushima, T. and Yamada, Y.: A 2D smoothed particle hydrodynamics method for liquefaction induced lateral spreading analysis, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.8, pp.591-599, 2005.
 - 17) Liu, G.R. and Liu, M.B.: Smoothed Particle Hydrodynamics, *World Scientific Publishing*, 2003.
 - 18) 岩本哲也, 小野祐輔: 弾性波伝播問題に対する粒子法の適用性, 応用力学論文集, Vol.12, 2009.
 - 19) Chen, J.K., Beraun, J.E. and Jih, C.J.: Completeness of corrective smoothed particle method for linear elastodynamics, *Computational Mechanics*, Vol.24, pp.273-285, 1999.
 - 20) Gray, J.P., Monaghan, J.J. and Swift, R.P.: SPH elastic dynamics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.190, No.49, pp.6641-6662, 2001.
 - 21) 大津仁志, 曾良岡宏, 北爪貴史, 佐藤正行, 中瀬仁, 伊藤浩二: 地盤材料の異なる斜面の地震時崩壊機構と変位量評価の適用性に関する相違, 降雨と地震に対する斜面崩壊機構と安定性評価に関するシンポジウム論文集, 2009.
 - 22) Bui, H., Fukagawa, R. and Sako, K.: A study of the matter of SPH application to saturated soil problems, *Proc. of 5th International SPHERIC workshop*, pp.354-361, 2010.
 - 23) 田中忠次, 鵜飼恵三, 河邑眞, 阪上最一, 大津宏康: 地盤の三次元弾塑性有限解析, 丸善, 1996.

SPH SIMULATION OF SLOPE FAILURE INDUCED BY EARTHQUAKE GROUND MOTION

Yusuke ONO

The finite element analysis is hardly applicable to simulation of slope failure because of insufficiency of handling large deformation. The smoothed particle hydrodynamics (SPH) which is known as a powerful simulation tool for large deformation problem is applied to the earthquake induced slope failures simulation. Firstly, a new SPH form of the equation of motion which improves an accuracy of earthquake response analysis is proposed. Secondly, the Rayleigh damping is introduced to the SPH simulation successfully. Thirdly, it is shown that the process of development of a failure line is affected by the SPH particle density and the Rayleigh damping.