

照査用入力地震動集合の大きさの 情報エントロピーを用いた評価の信頼性 に関する基礎的検討

宮本 崇¹・本田 利器²

¹山梨大学 工学部土木環境工学科 (〒 400-8511 山梨県甲府市武田 4-3-11)

²東京大学大学院 新領域創成科学研究科 (〒 277-8563 千葉県柏市柏の葉 5-1-5)

本研究では、性能照査に用いる外力として、入力地震動の集合を考慮することを提案するとともに、その地震動の集合の大きさを情報エントロピーの概念を用いて評価することの信頼性について、数値シミュレーションによる基礎的な検討を行った。その結果、ある地震動集合に対して十分な強度を有するように設定した構造モデルが損傷を受けない確率は、提案手法で評価されたその地震動集合の大きさの値から推定される非損傷確率を上回ることが示され、提案手法が信頼できる結果を与えるものであることが示された。

Key Words : a set of design input motions, nonlinear dynamic analysis, performance based seismic design, information entropy

1. はじめに

社会基盤構造物の耐震性能照査に用いる入力地震動には、設計スペクトルへのフィッティング波形が用いられることが多い他、近年では強震動シミュレーションから生成される波形を用いる検討も進んでいる。一方で、これらの手法では、スペクトルフィッティングによる手法では波形の位相情報に任意性があり、また強震動シミュレーションによる手法ではシミュレーション上のパラメータに不確実性を有している。こうした任意性や不確実性に起因して、入力地震動の候補は無数に生じるため、性能照査時にはそれらの候補から具体的な入力地震動をどのような根拠で選ぶかが重要な問題となる。

この問題に対する従来の手法は、Dhakal らの研究¹⁾に見られるように、「構造物の重要度に応じて適切な強度を有する波形を選定する」という考え方に基づいている。例として、ある入力地震動の候補に対して、照査される構造物に全体の 50%の候補（あるいは、より重要な構造物であれば 90%の候補）に対する安全性を保証したい場合を考える。そのような安全性を保証する具体的な入力地震動を選定する際には、図-1 に示すように、何らかの地震動強度指標や構造モデルの応答値に関して入力地震動の候補が有する分布を評価した上で、50%パーセンタイル値（あるいは 90%パーセンタイル値）に相当する強度を有した波形を、性能照査に用いる入力地震動として選定する。これにより、性能照査を

経た構造物は、入力地震動の候補全体の 50%(90%) に当たる「性能照査時に選定された波形よりも弱い入力地震動の候補」に対しては安全であると期待され、したがって目標の安全性が保証されると考えることができる。

しかし、実構造物の非線形挙動では、複雑な複数のメカニズムによって損傷を生じる上に、入力地震動を選定する際には想定していなかったメカニズムにより損傷を生じることもありうる。このため、地震動強度指標などにより評価される入力地震動の強さと、その入力地震動が実構造物に対して有する影響の強さとが一致しない。したがって、地震動強度などに基づいて選定された時刻歴波形が実際には十分な強度を有しておらず、目標の安全性が達成されない可能性がある。

そこで本稿では、実構造物の非線形挙動が有する複雑さを前提に、より高い信頼性を達成するため、要求される安全性に応じて入力地震動の集合を耐震性能照査に用いる手法を提案すると共に、この手法を実践するために入力地震動の集合の有する大きさを定量的に評価する手法を構築し、その信頼性を検証する。

2. 提案手法

(1) 設計地震動の集合に対する性能照査

従来の考え方では、入力地震動の候補に対して構造物の安全性を保証したい範囲が与えられたときに、そのような安全性を保証すると期待される、特定の強さ

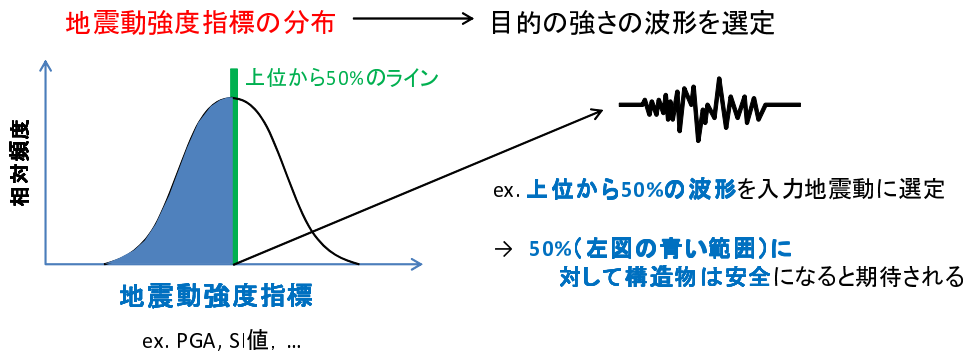


図-1 従来の手法における入力地震動の選定プロセス

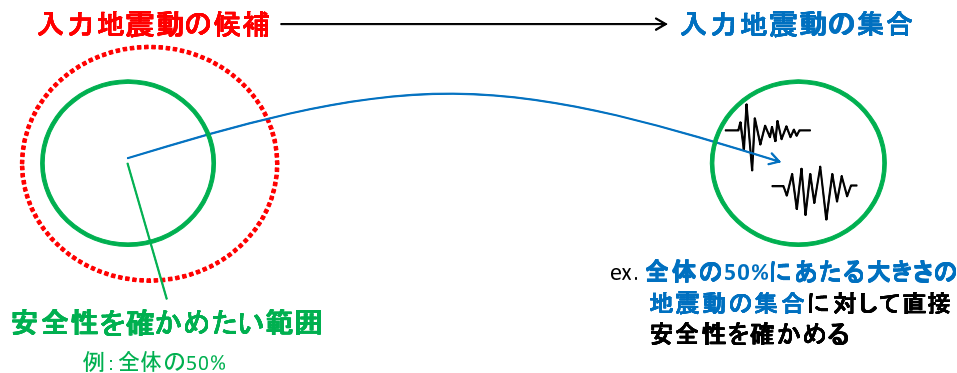


図-2 提案手法における入力地震動の選定プロセス

の地震動波形を選ぶ。例として、入力地震動の候補の50%に対して構造物の安全性を保証したい場合、図-1に示すように対応するパーセンタイル値に当たる強度を有した波形を選定する。

このような従来の手法とその問題は、次のように言い換えられる。従来の手法では、構造系に対してある安全性が要求された際に、対応する強さを有した波形を性能照査時の入力地震動に選定する。これにより、選定された入力地震動よりも弱いと評価される範囲にある波形(すなわち、図-1における分布の青い範囲にある波形)に対する性能照査を行わずとも、それらに対する構造系の安全性を間接的に保証する、という考え方に基づいている。しかし、上述したように実構造の挙動は複雑であるため、対象とする構造物に与える影響という意味で、適切な強さを有した波形を選ぶことは容易ではない。

そこで本稿では、入力地震動の候補に対して安全性を保証したい範囲が与えられたときに、そのような安全性を間接的に保証するような特定の波形を選ぶのではなく、安全性を保証したい範囲にある入力地震動の集合を直接性能照査に用いることを考える。上記の例であれば、入力地震動の候補の50%に対し構造系の安全性を保証したい場合には、候補全体の50%を占める

入力地震動の集合を直接耐震性能照査に用いることとする(図-2)。

従来の手法と本手法の大きな違いは、従来の手法は安全性を保証したい範囲にある波形に対する構造系の安全性評価を間接的に実施することに対し、本手法ではそのような範囲にある波形に対する構造系の安全性評価を直接的に実施することである。また、従来の手法では、「特定の観点から評価される波形の強さ」に基づいて入力地震動を選定していたため、波形の強さの評価時には想定していなかった構造系の損傷メカニズムがある場合に、そのようなメカニズムに対し十分に強い波形を選定することが難しかった。一方で、本手法ではある範囲に属する複数の入力地震動を直接性能照査に用いるために、陽に考慮していなかった損傷メカニズムに対しても影響の強い波形が入力地震動の集合の中に含まれる可能性が高まる。したがって、それらの波形を性能照査に用いることは、そのような損傷メカニズムに対する配慮を求めることにつながり、したがって照査を経た構造系のロバスト性が向上することが期待される。

以上のように、本稿では、構造物に求められる安全性に応じて、入力地震動の候補の中で適切な範囲を占める大きさを有した入力地震動の集合を性能照査に利

用することを提案する．このような手法の実践のために，次節ではある入力地震動の集合が有する大きさを定量的に評価する手法を説明する．

(2) 入力地震動の集合の大きさの定量化

構造物に要求される安全性に応じて，適切な範囲を占める大きさの入力地震動の集合を選ぶために，本節では入力地震動の集合の大きさを定量的に評価する手法を提案する．

ある集合の大きさは，例えばその集合に含まれる要素の数として評価することができる．しかし，互いに特性の似た多くの波形を性能照査に用いる場合と，互いに特性の異なる少数の波形を性能照査に用いる場合とでは，後者の方が構造系に対し様々なケースでの安全性を保証することにつながると考えられる．

そこで本手法では，地震動の集合が有する特性の多様性という観点から入力地震動の集合の大きさを評価することとする．特に，実構造系の応答と関連の高い特性を評価するために，性能照査の対象構造系を模した非線形構造モデルの応答値を，地震動特性の指標として用いる．このとき，最大応答変位や履歴吸収エネルギー等，複数の応答値を指標として利用することで，地震動特性を様々な観点から評価する．

また，地震動特性の評価のロバスト性を向上させるために，構造モデルのパラメタに変動を与えた際の，応答値の感度を考慮する．これは，単一の構造モデルの応答値に加え，構造パラメタに変動を与えた際の感度を考慮することで，詳細に地震動波形の特性を表現することができると思われるためである．

例えば，バイリニア 1 自由度系の最大応答変位と履歴吸収エネルギーを地震動指標として利用する際に，1 自由度系の固有周期に変動を与えて応答解析のモンテカルロシミュレーションを実施することとする．これにより，ある地震動波形の集合に対して，モデル応答値が多数得られることになる．構造パラメタに与えた変動を確率変数とみなすと，応答値も確率変数と見なすことが出来，その分布は，確率密度関数と考えることが出来る．

提案手法では，この確率密度関数が地震動波形の特性を表していると考えられる．

このような考え方から，ある入力地震動の集合に対して，地震動特性を評価する指標はモデル応答値の確率密度関数として得られる．この確率密度関数から集合の大きさを評価するために，本手法ではこれまで著者らが利用してきた情報エントロピー

$$H[p(x)] = \sum_{i=1}^n -p(x_i) \log p(x_i) \quad (1)$$

を用いる^{2),3)}．ここで， x は構造モデルの応答値であり，

$p(x)$ はその確率密度関数を表す．また， $p(x)$ は離散化して表現しており， $p(x_i)$ は各階級 x_i ($i = 1, \dots, n$) における確率密度関数の値を表す．

情報エントロピーは，ある確率密度関数に従って生起する事象を，何らかの符号化手法にしたがって表現する際の，理論的に実現可能な最小平均符号長としての意味を有する量であり，事象が有するデータ量や複雑さ，多様性を定量化した値であると解釈されることが多い^{4),5)}．本研究では，ある地震動の集合を構造モデルの応答値の確率密度関数で表現した上で，この確率密度関数が有する情報エントロピーを評価する．これは，地震動の集合が有する特性の複雑さ，多様性を，それらの地震動がある構造モデルに対してどの程度多様な応答値を与えるかによって評価していることになる．

本稿では，情報エントロピー H をそのまま用いるのではなく，その指数値 $\exp H$ を集合の大きさとして用いる．例えばある集合の有する地震動の性質がある特定の 1 つの階級 x_k に集中している場合，この確率密度関数は

$$p(x_i) = \begin{cases} 1 & (i = k) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2)$$

となるため，その情報エントロピーは $H[p(x)] = -1 \log 1 = 0$ となる．このとき，情報エントロピーの指数値をとると $\exp(H) = \exp(0) = 1$ となり，確率密度関数が分布している階級の数と一致する．このように，情報エントロピーの指数値は，ある事象が確率密度関数で実質的に，階級いくつ分の複雑さに相当するかを表す量となる．つまり，この量を用いることで地震動の集合の大きさを，その集合に属している波形の「種類数」に相当する値として用いることができると考えられる．

3. 数値シミュレーション

本節では，上記の提案手法の有効性を検証するために数値シミュレーションを実施する．シミュレーションでは，まず性能照査の対象となる構造系と，入力地震動の候補を設定する．次に，入力地震動の候補から，照査に用いる波形の集合をランダムに選び「情報エントロピーから評価される，選定された入力地震動の集合の大きさ」と「選定された入力地震動の集合によって実現される，構造系の安全性の程度」を比較する．

入力地震動の集合のランダムな選定を繰り返し，上述の比較を様々な集合に対して行うことで，情報エントロピーの指数値が地震動集合の大きさを表す量として適切に機能していることを検証する．

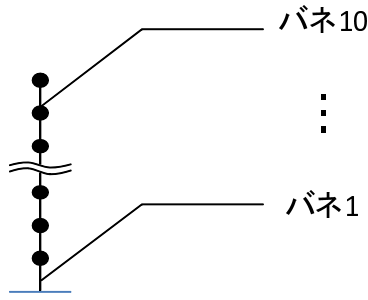


図-3 対象構造系

(1) 対象構造系

性能照査の対象構造系として、鉄筋コンクリート造10層ビルを想定した。照査における応答解析には、既往の解析例⁷⁾を参考に、各集中質量をつなぐバネの特性をトリリニア型 Clough モデルで表現した10自由度系にモデル化した(図-3)。また、地震動による構造系の損傷値として、各バネの Park-Ang 指標 I_{PA}^j ($j = 1, \dots, 10$) を用いることとした。事前解析の結果から、解析モデルは複数の振動モードが卓越し、各振動モードにおいて大きな影響を受けるバネが異なるなど、複雑な挙動を示すことを確認している。

(2) 入力地震動の候補

本解析事例における入力地震動の候補として、道路橋示方書に定められるレベル2地震動II種地盤タイプII(内陸型)の設計スペクトルにフィッティングする波形を、K-NETにおける観測波形群の位相を利用して1000波形作成した。

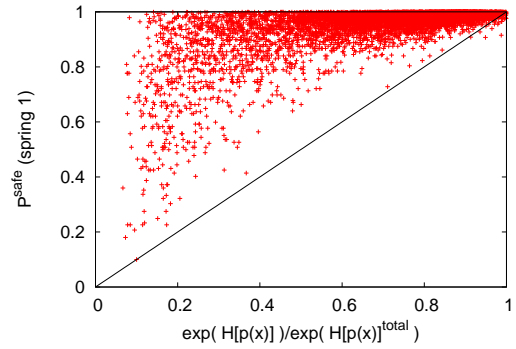
(3) 入力地震動の集合の選定と情報エントロピーの評価

本検討では、上述した1000波の候補の中から、2波形から100波形の範囲でランダムに波形を選定して性能照査に用いる入力地震動の集合 G とした。 G が有する情報エントロピーの評価には、対象構造系の1次モード周期に固有周期を対応させた完全弾塑性バイリニア1自由度系の応答値を指標として利用した。初期剛性と初期降伏変位にばらつきを与えて得られる、最大応答変位と履歴吸収エネルギーの2値の結合確率密度関数から情報エントロピーを算出した。

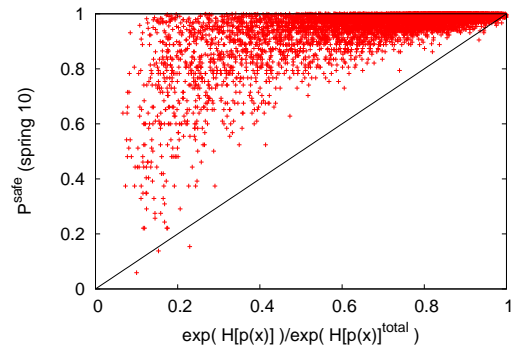
(4) 入力地震動によって実現される構造系の安全性の定義

前節で選定した、入力地震動の集合 G を性能照査に用いた際に実現される、構造系の安全性を $P^{\text{safe}}(I_{PA}^j)$ として次のように定義する。

$$P^{\text{safe}}(I_{PA}^j) = \frac{\sum_{k=1}^{1000} \text{Ind}\{I_{PA}^j[f(t)^k] < I_{PA}^j[G]\}}{1000} \quad (3)$$



(a) バネ 1



(b) バネ 2

図-4 入力地震動の集合の大きさの比率 $\exp H$ と、構造系の安全性 $P^{\text{safe}}(I_{PA}^j)$ の関係: $j = 1, 10$

ここで、 $I_{PA}^j[f(t)^k]$ は、入力地震動の候補1000波中の k 番目の地震動 $f(t)^k$ による j 番目のバネの損傷値を表し、 $I_{PA}^j[G]$ は、集合 G に属する入力地震動による j 番目のバネの損傷値の最大値を示す。

入力地震動の集合 G に対する性能照査を経た構造系は、 j 番目のバネに関して $I_{PA}^j[G]$ の損傷値まで安全性が保証されたと考えることができる。このため、 $I_{PA}^j[f(t)^k]$ が $I_{PA}^j[G]$ を越えなければ、構造系は地震動 $f^k(t)$ に対して安全となる。したがって、 $P^{\text{safe}}(I_{PA}^j)$ は、入力地震動の集合 G を照査に用いることで、入力地震動の候補1000波に対して何波形が安全側となるかを、比率としてバネ毎に評価した値である。

4. 解析結果

全1000波形の中から、2波から100波の範囲でランダムに地震動の集合を選ぶ試行を1000ケース行った。各ケースについて、情報エントロピーに基づいて算出される入力地震動の集合の大きさ $\exp H$ と、構造系のバネ j に保証される安全性 $P^{\text{safe}}(I_{PA}^j)$ の関係のうち、バネ1と10の結果を図-4に示す。ただし、各集合の大きさ $\exp H$ は、入力地震動の候補全1000波形が有

する集合の大きさ $\exp H^{\text{total}}$ を用いて正規化することで、「入力地震動の候補全体が有する波形の大きさに対する比率」として評価している。また、図中における黒線は、 $y = x$ の線、すなわち、「入力地震動の候補全体に対する、選定された集合 G の大きさの比率」と、「入力地震動の候補の中で、構造系にとって安全側にある波形の比率」が一致する線を示している。

図-4 に示されるように、情報エントロピーの値が大きく、したがって大きな集合を性能照査に用いることで、バネ 1 やバネ 10 など、いずれのバネについても適切に構造系に保証される安全性が向上する結果となっている。

また、各ケースが、 $y = x$ の線の上方に位置していることは次のように解釈することができる。本研究では、入力地震動の集合の大きさ、あるいは波形の「種類数」を、全入力地震動の候補が有する大きさ「種類数」に対する比率として評価している。この評価は、個々の波形が構造系に対してどの程度強い影響を有しているかに着目しておらず、したがって例えば「全体の 10% の大きさを有している」と評価される入力地震動の集合は、構造系に対し影響の強い特性を有した波形で構成されている場合もあれば、逆に構造系に対し影響の弱い波形ばかりで構成される場合もある。前者の集合を性能照査に用いると、直接構造系の安全性を確かめたのは全入力地震動の候補のうち 10% となるが、実際には照査に用いた入力地震動よりも弱い波形もまた構造系にとって安全側となるため、 $P^{\text{safe}}(I_{PA}^j)$ は 10% よりも大きな値となる。一方で、後者の集合を性能照査に用いると、直接構造系の安全性を確かめた入力地震動よりも弱い波形、すなわち構造系にとって安全側にある波形は存在しないため、 $P^{\text{safe}}(I_{PA}^j)$ の値は、入力地震動の集合の大きさの比率と同等の値、すなわち 10% になると考えられる。

以上のことをまとめると、入力地震動の候補の中で $x\%$ の比率の大きさを有した集合を性能照査に用いると、構造系には $x\%$ を下限値とした安全性が実現されることとなり、図-4 において各ケースが $y = x$ の線の上方に位置しているのはこの結果であると解釈される。こうした結果は、情報エントロピーに基づいて地震動の集合の大きさを評価することの妥当性を示していると考えられる。

また、対象構造モデルは、3(1) 節に記述したように、モデル中の個々のバネは異なる振動モードから支配的な影響を受ける。一方で、地震動の集合の大きさは、3(3) 節に記したように対象構造系の 1 次モードのみを考慮した単純なモデル応答値に基づいて算出している。それにも関わらず、主に 1 次モードにより挙動するバネ 1 だけでなく、高次モードによる影響が支配的なバネ 10 などに関しても提案手法はその安全性を定量化できる結果を得た。これは、提案手法によって、入力地震動の想定していなかった損傷メカニズムに対する構造物の安全性を評価できることを示唆しており、複数の入力地震動を性能照査に用いることの利点が現れた結果であると考えられる。ただし、潜在している損傷メカニズムの種類とそれに対する有効性の関係は、情報エントロピーの評価に用いる指標を変えて比較を行うなど、今後の詳細な検討が必要である。

5. おわりに

本研究は、ある入力地震動の候補から、要求される安全性に応じた入力地震動の集合を性能照査に用いることを提案すると共に、地震動の集合の有する大きさを情報エントロピーに基づいて評価することを提案し、その有効性を検証した。今後は、集合の選定の手続きの一般化や、情報エントロピーに基づいた集合の大きさの評価の理論的な妥当性について検証を進めていく。

参考文献

- 1) Rajesh P. Dhakal, John B. Mander and Naoto Mashiko: Identification of critical ground motions for seismic performance assessment of structures, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.35, pp.989-1008, 2006
- 2) 宮本崇, 本田利器: 地震動の集合が有する設計地震動としての情報量の定量的評価, 土木学会応用力学論文集, Vol.13, pp.577-586, 2010
- 3) 宮本崇, 本田利器: 設計地震動の集合が有する情報エントロピーに基づく構造物の安全性評価, JCROSSAR2011 論文集, pp.425-431, 2011
- 4) 有本卓: 確率・情報・エントロピー, 森北出版, 1980
- 5) 村田昇: 情報理論の基礎, サイエンス社, 2005
- 6) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編, 2002
- 7) 日本建築学会: 建物と地盤の動的相互作用を考慮した応答解析と耐震設計, 2006

SELECTION SCHEME OF A SET OF INPUT MOTIONS FOR SEISMIC EVALUATION OF STRUCTURES BASED ON INFORMATION ENTROPY

Takashi MIYAMOTO, Riki HONDA

In this paper, we proposed to consider a set of input motions as design load for seismic evaluation of structures. In the proposed scheme size of the sets is evaluated based on information entropy, and its reliability is verified through numerical simulations. The results show a probability that a designed structure based on a set of input motions suffers damage is lower than that estimated from the size of the set, which indicates reliability of the proposed scheme.