スペクトル要素法を用いた高振動数起振による鋼トラス橋の損傷同定に関する研究

古川　愛子[1]・松尾　卓弥[2]・西川　晃司[3]

[1]京都大学大学院工学研究科准教授　（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）
E-mail:furukawa.aiko.3w@kyoto-u.ac.jp
[2]京都大学大学院工学研究科修士課程　（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）
E-mail:t.matsuo@ax5.ecs.kyoto-u.ac.jp
[3]京都大学大学院工学研究科修士課程　（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）
E-mail:k.nishikawa@ky8.ecs.kyoto-u.ac.jp

構造ヘルスモニタリングの一手法として，スペクトル要素法に基づく高振動数領域の振動特性を利用した損傷同定手法の提案を行う．小さな損傷の検出と部材単位での効率的な損傷検出が可能なkHzレベルの振動特性を利用して損傷同定を行う手法である．圧電型アクチュエータでの調和外力の起振を想定し，損傷による周波数応答関数の変化に着目する．同定には高振動数領域の解析に適したスペクトル要素法を用いるのが特徴である．鋼トラス橋を対象に数値シミュレーションを行い，高振動数領域において損傷の有無が振動特性に与える影響を明らかにした．また，様々なケースの下で損傷同定解析を行い，提案手法の有用性を示した．

Key Words : *damage identification, spectral element method, high-frequency, steel truss bridge, frequency response function*

１．はじめに

我が国は世界有数の地震多発国であり，老朽化した構造物は常に倒壊・破損の危機に曝されている．被害を未然に防ぐためには，構造物の損傷が小さなうちに発見し，適切に処置することが重要である．また，大地震が発生した後の構造物の被災度判定は目視に頼っているのが現状である．地震直後に多くの構造物を目視点検するのは多大な時間と労力が掛かり，人手不足も懸念されるため，より簡便且つ経済的に診断を行う必要がある．さらに，目視点検だけでは信頼性に欠けるという問題もある．このような理由から，定量的に小さな損傷を検出することができる損傷検出手法の開発が必要である．

損傷による振動特性の変化を利用して構造物の損傷を検出するための様々な手法[1)~3)]が提案されている．従来の損傷検出手法を着目する振動数の高さに応じて分類すると，Hzレベルの低振動数を扱う手法としては，微動計測や地震動を用いる手法が挙げられ，MHzレベルの高振動数を扱う手法としては，超音波検査などが挙げられる．低振動数を利用する手法では，構造物全体が振動するため，構造物全体の損傷を扱えるものの，小さな損傷に対する感度は低く，小さな損傷の検出には不適である．一方，超音波検査はMHzレベルの高振動数を利用するため，小さな損傷を見つけることが可能であるが，一度に検査できる範囲が非常に狭く構造物全体を検査するのに時間がかかるという問題がある．そこで本研究では， kHzレベルの高振動数領域の振動特性を利用して，小さな損傷を効率よく検出することを考える．

損傷同定に用いられる振動データとしては，固有振動数，モードシェイプ，周波数応答関数などが代表的である．固有振動数は比較的容易に計測できるが，小さな損傷にはあまり感度が良いとは言えない．モードシェイプは空間的特性を捉えることができる点で優れているが，誤差の影響が大きく，計測機器の高精度・高密度化が必須である．そのため本研究では，強制振動における周波数応答関数を用いて損傷検出を行う．次章で説明するスペクトル要素法[4)]と周波数応答関数を利用する損傷同定手法は相性が

良いという利点がある．

本研究では，小さな損傷を効率よく検出できるkHzレベルの高振動数領域の振動特性を利用した損傷同定手法を提案する．圧電型アクチュエータでの調和外力の起振を想定し，損傷に伴う周波数応答関数の変化に着目する．同定に高振動数領域の解析に適したスペクトル要素法を用いるのが特徴である．鋼トラス橋を対象とした数値シミュレーションによって提案手法の有用性を検証する．また，グルーピング法を用いることで，計測機器の設置数を減らすことができるかどうかについても検証する．

２．スペクトル要素法

スペクトル要素法は，周波数毎に運動方程式を厳密に解いて要素行列を構築する周波数領域の解析手法である．本章ではオイラー・ベルヌーイ梁を対象に要素行列を導出する．

(1) 軸方向成分

梁の軸方向に x 軸をとる．座標 x, 時刻 t における軸方向の変位を$u(x,t)$，要素の長さl，断面積A，ヤング率E，単位体積重量ρとすると，運動方程式は次のように表される．

$$EA\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \rho A\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0 \qquad (1)$$

変位$u(x,t)$のフーリエ変換を$U(x,\omega)$とすると，次の式が成り立つ．ここに，ω は円振動数である．

$$U(x,\omega) = \frac{1}{T}\int_0^T u(x,t)e^{-i\omega t}dt \qquad (2)$$

式(1)を周波数領域で書き表すと，

$$EA\frac{d^2U(x,\omega)}{dx^2} + \omega^2\rho A U(x,\omega) = 0 \qquad (3)$$

となる．この解は，次のような形で推定される．

$$U(x,\omega) = ae^{-ik(\omega)x} \qquad (4)$$

式(4)を式(3)に代入することにより，$k(\omega)$は，ωの関数k_Lを用いて次式で表される．

$$k_1 = -k_2 = k_L = \omega\sqrt{\frac{\rho}{E}} \qquad (5)$$

これより式(4)の節点変位$U(x,\omega)$は次のようになる．

$$U(x,\omega) = a_1e^{-ik_Lx} + a_2e^{+ik_Lx} = \boldsymbol{e}(x,\omega)\boldsymbol{a} \qquad (6)$$

ただし，

$$\begin{gathered}\boldsymbol{e}(x,\omega) = \begin{bmatrix} e^{-ik_Lx} & e^{+ik_Lx}\end{bmatrix} \\ \boldsymbol{a} = \{a_1 \quad a_2\}^T\end{gathered} \qquad (7)$$

である．要素の境界条件より次の式が得られる．

$$\boldsymbol{d}(\omega) = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U(0) \\ U(l) \end{Bmatrix} \qquad (8)$$

式(6)を式(8)の右辺に代入すると，次式を得る．

$$\boldsymbol{d}(\omega) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}(0,\omega) \\ \boldsymbol{e}(l,\omega) \end{bmatrix}\boldsymbol{a} = \boldsymbol{H_R}(\omega)\boldsymbol{a} \qquad (9)$$

ただし，$\boldsymbol{H_R}(\omega)$は次式のようになる．

$$\boldsymbol{H_R}(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-ik_Ll} & e^{+ik_Ll} \end{bmatrix} \qquad (10)$$

式(9)を用いて式(6)から$\boldsymbol{a}$を消去して次式を得る．

$$U(x,\omega) = \boldsymbol{N_R}(x,\omega)\boldsymbol{d}(\omega) \qquad (11)$$

ただし，$\boldsymbol{N_R}(x,\omega)$は次式で表される．

$$\begin{gathered}\boldsymbol{N_R}(x,\omega) = \boldsymbol{e}(x,\omega)\boldsymbol{H_R}^{-1}(\omega) = [N_{R1}(x,\omega) \quad N_{R2}(x,\omega)] \\ N_{R1}(x,\omega) = \sin[k_L(l-x)]/\sin(k_Ll) \\ N_{R2}(x,\omega) = \sin(k_Lx)/\sin(k_Ll)\end{gathered} \qquad (12)$$

軸力を，周波数領域で表すと，次の式で表される．

$$N(x,\omega) = EA\frac{dU(x,\omega)}{dx} \qquad (13)$$

この要素内の軸力と節点に作用する力の関係は，次式で表される．

$$\boldsymbol{f_c}(\omega) = \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -N(0) \\ +N(l) \end{Bmatrix} \qquad (14)$$

式(11)と式(13)を式(14)の右辺に代入すると次の式が得られる．

$$\boldsymbol{S_R}(\omega)\boldsymbol{d}(\omega) = \boldsymbol{f_c}(\omega) \qquad (15)$$

ただし，$\boldsymbol{S_R}(\omega)$は次のようになる．

$$\boldsymbol{S_R}(\omega)=\frac{EA}{l}\begin{bmatrix}s_{R11} & s_{R12}\\ s_{R12} & s_{R22}\end{bmatrix}=\boldsymbol{S_R}(\omega)^T$$
$$s_{R11}=s_{R22}=(k_L l)/\tan(k_L l) \tag{16}$$
$$s_{R12}=-(k_L l)/\sin(k_L l)$$
$$k_L=\omega\sqrt{\rho/E}$$

(2) せん断・曲げ方向成分

(1)と同じようにせん断方向変位を$v(x,t)$と置く．

$$EI\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4}-\rho A\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}=0 \tag{17}$$

$v(x,t)$のフーリエ変換$V(x,\omega)$は，次の式で表される．

$$V(x,\omega)=a_1e^{-ik_Fx}+a_2e^{-k_Fx}+a_3e^{+ik_Fx}+a_4e^{+k_Fx} \tag{18}$$

ただし，k_Fはωの関数である．

$$k_F=\sqrt{\omega}\sqrt[4]{\frac{\rho A}{EI}} \tag{19}$$

せん断力と曲げモーメントは，次の通りである．

$$Q(x,\omega)=-EI\frac{\partial^3 V(x,\omega)}{\partial x^3}$$
$$M(x,\omega)=EI\frac{\partial^2 V(x,\omega)}{\partial x^2} \tag{20}$$

これらより(1)と同様にして，せん断・曲げ方向の動剛性行列$\boldsymbol{S_B}(\omega)$が導出される．なお，スペクトル要素法では質量の影響は動剛性行列に含まれている．

スペクトル要素法は梁の運動方程式を厳密に解くため，解析結果は要素サイズの影響を受けない．周波数毎に要素動剛性行列を構築する周波数領域の解法であり，次節で述べる調和外力加振と周波数応答関数に基づく損傷同定手法とは相性がよいと考えられる．高振動数を扱う場合，形状関数を多項式で近似する有限要素法を用いると要素サイズを着目する波長に応じて細かく設定する必要があるが，スペクトル要素法では断面特性が変化する箇所で分割するだけでよく，解析容量を大幅に抑えることができる．

３．損傷同定手法

(1) 損傷のモデル化

構造物の損傷を断面積Aの減少及び断面2次モーメントIの減少として評価する．構造物全体の動剛性行列$\boldsymbol{S}(\omega)$は各要素の動剛性行列の集合体として次式のようにモデル化できる．

$$\boldsymbol{S}(\omega)=\sum_{e=1}^{n}\boldsymbol{S}^e(\omega) \tag{21}$$

ここで，nは梁要素の総数であり，$\boldsymbol{S}^e(\omega)$はe番目の梁要素の動剛性行列である．e番目の梁要素の断面積と断面2次モーメントがδA_e，δI_e減少したとすると，e番目の梁要素の動剛性行列の減少分$\delta\boldsymbol{S}^e(\omega)$は，

$$\delta\boldsymbol{S}^e(\omega)=\delta A_e\boldsymbol{K_A}^e(\omega)+\delta I_e\boldsymbol{K_I}^e(\omega) \tag{22}$$

ただし，

$$\boldsymbol{K_A}^e(\omega)=\frac{\delta\boldsymbol{S}^e(\omega)}{\delta A_e}\ ,\qquad \boldsymbol{K_I}^e(\omega)=\frac{\delta\boldsymbol{S}^e(\omega)}{\delta I_e} \tag{23}$$

と表される．よって，全体動剛性行列の減少分は，次式で表される．

$$\delta\boldsymbol{S}(\omega)=\sum_{e=1}^{n}\delta A_e\,\boldsymbol{K_A}^e(\omega)+\sum_{e=1}^{n}\delta I_e\boldsymbol{K_I}^e(\omega) \tag{24}$$

(2) 健全時の構造物の応答

損傷前の周波数領域における運動方程式は，

$$\boldsymbol{S}(\omega)\boldsymbol{X}(\omega)=\boldsymbol{F}(\omega) \tag{25}$$

である．$\boldsymbol{S}(\omega)$は動剛性であり，$\boldsymbol{X}(\omega)$と$\boldsymbol{F}(\omega)$はそれぞれ変位と外力のフーリエ振幅である．変位応答$\boldsymbol{X}(\omega)$は次式の通りである．

$$\boldsymbol{X}(\omega)=\boldsymbol{H}(\omega)\boldsymbol{F}(\omega) \tag{26}$$

なお，$\boldsymbol{H}(\omega)$は動剛性$\boldsymbol{S}(\omega)$の逆行列であり，周波数応答関数である．

(3) 損傷後の構造物の応答

損傷後の運動方程式は

$$(\boldsymbol{S}(\omega)-\delta\boldsymbol{S}(\omega))(\boldsymbol{X}(\omega)+\delta\boldsymbol{X}(\omega))=\boldsymbol{F}(\omega) \tag{27}$$

である．$\delta\boldsymbol{X}(\omega)$は変位の増分であり，$\delta\boldsymbol{S}(\omega)$は式(24)より動剛性の減少分である．
式(27)に式(25)と式(24)を代入して，次式を得る．

$$\delta\boldsymbol{X}(\omega)=\boldsymbol{H}_d(\omega)\delta\boldsymbol{S}(\omega)\,\boldsymbol{H}(\omega)\boldsymbol{F}(\omega) \tag{28}$$

$\boldsymbol{H}_d(\omega)$は損傷後の周波数応答関数であり，

$$\boldsymbol{H}_d(\omega)=[\boldsymbol{S}(\omega)-\delta\boldsymbol{S}(\omega)]^{-\boldsymbol{1}} \tag{29}$$

と表される．式(26)に示した損傷前の変位$\boldsymbol{X}(\omega)$に，

式(29)と式(24)から求まった損傷による変位増分$\delta\boldsymbol{X}(\omega)$を加えることにより，損傷後の応答$\boldsymbol{X'}(\omega)$が求まる．

$$\boldsymbol{X}'(\omega) = \boldsymbol{H}(\omega)\boldsymbol{F}(\omega) + \sum_{e=1}^{n} \boldsymbol{U}_A^e(\omega)\boldsymbol{F}(\omega)\delta A_e + \sum_{e=1}^{n} \boldsymbol{U}_I^e(\omega)\boldsymbol{F}(\omega)\delta I_e \tag{30}$$

ここで，$\boldsymbol{U}_A^e(\omega)$と$\boldsymbol{U}_I^e(\omega)$は次の通りである．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{U}_A^e(\omega) &= \boldsymbol{H}_d(\omega)\boldsymbol{K_A}^e(\omega)\,\boldsymbol{H}(\omega) \\ \boldsymbol{U}_I^e(\omega) &= \boldsymbol{H}_d(\omega)\boldsymbol{K_I}^e(\omega)\,\boldsymbol{H}(\omega) \end{aligned} \tag{31}$$

(4) 損傷同定方程式の構築

周波数応答関数を，起振振動数における加速度応答のフーリエ振幅を入力である調和外力の振幅で除したものであると考える．計測点をノードi，起振点をノードj，起振振動数をωとしたとき，周波数応答関数$a(i,j,\omega)$は次式のように表される．

$$\begin{aligned} a(i,j,\omega) &= \frac{-\omega^2\boldsymbol{X'}(\omega)}{\boldsymbol{F}(\omega)} \\ &= -\omega^2\left(\boldsymbol{H}_{ij}(\omega) + \sum_{e=1}^{n}\boldsymbol{U}_{Aij}^e(\omega)\delta A_e + \sum_{e=1}^{n}\boldsymbol{U}_{I\,ij}^e(\omega)\delta I_e\right) \end{aligned} \tag{32}$$

上式において，$a(i,j,\omega)$は損傷後の周波数応答関数であり，計測により得られる値である．$\boldsymbol{H}_{ij}(\omega)$は損傷前の周波数応答関数であり，既知の値である．一方，$\boldsymbol{U}_{Aij}^e(\omega)$と$\boldsymbol{U}_{Iij}^e(\omega)$は損傷前の構造データと起振振動数及び未知のパラメータδA_e，δI_eから決まる値である．式(32)を整理し，左辺に未知の項，右辺に既知の項を移項すると，次の式が得られる．

$$-\omega^2\sum_{e=1}^{n}\boldsymbol{U}_{Aij}^e(\omega)\delta A_e - \omega^2\sum_{e=1}^{n}\boldsymbol{U}_{I\,ij}^e(\omega)\delta I_e = a(i,j,\omega) + \omega^2\boldsymbol{H}_{ij}(\omega) \tag{33}$$

計測点i，起振点j，起振振動数の組み合わせを様々に変え，m種類の計測を行うと，式(33)の方程式がm個得られることになる．この$2n$個の未知数δA_e，δI_eを含む連立方程式（損傷同定方程式）を解くことにより，各要素における断面積低下率δA_eと断面2次モーメント低下率δI_eを求めることができる．

図-1　対象構造物

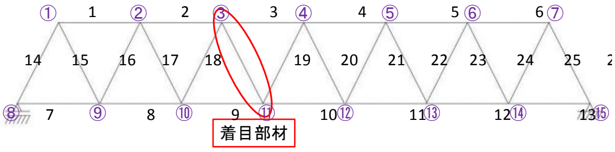


図-2　解析モデル

表-1　物性値

	上弦材	斜材	下弦材	床版
部材長さ[m]	6.6	7.38	6.6	-
単位体積重量[$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$]	7800	7800	7800	2500
ヤング率[$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^2}}$]	2.20×10^{11}	2.20×10^{11}	2.20×10^{11}	2.50×10^{10}
断面積[$\mathrm{m^2}$]	1.21×10^{-2}	5.50×10^{-3}	9.40×10^{-2}	1.00
断面2次モーメント[$\mathrm{m^4}$]	1.20×10^{-4}	5.11×10^{-5}	6.21×10^{-5}	1.33×10^{-2}
減衰定数	0	0	0	0

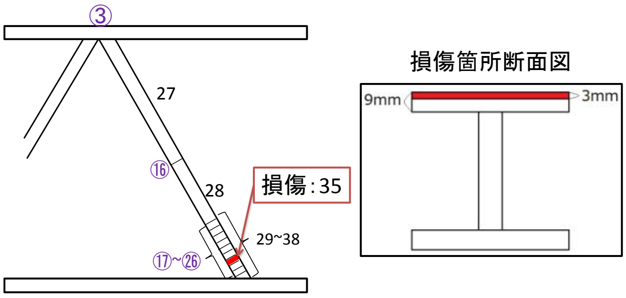


図-3　損傷モデル

4．解析モデル

(1) 解析対象構造物

図-1に示す鋼トラス橋を対象として数値シミュレーションを行う．この橋梁は熊本県阿蘇郡阿蘇町地内の菊池赤水線に架かる車帰橋という橋であり，昭和38年に架設された橋長47.0m，幅員4.8mの単径間鋼製トラス橋である[5]．物性値は**表-1**に示す通りである．実際のトラスにおいて斜材端部の結合条件はピンよりも固定の状態に近いという結果[6]に基づ

き，トラスを梁要素でモデル化する．**図-2**の左から6番目の斜材を着目部材とする．要素分割は**図-2**のように行い，着目部材に関して**図-3**のように下方1/4を細かく分け，上方3/4は部材中央で2分した．

(2) 損傷モデル

損傷は，着目部材の下から約58cmの位置に長さ約16cmの腐食を仮定する．**図-3**に損傷の与え方を示す．損傷の程度は，斜材の表面が3mm腐食したものとし，断面積Aは約9%減少，断面2次モーメントIは約15%減少することに相当する．損傷を与えた要素の要素番号は35である．

5．損傷による振動特性の変化の比較

(1) 損傷前後の固有振動数の変化

計測点を部材中央に固定し，起振振動数を漸増させ周波数応答関数(FRF)を計算する．起振方向は部材に対して直角とする．周波数応答関数がピークを示す振動数を調べることにより鋼トラス橋の固有振動数がわかる．

結果を**図-4**に示す．縦軸は周波数応答関数である．横軸は振動数であり，1Hzから3000Hzまでの結果をプロットした．トラス全体の振動モードと着目部材の局所振動モードとが混在しており，局所振動の固有振動数を判別するのは困難である．また，断面欠損により剛性だけでなく質量も減少するため，必ずしも損傷によって固有振動数が減少するとは限らず，ほとんど変化しないケースも，逆に増加するケース（例えば約2750Hz付近）もある．振動数が高いほど，剛性よりも質量に対する感度が高くなるため，この傾向が強くなることが確認できた．以上のことから，固有振動数の変化から損傷を捉えることは困難であることがわかる．

(2) トラスの変形の様子

起振点・起振振動数を固定し，全節点で周波数応答関数を計測する．これにより，起振振動数毎にトラス橋の変形の様子を描くことができ，振動形状を比較することができる．起振方向は部材軸方向とし，起振振動数は1Hzと5000Hzを選択し，比較した．

1Hzで起振した際の結果を**図-5**に，5000Hzで起振した際の結果を**図-6**にそれぞれ示す．図より，起振振動数1Hzの時はトラス全体が振動していることがわかり，起振振動数5000Hzの時は起振した部材において高次モードが表われ，局所的に振動するという傾向を掴むことができた．尚，**図-5, 6**は着目

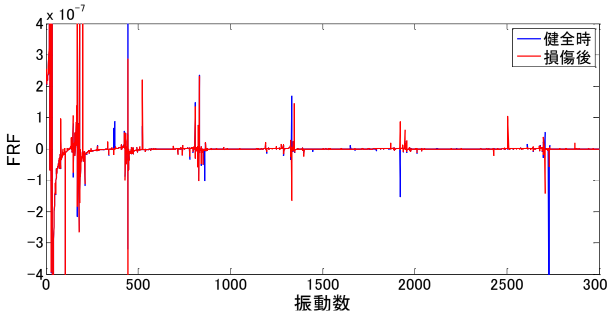


図-4　固有振動数

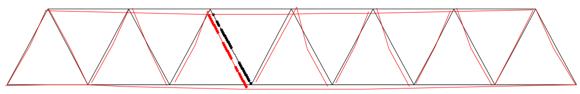


図-5　1Hzで起振した時の振動形状

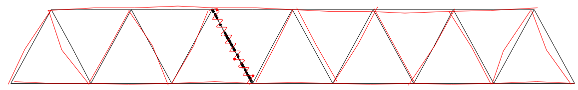


図-6　5000Hzで起振した時の振動形状

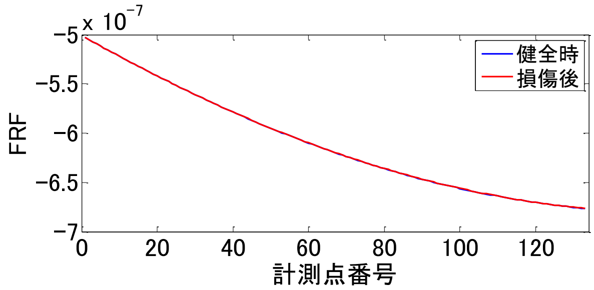


図-7　1Hz起振時の周波数応答関数

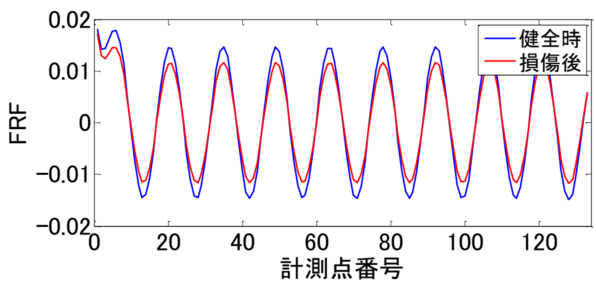


図-8　5000Hz起振時の周波数応答関数

部材は132分割し，それ以外の部材を2分割したときの結果である．2分割より分割数を細かくしても形状が殆ど変わらないことを確認している．

5000Hzで起振した場合，他の部材に変形が大きな箇所(例えば左から2,13,14番目の斜材)とそうでない箇所が表われた．次章で，これが損傷同定解析にどのような影響を及ぼすか調べる．

(3) 損傷前後の周波数応答関数の変化

着目部材において，損傷前後の周波数応答関数の変化を調べる．着目部材を132分割し，起振点を部材中央に固定して全節点での周波数応答関数を計測する．起振方向は軸方向とし，起振振動数は1Hzと5000Hzを選択し，比較した．

1Hz起振時の結果を**図-7**に，5000Hz起振時の結果を**図-8**にそれぞれ示す．縦軸は周波数応答関数，横軸は計測点番号を表し，着目部材の上端が1，下端が133である．1Hzでは，損傷によるFRFの変化はほとんどない．一方，5000Hzでは高次モードが表れており，損傷前後の周波数応答関数の差は大きいことがわかる．これより，高振動数の方が損傷に対する感度が高いことが確認できる．

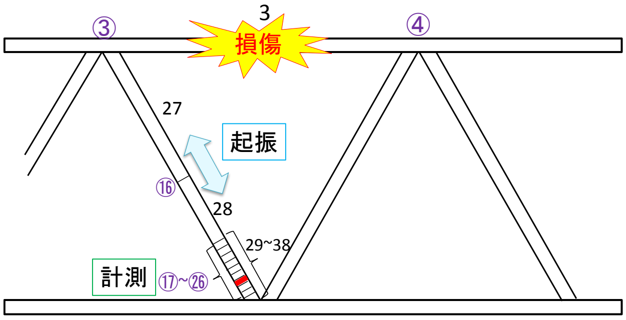


図-9　ケースB　隣の上弦材に損傷を仮定

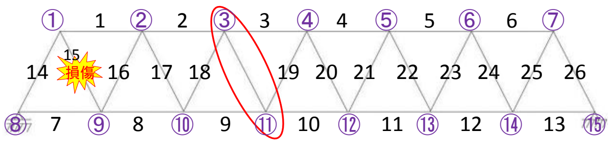


図-10　ケースC　左から2番目の斜材に損傷を仮定

６．損傷同定解析

(1) 解析ケース

a) ケースA

第３章で提案した損傷同定手法を用いて，鋼トラス橋の損傷同定解析を行う．要素分割や損傷のモデル化は**第４章**で示した通りである．要素番号35の要素に仮定した断面積低下9%と断面2次モーメント低下15%の同定を行う．起振点は部材中央とし，計測は着目部材の下方1/4部分(計測節点17~26)で行う．起振・計測方向は軸方向と軸直角方向，起振振動数は1Hzと5000Hzをそれぞれ比較した．また，計測ノイズ1%を考慮した．

b) ケースB

次に，着目部材以外の部材に損傷が存在する場合について検討を行う．**図-9**のように着目部材の隣の上弦材(要素番号3)に損傷を仮定し，損傷同定解析を行う．上弦材の損傷の大きさは断面積と断面2次モーメントが半減したものとする．起振点は部材中央とし，計測点は**ケースA**と同様である．起振・計測方向は軸方向とし，起振振動数1Hzと5000Hzで解析結果の比較を行う．

c) ケースC

第５章で示したモード形状に関して，**図-6**を見ると，左から2番目の斜材において比較的大きくなっている．この斜材に損傷が発生した場合，同定にどのような影響が出るかを調べる．**図-10**のように，要素番号15の斜材に断面積と断面2次モーメントの低下率50%の損傷を仮定する．起振点は部材中央とし，計測点は**ケースA**と同様である．起振・計測方向は軸方向とし，5000Hzで起振し損傷同定を行う．

(2) 解析結果

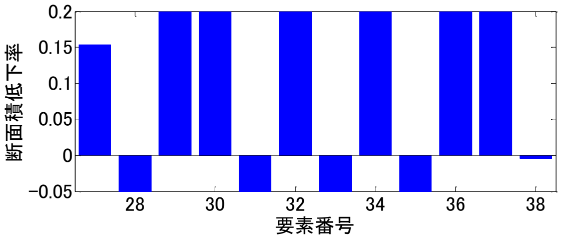
a) ケースA

振動数1Hzの解析結果を**図-11**，13に示し，振動数5000Hzの結果を**図-12**，14に示す．**図-11**，12は軸方向に起振した場合であり，**図-13**，14は軸直角方向に起振した場合である．各図の(a)は断面積低下率の同定結果，(b)は断面2次モーメントの同定結果を表す．なお，要素番号27~38つまり着目部材についてのみ抜き出して結果を示している．

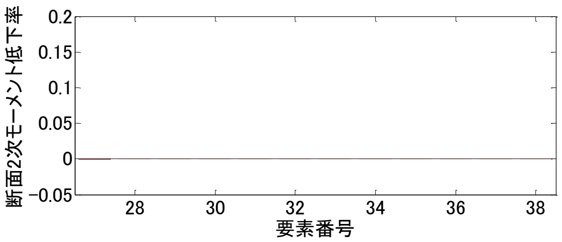
まず，起振振動数1Hzと5000Hzを比較すると，要素番号35の損傷を1Hzでは検出できず，5000Hzでは検出できていることが分かる．1Hzでは1%の計測ノイズによる影響を無視できず，誤検出してしまうという結果になった．一方5000Hzではノイズの影響は小さく，仮定した損傷を同定することができた．計測ノイズがない場合も別途解析を行っており，1Hz，5000Hzとも同定できた．このことから，高振動数で起振するほうがノイズに強く，より有効であるといえる．

次に，起振・計測方向の違いについて検討を行うと，軸方向に起振・計測すると断面積の同定精度が高く，軸直角方向に起振・計測すると断面2次モーメントの同定精度が高いことが分かった．軸方向に起振すると軸方向の振動が卓越し，断面積の低下が検出されやすくなり，軸直角方向に起振すると曲げ方向の振動が卓越し，断面2次モーメントの低下が検出されやすくなったものと考えられる．

5000Hzで起振した時，軸方向起振時の断面積の同定精度（**図-12**(a)）に比べ，軸直角方向起振時の

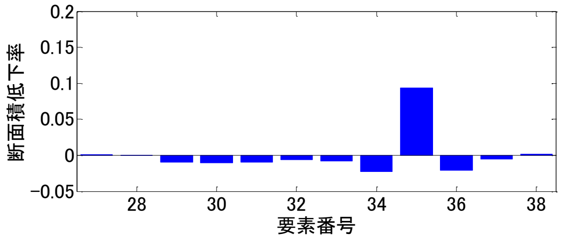


(a)　断面積低下率

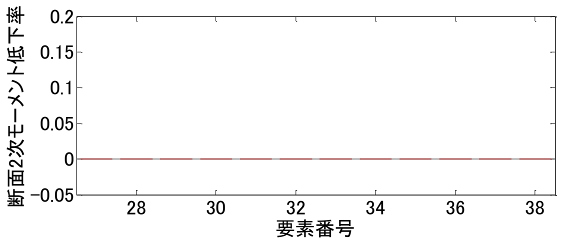


(b)　断面2次モーメント低下率

図-11　ケースA　1Hzで軸方向に起振した場合

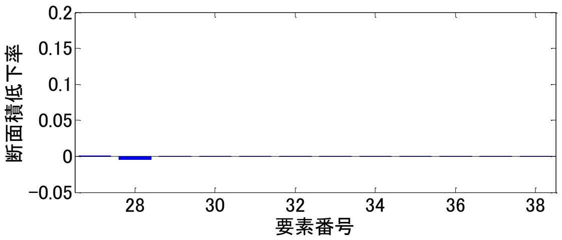


(a)　断面積低下率

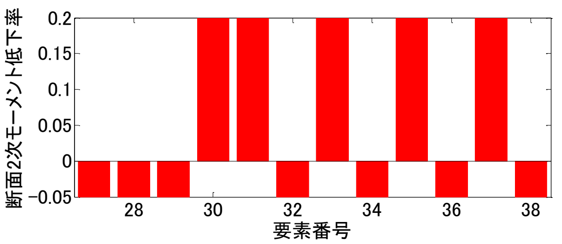


(b)　断面2次モーメント低下率

図-12　ケースA　5000Hzで軸方向に起振した場合

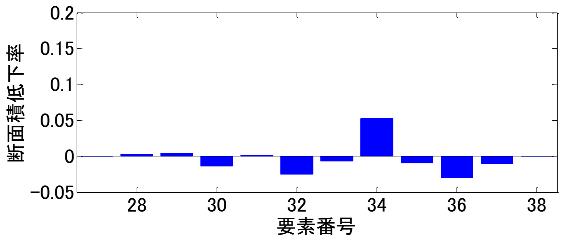


(a)　断面積低下率

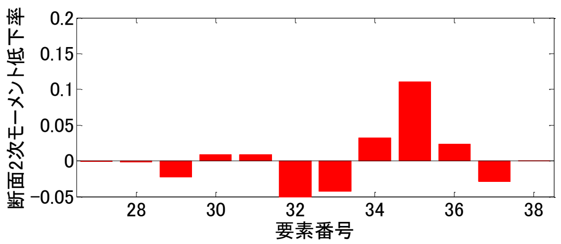


(b)　断面2次モーメント低下率

図-13　ケースA　1Hzで軸直角方向に起振した場合



(a)　断面積低下率



(b)　断面2次モーメント低下率

図-14　ケースA　5000Hzで軸直角方向に起振した場合

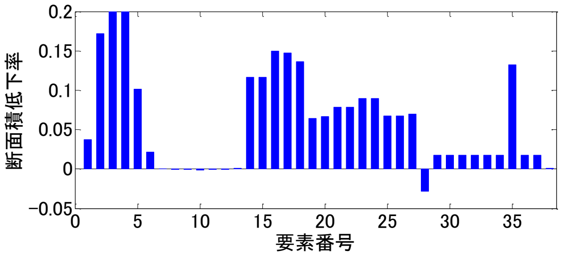


図-15　ケースB　起振振動数1Hz

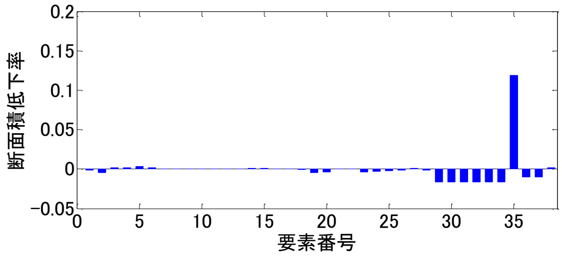


図-16　ケースB　起振振動数5000Hz

断面2次モーメントの同定精度（図-14(b)）はあまり高くない．これは，5000Hzという起振振動数が，軸方向の振動が卓越する固有振動数に近く，断面積減少に対して感度の高いデータが得られるためと考えられる．固有振動数付近では周波数応答関数の勾配が非常に急であるため，損傷による固有振動数の変化が僅かであっても，ある固定した起振振動数に対する周波数応答関数は大きく変化するためである．

b) ケースB

振動数1Hzの解析結果を図-15に示し，振動数5000Hzの結果を図-16に示す．横軸は要素番号であり，要素番号27~38は着目部材，要素番号1~26はそれ以外の部材である．縦軸は断面積低下率である．

1Hzで起振した場合，損傷のない他の部材に対して誤検出が疑われる．一方，5000Hzで起振した場合，他の部材に仮定した損傷の影響を受けず最初に仮定した要素番号35の腐食損傷を検出できている．1Hzでの結果を見ると，着目部材の要素番号35においてケースAよりも精度良く損傷を検出できているのは計測ノイズを考慮しなかったためである．

本ケースにおいて，隣の上弦材に非常に大きな損傷を仮定したにもかかわらず正しく損傷を検出することができ，高振動数で起振すれば着目部材の局所振動を励起でき，他の部材の損傷の影響を排除することができる可能性が示された．

c) ケースC

解析結果を図-17に示す．グラフより，精度よく着目部材の要素番号35の損傷を同定できている．したがって，着目部材の他に周波数応答関数が大きい部材が存在し，この部材に損傷が発生したとしても，高振動数で起振すればその影響を受けることなく着目部材の損傷を検出できる可能性が示された．

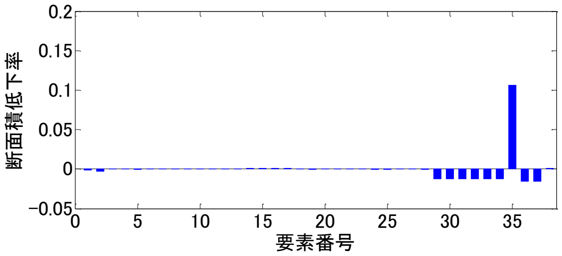
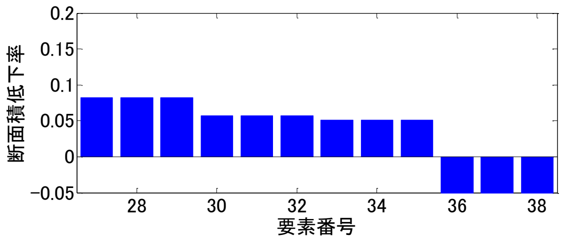


図-17　ケースC　左から2番目の部材が損傷
振動数5000Hzで起振

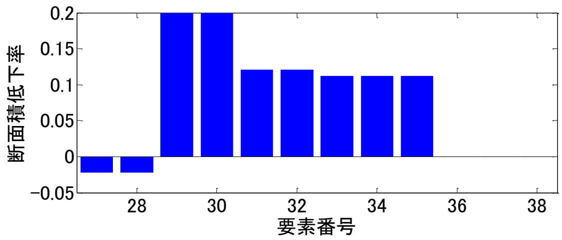
7．グルーピング法を用いた損傷同定解析

(1) グルーピング法の概説

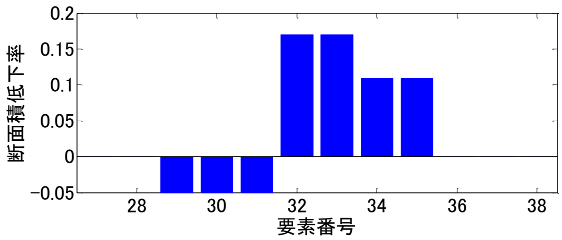
グルーピング法とは，全要素を複数のグループに分け，同一のグループに属する要素は同じ損傷率を有すると仮定することにより，パラメータの数を減らすことと，段階的に損傷の可能性のないと判断された要素を解析の対象から排除することにより，効率的に解を求める手法である[7]．これにより，計測数を減らして損傷検出を行うことができる．



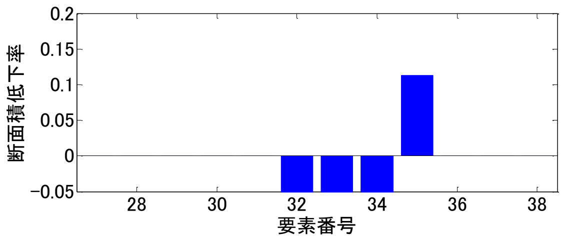
(a)　ステップ1



(b)　ステップ2



(c)　ステップ3



(d)　ステップ4

図-18　グルーピング法による損傷同定

(2) グルーピング法を用いた解析

第４章で示した鋼トラス橋を対象に解析を行う．着目部材中央で起振し，起振方向は軸方向とし，起振振動数は5000Hzとした．計測は着目部材の4節点17，20，23，26で行い，計測ノイズ1%を考慮する．計測数が4つなので4グループに分割する．着目部材以外の部材には損傷がないものとし，解析の対象から除外した．なお，軸方向で起振するため，損傷の有無の判定は断面積低下率で行うものとする．

a) ステップ1

着目部材の要素12個を3個ずつの4グループに分けた．即ち，隣り合う3要素ずつをまとめ，要素番号27-29，30-32，33-35，36-38の4グループに分けた．同定結果を**図-18(a)**に示す．第4グループ(要素番号36-38)が負の値となったため，損傷がないものと判断し，候補から外れた．

b) ステップ2

ステップ1において候補に残った9要素の中から27-28，29-30，31-32，33-35の4グループを作成した．同定結果を**図-18(b)**に示す．これより，要素27，28が候補から外れた．

c) ステップ3

ステップ2において候補に残った7要素を用いて29，30-31，32-33，34-35の4グループを作成した．同定結果を**図-18(c)**に示す．これより，要素29，30，31が候補から外れ，残る候補は32~35の4個となった．

d) ステップ4

残った4要素を4グループに分け解析を行った．同定結果を**図-18(d)**に示す．これより，要素35のみが候補に残り，最終的に要素35に損傷が存在するという結果が得られた．

８．まとめ

本研究では，高振動数領域の解析に適したスペクトル要素法を用いて，損傷によるkHzレベルの周波数応答関数の変化に着目して損傷を検出する損傷同定手法の提案を行った．鋼トラス橋を対象とした数値シミュレーションによって提案手法の有用性を示した．

断面欠損は剛性だけでなく質量も減少するため，必ずしも固有振動数が減少するとは限らず，特に高振動数では増加するケースもあることを確認し，固有振動数の変化だけで損傷を検出するのは困難であることが分かった．低振動数で起振した場合は全体が振動し，高振動数で起振した場合は起振した部材だけに高次モードが表われ局所振動を発生できることが確認できた．また，損傷前後の周波数応答関数の変化の比較により，高振動数のほうが損傷に対する感度が高いことが分かった．

鋼トラス橋を対象に，1本の斜材だけを起振してその部材の損傷を同定できるかどうかの損傷同定解析を行ったところ，高振動数のほうが低振動数に比べ損傷同定の精度が高いことが分かった．着目部材以外に損傷が存在する場合，低振動数ではその影響を受け正しく同定できなかったが，高振動数では影響をあまり受けず，部材単位での局所的な損傷同定が可能であることが分かった．また，軸方向に起振・計測すると断面積の同定精度が高く，軸直角方向に起振・計測すると断面2次モーメントの同定精度が高いことが確認できた．さらに，グルーピング法を採用して計測数を減らすことができることも分かった．

今後は，扱う振動数について，どのような振動数で起振するのが適切であるか，振動数を複数組み合わせて使うことで効率よく同定できるかといったこと等を検討していく必要がある．

参考文献

1) 古川愛子・大塚久哲：高振動数領域のフーリエ振幅を用いた局所損傷同定，応用力学論文集Vol.11, pp.27-37, 2008
2) 吉岡勉・原田政彦・山口宏樹・伊藤信：斜材の実損傷による鋼トラス橋の振動特性変化に関する一検討，構造工学論文集Vol.54A, pp.199-208, 2007
3) 中村充・安井譲：微動測定に基づく地震被災鉄骨建物の層損傷評価，日本建築学会構造系論文集，第517号, pp.61-68, 1999
4) U. Lee：Spectral Element Method in Structural Dynamics, John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd, 2009
5) 古川愛子・大塚久哲・梅林福太郎：構造物の損傷に伴う振動特性の変化に関する実験的考察，土木学会地震工学論文集, 第28巻, No.19, 2005
6) 吉岡勉・山口宏樹・伊藤信・原田政彦：鋼トラス橋の振動特性の同定と斜材損傷が及ぼす減衰性能への影響, 構造工学論文集Vol.55A, pp.295-305, 2009
7) 古川愛子・清野純史：小型起振器の利用を想定した構造物の高精度損傷評価システムについて，JCOSSAR2003, pp.617-624, 2003

A STUDY ON DAMAGE DETECTION OF THE STEEL TRUSS BRIDGE BASED ON THE SPECTRAL ELEMENT METHOD AND HIGH FREQUENCY

Aiko FURUKAWA, Takuya MATSUO and Koji NISHIKAWA

A damage identification technique using high-frequency excitation based on the spectral element method is presented. Considering a drawback of the low-frequency-based damage identification technique, this study proposes a damage identification technique using kHz-level frequency that can detect smaller damage efficiently. It is assumed that the structure is excited with a harmonic force by a piezoelectric actuator and that the method focuses on the difference of the frequency response function by damage. Moreover, it uses the spectral element method that is suitable for analyzing structural responses at high frequency domain. The effectiveness of the proposed method was verified by numerical simulations for the steel truss bridge.