

# ねじりと曲げの相関曲線及び ねじり非線形を考慮した動的解析手法の提案

大塚 久哲<sup>1</sup>・服部 匡洋<sup>2</sup>

<sup>1</sup>九州大学大学院工学研究院（〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡744）

E-mail:otsuka@doc.kyushu-u.ac.jp

<sup>2</sup>九州大学大学院（〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡744）

E-mail:hattori@doc.kyushu-u.ac.jp

構造物にねじりと曲げが同時に作用すると相互作用によりそれぞれの耐力が純荷重時に比べて低下することが知られている。しかし、橋梁の設計において、ねじりはひび割れが想定される場合、ねじり剛性を1/10～1/20に下げた等価線形解析によって簡易的に評価するのが一般的であり、ねじりを厳密に評価する耐震設計は行われていない。よって、本研究では、汎用解析ソフトを用いて、ねじりと曲げの相関特性及びねじりの非線形性を考慮した非線形動的解析手法の提案を行い、必要な解析ツールの定式化を行った。また、RCアーチ橋を対象とした非線形動的解析を実施し、等価線形解析や純曲げ/純ねじりの骨格曲線を用いた解析と比較し、提案手法の有用性を検証した。

**Key Words :** *combined loading, interaction between bending and torsion, nonlinear dynamic analysis, RC arch bridge*

## 1. はじめに

近年、橋軸直角方向に偏心した逆L字型のRC橋脚を有する高架橋や橋梁技術の発展に伴い長大RCアーチ橋などが数多く見られるようになってきた。これらの構造物が地震力を受けると、軸力や2軸曲げ、せん断に加えてねじりモーメントが同時に作用する。このような複合荷重を受けた場合、それぞれの荷重が同時に作用することで対象部材の耐力や2次剛性、3次剛性が低下するなど、断面耐力の相関関係があることが知られている。軸力と曲げの相関特性はこの代表的な例であるが、ねじりと曲げにも相関関係が見られ、既往の実験的研究によりその特性が明らかにされ、ねじりと曲げの相関曲線やそれを用いた耐力照査法が提案されてきた。

泉<sup>1)</sup>は曲げモーメントやねじりモーメントなどの複合荷重を受けるコンクリート部材の終局時の相関曲線を斜め曲げ理論と立体トラス理論を適用して理論的に導出し、ねじり曲げ荷重を受ける部材に対する設計法の提案を行った。また佐伯ら<sup>2)</sup>は立体トラス理論を応用し、ねじりと純曲げの組み合わせ荷重を受けるRC部材の破壊形式を3パターンに分類し、各破壊形式に対する終局耐力算出法を提案し、実験結果と対応することを示した。

ところで、ねじりひび割れ発生後にねじり剛性が

低下することを考慮するために、ひび割れの発生が予測される場合、ねじり剛性を初期剛性の1/10程度に設定して橋梁の動的解析を実施する<sup>3)</sup>ことが行われているが、仮定した初期剛性の妥当性を検証するための収束計算は行っておらず、またねじりと曲げの相関関係に関しても考慮していない。著者ら<sup>4),5)</sup>は、RC充実矩形断面部材に関する多くの複合荷重実験を行い、相関曲線の提案を行ってきた。また、それらの実験結果に基づき、軸力比、帯鉄筋体積比、載荷比率をパラメータとして剛性低下率や等価減衰定数の定式化を行い、ねじり非線形に入る部材に対して適切な等価剛性を与える繰り返し収束計算を伴う等価線形解析を提案した。

しかしながら、これまでに提案された手法では、ひび割れやねじり降伏、曲げ降伏など、各イベント時の耐力や剛性の低下は考慮されておらず、またねじりの履歴復元力特性に関する提案もないため、ねじりと曲げの相関特性やねじりの非線形性を考慮した厳密な動的解析法とはなっていない。

そこで、本研究ではねじりが非線形に入る領域での挙動やねじりと曲げの相互影響を適切に評価し、RC部材の耐震安全性の照査が厳密に行えるように、ねじりと曲げの相関曲線を基にした非線形動的解析手法の開発を行った。そのために、まず著者らが行ってきた実験データからねじりと曲げの相関特性を

考慮した解析を行うために必要な解析ツールであるねじり曲げ相関曲線、複合荷重時のねじり骨格曲線、ねじり履歴復元力特性の定式化を行い、これらの解析ツールを用いた解析手法を提案した。さらに、提案手法を用いて上路式RCアーチ橋の非線形動的解析を実施し、ねじり剛性を小さくした等価線形解析や純ねじり/純曲げ骨格曲線を用いた解析と提案手法の応答を比較し、提案手法の有用性の検証を行った。

## 2. 非線形動的解析手法の提案

提案手法には、ねじりと曲げの相関曲線、複合荷重時のねじり骨格曲線、ねじり履歴モデルの3つの解析ツールが必要である。これらの解析ツールに関する実験結果に関しては参考文献<sup>6)</sup>を参照のこと。解析ツールは軸力比及び帯鉄筋体積比等をパラメータとして定式化しており、断面形状が決まれば求めることができる。そのため、解析を行う前に2次剛性比等を計算しておく。

図-1に一要素に対する提案手法のフローを示す。提案手法は、判定時間間隔を決め、対象とする時間に対して「解析」「断面力の抽出」「イベント判定」を行い、次の対象時間に進むことが一連の流れであり、この流れを繰り返して、ねじりと曲げの相関特性を考慮した骨格曲線を求める。ここで、「判定時間間隔」とは、地震動の継続時間を何秒間隔で分割するかを指し、「対象時間」とは分割された時間間隔の中でイベント判定等を実行する時間を指す。例えば、継続時間50秒の地震動を50分割する場合、判定時間間隔は1.0秒となり、最初にイベント判定の対象とする時間は0.0～1.0秒となる。

具体的に、判定時間間隔を1.0秒とした場合、まず両者を線形とした弾性解析（解析1回目）を行う。この解析結果から時刻歴の断面力（曲げモーメント、ねじりモーメント）を抽出して、定式化したねじりと曲げの相関曲線上にプロットする。0.0～1.0秒を対象時間とし、時間内にひび割れ相関曲線を超える部材がなければ線形のまま、超える部材があれば越えた時点のねじりモーメントをその部材のひび割れ耐力とし、バイリニア骨格曲線を入力して、次の対象時間（1.1～2.0秒）へと進む。続いて、非線形解析（解析2回目）を実施し、再度断面力を抽出する。解析1回目でひび割れに到達しなかった部材は、ひび割れ相関曲線上に、ひび割れに到達した部材はねじり降伏相関曲線上に断面力をプロットしてイベント判定を行う。ねじり降伏相関曲線を超えていれば、ひび割れ同様、到達時点のねじりモーメントをねじり降伏耐力とし、トリリニア骨格曲線を入力して、次の対象時間（2.1～3.0秒）へと進む。超えていなければ、バイリニアのまま次の対象時間へと進む。これらの過程を、全ての部材について新たなイベント判定が起こらなくなるまで繰り返す。曲げについても、イベント判定をひび割れ、曲げ降伏として同

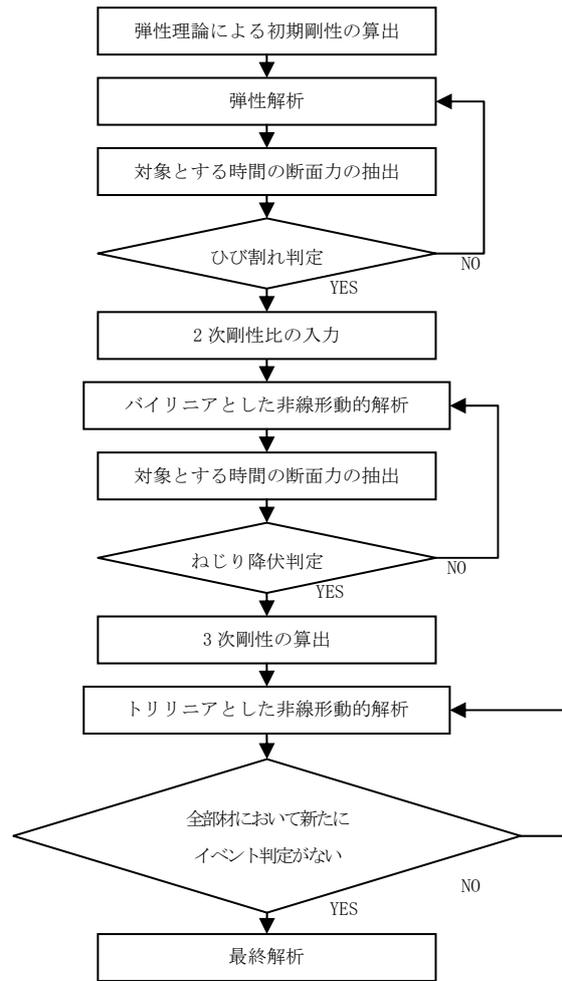


図-1 一要素に対する提案手法のフロー（ねじり）

様の手順で行う。繰り返しにより得られた、ねじりと曲げの相関特性を考慮したねじりと曲げそれぞれの骨格曲線を入力して実行した解析を「最終解析」とし、最終解析までに実施した解析数を「解析回数」とした。

## 3. 解析ツールの定式化

### (1) ねじりと曲げの相関曲線

複合荷重実験により得られたひび割れ、ねじり降伏、曲げ降伏耐力相関曲線を図-2に示す。ねじりは剛性が急激に低下する点、曲げは主鉄筋降伏点を降伏と定義するため、別々のイベントとして表記している。

定式化する上で、図-3に示すような直線近似の相関曲線を仮定した。各領域はそれぞれ(A)ねじりが卓越する領域、(B)複合荷重時の挙動を示す領域、(C)曲げが卓越する領域を表す。(A)、(C)領域は純荷重時の耐力算出法により求めることができるため、(B)領域を式(1)の形で数式化する。ひび割れ相関曲

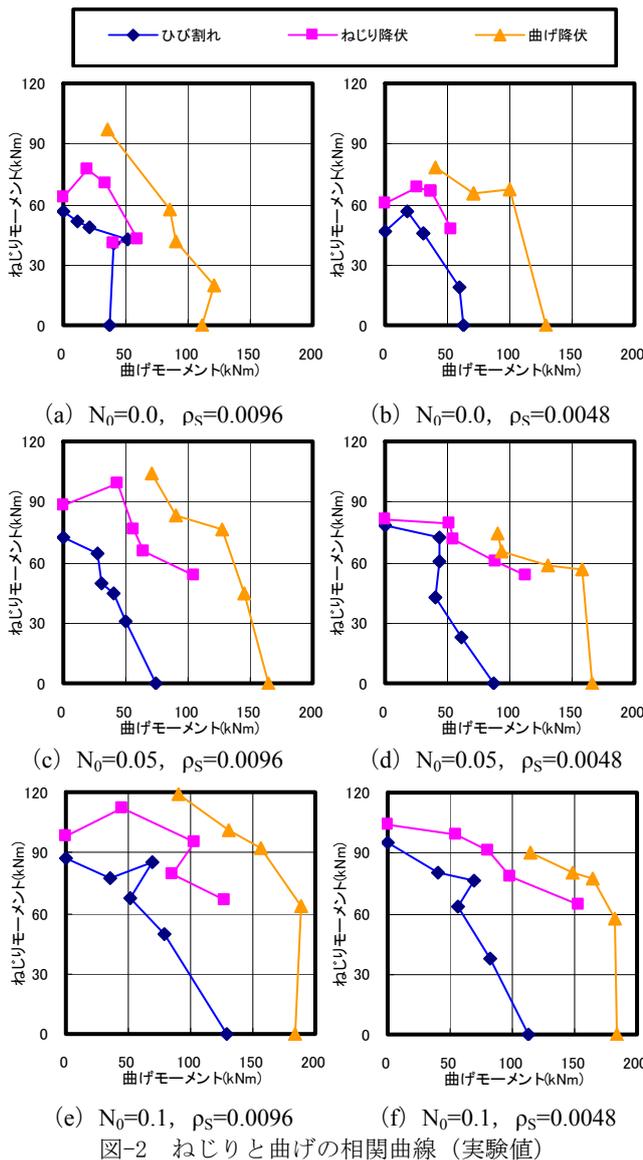


図-2 ねじりと曲げの相関曲線 (実験値)

線は軸力比 $N_0$ のみを、ねじり降伏相関曲線及び曲げ降伏相関曲線は軸力比 $N_0$ と帯鉄筋体積比 $\rho_s$ をパラメータとして考慮する。

$$\frac{M_t}{M_{t0}} = \alpha \cdot \frac{M_b}{M_{b0}} + \beta \quad (1)$$

$M_t$  : ねじりモーメント  
 $M_{t0}$  : 純荷重時のねじりモーメント  
 $M_b$  : 曲げモーメント  
 $M_{b0}$  : 純荷重時の曲げモーメント

まず、ひび割れ相関曲線に着目すると、実験により得られた6つのひび割れ相関曲線の実験値を純荷重時のひび割れ耐力で除し、x切片及びy切片がそれぞれ1になるように無次元化した。さらに、無次元化した相関曲線を、できるだけ安全側となるように直線近似し、図-2(B)の直線を式(2)の形で表した。得られた式の傾き $\alpha$ 及び切片 $\beta$ を軸力比毎にプロッ

\* 実験ケース概要 (計 35 体)  
軸力比 :  $N_0=0.0, 0.05, 0.1$   
帯鉄筋間隔 :  $ctc30 (\rho_s=0.0096)$   
                   $ctc60 (\rho_s=0.0048)$   
載荷比率 : 純ねじり, ねじり卓越, 中間,  
                  中間II, 曲げ卓越, 純曲げ  
                  (ねじりか卓越している順)

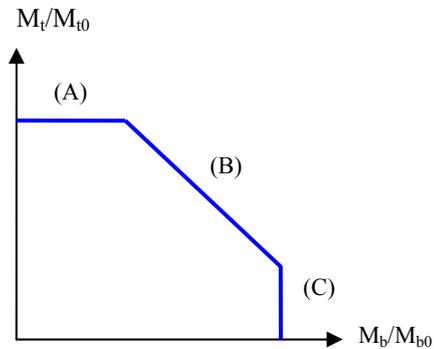


図-3 相関曲線のイメージ

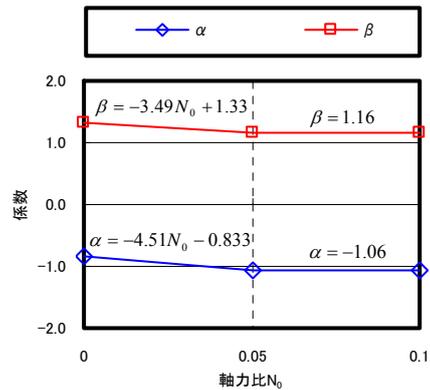


図-4 ひび割れ相関曲線に関する係数

トした図を図-4に示す、これらの点を結んだ直線を数式化することで、式(2) $\alpha$ 及び $\beta$ を軸力比 $N_0$ の関数として表すことができる。

$$\frac{M_{tc}}{M_{tc0}} = \alpha \cdot \frac{M_{bc}}{M_{bc0}} + \beta \quad (2)$$

$$\alpha = -4.51N_0 - 0.833 \quad (0 \leq N_0 < 0.05)$$

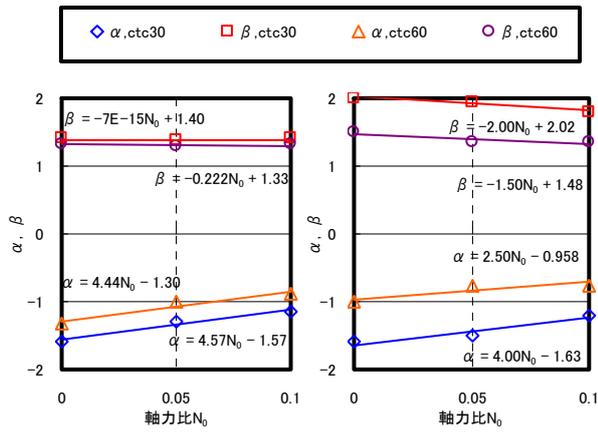
$$\beta = -3.49N_0 + 1.33$$

$$\alpha = -1.06$$

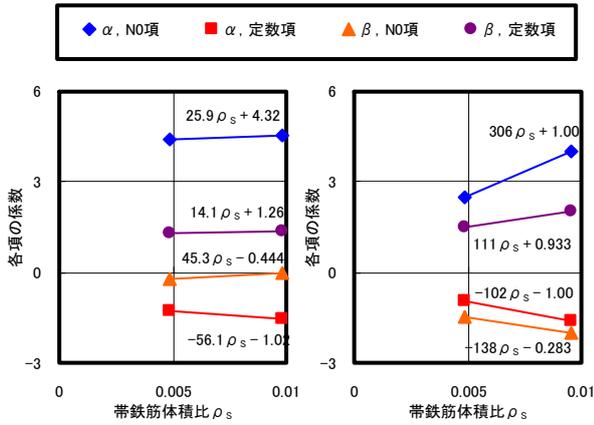
$$\beta = 1.16$$

$M_{tc}$  : ひび割れねじりモーメント  
 $M_{tc0}$  : 純荷重時のひび割れねじりモーメント  
 $M_{bc}$  : ひび割れ曲げモーメント  
 $M_{bc0}$  : 純荷重時のひび割れ曲げモーメント

続いて、ねじり降伏相関曲線に着目する。図-5(a)に示すように、ひび割れ相関曲線と同様にして



(a)ねじり降伏 (b)曲げ降伏  
図-5 降伏相関曲線に関する係数(軸力比の影響)



(a)ねじり降伏 (b)曲げ降伏  
図-6 降伏相関曲線に関する係数(帯鉄筋体積比の影響)

ねじり降伏相関曲線の係数 $\alpha$ ,  $\beta$ を軸力比 $N_0$ の関数で表し, 式(3)を得た.

$$\frac{M_{ty}}{M_{ty0}} = \alpha \cdot \frac{M_{by}}{M_{by0}} + \beta \quad (3)$$

$$\alpha_{ctc30} = \overset{\alpha, N_0 \text{項}}{4.57} N_0 - \overset{\alpha, \text{定数項}}{1.57}$$

$$\alpha_{ctc60} = \overset{\alpha, N_0 \text{項}}{4.44} N_0 - \overset{\alpha, \text{定数項}}{1.30}$$

$$\beta_{ctc30} = \overset{\beta, N_0 \text{項}}{-7.00 \times 10^{-15}} N_0 + \overset{\beta, \text{定数項}}{1.40}$$

$$\beta_{ctc60} = \overset{\beta, N_0 \text{項}}{-0.222} N_0 + \overset{\beta, \text{定数項}}{1.33}$$

M<sub>ty</sub> : ねじり降伏時のねじりモーメント  
M<sub>ty0</sub> : 純荷重時のねじり降伏モーメント  
M<sub>by</sub> : ねじり降伏時の曲げモーメント  
M<sub>by0</sub> : 純荷重時の曲げ降伏モーメント

さらに, 軸力比 $N_0$ の関数で表した $\alpha_{ctc30}$ ,  $\alpha_{ctc60}$ の $N_0$ 項の係数及び定数項をそれぞれ帯鉄筋体積比毎にプ

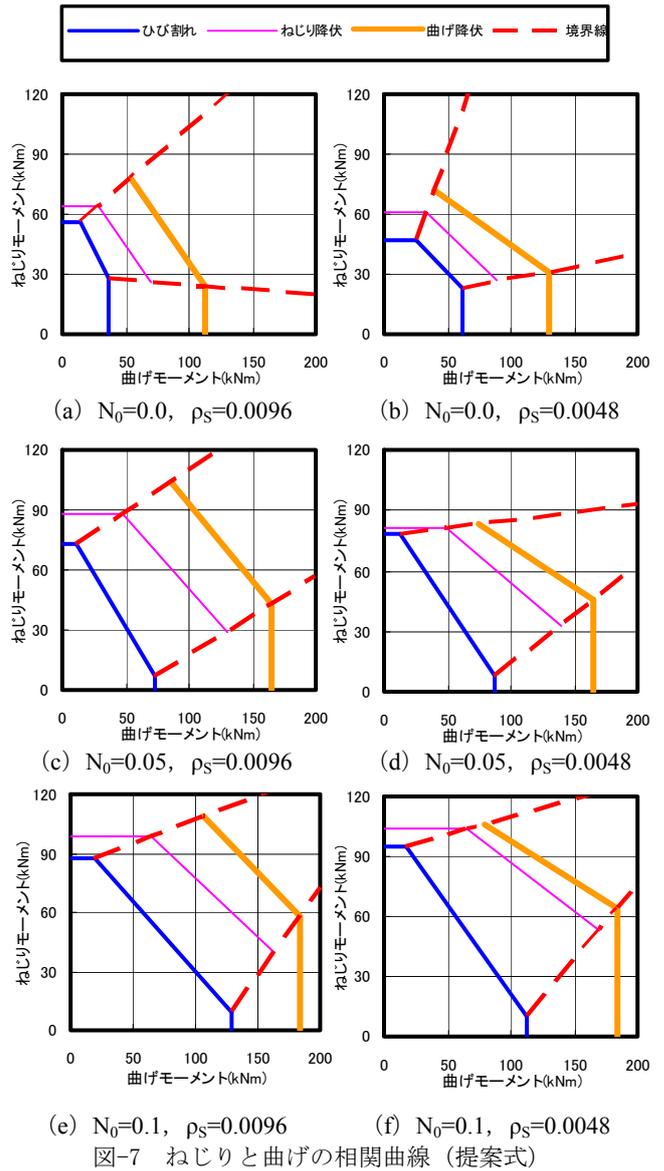


図-7 ねじりと曲げの相関曲線(提案式)

ロットした図を図-6(a)に示す. プロットした点を結んだ直線を数式化することで,  $\alpha$ を軸力比 $N_0$ と帯鉄筋体積比 $\rho_s$ を含む式で表すことができる.  $\beta$ も $\alpha$ と同様に定式化し, ねじり降伏相関曲線式(4)を得た.

$$\frac{M_{ty}}{M_{ty0}} = \alpha \cdot \frac{M_{by}}{M_{by0}} + \beta \quad (4)$$

$$\alpha = (25.9\rho_s + 4.32)N_0 + (-56.1\rho_s - 1.02)$$

$$\beta = (45.3\rho_s - 0.444)N_0 + (14.1\rho_s + 1.26)$$

図-5(b), 図-6(b)に示した通り, 曲げ降伏相関曲線はねじり降伏相関曲線の定式化と同様に行い, 式(5)を得た. また, 式(2)(4)(5)に各実験ケースの軸力比, 帯鉄筋体積比を代入し, 得られた相関曲線を図-7に示す. 図-2に示した相関曲線の実験値を比較的精度よく表すことができている.

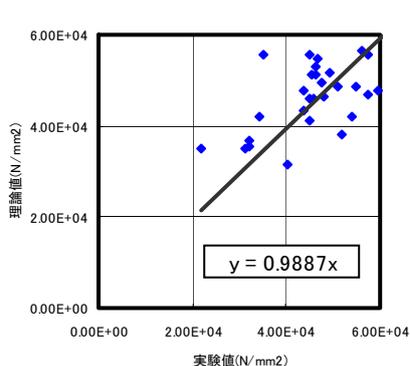
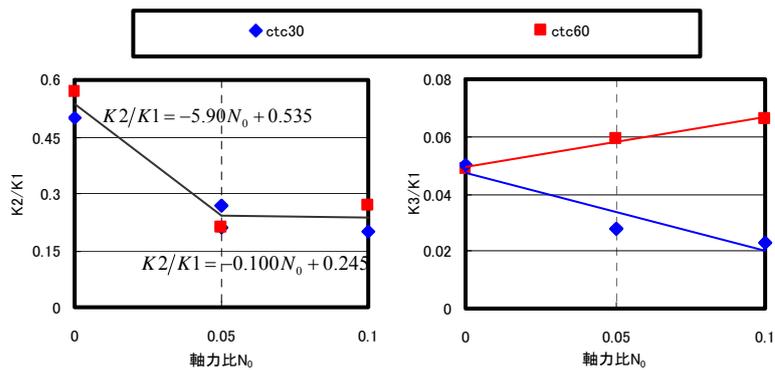


図-8 初期剛性の実験値と理論値の比較



(a) K2/K1 (b) K3/K1  
図-9 初期剛性と2次剛性及び3次剛性の比

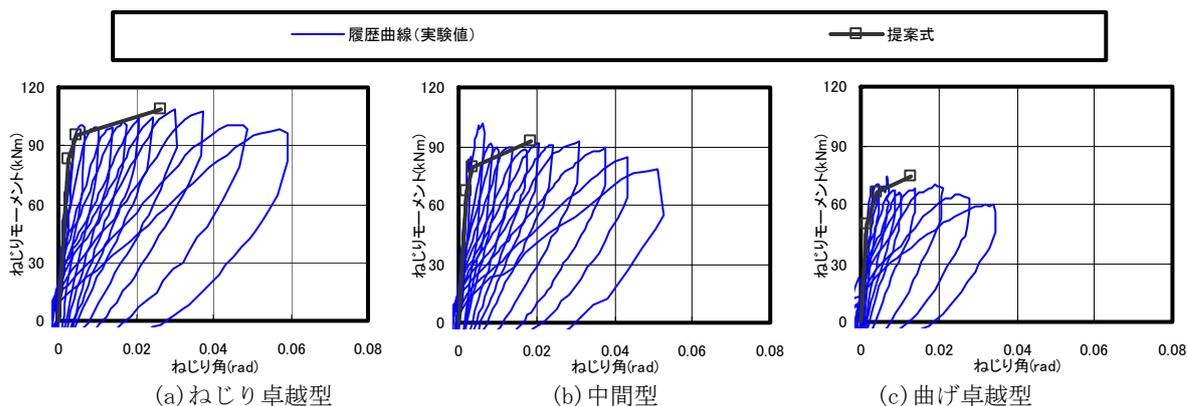


図-10 提案式と履歴曲線の実験値の比較の一例 ( $N_0=0.1$ ,  $\rho_s=0.0096$ )

$$\frac{M_{tby}}{M_{ty0}} = \alpha \cdot \frac{M_{tby}}{M_{by0}} + \beta \quad (5)$$

$$\alpha = (306\rho_s + 1.00)N_0 + (-138\rho_s - 0.283)$$

$$\beta = (-102\rho_s - 1.00)N_0 + (111\rho_s + 0.933)$$

M<sub>tby</sub> : 曲げ降伏時のねじりモーメント  
M<sub>bby</sub> : 曲げ降伏時の曲げモーメント

### (2) ねじり複合荷重時骨格曲線

以下の検討で使用した汎用解析ソフトRESP-Tにおいて、ねじりは材端のねじりモーメントM<sub>t</sub>-ねじり角θで定義する。このため、本稿ではM<sub>t</sub>-θで表した場合のねじり骨格曲線の定式化を実施する。

図-8より、複合荷重時のねじり骨格曲線の初期剛性K<sub>1</sub>は、ねじり卓越型や曲げ卓越型等の載荷比率に依らず純荷重時の初期剛性とほぼ一致することから、式(6)に示すねじり弾性理論式により算出した。ここで、η<sub>3</sub>は供試体断面によって決まる係数であり、供試体が充実正方形断面であるため7.11を代入した。

$$K1 = GJ/L (= M_{tc}/\theta_c) \quad (6)$$

$$GJ = \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \frac{b^3 \cdot h}{\eta_3}$$

v : ポアソン比  
E : ヤング率  
b, h : 供試体断面の辺長 (b < h)

また、2次剛性K<sub>2</sub>と初期剛性K<sub>1</sub>の比（以下、2次剛性比）、3次剛性と初期剛性の比（以下、3次剛性比）を(1)と同様にして定式化を行う上で、2次剛性比、3次剛性比ともに載荷比率に依存しないと仮定し、各実験ケースで誤差が最小となるような剛性比を算出した。算出した剛性比を軸力比毎にプロットした図を図-9に示す。2次剛性比は軸力比N<sub>0</sub>のみ、3次剛性比は軸力比N<sub>0</sub>と帯鉄筋体積比ρ<sub>s</sub>をパラメータとして考慮した定式化を行い、式(7)(8)を得た。提案式と履歴曲線の実験値との比較の一例を図-10に示す。

$$K2/K1 = -5.90N_0 + 0.535 \quad (0 \leq N_0 < 0.05)$$

$$= -0.100N_0 + 0.245 \quad (0.05 \leq N_0) \quad (7)$$

$$K3/K1 = (-89.8\rho_s + 0.610)N_0$$

$$+ (-0.469\rho_s + 0.0518) \quad (8)$$

### (3) 純ねじり履歴モデル

一般的にRC橋梁の曲げに対する解析を行う場合、履歴モデルとして武田モデルが用いられる。武田モ

デルは多くの汎用解析ソフトで使用されており、式(9)に示した除荷勾配式の係数 $\alpha$ をユーザーが変化させることができる利点がある。これより、武田モデルを純ねじり履歴モデルとして適用するには、適切な $\alpha$ を選定する必要がある。

$$K_d = \frac{M_y^+ - M_c^-}{\theta_y^+ - \theta_c^-} \cdot \left| \frac{\theta_{\max}}{\theta_y} \right|^{-\alpha} \quad (9)$$

- Kd : 除荷勾配
- My+ : 正側の降伏モーメント
- Mc- : 負側のひび割れモーメント
- $\theta_{y+}$  : 正側の降伏ねじり角
- $\theta_{c-}$  : 負側のひび割れねじり角
- $\theta_{\max}$  : 除荷時の最大ねじり角
- $\alpha$  : 除荷勾配決定用係数  
(通常曲げ履歴の場合、 $\alpha=0.4$ )

既往実験で得られた履歴曲線の履歴吸収エネルギーと実験で得られた骨格曲線を用いて実験と同様の交番載荷を再現した際に武田モデルが描く履歴曲線の履歴吸収エネルギーを比較し、降伏点以後の最大耐力点までの累積エネルギーが一致するような $\alpha$ を計算した。 $\alpha$ が大きいほど除荷勾配は緩やかとなり、原点を指向する履歴曲線となるため、エネルギー吸収量は小さくなる。得られた $\alpha$ のうち、最大である $\alpha=0.75$ とすることでその他のケースを安全側で評価

することができるため、 $\alpha=0.75$ を選定した。履歴曲線の実験値と $\alpha=0.75$ 時の武田モデルの履歴曲線の比較の一例を図-11に示す。実験値と比較して、除荷時の残留変位は比較的一致しており、適切なモデル化であるといえる。

#### 4. 解析検討ケース・解析入力条件

##### (1) 解析検討ケース

解析検討ケースを表-1に示す。CASE\_1では本提案手法を用いた非線形動的解析を実施した。曲げはひび割れ、主鉄筋降伏を剛性変化点(イベント)とした非線形トリリニア、ねじりはひび割れ、ねじり降伏を剛性変化点とした非線形トリリニアとした。また、CASE\_2~4では、曲げは非線形トリリニア、ねじりはひび割れ発生を想定し剛性を低下させた等価線形解析を行った。CASE2は参考文献より最適なねじり剛性と示されたねじり剛性を1/4としたもの、CASE\_3、4は一般的な等価線形解析で用いられているねじり剛性を1/10、1/20としたものである。さらに、CASE\_5ではねじりと曲げの相関曲線を考慮せず、曲げ、ねじりともに純荷重時の非線形トリリニアの骨格曲線を用いた解析を実施した。

##### (2) 解析条件

本解析では、ねじり非線形を考慮することができる汎用解析ソフトRESP-T (version5.1.0)を用いた。

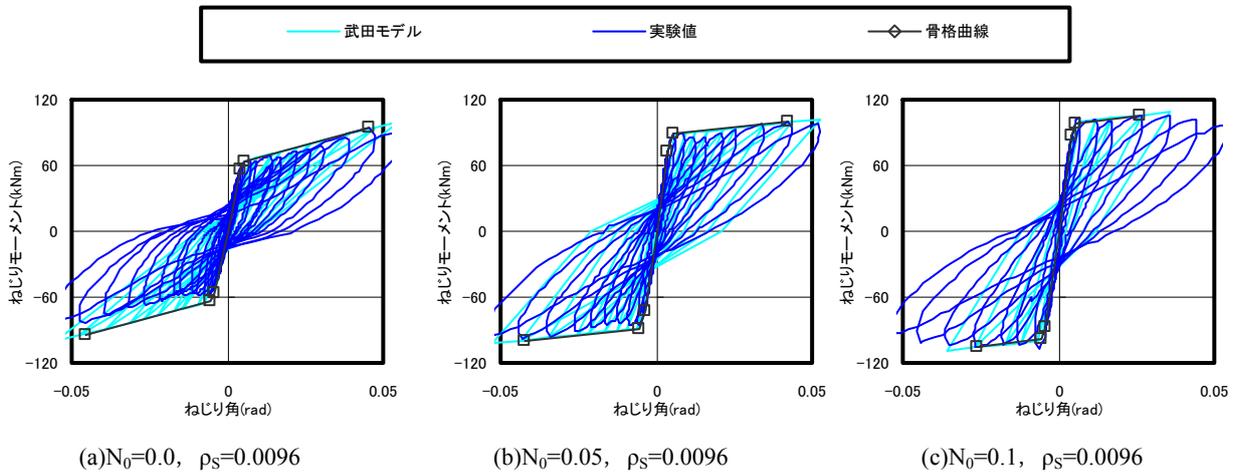


図-11 武田モデル ( $\alpha=0.75$ ) と履歴曲線の実験値との比較

表-1 解析検討ケース

ケース	解析手法	骨格曲線		武田モデル $\alpha$
		ねじり	曲げ	
1	提案手法	非線形トリリニア (複合)	非線形トリリニア (複合)	0.75
2	等価線形解析	線形 (ねじり剛性1/4)	非線形トリリニア (純曲げ)	/
3	〃	線形 (ねじり剛性1/10)	〃	
4	〃	線形 (ねじり剛性1/20)	〃	
5	純ねじり/純曲げ骨格曲線を用いた解析	非線形トリリニア (純ねじり)	〃	0.75

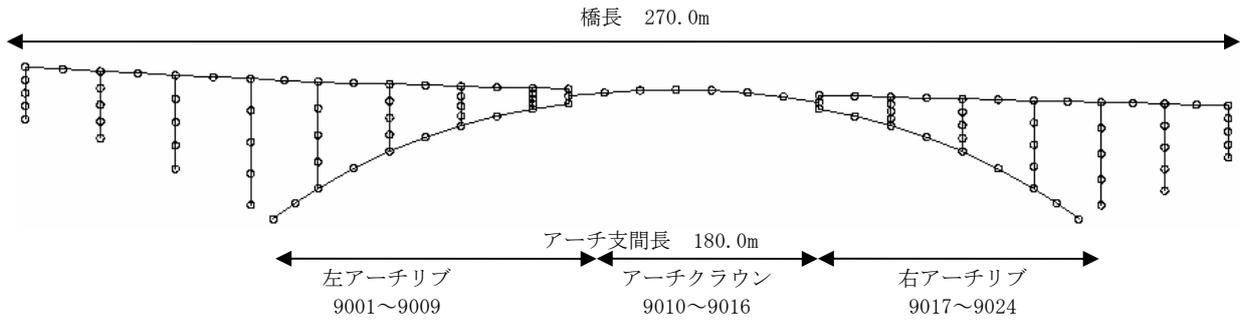


図-12 骨組モデル図

表-2 固有値解析結果

次数	周期(sec)	有効質量比(%)		
		橋軸	橋直	鉛直
1	1.23	0	41	0
2	0.477	0	41	0
3	0.302	0	56	0
4	0.228	0	58	0
5	0.203	0	58	40
6	0.192	0	58	40
7	0.174	0	60	40
8	0.171	0	68	40
9	0.135	0	70	40
10	0.119	0	71	40

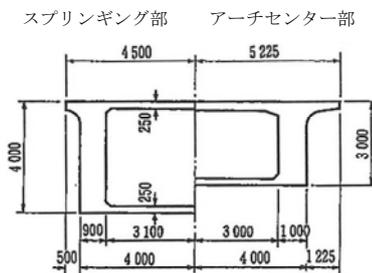


図-13 断面形状

解析条件を表-2に、骨組解析モデルを図-12に示す。本解析において、大きなねじりモーメントが生じると想定されるアーチリブ、アーチクラウンの計24部材を非線形はり要素でモデル化し、ねじりと曲げの相関曲線を考慮した。アーチ部の各要素は、ねじり剛性を無視した曲げ部材とねじり剛性のみ有するねじり部材の2本の要素としてモデル化している。ねじり履歴モデルは武田モデル( $\alpha=0.75$ )、曲げ履歴モデルは深田モデルを用いた。補剛桁、鉛直材は全断面有効剛性を有する線形はり要素とした。

解析手法は、直接積分法(Newmark $\beta$ 法  $\beta=0.25$ )を用い、積分時間間隔は0.005秒とした。また、減衰特性にはRayleigh減衰を使用した。Rayleigh減衰を使用するに当たり、橋軸直角方向加震であることから、表-2に示す固有値解析より1次と8次の振動モードを選定し、係数を決定した。入力地震動は道庁標準波形のType II - I -1を用い、振幅は1倍、加震方向

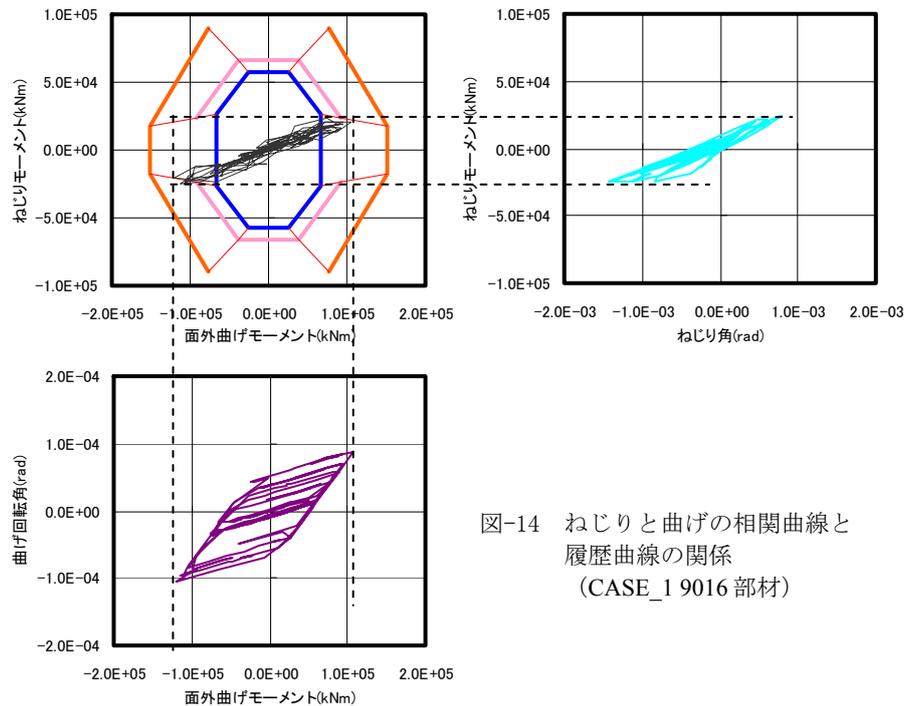


図-14 ねじりと曲げの相関曲線と履歴曲線の関係 (CASE\_1 9016 部材)

は橋軸直角方向とした。アーチ断面形状は図-13に示す。アーチ断面は1箱中空断面を有する。判定時間間隔は0.1秒とした。

## 5. ねじりと曲げの相関曲線を考慮した非線形動的解析

### (1) CASE\_1 (標準ケース) の解析結果

アーチクラウンの一断面(9016部材)におけるねじりと曲げの相関曲線とねじり及び曲げ骨格曲線との関係図を図-14に示す。図-14より、黒線で記した荷重経路は、図-3に示した(C)領域を通過している。さらに、曲げ履歴曲線が大きく描かれていることから、曲げ荷重がねじり荷重に比べ卓越していることがわかる。

また図-15に解析回数毎の最大応答の変動を示す。

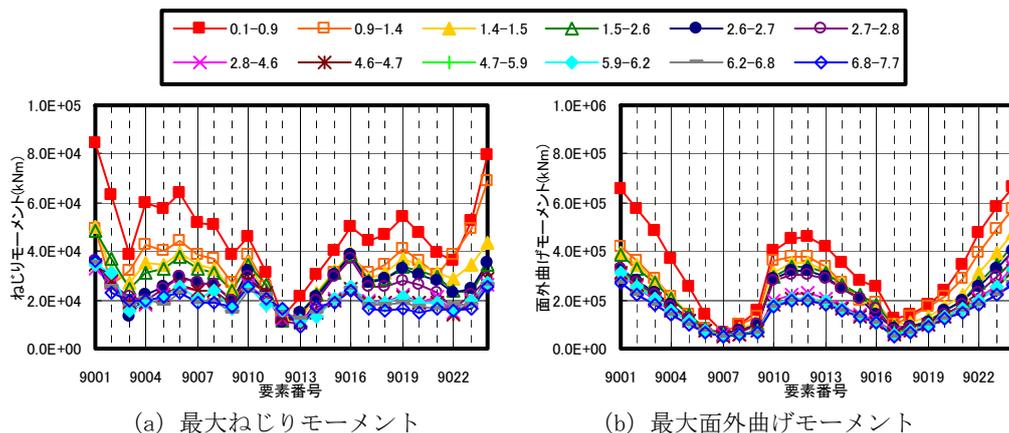


図-15 CASE\_1の最大応答

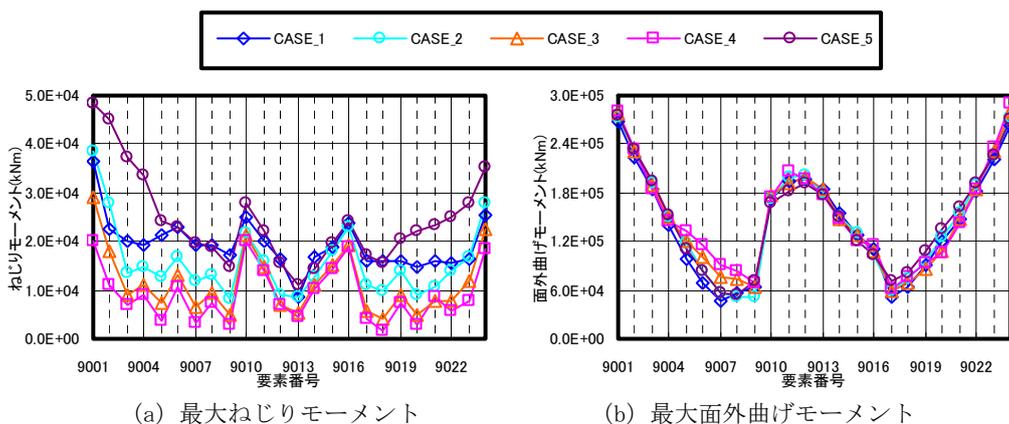


図-16 CASE\_1~CASE\_5の最大ねじりモーメントの比較

図-15において、全部材線形とした1回目の解析の最大応答を赤線で、最終解析での最大応答を青線で示す。解析回数が増えるに従って非線形領域に入る部材が多くなり、ねじり応答、曲げ応答ともに小さくなっていく。発生したイベントを順に追うと、まずひび割れがアーチクラウン中央部に生じ、アーチスプリング部、アーチリブ中央部と続く。その後、アーチクラウン端部のねじり降伏とアーチクラウン中央部の曲げ降伏がほぼ同時に生じ、最後にアーチスプリング部に曲げ降伏が生じた。最終的に、アーチクラウンに隣接したアーチリブの4部材を除いた20部材がひび割れに到達した。また、アーチクラウン端部の3部材がねじり降伏に、アーチクラウン中央部の5部材及びアーチスプリング部の3部材の計8部材が曲げ降伏に到達していた。

## (2) CASE\_2~CASE\_5との最大応答の比較

提案手法の有用性を検証するために、一般的なねじり評価手法である等価線形解析 (CASE\_2~4) とねじりと曲げの相関曲線は考慮せず、純ねじり/純曲げの骨格曲線を用いた解析 (CASE\_5) を実施し比較した。各ケースの最大応答の比較を図-16に示す。ここで、図-16に青線で示したCASE\_1の最大応答は、図-15に青線で示した最終解析時 (6.8-7.7秒) の最大応答と対応している。

まず、等価線形解析に着目すると、図-16 (a) よりアーチリブの基部やアーチリブとアーチクラウン端部でねじりモーメントが大きくなるという傾向は類似しているが、ねじりモーメントはどの部材についても提案手法の応答が等価線形解析の応答を大きく上回っている。特にアーチリブでその差は大きくなっており、ねじり剛性1/4とした等価線形解析でもアーチリブのねじりモーメントを過小評価する恐れがある。また、図-16 (b) より、面外曲げモーメントは左アーチリブ右端を除いて概ね一致しており、ねじりの非線形性及びねじりと曲げの相関曲線の考慮による曲げモーメントへの影響は小さいことがわかる。これは、多くの部材において、ねじりモーメントより面外曲げモーメントが卓越しており、ねじりと曲げの相関曲線を考慮しても、複合荷重時の曲げ骨格曲線は純荷重時と比べてもそれほど変化しないためである。

続いて、純ねじり/純曲げ骨格曲線を用いた解析に着目する。図-16 (a) より、CASE\_5ではねじりと曲げの相関曲線を考慮しないため、CASE\_1に比べねじり耐力やねじり剛性を過大に評価することから、最大応答も大きくなっている。特にアーチリブでその影響は大きい。図-16 (b) より、曲げは等価線形解析同様、ねじり荷重に比べ曲げ荷重が卓越しているため、大きな差異は見られなかった。

### (3) CASE\_2~CASE\_5との骨格曲線の比較

図-17に、アーチクラウンの一断面(9016部材)におけるCASE\_1~5の骨格曲線と最大応答を比較している。CASE\_1とCASE\_2~4を比較すると、等価線形解析では、最大耐力点の荷重はほとんど一致しているものの、最大耐力点でのねじり角を過大評価しており、その差はねじり剛性が小さいほど大きい。このため、変形に関しては従来の設計ではかなり安全側の評価となっている。

また、CASE\_1の複合荷重時のねじり骨格曲線とCASE\_5の純荷重時のねじり骨格曲線を比較すると、CASE\_5の純ねじり時のひび割れ耐力、ねじり降伏耐力に比べ、CASE\_1の耐力がかなり小さい。このため、CASE\_1ではねじり降伏に到達した後最大荷重を記録する以前にねじり降伏を迎えているが、CASE\_5では最大耐力を記録するまでにひび割れにも到達しなかった。その結果、最大変形が小さくなり、変形に関して危険側の評価となった。これらの傾向は他の部材にも当てはまる。

## 6. 示方書によるねじりモーメントの照査

5. で得た設計ねじりモーメントに対して、道路橋示方書コンクリート橋編<sup>9)</sup>(以下、道示)及びコンクリート標準示方書<sup>10)</sup>(以下、コン示)に基づき、アーチ部に生じるねじりモーメントの照査をCASE\_1, 3, 4について実施した。解析対象橋梁のコンクリートの設計基準強度は40N/mm<sup>2</sup>、主鉄筋及び帯鉄筋の降伏強度は295N/mm<sup>2</sup>、帯鉄筋間隔は200mmとした。

### (1) 道路橋示方書によるねじり照査

本章では、道示に記されている終局荷重時に生じるねじりモーメントの照査を実施した。終局荷重時のねじり破壊モードとして部材のウェブ又はフランジコンクリートの圧壊と部材の斜引張破壊の2つが想定されている。前者は式(10)に示す弾性理論式を便宜的に用いて算出する。ねじりモーメントとせん断力が同時に作用する場合、コンクリートの平均せん断応力度の最大値 $\tau_{max}$ から終局荷重時のせん断力により生じたコンクリートの平均せん断応力度を減じて用いてよいことから、ねじりモーメントのみにより生じたせん断応力度により照査を実施した。

ん断応力度の最大値 $\tau_{max}$ から終局荷重時のせん断力により生じたコンクリートの平均せん断応力度を減じて用いてよいことから、ねじりモーメントのみにより生じたせん断応力度により照査を実施した。

$$M_{tuc} = \tau_{max} \cdot K_t \quad (10)$$

- $M_{tuc}$  : ねじりモーメントが作用する場合のウェブ又はフランジコンクリートの圧縮破壊に対する耐力(N・mm)
- $\tau_{max}$  : コンクリートの平均せん断応力度の最大値(N/mm<sup>2</sup>) (道示Ⅲ 表-4.4.1参照)
- $K_t$  : ねじりモーメントによるせん断応力度に関する係数(mm<sup>3</sup>)

また、後者は式(11)に示す軸方向鉄筋または横方向鉄筋の一方の鉄筋降伏を仮定した立体トラス理論により終局耐力を算出する。それぞれの鉄筋降伏に対する耐力算定式が示されており、2式より得られた耐力の小さい方を斜引張破壊に対する耐力とする。

$$M_{tus} = \frac{1.6b_t \cdot h_t \cdot A_{wt} \cdot \sigma_{sy}}{a} \quad (11)$$

$$M_{tus} = \frac{0.8b_t \cdot h_t \cdot A_{lt} \cdot \sigma_{sy}}{b_t + h_t}$$

- $M_{tus}$  : ねじりモーメントによる斜引張破壊に対する耐力(N・mm<sup>2</sup>)
- $A_{wt}$  : 間隔aで配置されるねじりモーメントに対する横方向鉄筋1本の断面積(mm<sup>2</sup>)
- $A_{lt}$  : 部材断面に配置されるねじりモーメントに対する軸方向鉄筋の全断面積(mm<sup>2</sup>)
- a : 横方向鉄筋の間隔(mm)
- $\sigma_{sy}$  : ねじりモーメントに対する鉄筋の降伏点(N/mm<sup>2</sup>)
- $b_t, h_t$  : 道示図-4.4.2に示された幅及び高さ(mm)

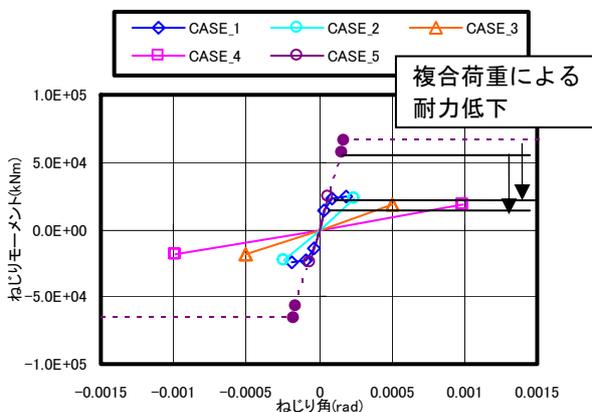


図-17 骨格曲線の比較 (9016要素)

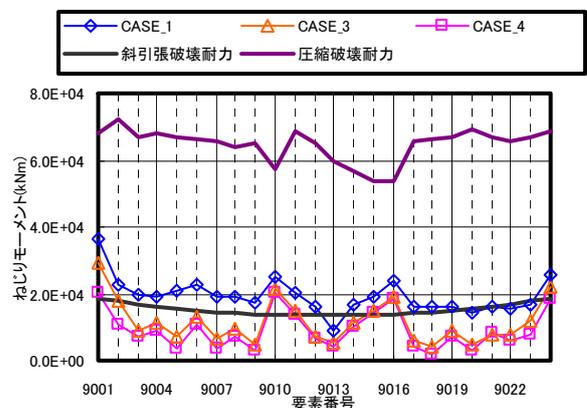


図-18 道路橋示方書によるねじり照査

前者の破壊形式は脆性破壊であるため、後者の耐

力の方が小さくなり、斜引張破壊が先行する破壊形式が望ましいとされる。

図-18に道路橋示方書を用いたねじりモーメントの照査結果を示す。コンクリートの圧縮破壊及び斜引張破壊の双方に対する耐力を算出したところ、どの部材でも斜引張破壊に対する耐力がコンクリートの圧縮破壊に対する耐力を下回ったため、安全側となるように破壊モードとして斜引張破壊を想定した。図-18より、等価線形解析ではほぼ全てのアーチリブが安全側の評価となったが、提案手法ではねじりモーメントを大きく評価していることに伴い、20部材で危険となった。また、左アーチスプリング部が最も危険となっており、ねじりモーメントがねじり耐力に比べ94%程度大きくなっていった。

## (2) コンクリート標準示方書によるねじり照査

続いて、コン示6.4.3 ねじり補強鉄筋のある場合の設計ねじり耐力<sup>10)</sup>に基づき、ねじりモーメントの照査を実施した。破壊形式は文言が異なるものの、道示同様コンクリートの圧壊と鉄筋降伏による引張破壊を想定しており、前者は弾性理論式(12)、後者は立体トラス理論式(13)に基づいている。

$$M_{tcut} = K_t \cdot f_{wcd} / \gamma_b \quad (12)$$

$M_{tcut}$  : 腹部コンクリートのねじりに対する設計斜め圧縮破壊耐力  
 $K_t$  : コン示表6.4.1<sup>10)</sup>に示されたねじり係数  
 $\gamma_b$  : 一般に1.3としてよい。

$$M_{tyd} = 2A_m \sqrt{q_w \cdot q_l} / \gamma_b \quad (13)$$

$$q_w = A_{tw} \cdot f_{wd} / s$$

$$q_l = \sum A_{li} \cdot f_{li} / u$$

$M_{tyd}$  : 長方形断面、円形及び円環断面の設計ねじり耐力  
 $A_m$  : ねじり有効断面積 (長方形断面 ;  $b_0 d_0$ )  
 $b_0$  : 横方向鉄筋の短辺の長さ  
 $d_0$  : 長方形断面の場合、横方向鉄筋の長編の長さ  
 $\Sigma A_{li}$  : ねじり補強鉄筋として有効に作用する軸方向鉄筋の断面積  
 $A_{tw}$  : ねじり補強鉄筋として有効に作用する横方向鉄筋1本の断面積  
 $f_{ld}, f_{wd}$  : 軸方向鉄筋及び横方向鉄筋の設計降伏強度  
 $s$  : ねじり補強鉄筋として有効に作用する横方向鉄筋の軸方向間隔  
 $u$  : 横方向鉄筋の中心線の長さ (長方形断面 ;  $2(b_0 + d_0)$ )  
 $\gamma_b$  : 一般に1.3としてよい。

ただし、 $q_w \geq 1.25q_l$ となる場合には $q_w = 1.25q_l$ とし、

$q_l \geq 1.25q_w$ となる場合には $q_l = 1.25q_w$ とする。

ここで、道示とコン示のねじり照査の大きな違いとして、ねじり曲げ相関及びねじりせん断相関の考慮が挙げられる。コン示では、ねじり曲げ相関、ねじりせん断相関を考慮しているため、以下の式(14)(15)が示されている。

ねじり曲げ相関曲線

$M_{ud} \geq M'_{ud}$ かつ $M_{ud} - M'_{ud} \leq \gamma_i |M_d| \leq M_{ud}$ の場合、

$$\gamma_i \left[ \frac{\left( \frac{1.3(M_{td} - 0.2M_{tcd})}{M_{tu \min} - 0.2M_{tcd}} \right)^2}{+ \frac{|M_d| - M_{ud} + M'_{ud}}{M'_{ud}}} \right] \leq 1.0 \quad (14)$$

$M_{tu \min}$  :  $M_{tcut}$ と $M_{tyd}$ のいずれか小さい方の値

$M_d$  : 設計曲げモーメント

$M_{ud}$  :  $M_d$ 作用時の引張側に配置された主鉄筋を引張鉄筋と考えた場合の設計曲げ耐力の絶対値

$M'_{ud}$  :  $M_d$ 作用時の圧縮側に配置された主鉄筋を引張鉄筋と考えた場合の設計曲げ耐力の絶対値

ねじりせん断相関曲線

$$\gamma_i \left[ \frac{M_{td} / M_{tu \min}}{+ (1 - 0.2M_{tcd} / M_{tu \min})(V_d / V_{yd})} \right] \leq 1.0 \quad (15)$$

$M_{tu \min}$  :  $M_{tcut}$ と $M_{tyd}$ のいずれか小さい方の値

$V_{yd}$  : コン示式(6.3.2)<sup>10)</sup>により求めた設計せん断耐力

コン示によるねじり照査結果を図-19、20に示す。断面形状によって断面耐力が異なるため、図-19、20に示した耐力相関曲線は代表例を示している。相関曲線及びプロットした点は純荷重時の耐力で除して正規化した。道示同様、破壊形式として斜引張破壊を想定している。図-19(a)、図-20(a)より、CASE\_1(標準ケース)ではほぼ全ての部材が危険な部材となっている。また、図-19(b)(c)、図-20(b)(c)より、CASE\_1に比べてねじりモーメントが小さい等価線形解析でもアーチリブの複数部材を除き、多数の部材が危険と判定されている。これは、対象橋梁が平成2年度版の道路橋示方書に準拠しており、設計時の想定荷重が小さいことによる帯鉄筋の過少配筋が原因であると考えられる。

## (3) 相関曲線考慮に関する考察

道示、コン示により照査し危険部材となった部材数を表-3に示す。また、本稿ではねじりと曲げの相関曲線を考慮した非線形動的解析と一般的に行われている等価線形解析を実施し、既往の示方書に従っ

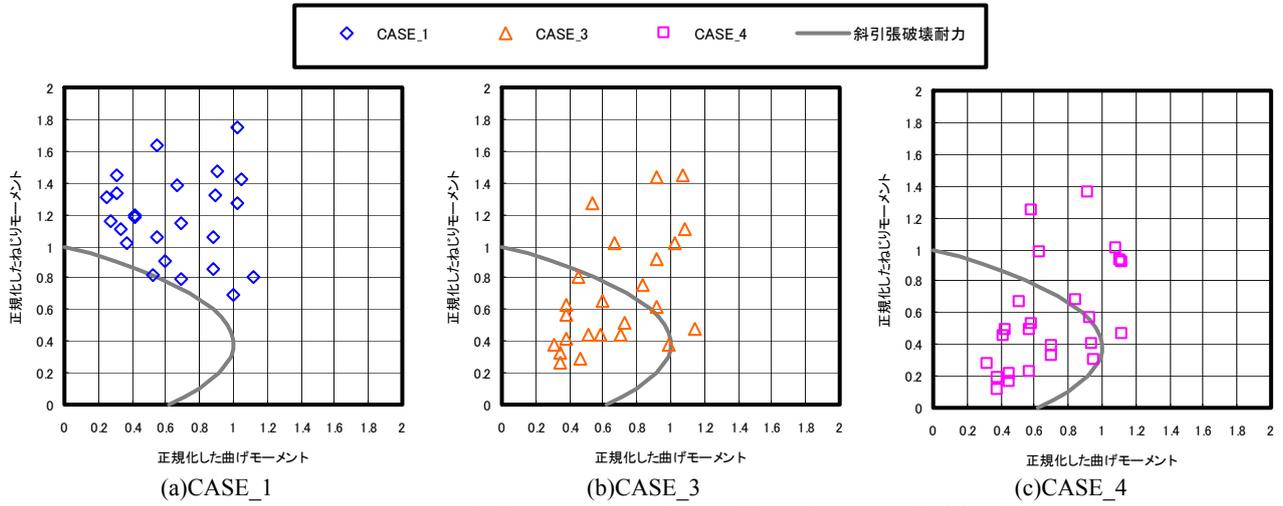


図-19 コンクリート標準示方書によるねじり照査（ねじり曲げ耐力相関）

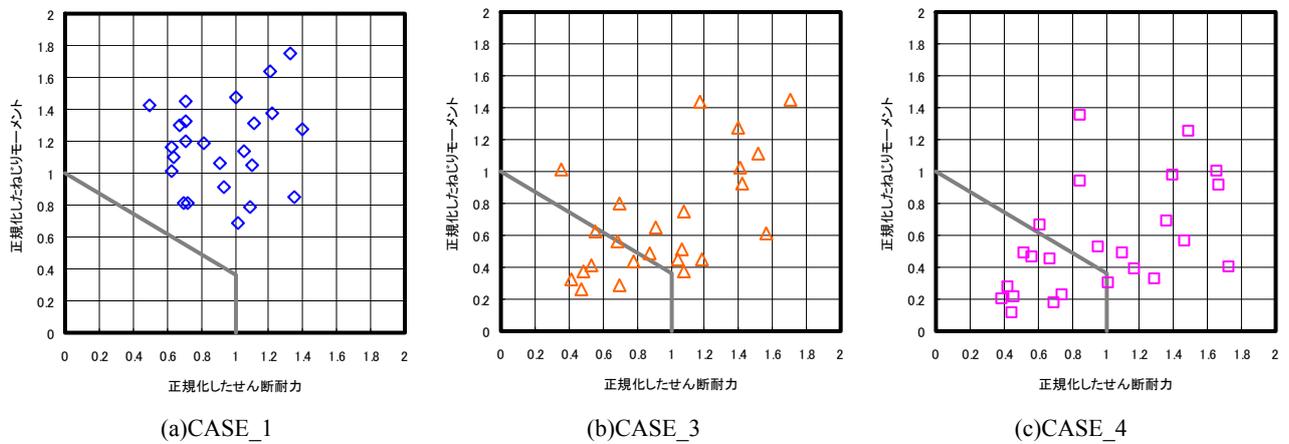


図-20 コンクリート標準示方書によるねじり照査（ねじりせん断耐力相関）

表-3 照査法の違いによる危険部材数の変化

CASE	道路橋	コン示	コン示 (ねじり曲げ)	コン示 (ねじりせん断)
1	18	24	23	24
3	6	16	10	16
4	5	15	8	14

表-4 ねじり評価パターン

パターン	動的解析 (設計断面力)	照査 (設計耐力)	危険部材数
1	×	×	6
2	×	○	16
3	○	×	18
4	○	○	24

てねじり照査の一例を示してきたが、一連の照査を改めて表-4のように分類した。動的解析において、等価線形解析は相関を考慮していないので×、提案手法は相関を考慮しているので○となる。一方、照査においては、道示は相関を考慮していないため×、コン示は○となる。

現在最も一般的と考えられる、等価線形解析（ねじり剛性1/10）を実施して道示で照査したパターン1では、危険部材数が6と最も少ない。続いて、終局耐力算定時に相関を考慮できるコン示を用いて照査したパターン2では危険部材数が16と大きく増加した。これは、純ねじり耐力算定において、軸方向鉄筋が過大の場合、コン示は道示の純ねじり耐力を8%程度過大に評価するのみではほぼ一致することから、相関曲線を考慮したことによる終局耐力減少の影響が明確に現れたためである。さらに、パターン1とパターン3を比較すると、動的解析に相関を考慮

したことにより、等価線形解析（ねじり剛性1/10）時よりほぼ全ての部材においてねじりモーメントが増大することから、危険部材数も6から18と大きく増加した。最後に、動的解析、照査両方に相関を考慮したパターン4では、ねじりモーメントの増加とねじり耐力の減少に伴い危険部材数が24と最も大きくなっている。

以上のことから、本解析条件では、ねじりと曲げの相関曲線を考慮した厳密な動的解析を行うことにより、等価線形解析より大きな設計ねじりモーメントが発生し、従来の手法では非常に危険な設計になっていることがわかる、よって、ねじりと曲げの相関曲線を考慮した厳密なねじり評価法の必要性が示されたといえる。

## 7. 結論

ねじりと曲げの相関特性やねじりの非線形性を厳密に考慮した非線形動的解析手法の提案を行い、提案手法に必要な解析ツールの定式化を行った。

また、提案手法を用いて非線形動的解析を実施し、一般的な等価線形解析や純曲げ/純ねじり骨格曲線を用いた解析と比較することで本手法の有用性を検討した。現行の等価線形解析の最大ねじりモーメントを比較すると、どの部材においても提案手法の方が大きく、等価線形解析ではねじりモーメントを危険側で評価する可能性があると考えられる。

さらに、道路橋示方書及びコンクリート標準示方書に基づいたねじりモーメントの照査により、本解析条件では、等価線形解析よりも多くの部材で設計ねじり耐力を超えるねじりモーメントが生じており、非線形動的解析の必要性が示されたといえる。

### 参考論文

- 1) 泉満明：ねじりと曲げを受けるコンクリート部材の終局強度と設計法，土木学会論文報告集，第327号・1982. 11
- 2) 佐伯昇・高田宣之・志村和紀・藤田嘉夫：ねじりと純曲げの組み合わせ荷重を受ける鉄筋コンクリート部材の耐力，土木学会論文集，No. 442/V-16，pp. 35-42，1992. 2
- 3) (社) 日本道路協会：道路橋の耐震設計に関する資料－PCラーメン橋・RCアーチ橋・PC斜長橋・地中連続壁基礎・深礎基礎等の耐震設計計算例－
- 4) 大塚久哲・竹下永造・浦川洋介：軸力，曲げ/せん断，及びねじりの複合荷重を同時に受けるRC部材の耐震性能と相関特性，土木学会論文集，No. 801/I-73，123-139，2005. 10
- 5) 大塚久哲・宇山友理・秦逸平：RC柱部材のねじり剛性低下率の定式化と動的解析への適用の研究，構造工学論文集，Vol. 55A，2009. 3
- 6) 大塚久哲・服部匡洋・秦逸平，ねじりと曲げの相関曲線及びねじり非線形を考慮した動的解析手法の提案，土木学会第65回年次学術講演会，V-569，2010. 9
- 7) (社) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，V耐震設計編，2002. 3
- 8) 鈴木和俊・増田茂司・天野裕一・秋月敏政：青葉大橋の施工－鉄筋コンクリート固定アーチ橋－，コンクリート工学，33（10），30-36，1995. 10. 01
- 9) (社) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，IIIコンクリート橋編，2002. 3
- 10) コンクリート標準示方書〔構造性能照査編〕，2002. 3

## PROPOSAL OF THE DYNAMIC ANALYSIS TECHNIQUE CONSIDERING INTERACTION BETWEEN BENDING AND TORSION AND NONLINEAR TORSION

Hisanori OTSUKA and Masahiro HATTORI

When the structures, for example arch bridges are subjected bending moments and torsional moments, the strength and rigidity of the members decline compared to those of pure bending or torsion load condition. However, any analysis soft don't consider interrelation between bending and torsion ,and effects of torsional moments have not been considered severely in seismic design.

In this study, the authors proposed analysis technique considering interaction between bending and torsion to estimate torsional moments severely, and formulized the analysis tools for this technique. These are interaction curve, skeleton for combined load, hysteresis for torsion. Moreover, the authors analyzed a RC arch bridge using this method, and inspected the validity of comparing the results obtained equivalent linear analysis about torsion and nonlinear torsional analysis not considering the interaction between bending and torsion.