

# 地震記録の積分による変位波形の計算手法

室野 剛隆<sup>1</sup>・本山紘希<sup>2</sup>

<sup>1</sup> (公財) 鉄道総合技術研究所 構造物技術研究部 (〒185-8540東京都国分寺市光町2-8-38)

E-mail:murono@rtri.or.jp

<sup>2</sup> (公財) 鉄道総合技術研究所 構造物技術研究部 (〒185-8540東京都国分寺市光町2-8-38)

E-mail: motoyama@rtri.or.jp

地震による各地の変位波形やそこから得られる残留変位は、地震の特徴を理解する上で、重要な情報である。各地の地震加速度記録を用いて変位波形を計算する際は、時間積分を行うことが一般的であるが、多くの場合、変位波形にトレンド成分が発生し、正確な値を把握することは難しい。これは、観測記録の長周期成分が、地震計の傾きや観測ノイズなどに影響されやすいためである。トレンド成分を取り除くために、長周期成分をカットすることもあるが、長周期成分は変位波形への影響も大きいため、本来、慎重な扱いが必要である。そこで、観測記録から地震計の傾きという物理的に意味のある成分を特定・除去し、得られた波形に対して、依然観測ノイズの影響分が大きい場合のみ、影響を受ける周波数領域をカットする、という手法を提案した。また、フーリエ変換による波形の歪みを抑えるため、因果律を拘束条件とした周波数領域での積分手法を合わせて、提案している。最後に、これらの手法を、岩手・宮城内陸地震(2008)に使用し、適用性を確認した。

**Key Words :** residual displacement, integration method in frequency domain, tilt motion

## 1. はじめに

近年では、高密度地震観測網の整備により、膨大な強震記録が得られるようになった。これらの強震記録を処理し、変位波形を得ることは、地動の動きを知る上で有用である。また、列車の走行性を考える時には、地表面および構造物上の変形を推定することは極めて重要である。しかし、一般的な記録は、加速度波形として得られており、これから変位波形を得るためには、加速度波形を時間軸上で積分する必要がある。地震動においては、長周期成分ほど振幅が小さくなり、ノイズの影響を受けやすくなるのに対して、変位波形においては、長周期成分の寄与が大きく、積分処理の過程でノイズが蓄積される。結果、ノイズの影響によるトレンド成分が生じることが多い。

また、ノイズではないが、一般的な振子型の地震計では、地震計を設置する地盤の傾斜の影響を受けるため、加速度波形の基線が地震動を受ける中であることがある。基線のずれた加速度波形を、そのまま積分するとトレンド成分が生じるため、傾斜成分の特定および除去が必要となる。

これらの変位波形に生じるトレンドを除去する一般的な手法として、高域通過フィルターを使用する

方法がある。しかし、近年のデジタル強震計では、長周期成分においても、精度の改善がなされており、除去すべきノイズの影響は限定的であると考えられ、従来通りの手法で一律、長周期の振幅を落とす手法は、観測記録を歪めている可能性がある。

そこで、長周期成分を一律に落とすことをせずにトレンド成分を除去するため、物理的に意味を持つ傾斜成分の特定・除去を行い、その上でノイズの影響を受ける周波数領域のみをカットする、という手法を提案する。また、低周波数領域をカットする際に必要なフーリエ変換および周波数領域での振幅の調整について、波形を歪めてしまうことを避けるため、因果律を拘束条件とし、フーリエ変換の実数部のみを用いた変位波形の計算手法も合わせて提案する。

## 2.トレンド成分の要因

### (1)センサの傾斜成分

最も一般的な地震計は振り子を用いた加速度計である。一般的に、地震計は並進運動のみに感度を持つと仮定されるが、振り子型の地震計は地面の傾斜(回転)運動に対しても、感度を持つ。Graizerは回

転や傾斜を含む振り子の完全な運動方程式を導いている<sup>1)</sup>。さらに、数値解析による感度解析から、各項の影響を検証し<sup>2)</sup>、運動方程式の近似式を導いた。

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 + 2\omega_1 D_1 \dot{y}_1 + \omega_1^2 y_1 &= -\ddot{x}_1 + g\phi_2 \\ \ddot{y}_2 + 2\omega_2 D_2 \dot{y}_2 + \omega_2^2 y_2 &= -\ddot{x}_2 + g\phi_1 \\ \ddot{y}_3 + 2\omega_3 D_3 \dot{y}_3 + \omega_3^2 y_3 &= -\ddot{x}_3 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $y_i$ は地震計の応答記録 ( $i=1,2$ : 水平2方向, 3: 鉛直方向),  $\omega_i$ と $D_i$ は変換器の固有振動数と臨界減衰比,  $g$ は重力加速度,  $\ddot{x}_i$ は $i$ 方向の地動加速度,  $\phi_i$ は $x_i$ 軸回りの地動の回転角である。つまり、水平方向の地震記録は地動の水平加速度と地震計の傾斜の両者から影響を受ける。

本論文では、地震計の傾斜は地震動を受ける中で、ある瞬間に一度だけ起こると仮定する。つまり、図-1に示すように、真の地震動に対して、ステップ関数が足し合わされ、ステップ関数が立ち上がる瞬間から基線がずれる波形が観測波形として得られている、という仮定である。基線が途中でずれる波形から、ステップ関数を特定するには、波形のフーリエスペクトルから推定を行う。

データ数 $N$ 、継続時間が $T_A$ の観測波形（地震動＋ステップ関数）に対してFFTを行う。この際、FFTに用いるデータ数を2の累乗個とするため、観測波形の後に値がゼロの加速度を付け加える処理を事前に行う。さらに、精度を向上させるためには、加速度波形に後続のゼロを大量につける必要がある。このFFTのために作成された波形のイメージを図-2に示す。つまり、FFT処理はこの波形の後ろに多数のゼロをつけた「地震動＋台形関数」に対して行われることになり、得られる結果は「地震動のフーリエスペクトル＋台形関数のフーリエスペクトル」となる。このうち、台形関数 $s(t)$ のフーリエスペクトル $S(\omega)$ は次の式で表される。

$$S(\omega) = \frac{2A \cdot \sin\left[\omega\left(\frac{1}{2}(T_A - t_0)\right)\right]}{\omega} \cdot e^{-i\omega t_0} \quad (2)$$

ここで、 $A$ はステップ関数の振幅、 $t_0$ はステップ関数の立ち上がり時間を示す。式(2)から、台形関数は、 $\omega = 0$ の時のフーリエ振幅 $S(\omega \rightarrow 0)$ が $A(T_A - t_0)$ となるのが分かる。地震波のみであれば、 $\omega = 0$ の振幅は、理論的にはゼロであるので、観測記録のフーリエスペクトルにおける、 $\omega = 0$ での振幅は、傾斜成分の値であると、考えることができる。

また、式(2)から、 $f = 1/(T_A - t_0)$ において $S(\omega) = 0$ となるのが分かる。これにより、観測記録のフーリエ振幅において、急激に振幅が落ちる最初の周期を $f = 1/(T_A - t_0)$ と特定することができる。これらの条件から、ステップ関数の振幅 $A$ 立ち上がり時刻 $t_0$ を特定することができる。なお、観測記録の後続に

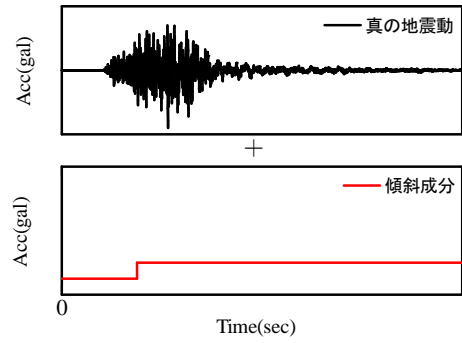


図-1 観測加速度波形の考え方

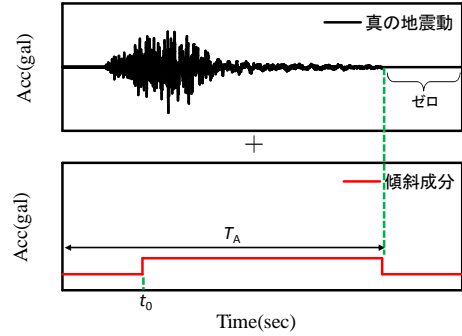


図-2 観測加速度波形の考え方

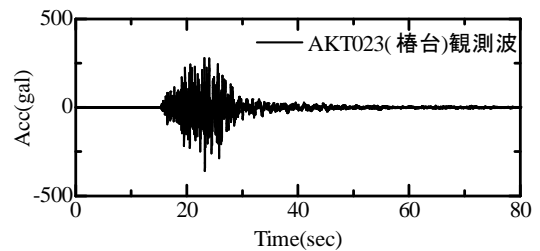


図-3 K-NET 樁台 (AKT023) 観測波形

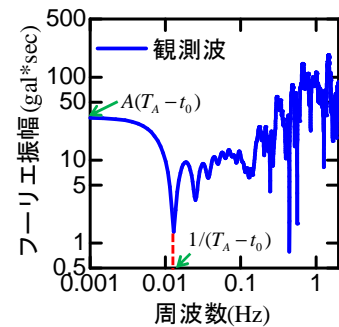


図-4 観測波フーリエスペクトル

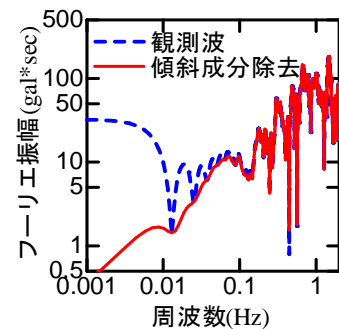


図-5 傾斜成分除去後のフーリエスペクトル

付加するゼロの数を多くすることで、各値を特定しやすくなる。これについては、古川らも同様の提案を行なっている<sup>3)</sup>。

上記、ステップ関数の特定について、1ケースの例を示す。図-3は岩手・宮城内陸地震（2008）において、K-NETの観測点AKT023（樺台）で得られた観測波形（EW方向）である。これのフーリエスペクトルは、図-4のようになる。これにより特定されたステップ関数を観測記録から引き算することで、傾斜成分を除去した波形が得られる。傾斜成分を除去したフーリエスペクトルは図-5のようになる。

## (2)観測ノイズ

文献(3)においても指摘されているが、(1)の手法によっても、トレンド成分が残るケースが多く存在する。原因としては、地震計の観測ノイズの影響が考えられる。また、厳密にはノイズではないが、地震計台の傾斜運動が仮定より複雑であることなどが挙げられる。

これらの挙動は、現状として特定する手法がないため、影響を強く受ける長周期成分を周波数軸上でカットせざるを得ない。

## (3)数値処理による波形の歪み

前節で指摘したように、特定する手法がない要因については、周波数軸上で長周期成分のカットなどといった、振幅の調整が必要になるが、この処理においては、数値処理そのものがトレンド発生の要因となり得る。ここでは、トレンド発生の要因となる数値処理2点と、誤差の影響をできるだけ小さくする手法の提案を行う。

### a) フーリエ変換

地震波のように因果律を満たす時間関数  $y_m$  は、図-6のように奇関数  $y_m^o$  と偶関数  $y_m^e$  の和で表され、さらにそれぞれの関数は、時間制限関数と超関数に分解が可能である。このうち、奇関数  $y_m^o$  にはステップ関数が含まれているが、これを周期関数を前提とするフーリエ変換（FFTなど）の操作をすると、点線のように直線のトレンドが生じてしまう。これが、フーリエ変換によるトレンド発生要因である。

### b) 周波数軸上での振幅のカット

前項で説明した奇関数  $y_m^o$  と偶関数  $y_m^e$  は、それぞれ、時間関数  $y_m$  のフーリエ変換の虚数部と実数部と、フーリエ変換・逆変換の関係にあることが著者の一人により示されている<sup>4)</sup>。また、この虚数部と実数部は、次の式により関係付けられていることが示されている。

$$\begin{aligned} \Im(C_i) &= \sum_{k=-N/2+1}^{N/2} \beta_{ik} \cdot \Re(C_k) \\ \beta_{ik} &= -\frac{2}{N} \sum_{m=1}^{N/2-1} \cos\left(\frac{2\pi km}{N}\right) \sin\left(\frac{2\pi im}{N}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

周波数軸上で振幅をカットすることは、虚数部およ

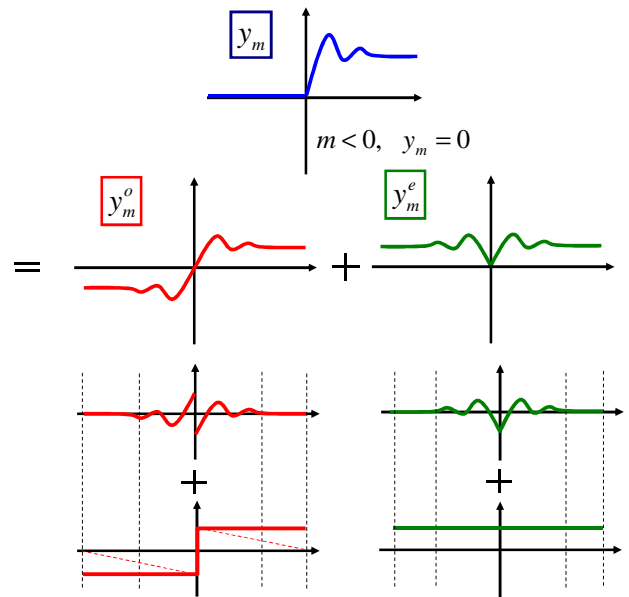


図-6 因果律を満たす時間関数の分解

び実数部に式(3)の関係を満たさない変化を与えるため、因果律を乱し、波形を歪ませ、意味のないトレンドを発生させる原因となる。

### c) 因果律を拘束条件とした周波数軸上の積分

ここでは、加速度波形から変位波形を計算する際に、ノイズが混入した長周期成分を落としつつ、上記の数値処理上のトレンド成分を避ける手法として、次の手法を提案する。

- ① 加速度波形のフーリエ変換を行う
- ② フーリエ変換による数値誤差を含まない実数部について、周波数軸上での振幅のカットを行う
- ③  $1/(i\omega)^2$  を乗じて変位波形のフーリエ変換  $D(\omega)$  を得る
- ④ 実数部  $\Re[D(\omega)]$  から、式(3)により虚数部  $\Im[D(\omega)]$  を修正する
- ⑤ フーリエ逆変換により変位波形を計算する

以上の手法を用いることにより、フーリエ変換の虚数部を用いることによるトレンドの回避および因果律が崩れることを防ぎ、変位波形を計算することができる。

## 3. 変位波形の計算手法の提案

前章までをまとめる形になるが、本論文では、加速度波形から変位波形を求める手法として、以下の手法を提案する。

### STEP1: 傾斜による基線ズレの補正

センサの傾斜によるステップ状関数を2. (1)に示した手法で特定し、時間軸上の加速度波形から引き算し、取り除く。

### STEP2: 時間軸上での加速度波形の積分

STEP1で得られた波形の積分を行い、変位波形を計算する。この時点で、トレンド成分が適切に取

り除けていけば、得られた波形を正解値とする。トレンド成分が残留する場合には、次のステップに進む。

### STEP3：周波数軸上での加速度波形の積分

物理的に特定できないトレンド成分を回避するため、2.(3)c)に示す手法で、周波数軸上での積分を行い変位波形を求める。

次章において、本手法を岩手・宮城内陸地震(2008)に適用した例を示すが、現在のところ、処理を行った全波形において、トレンド成分を除去し、残留変位が確認できる状態となっている。

## 4. 岩手・宮城内陸地震への適用

本章では、提案手法を岩手・宮城内陸地震(2008)のK-NET観測記録に適用する。本地震は、南北に走る断層が逆断層の挙動を示しており、断層を境界に東西で地殻変動が逆方向となっていることが一つの特徴となっている。

### (1) 波形処理の例

ここでは、上でも扱ったK-NET樺台(AKT023)のEW方向における波形処理を示す。処理結果は図-7に示した。

本波形は、STEP1にあたる傾斜成分の特定・除去を2.(1)で既に行っている。提案手法のSTEP2より時間軸上での積分を行った結果は、図-7に示した通り、オリジナルの観測記録に比べて、トレンド成分が抑えられているが、地震動が落ち着いてからも振幅が徐々に増加するものとなっている。そこで、本波形については、手法に従いSTEP3を実施した。その際、フーリエ振幅の実数部は0.026Hz以下をカットする高域通過フィルタを施した。これにより、トレンド成分が除去できた変位波形を得ることができた(図-7)。

### (2) 地図上への表示

本地震の観測点を数点選び、上記手法で得られる残留変位を地図上にプロットした(図-8上)。また、参考として、国土地理院で公開されているGPS連続観測網の観測結果をトレースしたものを示す(図-8下)。

それぞれの地震系が設置された位置・深さでの正確な変位が計測されている訳ではないので、波形処理の精度については議論が難しいが、GPS観測による地殻変動とも概ね整合がとれており、提案した手法が、変位波形を計算する手法として十分実用的であることが分かる。

## 5. まとめ

加速度記録から変位記録を計算する際には、長周期成分がセンサの傾きや観測ノイズなどの影響を受けることにより、変位波形にトレンド成分が生じる。そこで、地震記録から回転成分を分離し、本来必要

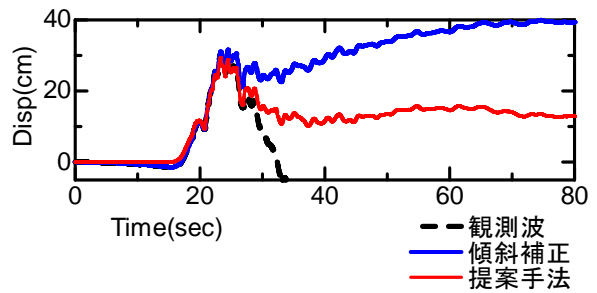


図-7 波形処理の例 (K-NET樺台 (AKT023) EW)

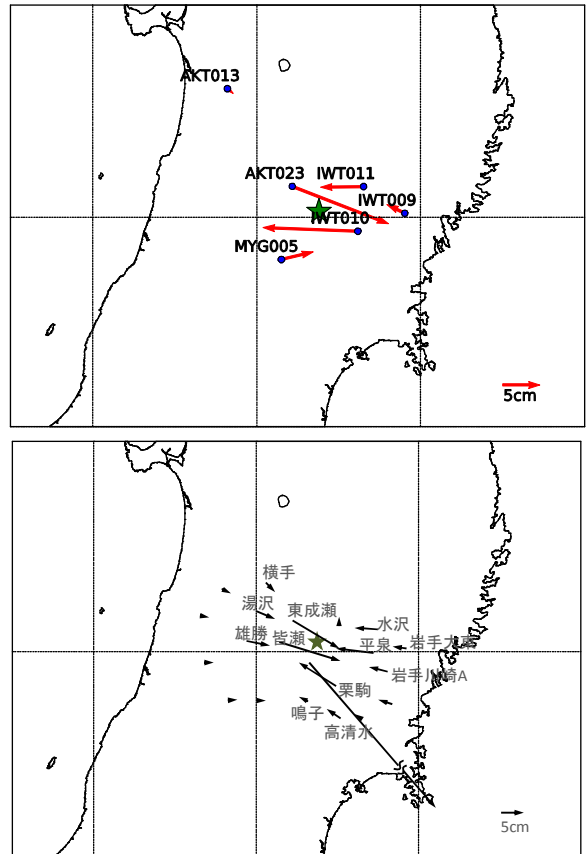


図-8 残留変位のプロット

な並進成分のみを抽出することが、まず重要となる。回転成分を取り除いてもトレンドが残る場合、物理的に特定できないノイズが長周期成分に混入していることが考えられる。そこで、本論文では、地震観測記録に対する処理を周波数軸上で行うこととし、フーリエスペクトルの積分や、高域通過フィルタなどの処理をフーリエ振幅の実数部のみに対して行い、虚数部は実数部から式(3)により理論的に与えるという手法を用いて長周期領域におけるノイズを除去し、かつ、地震波形が本来有している長周期成分の情報を極力損なわない手法を提示した。また、本手法を実際の地震観測波形に適用することにより、その妥当性を確認することができた。

**謝辞：**本研究では、防災科学技術研究所の強震ネットワークK-NETの記録を使わせて頂いた。感謝の意

を記す.

#### 参考文献

- 1) Vladimir M. Graizer: Effects of tilt on strong motion data processing, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 25, pp.197-204, 2005.
- 2) Vladimir M. Graizer: Record processing considerations for the effects of tilting and transients, *Proc. of COSMOS Strong Motion Workshop*, Richmond, CA., 2004.
- 3) 古川陽, 井上修作, 大町達夫: 震源近傍における永久変位を含む強震記録の積分補正手法の検証, *土木学会第65回年次講演会*, pp.651-652, 2010.
- 4) 佐藤忠信, 室野剛隆: 位相情報を利用した非定常地震動のシミュレーション法, *土木学会論文集 第1-66号*, pp.159-168, 2004.

## Calculation technique to acquire displacement from seismic acceleration records

Yoshitaka MURONO Hiroki MOTOYAMA

Computing displacement by measured acceleration is important for understanding the characteristics of an earthquake. However, such displacement is not necessarily be obtained with a good accuracy. It is partly because the low-frequency component dominating the behavior of the displacement is often affected by the sensor's tilt and the measurement error. In this paper, a new methodology to get the acceleration without those undesirable effects is proposed. In addition, the integration method in frequency domain for computing displacement from the obtained acceleration is proposed, considering causality as a constraint to avoid the numerical error. Using these techniques, the estimation of residual displacement of Iwate-Miyagi Nairiku Earthquake(2008) is attempted.