S字型履歴曲線を有する土の非線形モデルと その標準パラメータの設定

野上 雄太1・室野 剛隆2

¹鉄道総合技術研究所 構造物技術研究部 耐震構造(〒185-8540東京都国分寺市光町2-8-38)
 E-mail: nogami@rtri.or.jp
 ²鉄道総合技術研究所 構造物技術研究部 耐震構造(〒185-8540東京都国分寺市光町2-8-38)
 E-mail: murono@rtri.or.jp

土が地震時のような非排水状態で繰り返し載荷を受けると、せん断ひずみが大きくなるにつれて、せん 断応力~せん断ひずみ関係が紡錘型から逆S字型の履歴形状に変化していくことが知られている.この点 に着目し、Masing則の相似比えをせん断ひずみγの関数とすることで逆S字型の履歴形状を表現できる土 のせん断応力~せん断ひずみ関係の非線形モデル(GHE-Sモデル)を提案した.また、このモデルを用い る際には、土の変形特性や強度特性が必要である.しかしながら、設計実務上、解析対象とする地盤の全 土層に対して試験が実施されることは少なく、土層を絞って試験される場合が多い.そこで、試験値が得 られない場合にも設計実務への対応が可能となるように、既往の室内試験結果からGHE-Sモデルのパラメ ータの標準値を定めた.地震応答解析の結果、適切に標準パラメータが定められたことを確認した.

Key Words : Shear stress-shear strain relationship, nonlinear hysteresis model, S-shape

1. はじめに

地盤の動的解析を行うために必要な土のせん断応力τ ~せん断ひずみ γ 関係の非線形モデル(以下,土の非線 形モデル)に関しては、HDモデルやROモデルを基本と した古典的なモデル以外にも、これまでに数多くのモデ ルが提案されている^{1)-4など}.著者らも修正GHEモデルを 提案している². このモデルは、土の $\tau \sim_{\gamma}$ 関係を完全 に満足することが可能なモデルである. 骨格曲線には, GHEモデルを適用することにより、耐力低下を含まない 限り、実験で与えられる $G \sim \gamma$ 関係を満足することが出 来る. また, 骨格曲線から反転する場合には, 仮想の初 期剛性を用いてMasing則を用いることで、任意の $h \sim_{\gamma}$ 関係を満たす工夫がされている. このような, 仮想の履 歴曲線を考えるモデルは他の研究でも提案されており³、 有用な手法である. これらのモデルでは, 履歴減衰hは ひずみャとともに単調に増大する.しかし、実際の土で は、せん断ひずみγが1%前後から履歴減衰量が低下し 始める場合がある. ひずみレベルが小さい領域では, τ ~ v 関係は紡錘型の形状を描くために、ひずみと共に履 歴減衰は大きくなる.しかし、ひずみが大きくなると、 τ~γ関係はスリップ状の形状を示し、その結果、履歴

減衰が大きくならないのである.そこで本研究では、こ の点に着目し、Masing則の相似比えをせん断ひずみ_γの 関数とすることでスリップ形状の履歴を表現できる GHE-Sモデルを提案する.また、このモデルを実際に適 用する場合には、現地の土の動的な変形特性や強度特性 が必要である.しかしながら、解析対象となる地盤の全 土層に対して試験が実施されることは少なく、土層を絞 って試験する場合が多い.そこで、試験値が得られない 土層に対しても設計実務への対応が可能となるように、 GHE-Sモデルに必要なパラメータの標準値を定めたので ここに示す.

2. 室内試験から得られる土の応力~ひずみ関係

繰り返し載荷試験等により、土のせん断応力 τ ~せん 断ひずみ γ 関係を求めると、一般に τ ~ γ 関係は紡錘型 の形状を描くために、ひずみと共に割線剛性は低下し、 履歴減衰は大きくなる。図1および図2は、ある砂質土の 供試体に対して、中空ねじりせん断試験により τ ~ γ 関 係およびせん断剛性と履歴減衰のひずみ依存性(G/G_0 ~ γ , h~ γ 関係)を求めたものである。この試験結果



図1 中空ねじりせん断試験から得られたある砂質土の応カ~ひずみ関係



 $G/G_0 \sim \gamma$, $h \sim \gamma$ 関係

で興味深いのは、ひずみが小さい間は、 $\tau \sim_{\gamma}$ 関係は典型的な紡錘型の形状になっているが、ひずみがある程度大きくなると、 $\tau \sim_{\gamma}$ 関係はスリップ状の形状を示していることである.その結果、図2を見ると、ひずみが1%を越えたあたりから、履歴減衰が大きくならずに減少する傾向を示していることが分かる.

3. GHE-Sモデルの概要⁵

(1) 骨格曲線

骨格曲線は、微小ひずみからピーク強度に至るまで広 いひずみ領域で実験値にフィッティング可能なモデルと して、GHEモデル(General hyperbolic equation model)^のを用い る.GHEモデルは式(1)で評価される。

$$y = \frac{x}{\frac{1}{C_1(x)} + \frac{x}{C_2(x)}}$$
(1)

ここに, x, y は正規化ひずみ, 正規化せん断応力で, $x = \gamma/\gamma_r$, $y = \tau/\tau_f$ である. γ_r は規準ひずみ, τ_f はせ ん断強度である. また, $C_1(x) \ge C_2(x)$ は補正係数で次 式で与えられる.



$$C_{1}(x) = \frac{C_{1}(0) + C_{1}(\infty)}{2} + \frac{C_{1}(0) - C_{1}(\infty)}{2} \cdot \cos\left\{\frac{\pi}{\alpha/x + 1}\right\}$$

$$C_{2}(x) = \frac{C_{2}(0) + C_{2}(\infty)}{2} + \frac{C_{2}(0) - C_{2}(\infty)}{2} \cdot \cos\left\{\frac{\pi}{\beta/x + 1}\right\}$$
(2)

このモデルには、 $C_1(0)$ 、 $C_2(0)$ 、 $C_1(\infty)$ 、 $C_2(\infty)$ 、 α 、 β という6個のパラメータが存在する.式(2)において、 正規化ひずみ $x = \gamma/\gamma_r = 0$ で、dy/dx = 1.0の条件から $C_1(0) = 1.0$ 、正規化ひずみ $x = \gamma/\gamma_r \rightarrow \infty$ でdy/dx = 0の 条件から、 $dC_2/dx|_{x\to\infty} = 0$ が得られる.よって未知数は 4個となる.これらは全て、繰り返し載荷試験から得ら れた $G/G_0 \sim \gamma$ から算定可能である.

(2) 履歴法則

次に履歴法則について述べる.既往のモデルでは、履 歴法則として Masing 則が用いられる. Masing 則とは、



骨格曲線上の点 $A(\gamma_a, \tau_a)$ で除荷されると、その後の履 歴は、骨格曲線を相似比λ倍に拡大した履歴を辿ると いうものである. この1を変化させると、どのように 履歴則が変化するかを図3に示す. 一般の $\tau \sim \gamma$ 関係で は、原点に関して対称な点 $B(-\gamma_a, -\tau_a)$ で逆方向の骨 格曲線に滑らかに接続される必要性から, λ=2 が用い られている.しかし、対称点に戻るためには、B 点にお いて、 んが2でありさえすれば良い.特に、 A 点から除 荷され B 点に至るまでに、相似比 λ を 2→ α →2 と変化 させると、履歴曲線が2章で示したようにスリップ状を 示す.よって、繰り返し載荷試験から得られたh~v関 係を満足するように、せん断ひずみyに応じて相似則A を変化させることにより、室内試験から得られた実際の 土の非線形特性を精度良く追跡することが可能になると 言える.数値計算上は、室内試験の結果よりh~γ関係 が与えらた場合に、骨格曲線から折り返すたびに、履歴 ループの面積と実験で得られた履歴減衰h が一致するよ うに相似則んの値を決定する.これにより、任意の減衰 特性を満足する履歴曲線を作成できる.相似則λをひ ずみ γ の関数(以下,相似関数 $\lambda(\gamma)$ と呼ぶ)として定 義する場合,相似関数 $\lambda(\gamma)$ としては,図1に示した載 荷試験の履歴曲線に最も近かった2次関数を採用した. 図 4 に、相似関数 $\lambda(\gamma)$ として 2 次関数を用いた場合に 求まる τ ~ γ 関係の例を示す. なお, 図中の細線は通常 の設定として $\lambda(\gamma)=2(-c)$ とした場合である.

(3) 除荷時の接線剛性

除荷時の接線剛性としては、初期剛性 G_0 として定義 するのが一般的であるが、除荷時の接線剛性も非線形性 を示すと言う研究成果もある。例えば、吉田ら^つは式(3) のような関係を要素実験から提示しており、本研究でも この提案式を採用する。なお、豊浦標準砂および粘土に ついて、表1のような値を得ている。

$$\frac{G_0}{G_{\max}} = \frac{1 - G_{\min} / G_{\max}}{1 + \gamma / \gamma_{r0}} + \frac{G_{\min}}{G_{\max}}$$
(3)



図5 試計算例(上段:履歴曲線,下段:加速度時刻歴波形)

表1 式(3)のパラメータ

| 材料 | γ_r | γ_{r0} | G_{\min}/G_{\max} |
|-----------|------------|---------------|---------------------|
| 砂(Dr=50%) | 0.00025 | 0.0006 | 0.18 |
| 砂(Dr=80%) | 0.0005 | 0.0015 | 0.35 |
| 粘土 | 0.0013 | 0.013 | 0.1 |

(4) 計算例

試計算として,振幅を漸増した周期 2Hz の正弦波を 入力した. その結果得られた土のτ~γ関係および時刻 歴波形の一例を図5に示す. ひずみレベルが小さい間は 紡錘型の履歴を描いているが,ひずみレベルが大きくな るとともにスリップ型の形状を示すようになる. その結 果,波形に対してもひずみレベルが大きい領域では,ひ ずみ硬化の影響が現れている. なお,本モデルの妥当性 を検証するために,大型せん断土槽を用いた乾燥砂の振 動実験の結果をシミュレーションしている. 紙面の都合 上省略するが,従来のモデルに比べて高精度化が図られ ていることを確認している⁹.

4.標準パラメータの設定

3 章で提案したモデルを適用する場合,現地の土の動 的な変形特性 ($G/G_0 \sim \gamma$, $h \sim \gamma$ 関係)や強度特性 (粘着力c,内部摩擦角 ϕ)が必要である.しかしなが ら,設計の実務においては,解析対象となる地盤の全土 層にわたって詳細に試験されることは少なく,応答に大 きな影響を与える可能性のある土層などに絞って実施さ れることが多い.そこで,試験値が得られない土層に対 して本モデルを適用するために,GHE-Sモデルのパラメ



ータの標準値を定める.標準値の設定にあたっては,鉄 道総研が所有する 20 試料(砂質土:5,粘性土:15)の 試験結果を用いた.これらの試料は,GHE-Sモデルのパ ラメータの設定に必要な変形特性と強度特性の両者が得 られているものであり,様々な土質,様々な拘束圧下の 非排水条件で実施されたものである.

(1) $G/G_0 \sim_{\gamma}$ 関係

要素試験の $G/G_0 \sim \gamma$ 関係において, G/G_0 =0.5となる 時のひずみ(以下,規準ひずみ γ05 と呼ぶ)で横軸を正 規化した $G/G_0 \sim \gamma/\gamma_{05}$ 関係を重ね描いたものを図6に示 す. 様々な拘束圧や土質の条件で実施された試験結果が 含まれているにも関わらず、狭い範囲の曲線で表現され ることが分かる.既往の研究においても $G/G_0 \sim \gamma/\gamma_{0.5}$ 関係は拘束圧によらず狭い範囲に分布することが指摘さ れている^{例えば8}. このことから、本研究では、_{Yos}で正規 化した $G/G_0 \sim \gamma/\gamma_{0.5}$ 関係は土質や拘束圧によらず一定 であると仮定する.この仮定の下で、室内試験より得ら れた $G/G_0 \sim \gamma/\gamma_{0.5}$ 関係にGHE-Sモデルをフィッティン グし, 平均値をパラメータの標準値として設定した. 本 来であれば、式(1)からも分かるように、GHE-Sモデル は、せん断強度の概念を取り入れるために、せん断強度 τ_{ϵ} 及び初期せん断剛性 G_{0} から式(4)より求まる規準ひず みγ.で横軸を正規化すべきモデルである.

$$\gamma_r = \tau_f / G_0 \tag{4}$$

よって、単純に $\gamma_{0.5}$ を用いて横軸を正規化すると、せん断強度の概念が欠落してしまうため、強度の概念を取り入れる必要がある。そこで、本研究では、全20試料から γ_r と $\gamma_{0.5}$ の関係を調べ、式(5)の関係を導き出し、これを用いてせん断強度の概念を取り入れた。

$$\gamma_r = 2.5\gamma_{0.5} \tag{5}$$

具体的には、横軸を γ_r で正規化した場合には、式(1)、 式(2)より、 $\gamma \rightarrow \infty$ のとき、 $\tau/\tau_f \rightarrow 1.0$ の関係から、



| 図 7 | 標準値を用いた <i>G/G</i> | $\sim \gamma / \gamma_{0.5}$ | と試験結果との比較 |
|-----|--------------------|------------------------------|-----------|
|-----|--------------------|------------------------------|-----------|

| 表2 | 式(2)の標準パラメータ | | |
|---------------|--------------|---------------|--|
| $C_{1}(0)$ | $C_{2}(0)$ | $C_1(\infty)$ | |
| 1.000 | 0.830 | 0.170 | |
| $C_2(\infty)$ | α | β | |
| 2.500 | 2.860 | 3.229 | |

 $C_2(\infty)$ =1.0となるが、横軸を $\gamma_{0.5}$ で正規化した場合には、 式(5)の関係を用いることで、 $C_2(\infty)$ =2.5が得られること になる.よって、本研究では、 $C_2(\infty)$ =2.5とすることで、 横軸を $\gamma_{0.5}$ で正規化しても、せんだん強度の概念が入る ように工夫した.なお、標準パラメータの設定において、 横軸の正規化に $\gamma_{0.5}$ を用いたのは、前述のようにばらつ きが小さいことのほかに、既往の研究で変形特性 G/G_0 ~ γ 関係や規準ひずみ $\gamma_{0.5}$ を推定する式がいくつか提案 ^{例えば9}されており、実務ではこれらを活用できる利点が あるからである.

全試料(20試料)に対してGHE-Sモデルのパラメータ をフィッティングし、平均値を算出した結果を表2に示 す.また、図7に平均値を用いて描いた $G/G_0 \sim \gamma/\gamma_{0.5}$ 関 係と全20試料および既往の研究¹⁰⁻¹⁰から読み取った $G/G_0 \sim \gamma/\gamma_{0.5}$ 関係を示す.図7より、GHE-Sモデルの平 均曲線は、検討に用いた試料および既往の研究結果の平 均的な値となっていることが確認できる.

h ~ γ 関係

次に, $G/G_0 \sim \gamma$ 関係と同様にして,規準ひずみ $\gamma_{0.5}$ で横軸を正規化した $h \sim \gamma/\gamma_{0.5}$ 関係について標準値を設定する. $h \sim \gamma/\gamma_{0.5}$ 関係は,式(6)に示す形でモデル化し, h_{max} , β の2つのパラメータでフィッティングした. 実際には,式(1)と式(6)より, $h \sim \gamma/\gamma_{0.5}$ 関係が描ける.

$$h = h_{\max} \left(1 - G/G_0 \right)^{\beta} \tag{6}$$

なお、大ひずみ時の減衰定数_{*h*max}(*h*が減少する領域を除く)は、細粒分含有率、砂分含有率などの土質や拘束



| + 0 | | |
|---------|---------------|--|
| ৰ কয় ১ | 式(0)のハフメータ標準値 | |

| | β | $h_{ m max}$ |
|-----|------|--------------|
| 砂質土 | 1.31 | 0.21 |
| 粘性土 | 1.29 | 0.19 |

圧の影響があるとの指摘もあり、これらの影響を考慮し て_{hmax}を定式化している研究もある^{10など}. しかしながら, これらを考慮してもhmm には大きなばらつきがあるよう である.本研究では、これらの影響を詳細に検討するだ けの十分な試料が無いこと、一般的には、粘性土よりも 砂質土の方がhmax は大きい傾向にあることを勘案し,砂 質土と粘性土の2種類に分類して標準値を設定した.式 (6)にフィッティングして得られた平均値を表3に示す. 土質毎のパラメータの違いは明瞭には見られないが、砂 質土のhmax が粘性土よりも大きいという一般的傾向は表 現できている.次に、 $h \sim \gamma/\gamma_{05}$ 関係の平均曲線と検討 に用いた試料および既往の文献¹⁰⁻¹⁶から読み取ったh~ γ/γ₀₅関係を重ね描いたものを図8に示す.図8では、粘 性土は既往の研究も含めてばらつきが小さく、砂質土で はばらつきが大きい.しかしながら、いづれも設定した 標準値は既往の研究も含めた平均的な曲線を示している ことが分かる. なお, 設定した $h \sim \gamma/\gamma_{0.5}$ 関係は, 式(6) を見れば分かるとおり, h_{max} に漸近する式となっている. 実際には、ひずみがある程度大きくなるとhは減少して くる.このモデル化は今後の課題であるが、せん断ひず みγが概ね1%を越えたあたりからhが減少する傾向に あるため、本研究では、γが1%を超えたらhを単調に 減少させている.

5. 地盤応答解析

ここでは、GHE-Sモデルを用いて地盤の1次元時刻歴 動的解析を行なった. その際に用いるパラメータとして

| | 表4 検討ケース | | |
|-------------------|--------------------------------------|---------|--|
| 大大水川 | 変形特性 | 相進7\ずみ | |
| 12 ተተ | $(G/G_0 \sim \gamma, h \sim \gamma)$ | 元-=0.9% | |
| Case(1) | 全層実測値 | 全層実測値 | |
| Case ² | 全層標準値 | 全層実測値 | |
| | | | |

は、標準パラメータを用いた場合と、実測した $G \sim_{\gamma}$, $h \sim_{\gamma}$ 関係によりパラメータを決定した場合について検 討を行なった.検討ケースを表4に示す. Case①は、対 象地盤の全土層において、変形特性や強度特性の実測値 を用いたケースである. Case②は、GHE-Sモデルのパラ メータは表2、表3の標準値を用いた場合である.なお、 規準ひずみは両者とも実測値を用いた.

(1) 対象地盤

解析対象地盤は、全ての土層に対してGHE-Sモデルに 必要な変形特性および強度特性が実測されている3地盤 とした.図9に対象地盤のせん断波速度分布を示す.

(2) 解析条件

基盤に鉄道構造物等設計標準(耐震標準)¹⁷に示されるL2地震動スペクトルIIを入力した.粘性減衰は,1次 モードの固有振動数でh=3%の減衰を与えている.

(3) 解析結果

解析結果として、地表面の加速度応答スペクトルおよ び深さ方向最大値分布を図10に示す. Case①とCase②を 比較すると、どの地盤においても加速度応答スペクトル はほぼ同じ結果が得られている.最大加速度、最大変位 分布についても非常によく似た結果となっており、概ね 5%程度以下の差である.このことから、Case①を正解 値とすると、設定したGHE-Sモデルの標準パラメータは Case①に対して差が小さいため、適切に設定されている と考えられる.



本研究では、既往のほとんどのτ~γ関係モデルでは 考慮できなかったスリップ状の履歴曲線を表現できる GHE-Sモデルを提案した. また, このGHE-Sモデルを使 用するにあたって必要な変形特性や強度特性が、実測値 として得られない土層にも適用するために、過去に実施 された室内試験結果から合計8つの標準パラメータを設 定した. 設定した $G/G_0 \sim \gamma/\gamma_{0.5}$, $h \sim \gamma/\gamma_{0.5}$ を用いて検 討した1次元時刻歴動的解析の結果,標準パラメータを 用いた場合と実測値を用いた場合では応答値としての差 は5%以下と小さく、精度良く標準値を設定できたと考 えられる.なお、本研究で設定した標準値は、 G/G_0 ~ $\gamma/\gamma_{0.5}$ 関係および $h \sim \gamma/\gamma_{0.5}$ 関係を規定するパラメータ である. 実際の解析においては、これらのパラメータの 他に初期せん断剛性 G_0 と規準ひずみ γ_{05} を設定する必 要がある. G。については、せん断波速度が得られてい れば求められる. ア0.5 については、既往の変形特性の推 定式などを活用することも有効な手段であると考えられ る. しかしながら,別途検討を行った結果では, γ₀₅の 推定精度が地盤の応答に与える影響は非常に大きく, γ0.5を精度良く推定しなければ応答値は大きくばらつく 場合があることが分かっているので注意を要する.

参考文献

- 1) H. Hayashi and T. Sugawara: Modeling of the nonlinear shear stress-strain behavior of soils, 第8回日本地震工学シンポジウム, pp.777-782, 1990.
- 2) 西村昭彦,室野剛隆: GHEモデルと簡易な履歴則を用いた土の非線形モデルの提案と実験的検証,第25回地震工学研究発表会, pp.309-312, 1999.
- 3) 吉田望, 辻野修一, 石原研而: 地盤の1次元非線形解析に用 いる土のせん断応力-せん断ひずみ関係のモデル化, 日本建 築学会大会学術講演梗概集, pp.1639-1640, 1990.
- 4) Wakai, A., Ugai, K., Li, Q., Matsuo, O. and Shimazu, T.: Dynamic elastoplastic analyses of the sliding displacement during earthquake, *Proc. Int, Sym,* on Deformation and Progressive Failure in Geomechanics, pp.635-640,

1997.

- 5) 室野剛隆、野上雄太:S字型の履歴曲線の形状を考慮した土の応力~ひずみ関係,第12回日本地震工学シンポジウム, pp.494-497,2006.
- 6) Tatsuoka, F. and Shibuya, S.: Deformation characteristics of soils and rocks form field and laboratory tests, Theme Lecture 1, *Proc. of Ninth Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol.2, pp.101-170, 1992.
- 7) 吉田望,澤田純男,竹島康人,三上武子,澤田俊一:履歴 減衰特性が地盤の地震応答に与える影響,土木学会地震工学 論文集Vol.27,2003.
- 8) 原昭夫,清田芳治:各種材料の変形特性に関する研究(その 1)背景と研究目的,第20回土質工学研究発表会,pp.547-548, 1985
- 9) 安田進,山口勇:種々の不撹乱土における動的変形特性,第20 回土質工学研究発表会,pp.539-542,1985.
- 10) 田中幸久,工藤康二,国生剛治,加藤宗明,加藤朝郎,長 崎清:砂礫材料の動的変形特性について,第20回土質工学研 究発表会, pp.599-600, 1985.
- 畑中宗憲,鈴木善雄:不攪乱礫試料のくり返し変形・強度 特性,第22回土質工学研究発表会,pp.611-612,1987.
- 12) 西好一,金谷守,当麻純一,西剛整,黒田修一:低拘束圧 下における砂礫材料の変形特性,第23回土質工学研究発表会, pp.633-634, 1988.
- 13) 安田進, 永瀬英生, 小田真也, 木辻浩二: ステージ載荷が 動的変形特性に与える影響, 「地盤および土構造物の動的問 題における地盤材料の変形特性」に関する国内シンポジウム 発表論文集, pp.127-132, 1993.
- 14) 社本康広, 楠亀鉄男: 異方拘束圧下での砂の繰返し変形特性, 第28回土質工学研究発表会, pp.923-924, 1993.
- 15) 山下聡, 土岐祥介, 白崎和稚: 砂の繰返し非排水三軸変形 試験に及ぼすメンブレンペネトレーションの影響, 第29回土 質工学研究発表会, pp.767-768, 1994.
- 16) 内田明彦,畑中宗憲,時松孝次:地盤材料の繰返し変形特 性の定式化,日本建築学会構造系論文集,第544号,pp.69-75, 2001.
- 17) (財)鉄道総合技術研究所編,運輸省鉄道局監修:鉄道構造物等設計標準同解説,耐震設計,丸善,1999.

NONLINEAR HYSTERESIS MODEL TAKING INTO ACCOUNT S-SHAPE HYSTERESIS LOOP AND ITS STANDARD PARAMETERS

Yuta NOGAMI and Yoshitaka MURONO

Many stress-strain models have been proposed for a dynamic response analysis of ground. Most of these models, however, are unable to express "S-shape" stress-strain relationship appeared in large strain level, because these models use the Masing's rule to build hysteresis curves. We, therefore, propose a new method to take into account the S-shape stress-strain characteristics. The model is consists of the skeleton curve expressed by GHE model and the hysteresis curves expressed by the modified Masing's rule. This model has eight parameters. These parameters should be decided by results of cyclic loading tests. Cylic loading tests, however, is not always conducted at all soil layer. We, therefore, set the standard parameters of this model.