

安全率の変動特性を考慮した 円弧すべり法の適用に関する考察

寺西弘一¹，常田賢一²

¹ 学生会員 大阪大学大学院工学研究科地球総合工学専攻（〒565-0871 吹田市山田丘 2-1）

E-mail:kteranishi@civil.eng.osaka-u.ac.jp

² 正会員 大阪大学大学院工学研究科地球総合工学専攻 教授（〒565-0871 吹田市山田丘 2-1）

E-mail:tokida@civil.eng.osaka-u.ac.jp

現在，土工構造物の常時あるいは地震時の安全性を評価する代表的な方法として円弧すべり法がある．同法はすべり安全率やすべり面位置が簡易に算定できるが，コンピュータ技術の進歩した現在，解析作業は自動化され，解析結果は解析あるいはその評価に関係する技術者の信頼を得ており，実務的にも広く普及し，活用されている．本研究は，円弧の中心位置および半径の設定方法により安全率の値が変動することに着目し，それらの設定方法が安全率の算出結果に及ぼす影響を検討している．また，円弧すべり法の適用方法の実態把握のためのアンケート調査を実施している．それらの結果に基づき，円弧すべり法の実務的な適用において，最適な安全率を算定するための円弧の中心位置、半径の設定方法などを提案する．

Key Words: Circular Sliding Method, Safety Factor, Accuracy, Center, Radius, Questionnaires

1．はじめに

現在，土工構造物の常時あるいは地震時の安全性を評価する代表的な方法として円弧すべり法がある．円弧すべり法は臨界円を求めることにより最小安全率およびすべり面の位置が簡易に算定できるため，実務的かつ汎用的に普及し，活用されている．また，コンピュータ技術の進歩した現在では，円弧すべり解析は自動化かつルーチン化されており，解析の担当者あるいは解析結果を評価する関係者は，円弧すべり法の適用方法について特別に意識していないのが実情である．

本研究の動機は，道路盛土の安定性を評価するために，円弧すべり法を適用する過程において，すべり円弧の中心位置あるいは半径の設定間隔の大きさによってすべり安全率の値が変動し，条件によっては無視できないレベルの変動が明らかになったところにある．

一方，本研究で実施した円弧すべり法の適用に関する実態調査では，特に円弧の中心位置および半径の設定間隔の設定の多様性が明らかになっている．

以上のことから，本研究は，日常的に利用されている円弧すべり法の適用に際して，算定される安全率の精度を確保するために必要な諸条件の設定方法の解明を目的としている．そのため，片盛土および両盛土の盛土構造の異なる 2 種類の道路盛土を対象として，臨界円を求める手順，格子間隔と半径間隔，加えて格子位置の 3 条件が最小安全率に及ぼす影響および計算時間を検討した．なお，円弧すべり法の適用方法の実態を把握

するために，実務に従事する 31 人の技術者にアンケート調査を実施し，その結果も合わせて考察した．

以上の検討，考察の結果から，円弧すべり法の適用において最適な安全率を算定するために必要とされる臨界円を求める手順，円弧の中心位置および半径の設定方法を提案している．

2．円弧すべり法の適用方法に関する実態

(1) 実施方法

実務における円弧すべり法の適用実態を把握するために，建設コンサルタントの 39 社 56 人の技術者にアンケート調査を実施した．同一会社でも所属部署が異なる場合は調査対象としている．調査票の調査項目の概要は以下の通りである．

Q1：円弧すべり法による解析の実施の有無

Q2：円弧すべり法の解析プログラムの自社保有の有無

Q3：自社保有していない場合の Q4 の扱い方法

Q4：解析プログラムの使用方法

1) 円弧すべり法の理論： Fellenius 法，修正 Fellenius 法，Bishop 法，その他

2) 円弧の中心の設定方法： 格子状，その他

3) 臨界円を求める手順： 想定される限りの広い範囲で格子等を設定，臨界円の中心の範囲を絞り込んで格子等を想定，まず，広い範囲で粗い格子等により臨界円を求め，次に，得られた臨界円の中心を含む細かい格子等を設定，その他

- 4) 格子等の上下方向および水平方向の間隔の設定値：
水平方向 () m, 上下方向 () m, その他
- 5) 変化させる円弧の半径の間隔の設定値： () m

(2) 実施結果

調査票は 20 社の 31 人から回答を得たが、各項目の回答結果は以下のように要約される。

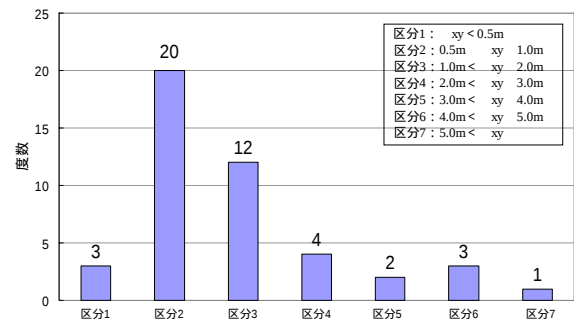
-) 円弧すべり法による解析の実施者は 30 人である。
-) 30 人のうち、円弧すべり法の解析プログラムを自社保有しているのは 29 人である。
-) 自社保有していない 1 人は外部委託の際に、Q4 に関する解析上の指示をしている (Q4 の回答に含む)。
-) 円弧すべり法の理論は修正 Fellenius 法 (25 人：56%)、Bishop 法 (10 人：22%)、Fellenius 法 (7 人：16%) の順に多い (複数回答あり)。その他 (3 人) は、Janbu 法や FEM の動的応力による滑動力の算定である。
-) 円弧の中心の設定方法は格子状 (30 人)、その他 (2 人) であり、格子状の設定がほとんどである。
-) 臨界円を求める手順は が (5 人：15%)、 が (6 人：18%)、 が (21 人：64%)、 が (1 人) である。 が 60% 程度と多いが、あるいは による方法も各 15～20% 程度は行われている。のその他は最適化手法との組み合わせである。
-) 格子等の上下方向および水平方向の間隔の設定値を集計した結果を図-1 に示す。なお、回答が単一の数値でなく範囲で記されている場合は、該当する集計区分のそれぞれで計数している。図のように、格子間隔は 7 区分、半径間隔は 6 区分にしたが、サンプルの全数は、それぞれ 45 および 42 である。頻度分布の特徴は以下の通りである。

全員が水平方向と上下方向の間隔は同じ値を設定している。

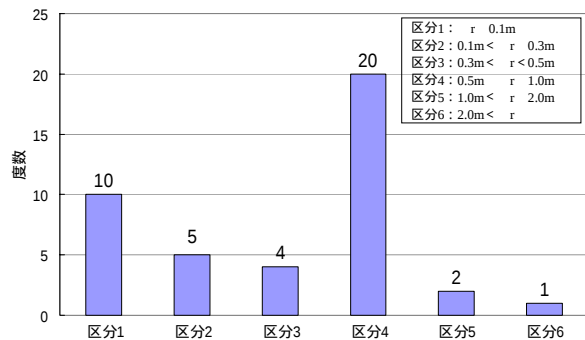
格子間隔 (xy) の多い区分は、0.5m xy 1.0m (サンプル数 20, 以下同じ)、1.0m < xy 2.0m (12) および 2.0m < xy 3.0m (4) の順であり、それぞれ全数の 44%、27% および 9% である。全体の傾向では、1.0m 以下で 51%、2.0m 以下で 78% を占め、22% は 2.0m より大きい設定をしており、7% は 0.5m 未満の小さい設定をしている。

半径間隔 (r) の該当数が多い区分は、0.5m r 1.0m (20)、r 0.1m (10) および 0.1m < r 0.3m (5) の順であり、それぞれ全数の 48%、24% および 12% である。全体の傾向では、1.0m 以下が 93% の大多数を占め、0.5m 未満でも 45% を占めている。

以上の実態調査の結果から、特に、最初から臨界円の中心の範囲を絞り込んで格子等を想定している場合があること、円弧の格子間隔および半径間隔の設定値に幅があることが分かった。



(a) 格子間隔の度数分布



(b) 半径間隔の度数分布

図-1 アンケート集計結果

3. 円弧すべり法の適用に関する検討

円弧すべり法の適用方法について、実態調査で明らかになった臨界円を求める手順、格子間隔と半径間隔、加えて格子位置の 3 条件が最小安全率に及ぼす影響および計算時間に着目して検討した。解析対象の選定に際しては、盛土構造や最小安全率が異なるように配慮し、片盛土 (道路盛土モデル 1) および両盛土 (道路盛土モデル 2) の 2 種類とした。そして、両モデルの常時の最小安全率を修正 Fellenius 法により算出した。なお、道路盛土モデル 1 は最小安全率が 1.0 以下、道路盛土モデル 2 は 1.0 より大きい場合に相当している。

(1) 解析対象モデル

道路盛土モデル 1 は図-2 に示す比較的高い傾斜地盤上の片盛土¹⁾であり、道路盛土モデル 2 は図-3 に示す比較的高く基盤に起伏がある両盛土²⁾である。各モデルの解析パラメータを、それぞれ表-1 および表-2 に示す。

(2) 臨界円を求める手順の影響

臨界円を求める際に円弧の中心とする格子範囲の設定について、想定される限りの広い範囲で格子等を設定、臨界円の中心の範囲を絞り込んで格子等を想定、まず、広い範囲で粗い格子等により臨界円を求め、次に、得られた臨界円の中心を含む細かい格子等を設定の 3 つの方法が考えられる。実態調査では、が多いが、ある

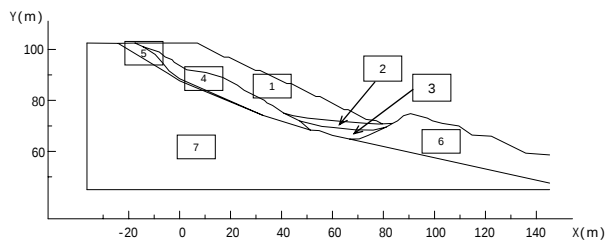


図-2 道路盛土モデル1：片盛土（数値は層番号）

表-1 道路盛土モデル1の材料特性

層番号	土質	湿潤重量 (kN/m ³)	内部摩擦角 (°)	粘着力 (kN/m ²)
1	盛土	19.0	30.0	0.0
2	土石流堆積物	14.0	0.0	25.0
3	土石流堆積物	17.0	31.0	0.0
4	崖錘堆積物	18.0	28.4	0.0
5	軟岩	23.5	33.7	220.0
6	崖錘堆積物	18.0	28.4	0.0
7	軟岩	25.3	35.4	470.0

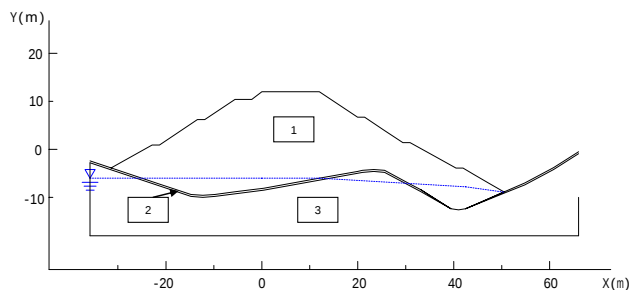


図-3 道路盛土モデル2：両盛土（数値は層番号）

表-2 道路盛土モデル2の材料特性

層番号	土質	飽和重量 (kN/m ³)	湿潤重量 (kN/m ³)	内部摩擦角 (°)	粘着力 (kN/m ²)
1	盛土	16.0	15.0	5.0	42.0
2	表層	17.0	16.0	0.0	30.0
3	基盤	18.0	17.0	20.0	150.0

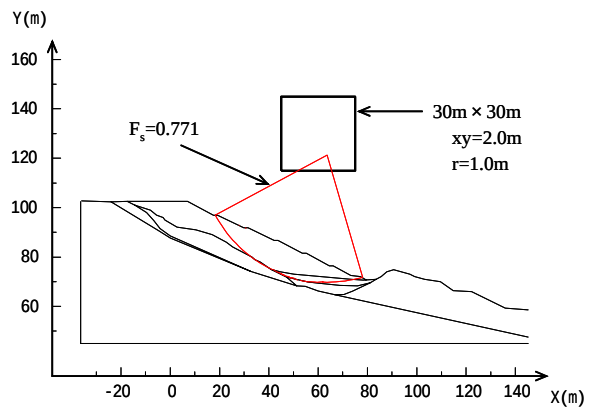
いは による方法も採用されている。

ここで、 の手順は最初から広い範囲で設定するので臨界円を外す恐れはないが、格子の数が増えることから計算時間等の点で非効率となることが考えられる。また、

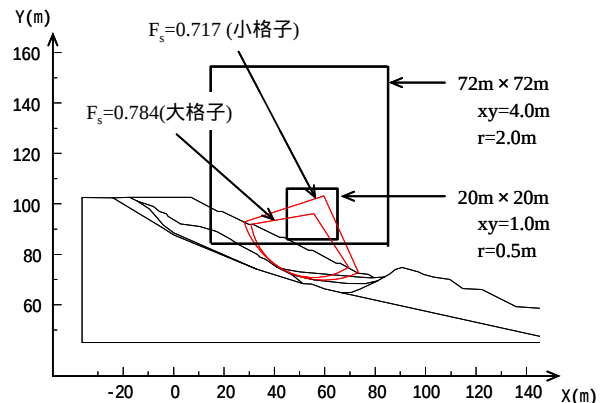
の場合は最初から狭い範囲で設定するので計算時間等の点で効率的となるが、範囲設定に高度な判断が必要であり、場合によっては臨界円を外す可能性がある。一方、 は と の両者の中間的な方法であり、臨界円を外さずかつ効率的な方法と考えられる。

本文では、 と の手順による最小安全率への影響の差異を例示的に比較した。図-4(a)および(b)は道路盛土モデル1において、それぞれ および の手順に従って臨界円を算出した結果である。

まず、 の手順で想定した格子の範囲は、座標（60m，130m）を中心とした水平・左右方向および上下方向に各15m ずつの縦 30m×横 30m であり、 $xy=2.0m$ ， $r=1.0m$ とした。これらの条件設定により算出された最小安全率は 0.771 である。なお、図-4(b)と同じ格子間隔



(a) 手順 による方法



(b) 手順 による方法

図-4 臨界円を求める手順の影響

1.0 m,半径間隔 0.5 mとした場合の最小安全率は 0.746 であり、上記よりやや小さくなる。

次に、 の手順において、まず、広く想定した格子の範囲は、座標（51m，122m）を中心として水平・左右方向および上下方向に各 36m ずつの縦 72m×横 72m であり、 $xy=4.0m$ ， $r=2.0m$ で粗くして臨界円を求める。得られた最小安全率は 0.784 であり、次に、この臨界円の中心座標（55m，96m）を挟んで、水平・左右方向および上下方向に各 10m ずつの縦 20m×横 20m の格子を設定し、 $xy=1.0m$ ， $r=0.5m$ で細分化して臨界円を求める。得られた最小安全率は 0.717 である。

以上の結果から、臨界円の位置および安全率の差異は明確であり、 の手順では本来の臨界円を外しており、大きい安全率が算出されている。従って、臨界円の設定の手順は、 あるいは による方法が望ましい。

(3)円弧の中心の格子間隔と半径間隔の影響

a)道路盛土モデル1の場合

道路盛土モデル1に対して、円弧の中心を設定する格子の範囲は、座標（49m，113m）を左上端として縦 20m×横 20m の格子範囲で設定した。アンケート結果から通常設定されている範囲に基づいて、 xy は 0.25m，0.5m，1.0m，2.0m，3.0m，4.0m および 5.0m の 7 種類， r は 0.5m，1.0m，2.0m，3.0m，4.0m および 5.0m の 6 種類とし

た。

格子間隔と半径間隔の組み合わせ毎に算出した最小安全率を表-3 および図-5 に示す。図-5 によれば、格子間隔と半径間隔の組み合わせにより最小安全率が変動し、以下の傾向が読み取れる。

格子間隔が増加すると最小安全率は増加する傾向があるが、この傾向から外れる場合（例えば、 $r = 0.5\text{m}$, 1.0m , 5.0m ）もある。

半径間隔が大きくなると最小安全率が増加する傾向があるが、 5.0m の場合だけ外れており、安全率の値は 1.0m の場合と全く同じである。

また、図-5 から本モデルの最適、つまり最小となる安全率は、 $xy = 0.25\text{m}$ で $r = 0.5\text{m}$, 1.0m あるいは 5.0m の場合の 0.715 であるが、近傍の最小安全率 0.717 も少数第 1 位までの数値で評価すると 0.72 となり、 0.715 と同値と見なせる。従って、図-5 では格子間隔 2.0m 以下、半径間隔 1.0m 以下が最適であるが、最小値近傍の分布特性によれば、格子間隔あるいは半径間隔のいずれも 0.5m より小さくしても有意な差異は発生しないと推察される。

また、最小安全率の最大値は、 $xy = 5.0\text{m}$, $r = 4.0\text{m}$ の場合の 0.884 、最小値は前述の 0.715 である。従って、最小値に対する最大値の比は 1.24 であり、格子間隔と半径間隔の組み合わせ（特に、粗い間隔の場合）により最小安全率は最大で 24% の差異（過大評価）が発生している。

b) 道路盛土モデル 2 の場合

格子間隔と半径間隔の組み合わせ毎に算出した最小安全率を表-4 および図-6 に示す。図-6 は図-5 と比較して最小安全率が高い（ > 1.0 ）が、図-5 と同様に格子間隔と半径間隔の組み合わせにより最小安全率が変動している。変動の一般的な傾向は図-5 と同様であるが、本例では半径間隔が 0.5m , 1.0m および 2.0m が同じ変化を示し、 5.0m の場合が図-5 の傾向と異なるなど、半径間隔により分布特性が異なる。

また、図-6 から本例の最適な最小安全率は、 $xy = 0.25\text{m}$ で $r = 0.5\text{m}$, 1.0m あるいは 2.0m の場合の 1.305 であるが、近傍の最小安全率 1.310 も少数第 1 位までの数値で評価すると 1.31 となり、 1.305 と同値と見なせる。さらに、最小安全率の変動を 0.02 程度と考えれば、 1.330 も類似と見なせる。従って、図-6 では格子間隔 2.0m 以下、半径間隔 2.0m 以下が適当であるが、最小値近傍の分布特性から、最小安全率の変動を 0.02 程度と考えれば、格子間隔あるいは半径間隔のいずれも 0.5m より小さくしても有意な差異は発生しないと推察される。

また、最小安全率の最大値は、 $xy = 4.0\text{m}$, $r = 5.0\text{m}$ の場合の 1.686 、最小値は前述の 1.305 である。従って、最小値に対する最大値の比は 1.29 であり、格子間隔と半径間隔の組み合わせ（特に、粗い間隔の場合）により最小安全率は最大で 29% の差異（過大評価）が発生している。

表-3 最小安全率：道路盛土モデル1

xy \ r	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
0.25	0.715	0.715	0.777	0.777	0.786	0.715
0.5	0.717	0.717	0.780	0.780	0.791	0.717
1.0	0.717	0.717	0.782	0.782	0.802	0.717
2.0	0.717	0.717	0.785	0.785	0.811	0.717
3.0	0.722	0.754	0.792	0.792	0.827	0.754
4.0	0.722	0.759	0.785	0.785	0.811	0.759
5.0	0.717	0.717	0.812	0.812	0.884	0.717

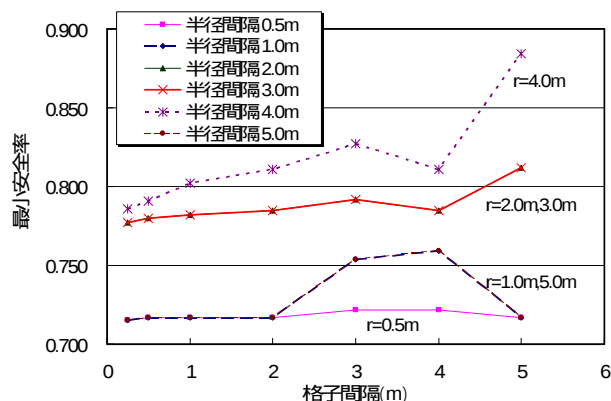


図-5 格子間隔、半径間隔と最小安全率の関係
(道路盛土モデル 1)

表-4 最小安全率：道路盛土モデル2

xy \ r	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
0.25	1.305	1.305	1.305	1.353	1.496	1.504
0.5	1.310	1.310	1.310	1.363	1.496	1.504
1.0	1.330	1.330	1.330	1.363	1.496	1.551
2.0	1.330	1.330	1.330	1.412	1.496	1.556
3.0	1.460	1.460	1.461	1.460	1.639	1.556
4.0	1.496	1.496	1.496	1.612	1.496	1.686
5.0	1.330	1.330	1.330	1.602	1.659	1.640

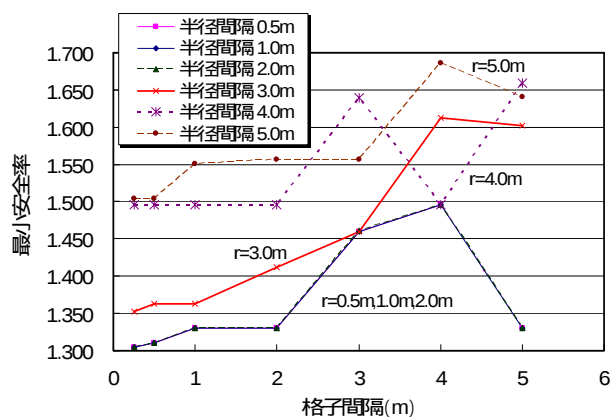


図-6 格子間隔、半径間隔と最小安全率の関係
(道路盛土モデル 2)

(4) 円弧の中心位置設定のための格子位置の影響

円弧の中心位置の設定では、まず格子位置および範囲を設定し、次に格子間隔を設定することになるが、その際の格子位置の設定による最小安全率への影響が考えられる。ここでは、最初の格子位置の設定が安全率に及ぼす影響を検討した。

検討対象としたのは道路盛土モデル 1 であり、(49m, 113m) を左上端とした格子の範囲 (20m × 20m) を基準の

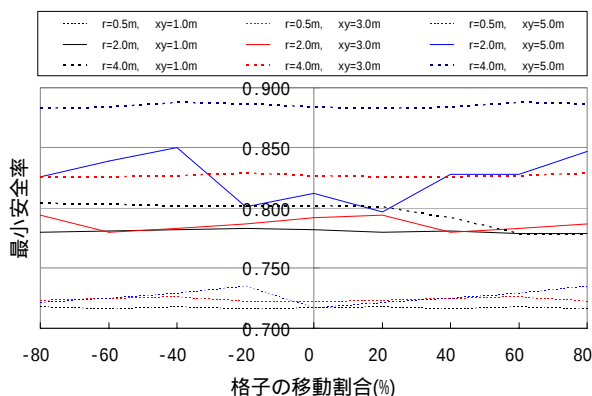


図-7 格子位置の設定のずれによる安全率の変動

格子位置とする．そして，格子間隔が 1.0m, 3.0m および 5.0m の場合について，基準の格子位置を格子間隔の 20%（格子間隔が 1.0 m では 0.2m, 3.0m では 0.6m, 5.0m では 1.0m）ずつの移動割合で上下方向に移動させて最小安全率を算出した．各格子間隔では半径間隔を 0.5m, 2.0m および 4.0m を設定した．ここで，格子間隔が 3.0m の場合は，格子範囲を 21m×21m としているが，最小安全率は 20m×20m の格子範囲で得られている．

全 9 ケースについて格子の移動割合と最小安全率の関係を集約したのが図-7 である．図-7 の移動割合の正（+）負（-）は，それぞれ下方および上方への移動を示す．同図において，各ケースの最小安全率の変動量を見ると， $xy=1.0m$ と $r=0.5m$ の場合が 0.002 で最小， $xy=5.0m$ と $r=2.0m$ の場合が 0.053 で最大であり，その他は 0.003～0.025 にある．

従って，これらの格子間隔および半径間隔において，設定する格子範囲の位置が最小安全率に及ぼす誤差の最大は 0.05 程度と想定される．この 0.05 の意味について，例えば最小安全率が 1.0 および 0.5 の場合は，それぞれ 5% および 10% の誤差に相当することになるが，土工構造物の場合は比較的小さい値と考えられる．ただし，算出される最小安全率が，許容安全率の近傍（概ね 5% 以内）にある場合は，吟味が必要である．

(5) 計算時間への影響

円弧すべり法を使う場合，円弧の中心位置の設定範囲の大きさ，円弧の中心を設定する格子間隔および半径間隔の数によって，計算時間が変動することが予想される．ここでは，格子間隔および半径間隔による計算時間の差異を検討する．

表-6 は道路盛土モデル 1 における，主要な格子間隔および半径間隔の場合の計算時間の比較である．ここでの計算時間とは，計算条件の入力後の計算の開始から計算結果が出力されるまでの所要時間の概数値である．また，計算される円弧の数を半径の検索数として併記している．同表によれば，格子間隔と半径間隔のいずれも 0.5m の場合の計算時間は 11 分 26 秒であり，検索数は 96,088 回である．0.5m の格子間隔と半径間隔の場合を基準にして，半径間隔だけを 0.1m および 1.0m にすると，

表-6 格子間隔と半径間隔による計算時間

r \ xy	0.5	1.0	2.0	5.0
0.1	58分15秒 (-)	18分30秒 (-)	4分5秒 (30161)	54秒 (5863)
0.5	11分26秒 (96088)	3分24秒 (25484)	54秒 (6730)	12秒 (1402)
1.0	6分16秒 (49592)	1分31秒 (13154)	31秒 (3472)	6秒 (724)

* () 内は想定されるすべり円の数

計算時間はそれぞれ 58 分 15 秒および 6 分 16 秒に増減する．一方，格子間隔だけを 5.0m にすると，検索数は 1,402 となり計算時間は 12 秒に激減する．なお，格子間隔が 0.1m の場合の計算時間は算出してないが，計算時間は半径の検索数に比例するので，上下・水平方向の間隔が各 1/5 になると計算時間は 25 倍になると想定される．

以上のことから，計算時間の視点からも適当な格子間隔あるいは半径間隔の議論が必要であり，現在の処理能力をベースにした場合，例えば，計算時間を概ね 11 分 30 秒程度以内に設定すると，格子間隔と半径間隔は 0.5m 以上となり，これらの範囲が実用的な設定範囲と考えることができる．

4. おわりに

本研究は円弧すべり法の適用に際しての，臨界円を求める手順，格子間隔と半径間隔および格子位置の 3 条件が最小安全率に及ぼす影響および計算時間について，2 種類の道路盛土モデルを用いて検討した．その結果，以下のように幾つかの有益な知見が得られた．

- 1) 円弧すべり法の適用に関する実態調査によれば，修正 Fellenius 法が多く，Fellenius 法および Bishop 法も利用されていること，円弧の中心はほとんどが格子状に設定されること，臨界円を求める手順は初めに広く，粗く設定した後，範囲を絞り込む手順が多いが，最初から臨界円の中心の範囲を絞り込んで格子等を想定している場合も見受けられること，水平方向と上下方向の間隔は同じ値で設定していること，格子間隔は 78% が 2.0m 以下，7% が 0.5m 未満であり，半径間隔は 93% が 1.0m 以下，45% が 0.5m 未満である．
- 2) 臨界円を求める手順は，臨界円を外さないために，広い範囲で細かい格子等を設定するか，あるいは，まず広い範囲で粗い格子等により臨界円を求め，次に，得られた臨界円の中心を含む細かい格子等を設定することが望ましい．
- 3) 格子間隔および半径間隔の影響について，それらの組み合わせ（特に，粗い間隔の場合）により最小安全率は最大で 30% 弱の差異（過大評価）が発生することがある．例えば，変動の許容範囲を 0.02 程度とした場

合は、円弧の中心位置を設定する格子間隔は 2.0m 以下かつ半径間隔は 1.0m 以下の範囲が望ましい。ただし、格子間隔あるいは半径間隔を 0.5 m より小さくしても安全率の精度向上は認められない。

- 4) 格子位置の影響について、半径間隔の大小あるいは格子間隔の大小に拘わらず、最小安全率の変動はたかだか 0.05 であり、その影響は小さい。
- 5) 円弧すべり法を適用する際の計算時間に関して、現時点の処理能力による計算時間の観点から、円弧の中心位置を設定する格子間隔と半径間隔は、概ね 0.5m 以上が実用的な範囲として考えられる。
- 6) 以上の格子間隔、半径間隔、格子位置および計算時間の検討結果によれば、実務的には格子間隔は 0.5 ~ 2.0m、半径間隔は 0.5 ~ 1.0m が適当な設定範囲として提案できる。その場合、最小安全率の誤差はたかだか 0.05 であるが、最小安全率が許容安全率の近傍（概ね 5%以内）にある場合は、吟味が必要である。

なお、アンケート調査によれば、これらの提案範囲で設定されている割合は格子間隔で 71%、半径間隔で 48%である。一方、これらの範囲より大きい設定は格子間隔で 22%、半径間隔で 7%であり、逆に小さい設定は格子間隔で 7%、半径間隔で 45%である。

謝辞：本研究における円弧すべり法の適用に関する実態調査に際しては、土木学会地震工学委員会に設置された「性能を考慮した道路盛土の耐震設計・耐震補強に関する研究」小委員会の協力を得ている。また、同実態調査においてアンケートの回答を頂いた多数の方々に感謝申し上げる。

参考文献

- 1) 国土交通省近畿地方整備局の資料
- 2) 石川県道路公社の資料

STUDY ON HOW TO APPLY THE CIRCULAR SLIDING METHOD CONSIDERING ACCURACY OF SAFETY FACTOR

Kouichi TERANISHI and Ken-ichi TOKIDA

The circular sliding method with which the minimum safety factor and the position of the critical sliding circle can be obtained easily is used widely. Therefore it's very important to apply the method with enough accuracy as a practical procedure. In this paper, the affects by both position of the center and radius of circle set to get the safety factor by the circular sliding method are discussed basing on two types of road embankments. Furthermore the present state how to apply the circular sliding method is surveyed through questionnaire to 31 geotechnical engineers. As a result, the adequate and practical setting method on both position of the center and radius of a sliding circle can be proposed to get the enough accuracy of a minimum safety factor of circular sliding failure.