# 調和振動荷重による地盤構造と各層の弾性定数の推定法に関する基礎的研究

齊藤 将司 [1]・ 原田 隆典 [2]・森 源次 [3]・王　宏沢 [4] ・山下　典彦 [5]

[1]宮崎大学大学院学生　システム工学専攻（〒889－2192宮崎市学園木花台西1－1）
E-mail:saitoh@ civil.miyazaki-u.ac.jp
[2]宮崎大学教授　工学部土木環境工学科　（〒889－2192宮崎市学園木花台西1－1）
E-mail:harada@civil.miyazaki-u.ac.jp
[3]古野電気株式会社　航空・防衛事業部システム開発課, 主幹技師（〒662-8580兵庫県西宮市芦原町9-52）
E-mail: genji.mori@furuno.co.jp
[4]（株）地震工学研究開発センター（〒889-2192 宮崎市学園木花台西1－1，宮崎大学産学連携センター）
E-mail: wang@eerc.co.jp
[5]神戸市立工業高等専門学校助教授，都市工学科（〒651－2194　神戸市西区学園東町8-3）
E-mail: yamasita@kobe-kosen.ac.jp

地表面に鉛直方向の調和振動荷重を作用させたときに地表面の2地点間で観測される位相速度の振動数依存性と地盤の卓越振動数の情報から表層地盤構造と地盤物性値を推定する方法を示す．この方法の実データによる検証の前段階として，実際には地盤の層数も未知数であることを考慮し，真値地盤として構造の異なる表層3層の水平成層地盤の3つのケースを想定し，表層5層の初期地盤を設定し，数値実験により本推定法の検証を示す．これらの数値実験データに基づく本推定法の検証を通して，いずれのケースにおいても真値地盤を完全に推定できることを示した．また，収束が不十分でもいくつかの推定結果を平均することで実用上許容きる範囲で推定できることを示した．

***Key Words :*** *estimation of layered soil deposit, vertical harmonic loading, wave propagation, phase velocity, dynamic response of soil deposit, non destructive testing*

## １．はじめに

地盤の地表面に動的荷重を作用させた時に生じる弾性波は，地盤の弾性定数とそれらの深さ方向の分布を決めるための有用な情報を与えてくれる．このような弾性波を使った地盤構造の推定方法は数多く提案され実際に実務で利用されている[1)]．

これらの中で，地表面の1地点に鉛直方向の衝撃荷重または調和振動荷重を作用させ，地表面上に設置した2つの観測点から計測される弾性波の位相速度並びに，レイリー波の分散曲線と地盤構造の理論的関係を使って地盤構造を推定する方法は，表面波のスペクトル解析法またはレイリー波探査法と呼ばれ，1960年代に開発されFry(1963)など実用的に多くの優れた成果をあげている(例えば1)参照)．その後，1980年代に表面波のスペクトル解析法の理論的精緻化や実測データの解釈を通じ，この方法による地盤構造の推定精度向上に関する研究が活発化し，SASW(Spectral Analysis of Surface Wave)などの方法が現れる(例えば1)参照)．

しかし，これらの方法では，地表面の観測波形をレイリー波モードの重ね合わせによって解釈しているため，加振点から遠くの観測点を利用するという制約が課せられ，観測ノイズと加振力の増大や観測点数の増加をもたらし，簡便で高精度な地盤構造推定に関して課題が残されている．

そこで，著者[2)3)]らは，地盤構造の簡便かつ的確な推定法の確立を目的に，地表面に調和振動荷重を作用させた時に生じる波が地表面上の2地点間を伝わる時の速度(位相速度)を用いて，逆解析により地盤の構造および各層の弾性定数を推定する方法を提案した．この方法の最大の利点は，加振点近傍(1～3(m)程度)の地表面の2地点間で観測される位相速度と地盤振動特性を利用するため，従来の方法の有する，加振力の増大，観測ノイズ，観測点数の増加等の弱点が克服できる点にある．

## ２．波動場の数値計算法の概要

ここでは，P－SV 波問題を対象に図－1 に示すような半無限地盤を含む $n$ 層から成る水平成層地盤

（簡単のため 4 層とする）の地表面に鉛直方向の外力が作用するときの 2 次元直交座標系 $(x-z)$ における定式化を示す．

深さ $z$，水平距離 $x$ 点の時刻 $t$ における変位は，式(1)のような波数 $\kappa$ と振動数 $\omega$ に関する 2 重フーリエ積分によって求められる．

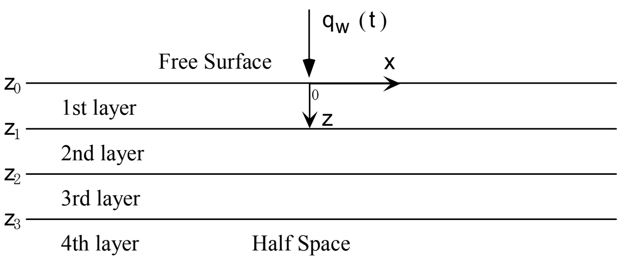
$$\boldsymbol{u}(x,z,t)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{u}(\kappa,z,\omega)e^{i[\kappa x-\omega t]}\,d\kappa\,d\omega \tag{1}$$

ここに，$x-z$ 軸方向の変位 $u,w$ をまとめて，変位ベクトル $\boldsymbol{u}$ として表現している．

上式の振動数－波数領域での変位ベクトル $\boldsymbol{u}(\kappa,z,\omega)$ は，次式の剛性方程式（連立 1 次方程式）を解いて求めることができる．

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{q}(z_0)\\ \boldsymbol{q}(z_1)\\ \boldsymbol{q}(z_2)\\ \boldsymbol{q}(z_3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{K}_{11}^{(1)} & \boldsymbol{K}_{12}^{(1)} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{K}_{21}^{(1)} & \boldsymbol{K}_{22}^{(1)}+\boldsymbol{K}_{11}^{(2)} & \boldsymbol{K}_{12}^{(2)} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{21}^{(2)} & \boldsymbol{K}_{22}^{(2)}+\boldsymbol{K}_{11}^{(3)} & \boldsymbol{K}_{12}^{(3)}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{21}^{(3)} & \boldsymbol{K}_{22}^{(3)}+\boldsymbol{K}_{Half}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\boldsymbol{u}(z_0)\\ \boldsymbol{u}(z_1)\\ \boldsymbol{u}(z_2)\\ \boldsymbol{u}(z_3)\end{pmatrix} \tag{2}$$

ここに，$\boldsymbol{u}(z)=\boldsymbol{u}(\kappa,z,\omega)$ と簡略化して表現している．$\boldsymbol{K}_{ij}^{(n)}$ と $\boldsymbol{K}_{Half}$ は第 $n$ 層と半無限地盤の剛性マトリックスを表す．上式の右辺第 1 項が**図－1** のような全体系の剛性マトリックスを表しているが，これは第 $n$ 層の剛性マトリックスを重ね合わせの原理に従って組み立てることにより求められる．また，上式左辺は振動数－波数領域での外力項で，$\boldsymbol{q}(z_n)$ は，深さ $z_n$ の層境界に作用する単位面積あたりの外力（応力）ベクトルを表す．




**図－1** P-SV 波問題における半無限地盤を含む 4 層水平成層地盤モデル

**図－1** のように地表面 $z_0$ 上の $x=0$ の点に鉛直方向のみに振動数 $\omega_0$ の調和振動外力が作用する場合には，外力項は次式のように与えられる．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{q}(z_1)&=\boldsymbol{q}(z_2)=\boldsymbol{q}(z_3)=\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{q}(z_0)&=\left(0,\,iq_0\delta(\omega-\omega_0)\right)^T\end{aligned} \tag{3}$$

ここに，$i$ は虚数単位を，$q_0$ は地表面の単位面積当たりに作用する鉛直方向の外力(応力)の振幅を，$\delta$ はデルタ関数を表す．

調和振動荷重による地表面の任意点 $x$ における変位の時刻歴波形 $\boldsymbol{u}(x,t)=\boldsymbol{u}(x,z_0=0,t)$ は，次式のように変位の振動数－波数スペクトル $\boldsymbol{u}(z_0=0)=\boldsymbol{u}(\kappa,\omega)$ のフーリエ積分から求められる地表面変位の伝達関数 $\boldsymbol{u}(x,\omega)$ に調和振動外力を掛けて求められる．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}(x,t)&=q_0e^{-i\omega t}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{u}(\kappa,\omega)e^{i\kappa x}\,d\kappa\\ &=q_0e^{-i\omega t}\boldsymbol{u}(x,\omega)\end{aligned} \tag{4}$$

本論文の数値計算では，地表面に鉛直方向の外力 $q_w$ のみ作用させているため，ここでは主に，鉛直方向の地表面変位 $w(x,t)$ を対象に考察することとする．

式(4)から得られる鉛直方向の地盤の伝達関数 $w(x,\omega)$ は複素数（実数部 R と虚数部 I）であるので，式(5)のように表現することができる．

$$w(x,\omega)=R[w(x,\omega)]+iI[w(x,\omega)]=|w(x,\omega)|e^{i\theta(x,\omega)} \tag{5a}$$

ここに，

$$\begin{aligned}|w(x,\omega)|&=\sqrt{R^2[w(x,\omega)]+I^2[w(x,\omega)]}\\ \theta(x,\omega)&=\tan^{-1}\left(\frac{I[w(x,\omega)]}{R[w(x,\omega)]}\right)\end{aligned} \tag{5b}$$

したがって，地表面の鉛直方向変位 $w(x,t)$ は，式(5)を式(4)に代入して次式のように表すことができる．

$$w(x,t)=q_0|w(x,\omega)|e^{-i\omega\left[t-\frac{\theta(x,\omega)}{\omega}\right]} \tag{6}$$

ここで，式(6)の位相角が一定である点の移動する速さは位相速度 $c(x,\omega)$ と呼ばれる．すなわち，

$$\omega t-\theta(x,\omega)=\text{constant} \tag{7}$$

式(7)の両辺を $t$ について微分すると，次式が得られる．

$$\omega-\frac{d\theta(x,\omega)}{dx}\frac{dx}{dt}=0 \tag{8}$$

式(8)より，次式のように位相速度が求められる．

$$\frac{dx}{dt}=c(x,\omega)=\frac{\omega}{\dfrac{d\theta(x,\omega)}{dx}} \tag{9a}$$

上式の位相速度は，中央差分で表すと次式のようになる．

$$c(x,\omega)=\frac{2\Delta x\cdot\omega}{\theta(x+\Delta x,\omega)-\theta(x-\Delta x,\omega)} \tag{9b}$$

本論文の数値計算では，式(9b)から位相速度を求めるものとする．

なお，式(9)からわかるように，位相速度は位相角の場所$x$に関する微分で与えられるため，2 地点間距離$\Delta x$の選定に関して注意が必要である．本論文の試算例では，2 地点間距離$\Delta x$として 1(m)を利用している．また，式(5)の$|w(x,\omega)|$は単位加振力（応力）当たりの地表面鉛直変位振幅の振動数特性を表し，本論文では，これを鉛直変位振幅または鉛直変位振幅特性と呼ぶ．

## 3．推定方法の検証に用いる地盤モデルとその特性

本推定法の検証で用いる地盤は，P−SV 波問題を対象とし，**図−1** に示すような半無限地盤上に横たわる$n$層の水平成層地盤（簡単のため 3 層とする）とする．地表面に鉛直方向の調和振動荷重を作用させ，荷重点近傍（本論文では荷重点から 2 m離れた地点とする）の地表面上の鉛直方向変位と位相速度の振動数特性から地盤の層厚と各層の弾性定数（S 波と P 波速度）を推定する．**表−1〜3** には，3 つの地盤モデルの層厚と地盤物性値を示す．**図−2〜4** は，ここで用いる 3 つの地盤モデルを示す． これらの**表−1〜3** と**図−2〜4** からわかるように，Case 1 の地盤は，深さとともに各層の弾性定数が大きくなる普通の堆積層地盤を，Case2 と 3 は不規則な堆積地盤を想定したモデルである．Case2 では，地表面から 2 番目の層の弾性定数が小さく，逆に Case3 では大きい弾性定数を持つ．

### 3.1 3 つの地盤モデルの振幅特性と位相速度の振動数特性

地盤の応答特性（振幅特性$|w(x,\omega)|$と位相速度$c(x,\omega)$）は地点$x$と振動数$\omega$の関数である．ここでは，地盤の地表面に調和振動外力が作用した時の，

**表−1** 地盤モデルCase1 の物性値

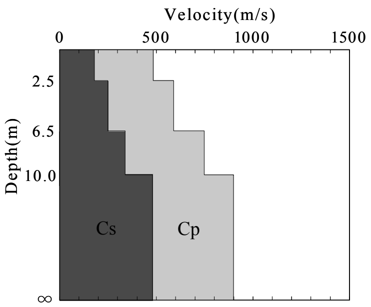
| H(m) | Cp(m/s) | Cs(m/s) | ν | ρ(kg/m³) | Q |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.5 | 484.7 | 180.0 | 0.42 | 1800.0 | 25 |
| 4.0 | 588.7 | 250.0 | 0.39 | 1800.0 | 25 |
| 3.5 | 748.5 | 340.0 | 0.37 | 1800.0 | 25 |
| ∞ | 898.0 | 480.0 | 0.30 | 2000.0 | 50 |

**表−2** 地盤モデルCase2 の物性値

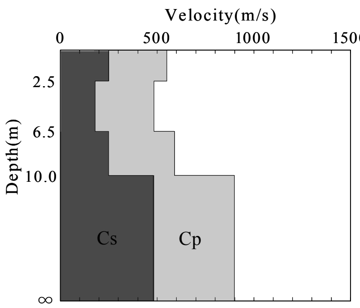
| H(m) | Cp(m/s) | Cs(m/s) | ν | ρ(kg/m³) | Q |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.5 | 550.3 | 250.0 | 0.37 | 1800.0 | 25 |
| 4.0 | 484.7 | 180.0 | 0.42 | 1800.0 | 25 |
| 3.5 | 588.7 | 250.0 | 0.39 | 1800.0 | 25 |
| ∞ | 898.0 | 480.0 | 0.30 | 2000.0 | 50 |

**表−3** 地盤モデルCase3 の物性値

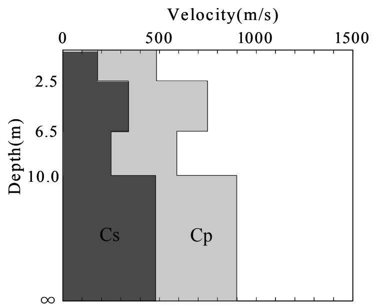
| H(m) | Cp(m/s) | Cs(m/s) | ν | ρ(kg/m³) | Q |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.5 | 484.7 | 180.0 | 0.42 | 1800.0 | 25 |
| 4.0 | 748.5 | 340.0 | 0.37 | 1800.0 | 25 |
| 3.5 | 588.7 | 250.0 | 0.39 | 1800.0 | 25 |
| ∞ | 898.0 | 480.0 | 0.30 | 2000.0 | 50 |



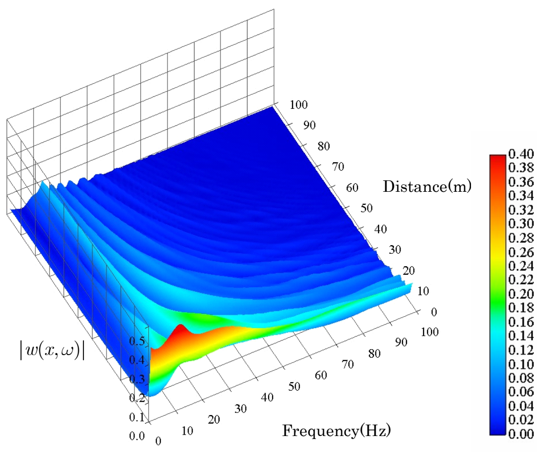

**図−2** 地盤モデルCase1 の速度構造



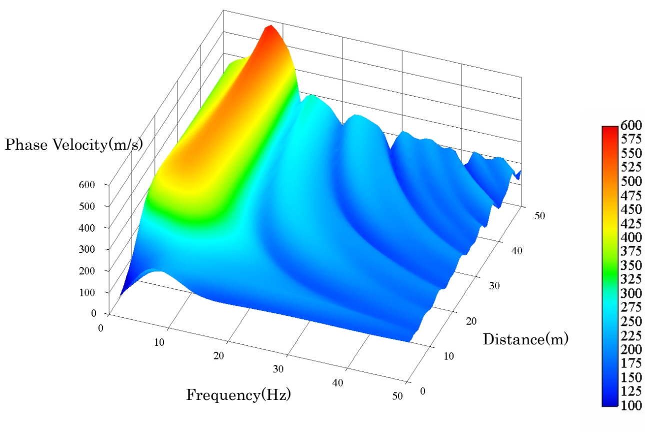

**図−3** 地盤モデルCase2 の速度構造




**図−4** 地盤モデルCase3 の速度構造




**図−5** 地盤モデルCase1 の振幅特性
(3 次元鳥瞰図)




**図−6** 地盤モデルCase1 の位相速度
(3 次元鳥瞰図)

**表－1～3**，**図－2～4** に示す地盤モデルの振幅特性と位相速度を算出した結果を示す．**図－5**，**6** は，地盤の応答特性(振幅特性と位相速度)が空間 $x$ －振動数 $\omega$ でどのような特性を示すか調べるために，**表－1**，**図－2** に示す表層 3 層地盤モデル Case1 の振幅特性と位相速度を 3 次元鳥瞰図で表したものである．**図－5** に示す振幅特性から約 10(Hz)(卓越振動数と呼ぶ)で振幅値が大きくなり，遠距離および高振動数になるにつれて複雑に波打ちながら値が変化していることがわかる．また，**図－6** に示す位相速度から**図－5** に示す振幅特性の卓越振動数(約 10Hz)付近で位相速度の振幅が増幅していることがわかる．そして，振幅特性と同じように遠距離および高振動数になるにしたがって複雑に波打つように値が変化している．

次に，**図－7～9** に，3 層地盤モデル Case1～Case3 の荷重点から 2(m)地点における鉛直変位振幅の振動数特性を示し，**図－10～12** に，Case1～Case3 の 2(m)地点の位相速度の振動数特性を示す．地盤を構成する物性値の値が異なると，地盤の応答特性も様々な特色を示していることがわかる．

まず，**図－7～9** に示す鉛直変位振幅特性の最初のピーク値を与える振動数を本論文では地盤の卓越振動数と呼ぶ．

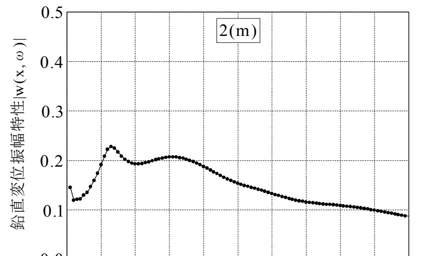
**図－7** に示す地盤モデル Case 1 の卓越振動数は約 12(Hz)，**図－8** と**図－9** に示す地盤モデル Case 2 と Case 3 では約 9(Hz)と約 32(Hz)であることがわかる．卓越振動数の違いの他に鉛直変位振幅特性の形状に関しても特徴が認められる．Case 1 と Case 3 では 2 つの山が見られるが，Case 1 の山は振動数が高くなるとだんだん低くなっているのに対して，Case 3 ではその逆で振動数が高くなると山が高くなっている．Case 2 では，明確な山が 1 つ現れているのが特徴である．

これらの鉛直変位振幅特性に対応するように**図－10～12** に示す位相速度特性にも地盤構造の違いの影響が現れている．各 Case 毎に地盤の卓越振動数よりも少し低い振動数において位相速度にもピークが現れ，Case 1 と Case 3 での鉛直変位振幅特性の 2 つの山に対応して，Case 1 では明確ではないが位相速度にも 2 つの山が現れている．Case 2 では鉛直変位振幅特性に明確な山が 1 つ現れていることに対応し位相速度にも明確な山が 1 つ現れている

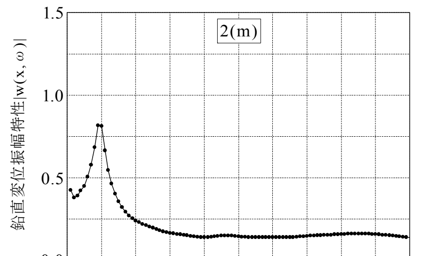
## 3.2　高振動数領域における位相速度と地表近傍のＳ波速度

ここでは，3.1 節で示した高振動数領域における位相速度特性と地表面近傍(第 1 層目)の S 波速度の関係を，S 波速度とレイリー波速度の関係を用いて示す．ここでの目的は，論文 [2)] で次に示すように考察したことを検証例で示すためである．

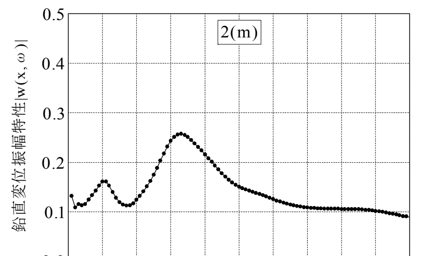
高振動数領域では波長が短くなるためレイリー波は地表に近い地層内にエネルギーが集中し深い地盤の影響を受けず，地表にごく近い地層を半無限地盤としたレイリー波速度で水平方向に伝播する．したがって，高振動数領域における位相速度は，地表にごく近い地層を半無限地盤としたレイリー波速度になるため，高振動数領域における位相速度を計測することで地表にごく近い地層(第 1 層目)の S 波速度を推定することができる．



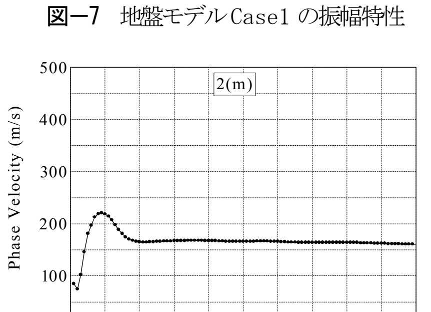

**図－7**　地盤モデルCase1 の振幅特性



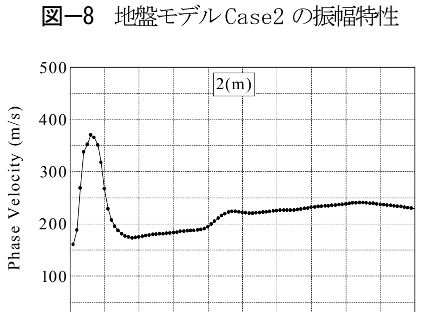

**図－8**　地盤モデルCase2 の振幅特性



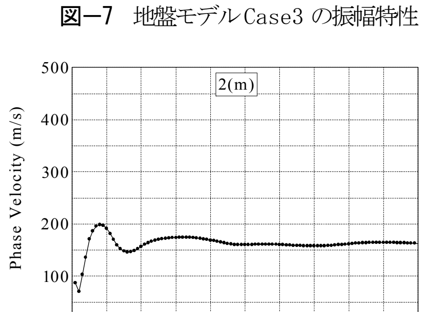

**図－7**　地盤モデルCase3 の振幅特性




**図－10**　地盤モデルCase1 の位相速度




**図－11**　地盤モデルCase2 の位相速度




**図－12**　地盤モデルCase3 の位相速度

**表－4** と**表－5** には，Case1 から Case 3 の 3 つの地盤モデルの第 1 層地盤を半無限地盤とした半無限地盤の地盤物性値を示す．この半無限地盤のレイリー波速度は振動数に依存せず一定値となり物性値から簡単に計算できる．Case 1 と Case 3 のレイリー波速度は，170.1(m/s)，Case 2 では，234.5(m/s) となる．もちろん，これらのレイリー波速度とポアソン比より S 波速度は，**表－4** と**表－5** の値になる．

3 つの地盤モデル毎に，これらのレイリー波速度と荷重点から 1(m)地点と 2(m)地点の位相速度の関係を示すと**図－13～15** のようになる．

これらの図から，各地盤モデルに依存せず，高振動数においては，2(m)地点の位相速度は破線で示されるレイリー波速度と完全に一致していることがわかる．Case 2 では 1(m)地点の位相速度は完全な一致ではないが，ほぼ一致している．

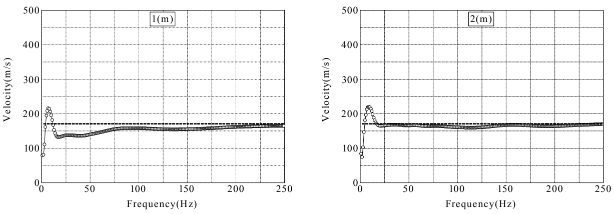
このことは，論文[2)]で示しているように高振動数での位相速度の観測から地表に近い第 1 層の S 波速度を推定するために有用である．

**表－4**　地盤モデル Case1，Case3 の 1 層目を半無限地盤とした地盤物性値

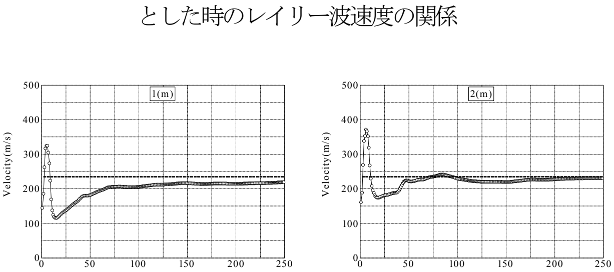
| H(m) | Cp(m/s) | Cs(m/s) | $\nu$ | $\rho$(kg/m$^3$) | Q |
|---|---|---|---|---|---|
| ∞ | 484.7 | 180.0 | 0.42 | 1800.0 | 25 |

**表－5**　地盤モデル Case2 の 1 層目を半無限地盤とした地盤物性値

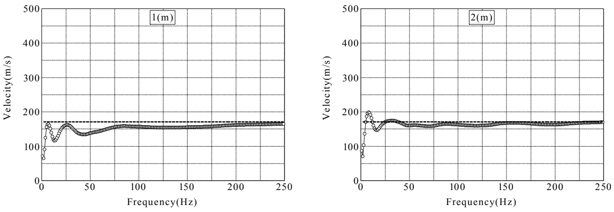
| H(m) | Cp(m/s) | Cs(m/s) | $\nu$ | $\rho$(kg/m$^3$) | Q |
|---|---|---|---|---|---|
| ∞ | 550.3 | 250.0 | 0.37 | 1800.0 | 25 |




**図－13**　地盤モデル Case1 の位相速度と 1 層目を半無限地盤とした時のレイリー波速度の関係




**図－14**　地盤モデル case2 の位相速度と 1 層目を半無限地盤とした時のレイリー波速度の関係




**図－15**　地盤モデル case3 の位相速度と 1 層目を半無限地盤とした時のレイリー波速度の関係

─○─ ：地盤の位相速度　，　------ ：レイリー波速度

## ４．地盤構造と地盤物性値の推定方法

3章に示すような伝達関数と位相速度の振動数特性や地表面近傍地盤のS波速度との関係を基に，ここでは，位相速度の振動数特性と地盤の卓越振動数の情報のみを使って地盤構造と地盤の物性値を推定する方法を説明する．

まず，**表－1**や**図－2**のように地盤モデルを与えて，この地盤の伝達関数と位相速度を計算し，これを真値と呼ぶものとする．現実の地盤構造の推定問題としては，地表面の1地点に鉛直方向の調和振動荷重を作用させて，加振点近傍（例えば，1～3(m)）の2地点間の位相速度と振動数伝達関数を測定できるものと仮定する．したがって，この測定される位相速度と振動数伝達関数が，本論文の数値実験における真値に対応するものである．ただし，現実の測定において振動数伝達関数を正確に測定するのではなく，そのピーク値から地盤の卓越振動数が測定できるものとして，本論文の数値実験による地盤構造と地盤物性値の推定問題を設定する．

本論文で推定する地盤構造と地盤物性値は，半無限地盤と $n$ 層の水平成層地盤の密度，S波速度，P波速度，材料減衰定数である．本論文で示す試算例では，密度と材料減衰定数が位相速度や伝達関数のピーク振動数（鉛直荷重による地盤の卓越振動数）に与える影響は小さいので，これらは推定すべき変数とせずに，真値として固定した結果を示す．

推定方法の手順を示すと，以下のようになる．

(1)　一様乱数を用いて，適当な層厚とそれらの物性値（S波速度，P波速度）を抽出し，初期地盤を設定する．ただし，真値の位相速度において地盤の卓越振動数付近のピーク値から極端に大きい第2のピーク値までの振動数領域の位相速度は，地表面近傍地盤のS波速度に等しいので（3.2節参照），この値を参照して初期地盤の地表面近傍地盤のS波速度を与える．

(2)　これらの初期地盤において，地表面の伝達関数を計算し，最大のピーク値を与える振動数を抽出し，真値の地盤の卓越振動数とほぼ等しい地盤モデルを改めて初期地盤と

して抽出する．

(3)　この初期地盤から鉛直方向の調和振動の荷重点近傍（本数値計算では，2(m)離れた地点）の1地点の位相速度の振動数特性を計算する．補足的に振動数伝達関数も計算する．

(4)　この初期地盤から求められた位相速度の振動数特性と真値の地盤での位相速度の振動数特性に関する誤差が十分に小さくなるように最小二乗法に基づいて初期地盤の層厚と物性値（S波速度，P波速度）を改良する．

本論文の試算例では，二乗和誤差の最小値を探索する方法として既往のマルカート法[4]を使用し，P波速度の代わりにポアソン比を変数として計算を行うものとした．

$$\varepsilon = \frac{1}{m-n+1}\sum_{i=n}^{m}\left[(y_i - g_i)/C_{S1}^{*}\right]^2$$

ここに，$\varepsilon$ ：位相速度の二乗和誤差，$n, m$ ：位相速度のデータ番号，$y$ ：真値地盤の位相速度(m/s)，$g$ ：推定地盤の位相速度(m/s)，$C_{S1}^{*}$ ：推定地盤の 1 層目の S 波速度(m/s)として，位相速度の二乗和誤差をデータ数と S 波速度で無次元化して評価する．

## 5．数値計算例による推定法の検証

論文 [2]では，地盤モデル Case 1 のような深さとともに各層の弾性定数が大きくなる普通の堆積地盤を想定し，推定すべき地盤（真値地盤と呼ぶ）の層数と同じ層数を仮定した初期地盤からの推定例を示した．しかし真値地盤の層数は事前にわからないことが多いことを考慮し，ここでは、地盤モデル Case1 から Case 3 のような 3 つの地盤モデルに対して，真値地盤の層数よりも多い層数(ここでは 5 層)を仮定した初期地盤モデルから推定ができることを示す．ここでの推定方法は，論文 [2]と同じであるので結果のみを示すが，本推定では加振点からの距離 2(m)地点の位相速度のピーク振動数よりも少し低い振動数から始めて 1(Hz)刻みで 5～60(Hz)間の位相速度の観測値を用いた．

### (1) 地盤モデル Case1 の推定

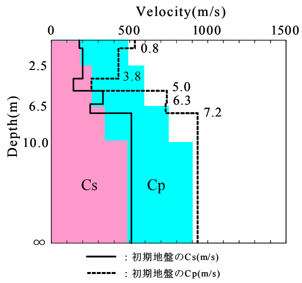
**表－6** に設定した 5 層の初期地盤の層厚と物性値を示す．**表－1** の 3 層の真値地盤と比べると，密度とQ値は真値地盤と同じであるが，その他の S 波速度，P 波速度（またはポアソン比）および各層厚と層数は異なる初期地盤であることがわかる．**図－16** は、このような真値地盤と初期地盤の弾性波速度構造を比較したものである．

**図－17** は，初期地盤の位相速度と真値地盤の位相速度の比較を示す．この場合，初期地盤と真値地盤の位相速度の二乗和誤差は，$2.22\times10^{1}$ で，10 回の繰り返し計算後の二乗和誤差は，$1.16\times10^{-7}$ となった．

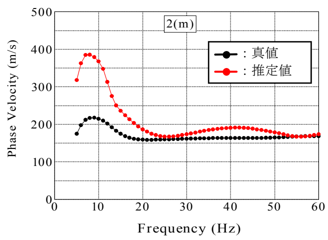
このときの推定地盤の層厚と地盤物性値を**表－7** に示す．また，推定地盤の速度構造を真値地盤のものと比較したものを**図－18** に示す．ほぼ完全に真値地盤が推定されていることがわかる．**図－19** に推定地盤と真値地盤の位相速度の比較を示すが，これもまたほぼ完全に一致している．

**表－6**　設定した初期地盤の物性値

| H(m) | | Cp (m/s) | | Cs (m/s) | | $\nu$ | | ρ (kg/m³) | Q |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.8 | 2.5 | 534.4 | 484.7 | 178.9 | 180.0 | 0.44 | 0.42 | 1800.0 | 25 |
| 3.0 | | 428.3 | | 201.3 | | 0.36 | | 1800.0 | 25 |
| 1.2 | 4.0 | 255.5 | 588.7 | 141.6 | 250.0 | 0.28 | 0.39 | 1800.0 | 25 |
| 1.3 | 3.5 | 738.6 | 748.5 | 329.9 | 340.0 | 0.38 | 0.37 | 1800.0 | 25 |
| 0.9 | | 729.5 | | 247.9 | | 0.43 | | 1800.0 | 25 |
| ∞ | | 934.9/898.0 | | 512.6/480.0 | | 0.29/0.3 | | 2000.0 | 50 |



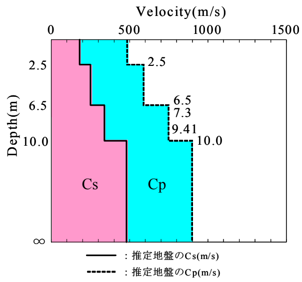

**図－16**　初期地盤の速度構造



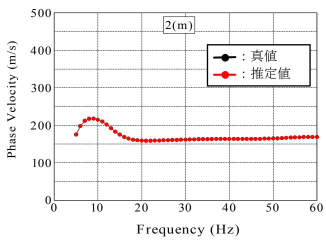

**図－17**　初期地盤の位相速度

**表－7**　推定地盤の物性値

| H(m) | | Cp (m/s) | | Cs (m/s) | | $\nu$ | | ρ (kg/m³) | Q |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.5 | 2.5 | 484.7 | 484.7 | 180.0 | 180.0 | 0.42 | 0.42 | 1800.0 | 25 |
| 4.0 | | 588.7 | | 250.0 | | 0.39 | | 1800.0 | 25 |
| 0.8 | 4.0 | 748.5 | 588.7 | 340.0 | 250.0 | 0.37 | 0.39 | 1800.0 | 25 |
| 2.11 | 3.5 | 748.5 | 748.5 | 340.0 | 340.0 | 0.37 | 0.37 | 1800.0 | 25 |
| 0.59 | | 748.5 | | 340.0 | | 0.37 | | 1800.0 | 25 |
| ∞ | | 898.0/898.0 | | 480.0/480.0 | | 0.3/0.3 | | 2000.0 | 50 |




**図－18**　推定地盤の速度構造




**図－19**　推定地盤の位相速度

### (2) 地盤モデル Case2 の推定

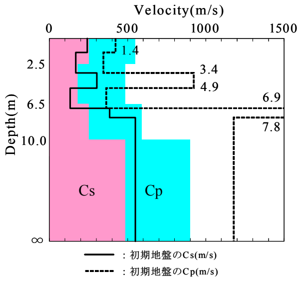
この場合も密度とQ値は真値地盤と同じである．**表－8** に設定した 5 層の初期地盤の層厚と物性値を示す．**表－2** の 3 層の真値地盤と比べるために，**図－20** は、このような真値地盤と初期地盤の速度構造を比較したものである．

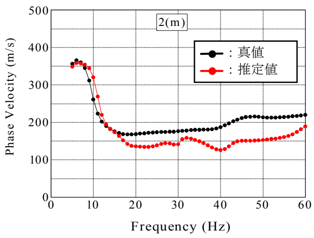
**図－21** には，初期地盤の位相速度と真値地盤の位相速度の比較を示す．この場合，初期地盤と真値地盤の位相速度の二乗和誤差は，$5.46\times10^{0}$ で，8 回の繰り返し計算後の二乗和誤差は，$8.18\times10^{-11}$ となった． このときの推定地盤の層厚と地盤物性値を**表－9** に示す．また，推定地盤の速度構造を真値地盤のものと比較したものを**図－22** に示す．

図－22 から，ほぼ完全に真値地盤が推定されていることがわかる．図－23 には，推定地盤と真値地盤の位相速度の比較を示すが，これもまたほぼ完全に一致している．

表－8　設定した初期地盤の物性値

| H(m) | | Cp (m/s) | | Cs (m/s) | | ν | | ρ (kg/m³) | Q |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.4 | 2.5 | 423.1 | 550.3 | 242.0 | 250.0 | 0.26 | 0.37 | 1800.0 | 25 |
| 2.0 | | 346.2 | | 167.9 | | 0.35 | | 1800.0 | 25 |
| 1.5 | 4.0 | 923.1 | 484.7 | 303.0 | 180.0 | 0.44 | 0.42 | 1800.0 | 25 |
| 2.0 | 3.5 | 363.2 | 588.7 | 132.1 | 250.0 | 0.42 | 0.39 | 1800.0 | 25 |
| 0.9 | | 1507.6 | | 384.0 | | 0.47 | | 1800.0 | 25 |
| ∞ | | 1178.5/898.0 | | 549.8/480.0 | | 0.36/0.3 | | 2000.0 | 50 |

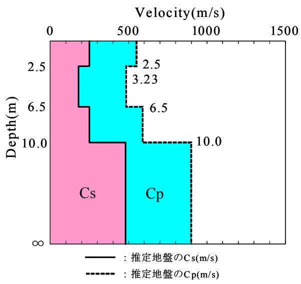


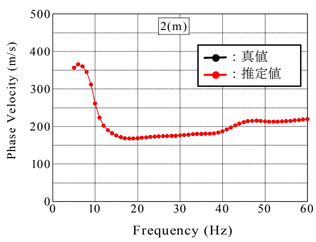




図－20　初期地盤の速度構造　　図－21　初期地盤の位相速度

表－9　推定地盤の物性値

| H(m) | | Cp (m/s) | | Cs (m/s) | | ν | | ρ (kg/m³) | Q |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.5 | 2.5 | 550.3 | 550.3 | 250.0 | 250.0 | 0.37 | 0.37 | 1800.0 | 25 |
| 0.73 | | 484.7 | | 180.0 | | 0.42 | | 1800.0 | 25 |
| 3.27 | 4.0 | 484.7 | 484.7 | 180.0 | 180.0 | 0.42 | 0.42 | 1800.0 | 25 |
| 3.5 | 3.5 | 588.7 | 588.7 | 250.0 | 250.0 | 0.39 | 0.39 | 1800.0 | 25 |
| 0.0 | | 664.1 | | 282.0 | | 0.39 | | 1800.0 | 25 |
| ∞ | | 898.0/898.0 | | 480.0/480.0 | | 0.3/0.3 | | 2000.0 | 50 |




図－22　推定地盤の速度構造　　図－23　推定地盤の位相速度

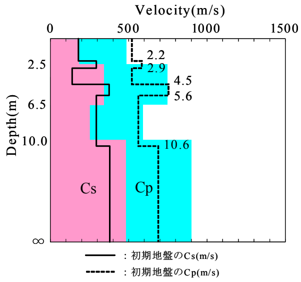
(3)　地盤モデル Case3 の推定

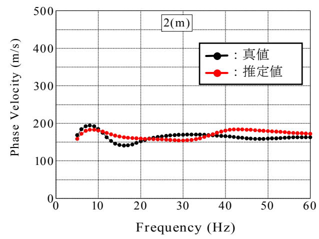
同様にこの場合も，表－10 に設定した 5 層の初期地盤の層厚と物性値を示す．表－3 の 3 層の真値地盤と比べるために，図－24 は、このような真値地盤と初期地盤の速度構造を比較したものである．図－25 には，初期地盤の位相速度と真値地盤の位相速度の比較を示す．この場合，初期地盤と真値地盤の位相速度の二乗和誤差は，$1.19 \times 10^{0}$ で，9 回の繰り返し計算後の二乗和誤差は，$3.75 \times 10^{-11}$ となった．このときの推定地盤の層厚と地盤物性値を表－11 に．また推定地盤の速度構造を真値地盤のものと比較したものを図－26 に，位相速度を真値地盤のものと比較したものを図－27 に示す．

図－26 と図－27 から，この場合もほぼ完全に真値地盤が推定されていることが確認できる．

表－10　設定した初期地盤の物性値

| H(m) | | Cp (m/s) | | Cs (m/s) | | ν | | ρ (kg/m³) | Q |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.2 | 2.5 | 519.0 | 484.7 | 178.9 | 180.0 | 0.43 | 0.42 | 1800.0 | 25 |
| 0.7 | | 583.8 | | 293.2 | | 0.33 | | 1800.0 | 25 |
| 1.6 | 4.0 | 519.3 | 748.5 | 139.4 | 340.0 | 0.46 | 0.37 | 1800.0 | 25 |
| 1.1 | 3.5 | 753.3 | 588.7 | 374.3 | 250.0 | 0.34 | 0.39 | 1800.0 | 25 |
| 5.0 | | 562.3 | | 294.5 | | 0.31 | | 1800.0 | 25 |
| ∞ | | 688.6/898.0 | | 378.5/480.0 | | 0.28/0.3 | | 2000.0 | 50 |

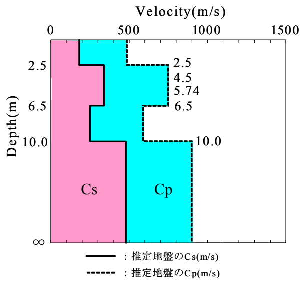


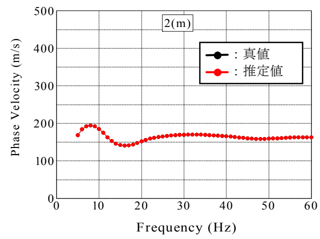




図－24　初期地盤の速度構造　　図－25　初期地盤の位相速度

表－11　推定地盤の物性値

| H(m) | | Cp (m/s) | | Cs (m/s) | | ν | | ρ (kg/m³) | Q |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.5 | 2.5 | 484.7 | 484.7 | 180.0 | 180.0 | 0.42 | 0.42 | 1800.0 | 25 |
| 2.0 | | 748.5 | | 340.0 | | 0.37 | | 1800.0 | 25 |
| 1.24 | 4.0 | 748.5 | 748.5 | 340.0 | 340.0 | 0.37 | 0.37 | 1800.0 | 25 |
| 0.76 | 3.5 | 748.5 | 588.7 | 340.0 | 250.0 | 0.37 | 0.39 | 1800.0 | 25 |
| 3.5 | | 588.7 | | 250.0 | | 0.39 | | 1800.0 | 25 |
| ∞ | | 898.0/898.0 | | 480.0/480.0 | | 0.3/0.3 | | 2000.0 | 50 |




図－26　推定地盤の速度構造　　図－27　推定地盤の位相速度

## 6．収束誤差と収束状況

5 章では，2(m)地点の位相速度の情報から地盤の層厚と弾性定数が完全に推定できることを示した．しかし，本論文に示した例のように完全に収束するケースは少なく，完全に収束させるには多くの初期地盤を設定して繰り返し計算を行う必要がある．真値地盤を完全に推定できている時の二乗和誤差は，約 $10^{-6}$～$10^{-7}$ 以下である．

ここでは，この二乗和誤差をある程度許容した場合(真値地盤に完全に収束しない場合)でも実用上許容できる程度に地盤構造と各層の弾性定数が推定できることを示す．

例として図-28 に表層 3 層地盤 Case1 を真値地盤とし，初期地盤を 5 層地盤で過程し推定した時の最終的な二乗和誤差(収束誤差)が，約 $10^{-3}$～$10^{-4}$ である 3 つの推定結果を示している．これらの図から，ほぼ真値地盤の層厚や弾性定数を推定できているものもあるが，地盤の P 波速度などにおいて差が大きいところがある．

そこで，図-29 は図-28 に示す 3 つの推定結果を

平均して得られる推定地盤を示しているが，この図から，収束が不十分なケースの推定結果でも，いくつかの推定結果を平均することでこれらの大きな誤差が平均され真値地盤により近い推定結果が得られる．

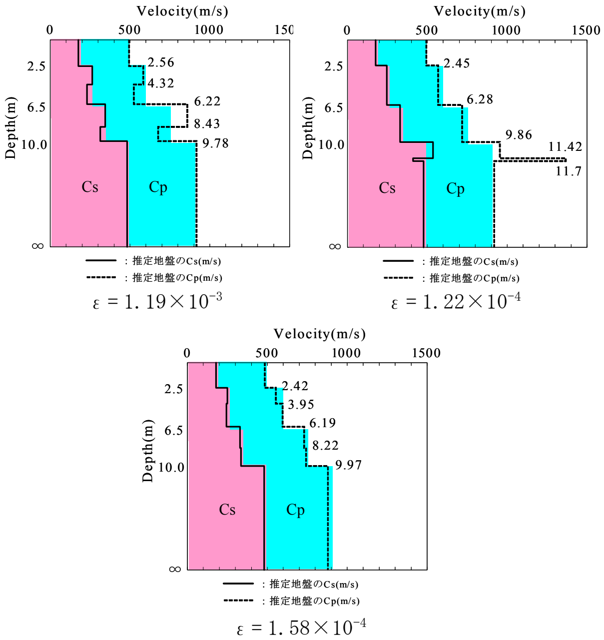



**図-28**　収束が不十分な時の推定地盤

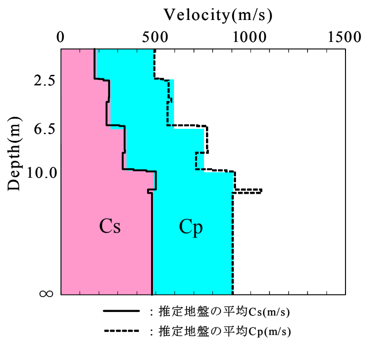



**図-29**　平均によって得られる推定地盤

## 7．まとめ

本論文では，地表面に鉛直方向の調和振動荷重を作用させたときに地表面の2地点間で観測される位相速度の振動数依存性と地盤の卓越振動数のみの情報から，調和振動荷重点近傍の直下の地盤構造と地盤物性値を推定する方法を確立することを目的に，推定方法の手順を提案した．この方法を実地盤における計測データに適用する前段階として，地盤構造の異なる3つの水平成層地盤モデルを想定し，数値実験により本推定方法の適用性と妥当性を調べた．得られた成果をまとめると，以下のようになる．

(1) 地表面上の 1 地点に鉛直方向の調和振動荷重を作用させて，その近傍（例えば 1～3(m)）の 2 地点間で計測される位相速度の振動数依存特性と，地盤の卓越振動数のみの情報から，調和振動荷重点近傍の直下の地盤構造（層厚）と地盤の弾性定数（S 波速度，P 波速度）を推定する方法の手順を提案した．

(2) この手順に従って，半無限弾性地盤上にのる3層の構造の異なる3つの水平成層地盤モデルを想定し，推定すべき地盤の層数は事前にわからないことが多いことを考慮し，推定すべき地盤（真値地盤）の層数よりも多い層数を仮定した初期地盤モデルから推定を始めた試算例から，本推定法は真値地盤をほぼ完全に推定できる方法であることが確認できた．また，十分収束しない場合でも，推定結果を平均することで実用上許容できる範囲で真値地盤を推定できることを示した．

### 参考文献


1) 物理探査学会編，物理探査ハンドブック，第 1 章ー第 4 章，*物理探査学会*，1998 年．

2) 斉藤将司，原田隆典，王宏沢，森源次，山下典彦，　地表面の鉛直方向調和振動荷重による地盤の層厚・弾性定数の推定方法とその数値実験による検証，*応用力学論文集*，Vol.10，pp.593-600，2007．

3) 原田隆典，王宏沢，斉藤将司，山下典彦，森源次，調和振動荷重による P-SV 波の地盤振動・波動伝播特性，*応用力学論文集*，Vol.8，pp.685-692，2005．

4) Marquardt，D.W．(1963)：An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters, *Journal of Soc. Indust. Appl. Math.*，11，431-441.


# A Method of Thickness and Elastic Moduli of Soils

# by Harmonic Loads on Ground Surface


This paper presents numerical examples to demonstrate a capability of method of estimating the elastic properties of the soils and their variation with depth using the characteristics of P-SV wave fields caused in the surface of an elastic multi-layered half space by the vertical harmonic point load applied also on the soil surface. In this numerical examples, the three cases of ground model are used as the models of typical shallow surface ground: case 1 is a normal soil deposit where the soil properties increase with their depth from the ground surface while case 2 and 3 are the irregular soil deposits. In case2, the second layer is a low velocity layer and in case3 it is a high velocity layer. In the numerical examples, the stiffness matrix method is used for an accurate simulation of all P-SV wave fields.