防災数理モデルの変容と進化のネットワーク
―震災地域内，非組織的対応の場合―

河　村　　廣

神戸大学名誉教授（〒567-0009 大阪府茨木市山手台 3－27－3）
E-mail: hirokawa@hcn.zaq.ne.jp

本報では、地震被災地域において犠牲候補者、犠牲者、救助者の3グループに分け、各グループ人口及びその間の移動者数に関する3元連立1階微分方程式を震害･減災･防災の基本的な数理モデルとして提案する。本数理モデルをの６個のバリエーションを基に、震災や地域の規模に応じて生じる震害･減災･防災の変容や進化の各様相への対応と分類を行う。さらに、アイソクライン法を適用し、各数理モデルの動的解挙動の定性的な概要を描写することにより、震災地域の安定性や衰退性などを体系的に明らかにした。

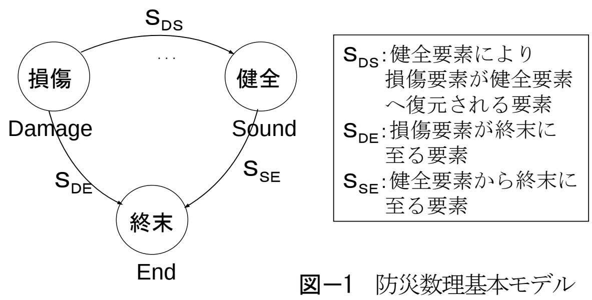
Key Words : *Earthquake damage, disaster mitigation, disaster prevention, simultaneous differential equation, mathematical model, metamorphosis and evolution*

１．はじめに

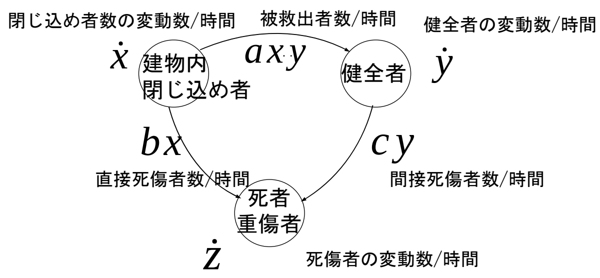
1995年兵庫県南部地震では、近代都市の直下型地震による大規模な震災の様相は、さながら巨大な生命体システムの損傷と修復のプロセスを呈した[1)]．一方2007年能登半島地震では，高齢者の多い過疎地では孤立化したり復興の見込みの立たない集落も生じている[2)]．このように地震規模，地域特性などにより震災の様相は千変万化するのが常である．

本報は多種多様の震災の様相に応じて各種のパラメータを組み込んだ数理モデルを構築し，統一的かつ体系的な記述や解釈，ひいては震災の予想や効果的な防災対策に資することを目的とする．

数理的アプローチの端緒として先ず，地震直後からの被災地域内における非組織的な救助態勢を対象とする．数理モデルとしては生命システムの理論的記述に適した数理生物学[3)]を範とし，捕食者―被捕食者関係式(Lotka = Volterra　Eq.)[4)]や伝染病の流行式　(Kermack = McKendrick Eq.）[5)]が参考となる．但し，生物界では生存競争原理が作用するが，防災の世界では生存救済原理となり，ベクトルの向きの逆転に注意を要する．数理モデルは非線形の微分方程式となるが，その解を求めることで防災システムの安定や衰退を諸パラメータを含めて論じることができよう．



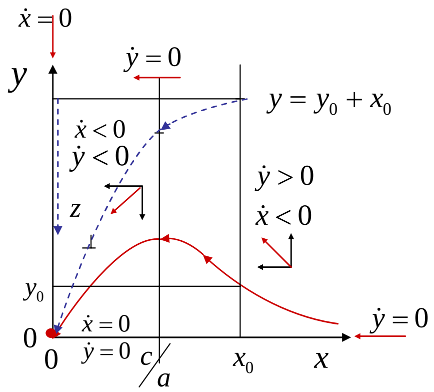
図ー1　防災数理基本モデル



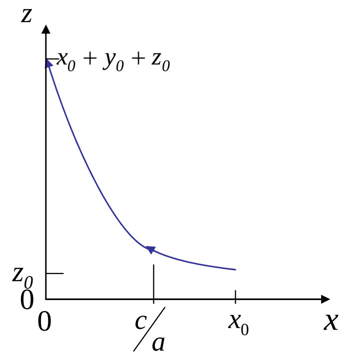
図ー2　閉じ込め者救助の場合の数理基本モデル

２．防災数理モデルとその解挙動

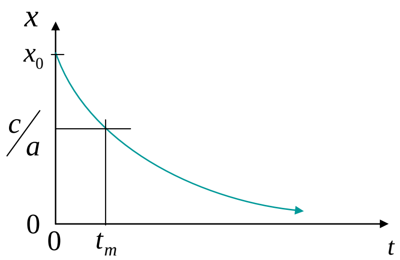
図-１は防災数理モデルの基本形で，健全，損傷，終末の3 グループの定義とそれらの間の要素の移動情況を示している．図-2 は建物内閉じ込め者，その救助に当たる健全者，犠牲者の死重傷者とそれらの間の単位時間



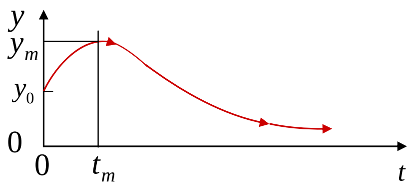
図−3(a)　防災数理基本モデルの x-y 位相平面解軌道



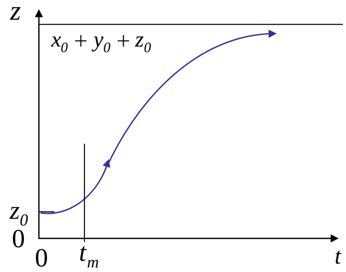
図−3(b)　防災数理基本モデルの x-z 位相平面解軌道



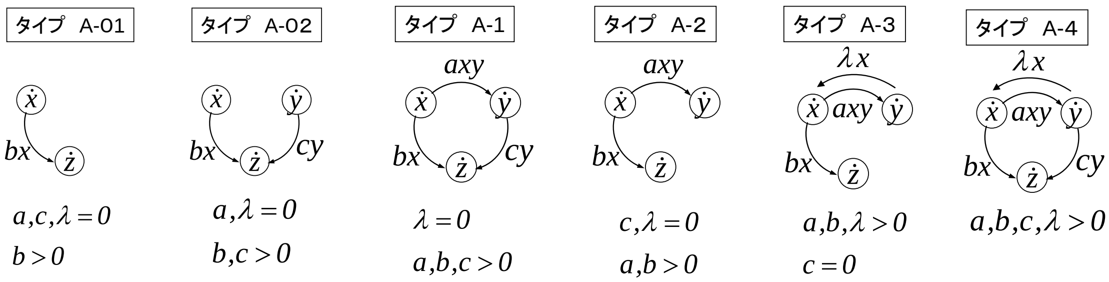
図−4(a) 防災数理基本モデルの解
x-t 関係



図−4(b) 防災数理基本モデルの解
y-t 関係



図−4(c) 防災数理基本モデルの解
z-t 関係



図−5　防災数理モデルのバリエーション

当たりの移動者数の一例である．ここでは地震直後の非組織的即ち家族や近隣住民，ボランティアなどによる私的救助を対象とし，家具や住宅，小火（ぼや），路地や私道，自転車や自動車，小規模のインフラなどの損傷による被災者，特に身体的弱者などの救助が想定される．

図−2 の諸量は次式のように3元連立1階微分方程式で記述される．

$$\dot{x} = -axy - bx \quad (1)$$

$$\dot{y} = axy - cy \quad (2)$$

$$\dot{z} = bx + cy \quad (3)$$

但し，

$$\dot{x} + \dot{y} + \dot{z} = 0 \quad (4)$$

$$x + y + z = K_0 \quad (5)$$

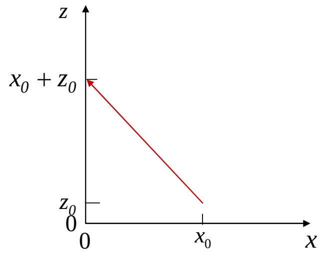
上記の微分方程式は非線形であり，数値解析などで闇雲に解くのは得策ではない．右辺が x, y, z の微分（時間的速度）であることに注目し，その正零負の判別からアイソクライン法[6]により， x-y , z-x 位相平面上の解軌道を求めることで， 係数, a, b, c の影響を含めて，x, y, z の解の定性的推測を先行すれば，大局的認識が容易となる．（２元で線形の場合は既に試行済み[7]）

図−3 (a), (b) に防災数理モデルの x-y, x-z の位相平面解軌道を示すが，図−3 (a) は式1，2よりアイソクライン法で，図−3 (b) はさらに式3，5 を適用して（図−3 (a) の破線から）求めたものである．

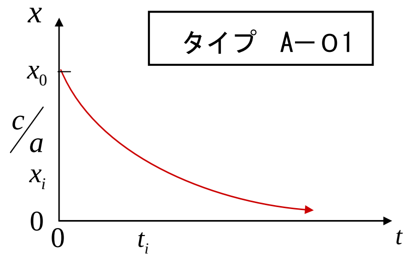
図−3 (a)，(b)の位相平面解軌道から x, y, z の解即ち t の関数形を定性的であるが図−４(a), (b), (c)のように描くことが出来る．勿論関数解を求めることも出来るが，解の定性的概形を把握することを主目的として，ここでは省略する．

図−1, 2 の防災数理基本モデルを中心に，ノードとリンクの増減から図−5 のように，タイプA-01，02，1，2，3，4 の6種類の防災数理モデルをここでは想定する．（但し，タイプA-1 は防災数理基本モデル）

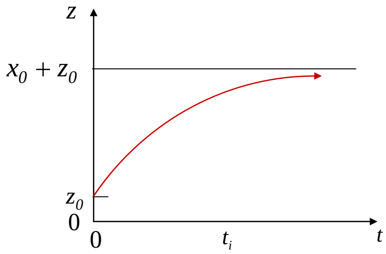
タイプ　A−01



図−6 タイプ A-01 の x-z 位相平面解軌道

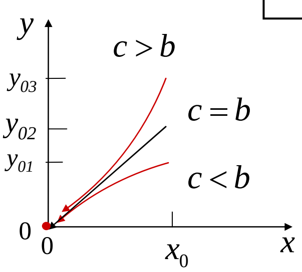


図−7(a) タイプ A-01 の解 x-t 関係

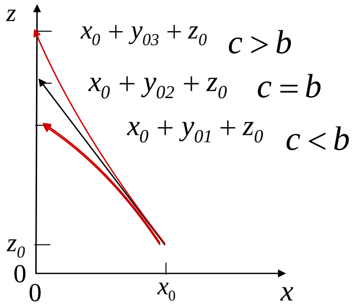


図−7(b) タイプ A-01 の解 z-t 関係

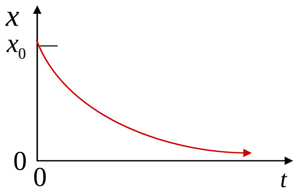
タイプ　A−０２



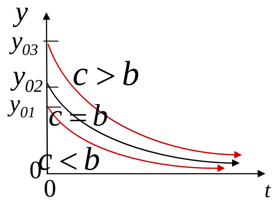
図−8(a) タイプ A-02 の x-y 位相平面解軌道



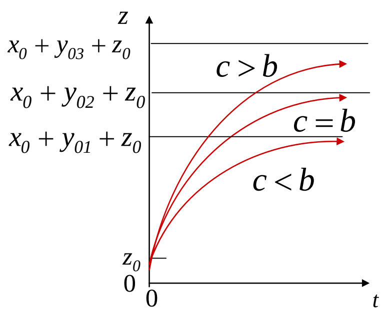
図−8(b) タイプ A-02 の x-z 位相平面解軌道



図−9(a) タイプ A-02 の解 x-t 関係

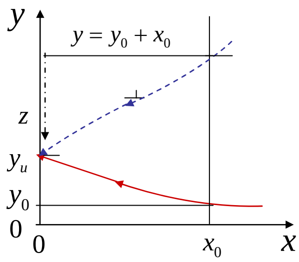


図−9(b) タイプ A-02 の解 y-t 関係

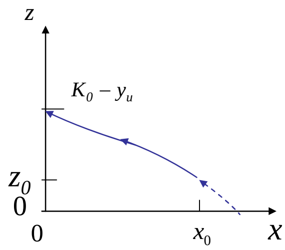


図−9 (c) タイプ A-02 の解 z-t 関係

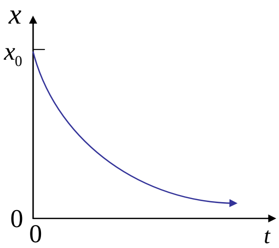
タイプ　A−２



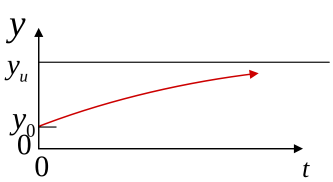
図−10(a) タイプ A-2 の x-y 位相平面解軌道



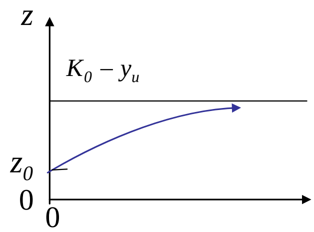
図−10(b) タイプ A-2 の x-z 位相平面解軌道



図−11(a) タイプ A-2 の解 x-t 関係

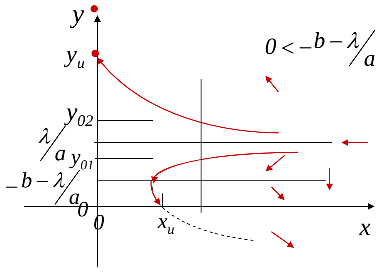


図−11(b) タイプ A-2 の解 y-t 関係

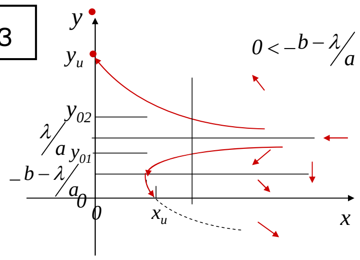


図−11(c) タイプ A-2 の解 z-t 関係

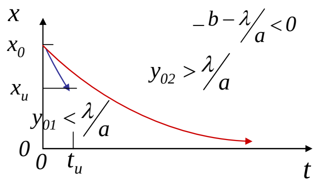
タイプ　A−3



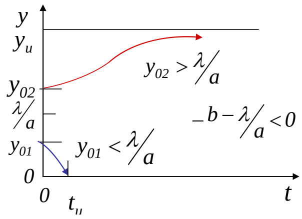
図−12(a) タイプ A-3 の x-y 位相平面解軌道−1



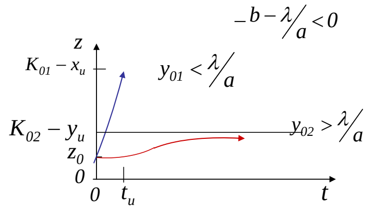
図−12(b) タイプ A-3 の x-y 位相平面解軌道−２



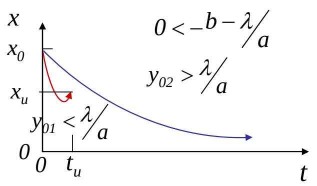
図−13(a) タイプ A-3 の解 x-t 関係−１



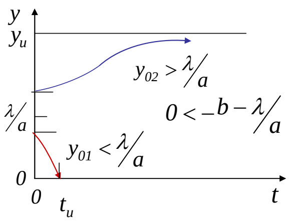
図−13(b) タイプ A-3 の解 y-t 関係−１



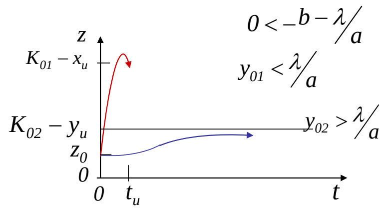
図−13(c) タイプ A-3 の解 z-t 関係−１



図−13(d) タイプ A-3 の解 x-t 関係−２

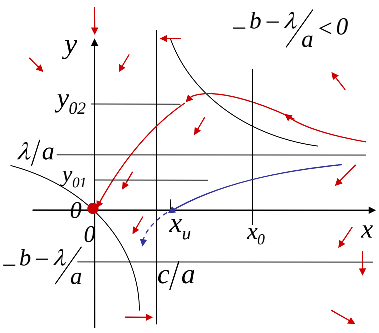


図−13(e) タイプ A-3 の解 y-t 関係−２

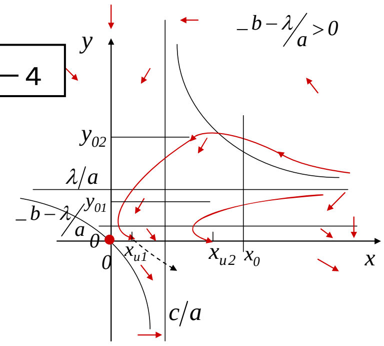


図−13(f) タイプ A-3 の解 z-t 関係−２

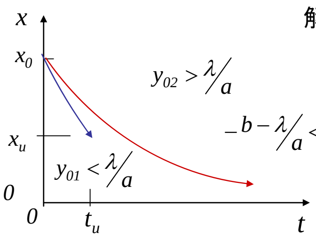
タイプ　A−4



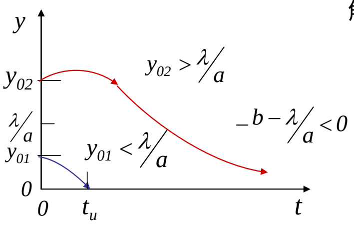
図−14(a) タイプ A-4 の x-y 位相平面解軌道−１



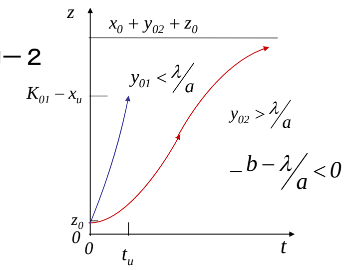
図−14(b) タイプ A-4 の x-y 位相平面解起動−２



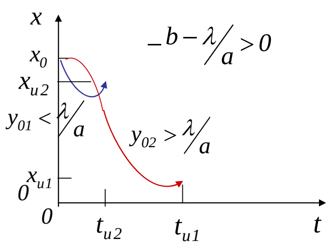
図−15(a) タイプ A-4 の解 x-t 関係−１



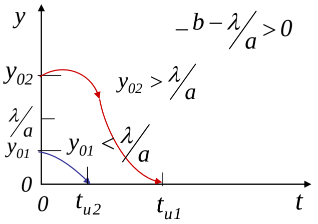
図−15(b) タイプ A-4 の解 y-t 関係−１



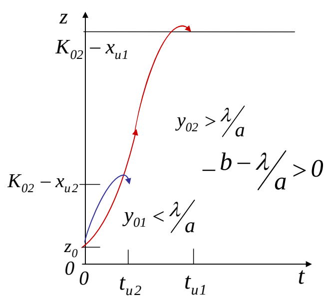
図−15(c) タイプ A-4 の解 z-t 関係−１



図−15(d) タイプ A-4 の解 x-t 関係−２



図−15(e) タイプ A-4 の解 y-t 関係−２



図−15(f) タイプ A-4 の解 z-t 関係−２

同図で正零負が定義されているリンクに固有の係数, a, b, c, λ は次式の共通の3元連立一階微分方程式の係数となる．追加されたλ は震害の自己増殖係数である．例えば，火災では延焼, 爆発，交通では渋滞，事故，避難ではパニック，情報通信では過度集中，虚偽などの震害の連鎖的拡大に対応する．

$$\dot{x} = -axy - bx + \lambda x \quad (6)$$

$$\dot{y} = axy - cy - \lambda x \quad (7)$$

$$\dot{z} = bx + cy \quad (8)$$

式４，５がここでも成り立つことは明らかである．

各タイプにおいて，x-y-z に関する 位相平面解軌道および時間 t の関数としての解を，図－6～15 に整理して描く．（但し，タイプA－１については既に図－3, 4で与えられている．）x, y, z の下付きの添え字 0 は各モデル毎の初期値を意味し，01, 02, 03 は係数同士の存在範囲により異なる解の場合分けに対応する．同じくu は無限または有限時間後の終局時を意味している．タイプA-3, 4 においては複雑になるので x-z 位相平面解軌道は省略した．

３．防災数理モデルの変容と進化

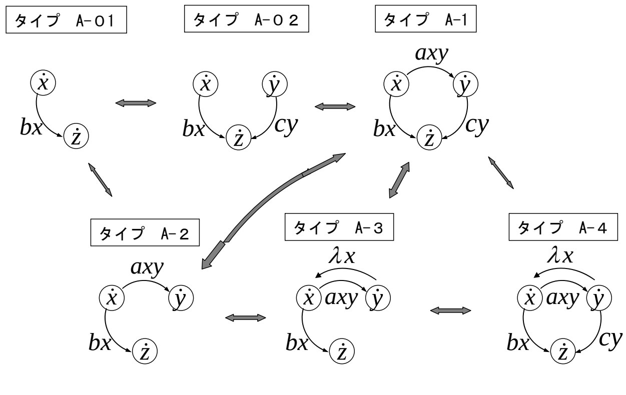
図－5 の6種の数理モデルタイプをリンク数１個の差で矢線で相互に結ぶと図－16 となり，防災数理モデルの変容と進化（または退化）ネットワークを示す．

実際の震災の様相としては，①震害の増減によりトリガーが働いて隣接の数理モデルタイプにシフトして行く，②各タイプにおいて各係数の存在領域によって震害の頭打ちによるモデルの安定化（ノード x がゼロになる）または救助者が消滅するモデルの衰退化（ノード y がゼロになる），の2種が考えられる．

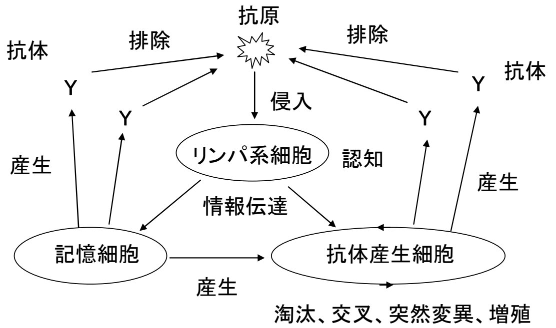
前者においては，トリガーの設定と各モデルの連続条件を用いて微分方程式の解を繋げてゆけば，モデルの連鎖として震災の様相を追跡できる．一般的な傾向としては， x や z に向かうリンクや y から外に向かうリンクが増すとモデルは復元力を失い衰退に向かい，その逆の場合は安定化に向かうことになる．

各モデルの範囲内で終始する後者の場合は，前節の位相平面解軌道や y の推移を見て， y がゼロに向かう場合はモデルの復元力を喪失し，いずれモデルは衰退する．

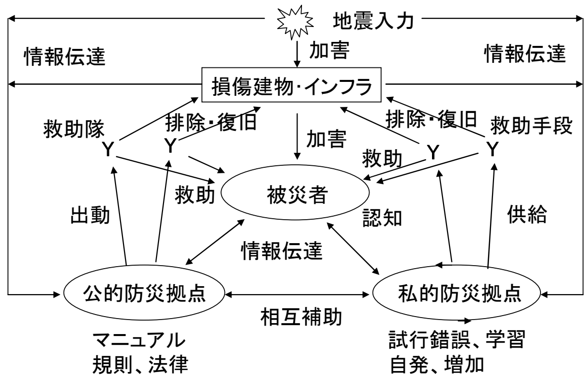
具体的には，タイプA-1（図－3, 4），タイプA-01（図－6, 7），タイプA-02 (図－8, 9)では衰退化，タイプA-2〈図－11, 12〉は安定化，タイプA-3（図－12, 13）では $y_{01} < \lambda/a$ の場合に衰退化， $y_{02} \ge \lambda/a$ の場合には安定化，タイプA-4（図－14, 15）では衰退化に向かうことが分る．



図－16 防災数理モデルの変容と進化



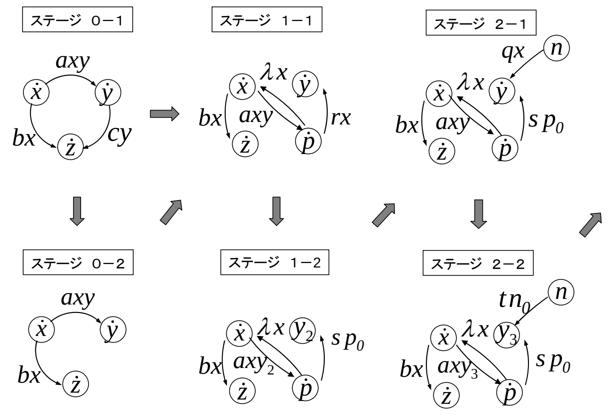
図－17 単純化免疫システム[8)]



図－18 防災免疫システム[9)]

４．防災免疫システムへ

人間や生物の免疫システムでは，獲得免疫に属する抗体を産生する液性免疫が減災，防災システムに類似している．これを単純化して図示したのが図－17である[8)]が，さらに現実の震害，減災，防災システムに置き替えたのが図－18の防災免疫システムである[9)]．



図−19　防災ネットワークの進化（一例として）

本報の前段で提示した地域内非組織的対応をステージ０に据えて，さらに，地域内組織的対応としてステージ１でｐ（例えば市町村など）を追加し，地域外組織的対応としてステージ２でｎ（例えば都道府県,国など）を追加して数理モデルをアレンジしたのが図−19 の防災ネットワークの変容と進化である．詳細な議論は次の機会に譲るものとして，ここでは概要のみを一例として示す．ステージ０では図−6 の一部を用いており，各ステージの−1,−2 はバリエーションである．図−19全体においても具体的には他にも種々のバリエーションが考えられよう．

５．まとめ

本報では，震害，減災，防災などの様相を数理学的に記述や解析を行うための基本的な数理モデルとして，３元連立一階微分方程式を提示した．解法としてはアイソクライン法による位相平面解軌動で解の存在範囲を定性的に描き，３変数の時刻歴解も定性的に求める実用法を採用し，震災と防災システムが安定または衰退に向かう推移と諸条件を明らかにした．

今後の課題としては，震災や防災の実態に基づき各数理モデルとそれらの連続条件の検証， 改良等が必要である．さらに，私的→公的，非組織的→ 組織的な救援態勢の拡大を含めて，免疫防災システムへの展開の可能性についても考察を加えた．

参考文献

1) 河村廣：地震と共生する生物指向都市、BIO CITY,　緊急特集、ナチュラル・ライフライン、自然と呼吸する都市をつくる、−阪神大震災から学ぶ「生命都市」の創造−、Spring, , no.4, pp.18-23, 1995.
2) 戻れぬ町　出られぬ町，能登地震，過疎のまちで：朝日新聞，朝刊，2007年4月16日（火）付け.
3) 例えば，巌佐庸：数理生物学入門，生物社会のダイナミックスを探る，共立出版，1998.（改装版）
4) ロトカ＝ヴォルテラの方程式、フリー百科事典「ウィキペディア，http://ja.wikipedia.org/wiki/・・・・・・
5) Kermack,W.O. and McKendrick,A.G.: A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics, Proc.of the Royal Society of London, Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, Vol. 115, No.772, pp.700-721, 1927; 文献3), p.14.
6) 例えば，Hollis, S.: Differential Equations with Boundary Value Problems, 2002. (p. 53, p. 315)
7) 河村廣：リカレント評価モデルによる震害連鎖評価−損傷連鎖･微分方程式の応用−、日本建築学会、第29回情報システム利用技術シンポジウム論文集、pp.217-220, Dec. 2006.
8) 高柳俊明、遠藤聡志、當間愛晃：3. 免疫システム、大内東他6名共著：生命複雑系からの計算パラダイム、森北出版、pp.133-196, 2003.
9) 河村廣：地震防災の定量的グランドスキーム−免疫防災システムとその設計・評価−、日本建築学会大会（九州）、Aug.. 2007.（発表予定）

(2007. 6. 29 受付)

Metamorphosis and Evolution Networks of Disaster Prevention Mathematical Models
−Earthquake Disaster Areas and Non-Systematic Responses−

Hiroshi KAWAMURA

Mathematical models of earthquake disasters and responses must be useful for disaster prevention and its systems design. As a fundamental mathematical model this paper presents a 3-D simultaneous 1st-order differential equation which corresponds to a network with three kinds of sound, damaged and irrecoverable nodes and links combining them. Furthermore, the author composes a metamorphosis and evolution network consisting of six variations of the fundamental mathematical model in earthquake disaster areas and about non-systematic responses. Solving these equations qualitatively by isocline method, ruin or stability of the disaster and prevention systems is made clear by observing phase plane orbits with some coefficients. Finally, an immunity system is implied in order to follow the bigger earthquake disasters and systematic responses.