

逆解析による地盤構造の推定の際に Love波の位相速度が与える効果について

鈴木優斗¹・盛川仁²

 ¹東京工業大学大学院 総合理工学研究科 人間環境システム専攻 (〒 226-8502 横浜市緑区長津田町 4259-G3-7) E-mail: yutos@enveng.titech.ac.jp
 ²東京工業大学大学院 総合理工学研究科 人間環境システム専攻 (〒 226-8502 横浜市緑区長津田町 4259-G3-7) E-mail: morika@enveng.titech.ac.jp

微動のアレー観測記録を用いて位相速度を推定し,逆解析によって地盤構造を推定する手法は広く用いられて いる。多くの場合,上下動記録を用いて Rayleigh 波の位相速度を推定しているが,3 成分の記録を用いること で Love 波の位相速度を推定することも可能である。Love 波の位相速度を用いることにより,地盤構造の推定 精度が高まることが期待されるが,実際にそのような効果があるのかどうかを数値解析によって検討した。そ の結果,Love 波の位相速度を用いることによって地盤構造の推定精度が高まるという効果を有意に見いだすこ とはできなかった。しかし,解析手順によっては定性的には Love 波の位相速度が有効な場合が見いだされた。

Key Words: inversion, genetic algorithm, phase velocity, Rayleigh wave, Love wave

1.はじめに

地震防災を考える上で強震動特性を予測する際には, 対象地域の地盤の影響を考慮する必要がある。現在で は地盤構造を知るために,種々の物理探査手法が利用 されている¹⁾。その中で微動を用いる方法は比較的経 済的な探査方法のひとつである。

微動を用いた探査法には1地点で3成分の微動を測定し,水平動と上下動のスペクトル比(H/V)を算出してそのピークを与える周期と地盤構造を関連づける手法が広く用いられる。しかしこの手法はおおまかな傾向を知るには適当であるが,詳細な地盤構造を知るには十分とはいえない。そのため各地点で微動を同時に測定するアレー観測法により表面波の位相速度を推定したうえで,逆解析によりこれを満足する地盤構造を推定する手法が用いられている。

微動のアレー観測では、上下動成分のみを観測して Rayleigh 波の位相速度を推定することが一般的である。 しかし空間自己相関法を用いることで3成分の微動ア レー観測記録から Rayleigh 波だけでなく Love 波の位 相速度を推定する手法も提案されている^{2),3),4)}。

3 成分の微動アレー観測を行って Love 波の位相速度 を推定した例はあまり多くないが,いずれも妥当な結果 が得られたとされている^{3),5),6)}。このとき, Rayleigh 波と Love 波の位相速度を同時に満足するような地盤構 造を探索する手法も様々である。 Love 波の位相速度を利用することにより, Rayleigh 波の位相速度のみを用いて地盤構造を推定するよりも, より高い精度で地盤構造を推定しうるものと期待され る。このことは観測情報が増えることによって拘束条 件が多くなって局所解に陥りにくくなる可能性がある こと, Rayleigh 波は P 波速度および S 波速度に依存す るが Love 波は S 波速度のみに依存するため S 波速度 構造を推定する場合にはより直接的であることなどが その根拠である。しかし Love 波の位相速度を用いるこ とで本当によりよい精度で,地盤構造が推定されたか どうかを検討した例はない。

一方,位相速度から地盤構造を推定する場合,何ら かの逆解析手法が用いられる。このような逆問題にお いては未知パラメータとしてS波速度,層厚など多く, かつ非線形の目的関数を用いるため,容易に局所解に陥 る。従って,局所解に陥りにくい手法として,遺伝的ア ルゴリズム(GA)や焼きなまし法(SA)などのヒューリ スティックな手法が用いられることも少なくない^{7),8}。

Rayleigh 波の位相速度のみから地盤構造を推定する 場合,GAを用いることで多くのよい結果が得られて いる。しかし非線形の最適化問題では解析法や解析手 法によって最適解への収束性状が異なることもある。 従って,Love 波の位相速度も合わせて解析する場合に もGA が有効であるかどうかは明らかではない。

また, GA は局所解に陥りにくいという性質を有する と考えられているが,それでも正解とは異なる解に収束 することも少なくない。最適解が正解に対してどのよう

表-1 成層構造モデル

	S 波速度	密度	層厚
層	$V_S ~({\rm km/s})$	$ ho~({ m t}/m^3)$	H (km)
1	0.5	1.8	0.5
2	1.5	2.2	1.0
3	3.0	2.6	-

な統計的性質を有しているかを知ることは, Rayleigh 波とLove 波の位相速度から地盤構造を推定する問題に GA を適用するうえで重要であろう。

以上の観点から,本研究では Love 波の位相速度を 用いることで地盤構造の推定精度が改善されるかどう かを検討する。その際,最適化手法として GA を用い, その適用性についてもあわせて検討する。なお,実観 測記録を用いると,観測に伴う種々のノイズが含まれ るため,問題の所在を見誤ることも考えられる。その ため本研究では,理論計算に基づく疑似観測データを 作成し,これを用いて解析を行うこととする。

2. 解析手法

前節で述べたとおり,解析にあたっては理論解析に 基づいて疑似観測データを作成し,これを観測値とし てGAにより地盤構造を推定する,という手順をとる。 以下に手順にそって解析手法を述べる。

(1) 疑似観測データの作成

対象とする地盤構造モデルについてはあまり複雑で なく順解析計算が安定して行えるような単純なモデル であることが望ましい。そこで表-1に示すような簡単 なモデルを用いて,以下の解析を進めることにした。地 盤構造の複雑さが逆解析結果に影響を及ぼすことも考 えられ,本研究で得られた結果がそのまま一般的な結 果といえるかどうかについては別途検討が必要である。 しかし,ごく基本的な問題を検討することを目的とし ているため,この点については今後の課題とする。

表-1 の地盤構造を用いて Haskell の方法⁹⁾ に従って Rayleigh 波と Love 波の理論分散曲線を求めた。逆解 析によって地盤構造を推定する際に,低周波領域の記 録に支配されることを避けるために,疑似観測記録は 振動数の対数軸上で等間隔(およそ 1/14 オクターブ間 隔)となるように選んだ。

ー般に実観測記録から求められる位相速度には,種々のノイズが含まれている。これを再現するために理論分散曲線に正規乱数を用いてノイズを付加した。Haskellの方法による順解析によって得られた振動数 ω_k の位相速度を μ_k とすると $N(\mu_k, (\mu_r)^2)$ に従う正規乱数を発生させ,その実現値を位相速度の疑似観測値 $C_{k,obs}$ とした。ここでrは疑似観測値の変動係数, $\mu_k r$ はその標準偏差である。ノイズのレベルの違いによる逆解析の収束性を検討できるよう,rの値として,0%,5%,



10%, 20%を与え, それぞれ Rayleigh 波, Love 波の位 相速度の疑似観測値を作成し, 合計 8 個のデータセッ トを得た。

疑似観測値の例として r=10%の場合を図-1 に示す。 図中のプロットが疑似観測値,実線が順解析によって 求められた理論分散曲線である。

(2) 目的関数

前項で得られた疑似観測値を用いて逆解析により地 盤構造を推定する際の目的関数を Rayleigh 波, Love 波 についてそれぞれ以下のように定める。

$$\sigma_R = \frac{1}{N_R} \sum_{k=1}^{N_R} \left(\frac{C_{k,obs}^R - C_{k,cal}^R}{C_{k,obs}^R} \right)^2 \to min.$$
(1)

$$\sigma_L = \frac{1}{N_L} \sum_{k=1}^{N_L} \left(\frac{C_{k,obs}^L - C_{k,cal}^L}{C_{k,obs}^L} \right)^2 \to min.$$
(2)

ここで C_k は振動数 ω_k における位相速度, N は疑似観 測値の個数である。添字の obs, cal はそれぞれ疑似観 測データおよび逆解析の計算過程で得られる地盤構造 モデルから理論的に求められる位相速度を表す。 $R \ge L$ はそれぞれ Rayleigh 波, Love 波を表す添字である。

Rayleigh 波および Love 波を個別に取り扱う場合は 式 (1), (2) をそれぞれ目的関数とすればよいが,両者

表-2 探索範囲

	S 波速度	層厚
層	$V_S \ (\rm km/s)$	H (km)
1	0.20-0.70	0.1-0.9
2	1.00-2.00	0.5-1.5
3	2.50 - 3.50	-

を同時に最適化する場には以下の式を目的関数とする。

$$\phi = \frac{N_R}{N_R + N_L} \sigma_R + \frac{N_L}{N_R + N_L} \sigma_L \to min.$$
 (3)

(3) 逆解析

疑似観測値を用いて GA による逆解析を行い構造の 推定を行うにあたって, 各層の密度 ρ を既知として, S 波速度 V_S と層厚 H を未知数とする。表-1 の成層構造 モデルを参考にして表-2 に示す解の探索範囲を用いた。

GAによる解析において,遺伝子の長さは未知数各々 について6ビットとし,計30ビットとした。10個の 個体を乱数によって生成し,各個体の適応度は σ_R ま たは σ_L の逆数によって評価した。オペレータとして, 交差と突然変異を用いた。交差の確率は70%とし,突 然変異は各個体の適応度に応じてその発生確率に変化 を与えた。適応度の高い遺伝子についてエリート選択 を行ってこれを保存する。ここまでを1世代の計算プ ロセスとし,100世代まで計算を行う。

100世代までの計算によってほとんどの場合最適解 に収束することを確認している。一例として図-2にノ イズ20%の場合の収束過程を示す。100世代までの計 算により,1つの地盤構造モデルが得られる。初期値お よび乱数を変えることで収束する解も異なるため,初 期値と乱数を変えて同じ計算を100回繰り返し100個 の地盤構造モデルを得た。

(4) 検討項目

Love 波の位相速度が地盤構造の推定精度にどのよう に貢献するかを知ることが目的であるので,以下のような3つの異なる解析手順に従って地盤構造を推定し, その推定精度の違いについて検討する。

- 手順 1: Rayleigh 波の位相速度のみを使って逆解析を 行う。この手続きは従来しばしば用いられてきた 手法に対応する。
- 手順 2: まず Rayleigh 波の位相速度のみを用いて 50 世 代まで逆解析を行う。次に得られた地盤構造の最 適解を初期値として Love 波の位相速度のみを用 いた逆解析を 50 世代まで行う。このとき, Love 波による最適化によって得られた個体を使って σ_R を計算し,これが前半の Rayleigh 波のみで得ら れた σ_R よりも大きい場合はその個体を捨て,1 世代先へ進めるという操作を行っている。これに より, Rayleigh 波の位相速度のみを用いて得られ た最適解よりも悪い解にはならないが, Love 波



の位相速度の貢献度はあまり大きくならないアル ゴリズムとなっている。

手順 3 Rayleigh 波と Love 波の位相速度を同時に用い て式 (3) によって最適化を行う。

(5) 評価基準

逆解析によって得られた地盤モデルの良否を評価す るにあたって二乗誤差およびモデル誤差の2つの評価 基準を導入する。

二乗誤差として式(3)の ϕ を用いる。すなわち,そ れぞれの手順から得られた最適な地盤モデルを用いて 順解析により Rayleigh 波および Love 波の位相速度を 求め,これらの値から ϕ を計算する。3つの手順は,用 いる疑似観測値がそれぞれ異なり,目的関数も異なる が, ϕ を用いて評価することで最適な地盤モデルによ る分散曲線が疑似観測値をどれだけ説明しているかを 共通の判断基準のもとで可能となっている。

モデル誤差については式(4)によって評価する。

$$\delta = \frac{1}{N_p} \sum_{k=1}^{N_p} \left(\frac{X_k - X'_k}{X_k} \right)^2 \tag{4}$$

ここで, N_p は未知数の総数,Xは未知数の真値,X'は逆解析によって推定された未知数の値である。この計算例では未知数は各層のS波速度および層厚であり, $N_p=5$ となる。

モデル誤差は推定された地盤がどれだけ真値に近い かを表す量である。従って二乗誤差が小さくてもモデ ル誤差が大きい場合,解は局所解に陥っていると判断 することができる。二乗誤差とモデル誤差の両方が小 さい解がより良い解であるといえる。

3 . 結果と考察

前節で述べた手順に従い,疑似観測データを用いて 地盤構造の逆解析を行った。100回の計算で得られた 最適解の統計的性質を見るために,二乗誤差およびモ デル誤差のヒストグラムを作成した。例としてノイズ が0%と20%の場合について二乗誤差およびモデル誤 差のヒストグラムを手順別に図-3~6に示す。図中の横 軸は二乗誤差 φ またはモデル誤差 δ である。100 世代



図-6 モデル誤差のヒストグラム (ノイズ 20%)

の計算によって十分に収束しない場合も約3%あり,そのような計算例については以下の統計的検討では異常値として無視している。

図-3 と4 については同じ手順同士で比較すると, ノ イズが付加されることによって二乗誤差が大きくなる とともに標準偏差も大きくなっているように見えるがヒ ストグラムの形状はそれほど大きくは変化していない。 手順1と手順2を比較するとその統計的性質はほとん ど変化がないが, これは手順2が Rayleigh 波の位相速 度の拘束を強く受けていて, Love 波の位相速度による わずかな地盤モデルの改善にとどまっていることを考 慮すれば妥当な結果といえる。一方, 手順3をみると, 手順1,2に比べてノイズの影響を受けやすく, かつ, ノイズ0%の場合であっても分散曲線のフィッティングが悪いことがわかる。これはRayleigh 波とLove 波の位相速度を同時に用いることで拘束条件が多くなったために局所解が多くなり,真値とは異なる解に収束する場合が多くなったことを示していると考えられる。

図-5と6のモデル誤差を見ると,図-3,4に比べて 標準偏差が大きい分布形状になっており,分散曲線が フィットしていても,正しくない地盤モデルを解として いる場合が少なくないことがわかる。図-5,6において 同じ手順どうしで比較すると手順によらず,ノイズが 0%の場合は逆お椀型の分布形状であるものがノイズが 20%の場合には指数分布のような形状となっている。ノ イズ0%では,比較的小さなモデル誤差の解に集中して



図-7: モデル誤差の平均プロットおよび平均 ± 標準偏差 (エ ラーバー)

収束しているのに対し,ノイズを付加することによっ て大きく間違った解に収束するものが出現し,分布形 状が大きく変化したものと考えられる。手順の違いに よるヒストグラムの違いを見ると,ノイズ0%の場合に は二乗誤差と同様に,手順1と2に比べて手順3は標 準偏差が大きい分布となっているように見える。一方, ノイズ20%の場合には手順によらずほとんど同じ分布 形になっている。

ノイズおよび手順の違いによるモデル誤差の違いを より明らかにするために,標本平均および標本標準偏 差を求め,図-7に示した。これによると標準偏差はノ イズの程度によらずあまり大きな違いはない。標準偏 差が平均値に比べて非常に大きい(変動係数が50%以 上ある)ため,検定を行うまでもなく手順による有意 な差がないことは明らかであるが,Rayleigh 波と Love 波の位相速度を同時に用いて逆解析を行う手順3は他 の2つの手順に比べてモデルの推定精度が劣るように 見える。手順1と2は手順2の平均がごくわずかによ い結果を与えているものの,ほとんど同じ平均および 標準偏差であり,Love 波の位相速度を用いることによ る有意な効果を見い出すことはできない。

以上の検討により, Love 波の位相速度を地盤構造の 逆解析に用いることで,解析上の利点を発見すること はできなかった。このことは拘束条件が増えることに よってより良い解に収束するであろうという期待に反 して,局所解が多くなることのデメリットが顕在化し たものと考えることができる。

Rayleigh 波の位相速度のみでも多くの場合,良い推 定結果を与え得るということは,非常に便利である。し かし,時として真値とは大きく異なる解に収束するこ とを防ぐような役割を Love 波に求めることが可能であ るということも考えられ,今後はこのような視点から も検討を行っていきたい。

4.まとめ

Rayleigh 波および Love 波の位相速度の疑似観測デー タを用いて GA によって逆解析を行い,地盤構造モデ ルを推定した際の Love 波の貢献度について検討した。

Rayleigh 波と Love 波の位相速度を同時に用いて逆 解析を行うことは局所解が多くなるためにあまりよい 精度で解を求められない可能性のあることが明らかと なった。しかし Rayleigh 波の位相速度を使って逆解析 したのち得られた解を初期値として Love 波の位相速 度により逆解析をすることで Rayleigh 波のみを用いる よりはごく僅かに良い結果となる場合があることがわ かった。しかし,この違いは統計的に有意なものでは なく, Love 波の貢献度を陽に示すものではなかった。

今後はノイズを周波数に依存して与えるなど,より 現実の観測記録に近い条件で検討を行うとともに,地 盤構造を推定する上でどのような条件下でLove 波の位 相速度が貢献し得るのか検討を進めていきたいと考え ている。

参考文献

- 1) 物理探査学会:物理探査ハンドブック,1998.
- Aki, K.: Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, University of Tokyo, Vol. 35, pp.415–456, 1957.
- 松島健,岡田廣: 微動探査法 (2) —長周期微動に含まれるラブ波を識別する試み—,物理探査学会第82回学術 講演会講演論文集,pp.5-8,1990.
- 4) Morikawa, H.: A method to estimate phase velocities of surface waves using array observation records of three-component microtremors, *Journal of Structural Engineering / Earthquake Engineering*, Japan Society of Civil Engineers, Vol. 23, No. 1, pp.143s–148s, 2006.
- 5) 山本英和:3 成分微動アレー観測による Love 波の位相速 度の推定の試み,物理探査,第53巻,第2号,pp.153-166,2000.
- 6) 西村敬一・盛川仁:重力および脈動を用いた広島市の基 盤構造の推定,第11回日本地震工学シンポジウム論文 集,pp.241-246,2002.
- 7) 山中浩明・石田寛:遺伝的アルゴリズムによる位相速度の
 逆解析,日本建築学会構造系論文集,第468号,pp.9–17, 1995.
- 8) 山中浩明:焼きなまし法 (SA) による位相速度の逆解析
 —GA との性能比較—,2000 年度秋期大会日本地震学
 会講演予稿集,2000.
- Haskell, N.A.: Dispersion of surface waves on multilayered media, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 43, pp.17– 34, 1953.

(2007.06.29 受付)