

MPMを用いた乾燥砂の流動解析

阿部慶太¹・Jorgen Johansson²・小長井一男³

¹ 東京大学大学院工学系研究科社会基盤学専攻修士課程 (〒153-8505 東京都目黒区駒場4-6-1)

E-mail:kabe@iis.u-tokyo.ac.jp

² 東京大学生産技術研究所助手 (〒153-8505 東京都目黒区駒場4-6-1)

E-mail:jorgen@iis.u-tokyo.ac.jp

³ 東京大学生産技術研究所教授 (〒153-8505 東京都目黒区駒場4-6-1)

E-mail:konagai@iis.u-tokyo.ac.jp

表層崩壊，土石流のような斜面崩壊は，前駆現象が不明確で確認が困難であるため滑りそのものを止めることは容易でなく崩壊後は長距離を流下し被害を拡大する．よって，その被害低減に向けて土砂の挙動解明および到達距離予測に関する対策が重要である．本研究では，土砂流動解析ツールの構築に向けて，土砂流動のような地盤の大変形解析にも対応できるMPM (Material Point Method)に対して弾性体を用いたエネルギー等に関する精度検証を行うとともに，摩擦斜面上での乾燥砂の流動解析を行いその適用性を検討した．

Key Words : Soil flow, Material point method, Nodal boundary, Energy conservation
Soil models

1. はじめに

斜面崩壊は緩慢な地すべりから急激な崩壊，土石流とその様相は対象によって大きく異なる．いわゆる地すべりとされる斜面崩壊は，一般に規模は大きいとその動きが緩慢で，常時の観測で滑りの進行の検知が可能である上，ボーリングなどの地下水対策，抑止杭などの土塊の移動抑制も有効である．一方，崩壊，土石流のような斜面崩壊は，前駆現象が明確でなくその確認が困難で，滑りそのものを止めることが容易でなく，一旦崩壊が始まれば土砂は高速で極めて長距離を流下し被害を拡大する．したがって，この種の斜面崩壊に対しては崩壊土砂がどの程度の速度でどこまで流れ下る可能性があるのか評価しそれを地域防災に活かさなければならず，そのためには，それらを適切に再現できる解析ツールを構築する必要がある．

地盤の大変形解析のためには，有限要素法(FEM)，有限差分法(FDM)のような数値解析手法が広く使われている．しかし，物体の移動が大きい場合には，要素の変形が著しくなり計算が破綻する．一方，水など構成関係が複雑でない媒体を主に扱う流体動力学分野ではオイラー式記述による手法が用いられる．Sulskyら¹⁾はこの手法を固体の変形解析に用い，MPM(Material Point Method)を開発した．解析対象の物体を空間に固定したオイラー要素上

を自由に移動できる多数の粒子で表現し粒子が運ぶ物体の情報を時々刻々要素上にマッピングして要素の節点で運動方程式を解き，その情報を再び粒子で運ぶことで大変形する物体を解析する．

本論文では，土砂流動解析ツールの構築に向けて土砂流動のような地盤の大変形解析にも対応できるMPMの概要を述べる．さらに，摩擦斜面上での物体の挙動を解析するための解析的工夫を提案するとともに，弾性体を用いた解析を行うことでエネルギー等に関する手法の精度検証をする．最後に，構成則としてDrucker-Pragerモデルを用いた乾燥砂の流動解析を行いその適用性を検討する．

2. MPMの概要

(1) 解析の流れ

MPMでは陽解法の時刻歴計算を行う．物体はラグランジュ的に質量をもつ微小な要素に分けられ，これらの要素は質量をもつ粒子(Material point)の集合により表される(図-1)．物体の情報(ラグランジュ変数)は個別の粒子により空間に固定された要素(オイラー要素)上を自由に移動する．粒子により運ばれたラグランジュ変数(位置，質量，応力，ひずみ，間隙水圧などの物質情報)は一定時間刻み毎に粒子がある要素に投影されさらに内

挿関数を通して要素の節点に集約される．そして，この節点に対し運動方程式を解き次ステップの節点の速度増分を求める．この時点で，要素は粒子とともに変形し変数も更新される．変形した要素は次ステップに備え移動した粒子を残して再び元の位置に戻る．図-2にMPMの解析フローを示す．

(2) MPMのアルゴリズム

ステップ k での計算を考える．はじめにラグランジュ変数を更新する準備として粒子 p の座標 \mathbf{x}_p^k を用いて内挿関数 $S_i(\mathbf{x}_p^k) (= S_{ip}^k)$ とその勾配関数 $\nabla(S_{ip}^k) (= \mathbf{G}_{ip}^k)$ を計算する．計算された内挿関数および粒子の質量 m_p から節点の質量 m_i^k を求める．

$$m_i^k = \sum_p^{N_p} m_p S_{ip}^k \quad (1)$$

ここで， N_p は節点 i がある要素に含まれる粒子の総数である．次に粒子の応力 $\boldsymbol{\sigma}_p^k$ を用いて内力と外力の節点力 $\mathbf{f}_i^{\text{int},k}$ ， $\mathbf{f}_i^{\text{ext},k}$ を求め節点の加速度 \mathbf{a}_i^k を求める．

$$\mathbf{f}_i^{\text{int},k} = - \sum_p^{N_p} \frac{m_p}{\rho_p^k} (\mathbf{G}_{ip}^k \boldsymbol{\sigma}_p^k) \quad (2)$$

$$\mathbf{f}_i^{\text{ext},k} = \mathbf{b}_i^k + \boldsymbol{\tau}_i^k \quad (3)$$

$$\mathbf{a}_i^k = (\mathbf{f}_i^{\text{int},k} + \mathbf{f}_i^{\text{ext},k}) / m_i^k \quad (4)$$

ここで， \mathbf{b}_i^k ， $\boldsymbol{\tau}_i^k$ は節点 i での体積力および接触力である． \mathbf{a}_i^k を用いて節点の速度 \mathbf{v}_i^k を次式で更新する．

$$\mathbf{v}_i^L = \mathbf{v}_i^k + \mathbf{a}_i^k \Delta t \quad (5)$$

更新された節点の速度 \mathbf{v}_i^L を用いて粒子の座標 \mathbf{x}_p^L が次式で更新される．

$$\mathbf{x}_p^{k+1} = \mathbf{x}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^4 \mathbf{v}_i^L S_{ip}^k \quad (6)$$

同様に，粒子の速度 \mathbf{v}_p^k を次式で更新する．

$$\mathbf{v}_p^{k+1} = \mathbf{v}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^4 \mathbf{a}_i^k S_{ip}^k \quad (7)$$

計算された粒子の速度 \mathbf{v}_p^{k+1} を用いてステップ $k+1$ での節点の速度 \mathbf{v}_i^{k+1} は

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \sum_p^{N_p} m_p \mathbf{v}_p^{k+1} S_{ip}^k / m_i^k \quad (8)$$

最後に，計算された節点の速度 \mathbf{v}_i^{k+1} を用いてステップ $k+1$ でのひずみ増分 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^{k+1}$ を

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^{k+1} = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^4 \left\{ \mathbf{G}_{ip}^k \mathbf{v}_i^{k+1} + (\mathbf{G}_{ip}^k \mathbf{v}_i^{k+1})^T \right\} \quad (9)$$

により求め，応力増分 $\Delta \boldsymbol{\sigma}_p^{k+1}$ を次式により計算する．

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_p^{k+1} = \mathbf{T} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^{k+1} \quad (10)$$

ここで， \mathbf{T} は物体の剛性テンソルである．この応力増分 $\Delta \boldsymbol{\sigma}_p^{k+1}$ を用いてステップ $k+1$ での粒子の応力 $\boldsymbol{\sigma}_p^{k+1}$ を次式で更新する．

$$\boldsymbol{\sigma}_p^{k+1} = \boldsymbol{\sigma}_p^k + \Delta \boldsymbol{\sigma}_p^{k+1} \quad (11)$$

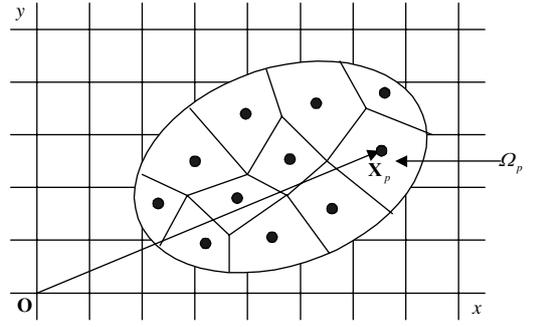


図-1 Material point により離散化された連続体

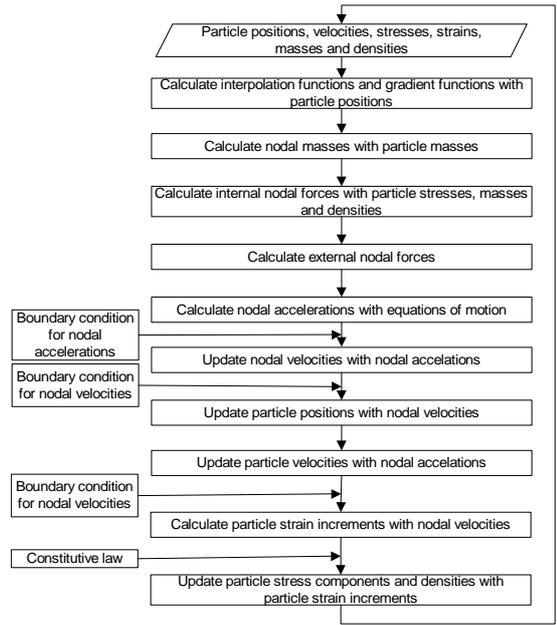


図-2 MPMの解析フロー

また，粒子の密度 ρ_p^k も次式で更新する．

$$\rho_p^{k+1} = \rho_p^k / \{1 + \text{tr}(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^{k+1})\} \quad (12)$$

更新された変数でステップ $k+1$ での計算を行う．

(3) 離散化スケールの影響

MPMは時間領域の陽解法であるため，時間刻み Δt は以下の条件を満足する必要がある．

$$c \Delta t \leq L \quad (13)$$

ここで， c は弾性波速さ， L はオイラー要素の長さである．さらにMPMでは空間の離散化のスケールについてはFEMと同様であるが，粒子が要素上を動く影響を考慮する必要がある．特に考慮すべきことは粒子が要素境界に隣接した際，境界反対側の節点の内挿関数の値が小さくなり式(1)から求められる節点の質量が0に近くなる一方で勾配関数を用いて式(2)から求められる節点力が0にならないため，式(4)で求められる節点加速度が過度に大きくなることである¹⁾．特に Δt を小さくした場合は粒子が要素境界に隣接する可能性が増大するため，式(13)を

考慮しつつ適切な大きさをもった Δt を設定する必要がある．筆者らの経験によれば， Δt として L/c の約0.1倍程度の値を用いると解の収束性が良い．

3．摩擦斜面上での物体の挙動を解析するための解析的工夫

土砂や乾燥砂の流動解析を行うためには，摩擦斜面上での物体の挙動を解析するための計算スキームが必要となる．ここでは，その計算スキーム確立のために考慮した方法を示す．

(1) 節点における境界特性

はじめに，節点における境界特性に対する解析的工夫を示す．要素形状は矩形を考え，摩擦をもつ任意の傾きを持った境界面を表現するため，境界面上の節点において，境界面の接線方向には接触摩擦力，法線方向には反発力が生じるとする．

a) 接線方向の境界特性

接触摩擦力を表現するため，境界面上を滑る物体と境界面との間に相対速度が生じている場合は物体にクーロン摩擦力 $f^{mic} = \mu f^N$ (μ は動摩擦係数， f^N は面上に働く垂直抗力) が働き，相対速度が生じてないときは物体に作用している力 f^{act} と同じ大きさをもつ力が摩擦力として生じるものとする．図-3に固定させた境界面上にある重力場 g に置かれた質量 m の物体に働く接触摩擦力の概要を示す．

以上示した特性を表現するため，節点の加速度 \mathbf{a}_i^k および速度 \mathbf{v}_i^k を用いて次のように制御する．はじめに，境界面に対して物体が法線方向に力を作用させていることを条件とする．すなわち，

$$\mathbf{a}_i^k \cdot \mathbf{n}_i^b > 0 \quad (14)$$

ここで， \mathbf{n}_i^b は節点 i での境界面に対する内向き法線ベクトルである．次に，物体と境界面の相対速度を用いて摩擦力の大きさを設定する．ここでは境界面は固定されているとして境界面上の節点 i の速度 \mathbf{v}_i^k を用いて制御する．すなわち，

$$\mu' = \begin{cases} \mu & \text{at } \mathbf{v}_i^k \neq 0 \\ \left| \frac{[\mathbf{n}_i^b \times (\mathbf{a}_i^k \times \mathbf{n}_i^b)]}{(\mathbf{a}_i^k \cdot \mathbf{n}_i^b)} \right| & \text{at } \mathbf{v}_i^k = 0 \end{cases} \quad (15)$$

として，節点 i の加速度 \mathbf{a}_i^k を次式で更新して摩擦力の影響を取り入れる．

$$[\mathbf{n}_i^b \times (\mathbf{a}_i^k \times \mathbf{n}_i^b)]_{\text{update}} = [\mathbf{n}_i^b \times (\mathbf{a}_i^k \times \mathbf{n}_i^b)] - \text{sign}\{1, \mathbf{n}_i^b \times (\mathbf{v}_i^k \times \mathbf{n}_i^b)\} \mu' |\mathbf{a}_i^k \cdot \mathbf{n}_i^b| \quad (16)$$

b) 法線方向の境界特性

反発力を表現するため，境界面での外力によるエネルギー損失がないものとして，境界面に到達した物体が持っている運動エネルギーの一部が，衝突時の物体の変形に伴って生じるひずみエネルギーに変換するシステムを考える．すなわち，境界面上にある節点 i の加速度 \mathbf{a}_i^k および次ステップ

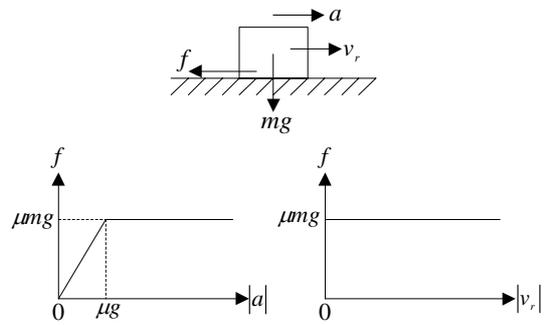


図-3 接触摩擦力の概要

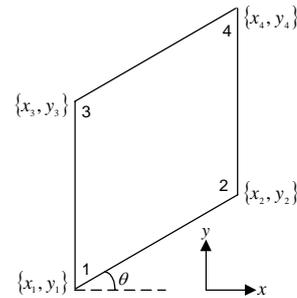


図-4 全体座標系での要素形状

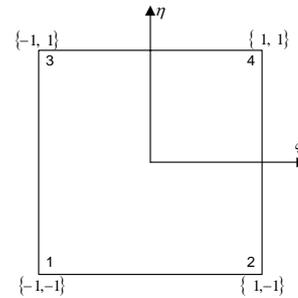


図-5 正規化座標系での要素形状

$k+1$ での速度 \mathbf{v}_i^{k+1} の法線成分を0にすれば良くこのことは次式により表される．

$$\mathbf{a}_i^k \cdot \mathbf{n}_i^b = 0 \quad (17)$$

$$\mathbf{v}_i^{k+1} \cdot \mathbf{n}_i^b = 0 \quad (18)$$

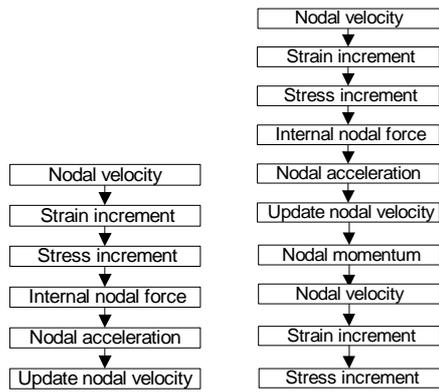
(2) オイラー矩形要素

次に，斜面を幾何学的に表すためのオイラー矩形要素の形状を考える．図-4に全体座標系において，傾きとして角度 θ をもった斜面内で用いられるオイラー矩形要素の形状を示す．この要素に対し次式で表されるアイソパラメトリック写像関数を用いることで，正規化座標系において図-5に示す正方形として表すことができる．

$$\xi = \frac{2x - (x_1 + x_2)}{L} \quad (19)$$

$$\eta = \frac{4y - \{(1-\xi)(y_3 + y_1) + (1+\xi)(y_4 + y_2)\}}{(1-\xi)(y_3 - y_1) + (1+\xi)(y_4 - y_2)} \quad (20)$$

座標 (ξ, η) を用いて内挿関数等を求めることで斜面上の物体の挙動を解析することが可能となる．



(a) USF (b) USAVG

図-6 USFとUSA VGの解析フロー

4. エネルギーの保存

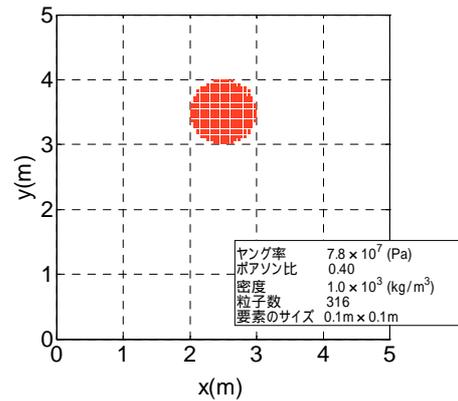
MPMのアルゴリズムは連続体の支配方程式すなわち質量，運動量，角運動量およびエネルギーの保存則を弱形式化して，その式をラグランジュ粒子および内挿関数により離散化することで得られる．しかし，実際の導出ではエネルギーの保存則を無視して，粒子と要素間の内挿で運動量の保存のみ考慮して行う．よって，MPMはエネルギーの保存に対して誤差が生じることが知られている．しかし，その後の研究により，粒子と要素間の内挿を変更することでその誤差を改善する手法が提案されている．ここでは，提案された代表的な三つの修正MPMを示し，それらの手法を用いて弾性体による自由落下のシミュレーションを行うことでエネルギーの保存に対する精度を確認する．

(1) 修正MPM

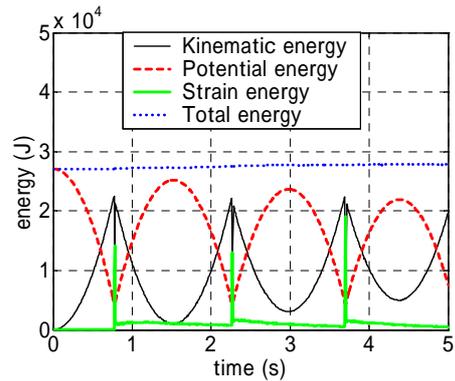
はじめに提案された修正MPMはSulskyら¹⁾により提案されたMUSL (Modified Update Stress Last) である．この手法は2章で示したアルゴリズムと同じ構造をもち現在用いられている一般的なMPMである．Sulskyらにより提案された元来のMPMはUSL (Update Stress Last) と呼ばれ2章で示したアルゴリズムで式(8)を除いた構造をなしている．しかし，この手法は2章(3)で示した誤差が明確で不安定かつエネルギーの保存を満たさないことがわかり，その後Sulskyらにより提案された式(8)を用いて速度の平滑化を行うことで，安定性とエネルギー保存に対する精度向上を得るに至っている．

次に提案された修正MPMはBardenhagen²⁾により提案されたUSF (Update Stress First) である．この手法はUSLと逆にアルゴリズムの始まりで応力，ひずみを更新する手法である．すなわち，初めに応力，ひずみを更新しその後それらを用いて節点の速度を更新する．

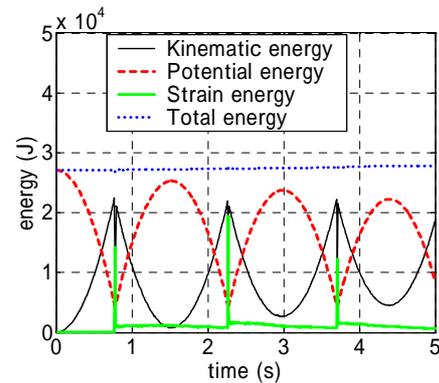
最後に提案された修正MPMはNairn³⁾により提案されたUSA VG (Update Stress Averaged) である．



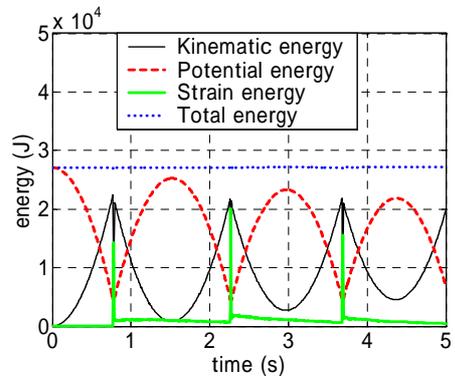
(a) 弾性体の初期状態



(b) MUSL

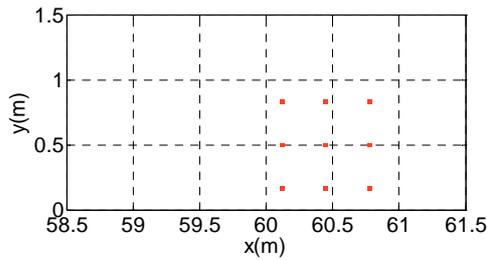


(c) USF

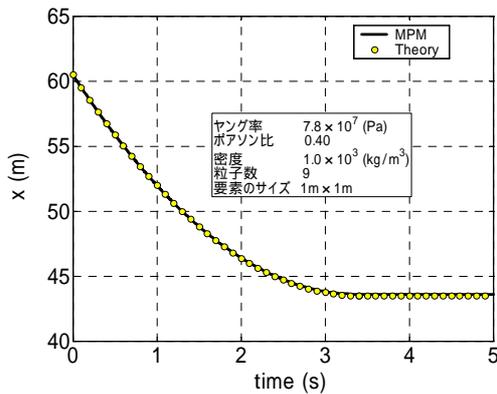


(d) USA VG

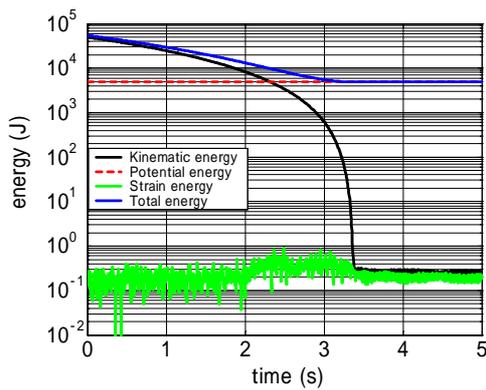
図-7 自由落下のシミュレーション



(a) 水平摩擦面上の弾性体の初期状態



(b) 変位履歴



(c) エネルギー履歴

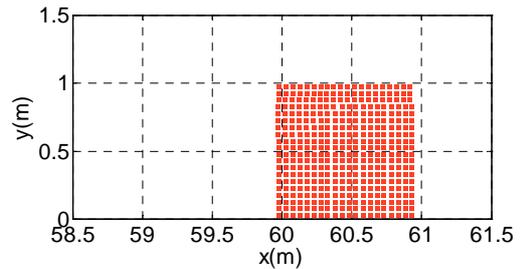
図-8 水平摩擦面上の弾性体の挙動
(粒子と要素が少ない場合)

この手法は 1 ステップにおける時間増分を半分にして、前半でUSFの操作を行い後半でMUSLの操作を行う手法である。

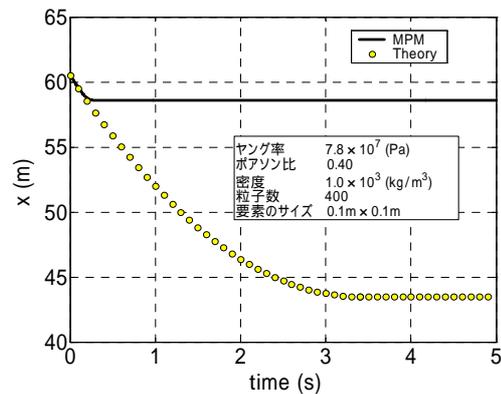
USFとUSAVGの解析フローを図-6に示す。

(2) 自由落下のシミュレーション

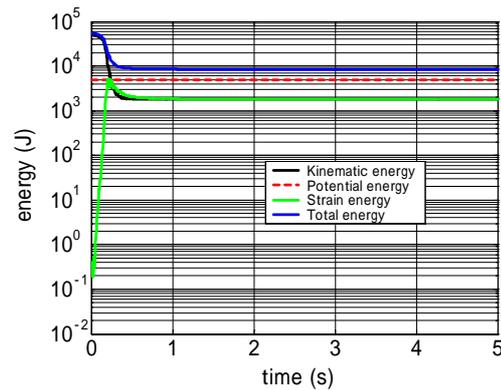
以上示した修正MPMを用いて弾性体の自由落下のシミュレーションを行いエネルギー履歴を調べることでエネルギーの保存に対する精度を確認する。図-7に弾性体の初期状態とエネルギー履歴を示す。MUSLおよびUSFでは全エネルギーが少々増加しているがUSAVGではほぼ一定となっており、エネルギーの保存という観点からはUSAVGが最も有効な手法と言える。よって、本研究ではMPMのアルゴリズムとしてUSAVGを採用する。



(a) 水平摩擦面上の弾性体の初期状態



(b) 変位履歴



(c) エネルギー履歴

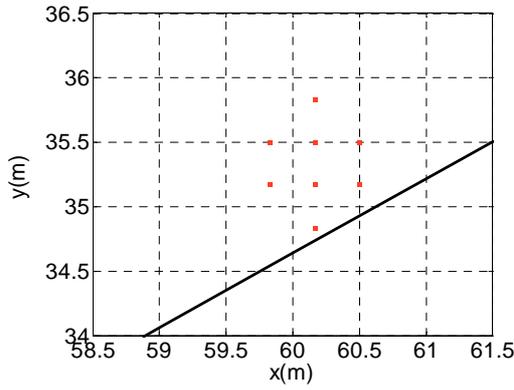
図-9 水平摩擦面上の弾性体の挙動
(粒子と要素が多い場合)

5. 弾性体を用いた精度検証

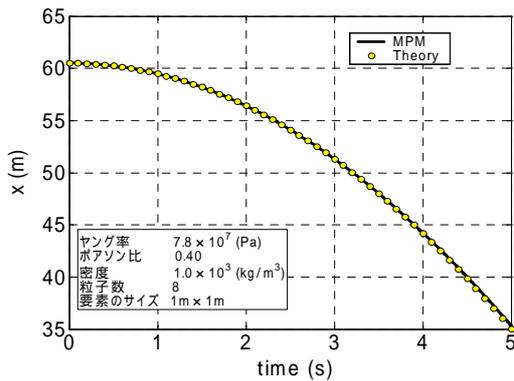
以上示した手法を用いて弾性解析を行い精度の検証を行う。手法としてUSAVGを用い、境界面上の節点には3章で示した境界特性を適用し、斜面内の要素は式(19)、(20)の写像関数を用いて内挿関数等を求めた。以下、水平摩擦面および傾斜摩擦面上の矩形弾性体を用いた解析の結果について示す。

(1) 水平摩擦面上の弾性体

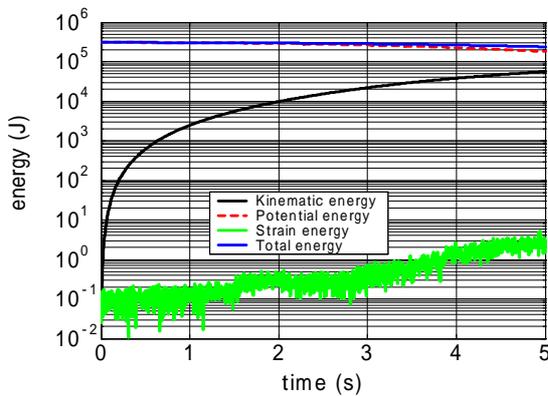
はじめに水平摩擦面上の弾性体の挙動について解析する。摩擦係数 μ が0.3の水平摩擦面を仮定し、その面上を $1(m) \times 1(m)$ の正方形弾性体が初速度 $10(m/s)$ で滑動する場合を考える。さらに、粒子お



(a) 傾斜摩擦面上の弾性体の初期状態



(b) 変位履歴

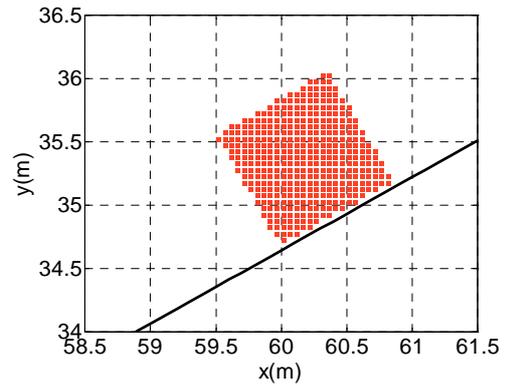


(c) エネルギー履歴

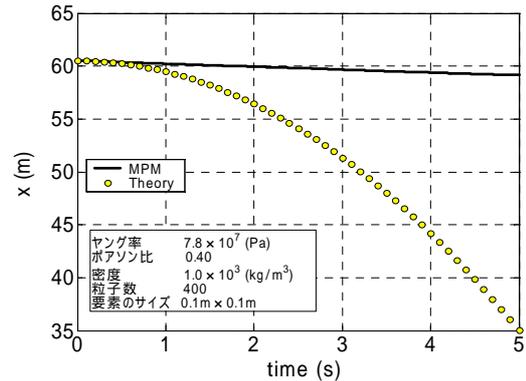
図-10 傾斜摩擦面上の弾性体の挙動
(粒子と要素が少ない場合)

よび要素の多少による弾性体の挙動への影響を確認するため、弾性体の大きさを一定で粒子と要素が少ない場合と多い場合で解析を行う。図-8, 9に各場合の弾性体の初期状態と変位およびエネルギー（片対数）の履歴を示す。変位履歴では正方形弾性体の中央の粒子の変位履歴と次式の剛体に関する理論式を比較した。

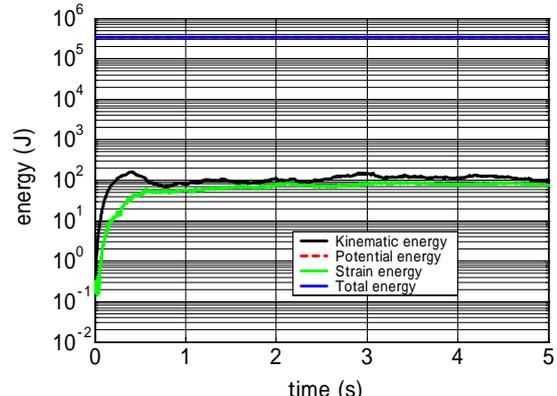
$$x = \begin{cases} x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} \mu g t^2 & \left(0 \leq t \leq \frac{v_0}{\mu g} \right) \\ x_0 + \frac{v_0^2}{2 \mu g} & \left(t > \frac{v_0}{\mu g} \right) \end{cases} \quad (21)$$



(a) 傾斜摩擦面上の弾性体の初期状態



(b) 変位履歴



(c) エネルギー履歴

図-11 傾斜摩擦面上の弾性体の挙動
(粒子と要素が多い場合)

図-8, 9より粒子および要素が少ない場合は変位履歴において弾性体の履歴と式(21)による理論式がよく一致するが、粒子および要素が多い場合は一致しない。しかし、後者の場合のエネルギー履歴でひずみエネルギーが生じていることが確認できる。このことは2章(3)に示した誤差の影響もあるが、弾性体が滑動に伴って変形して、剛体に関する理論式(21)と変位履歴において不一致が生じたと考えられる。よって、粒子および要素が増えたことにより弾性変形をより忠実に表していると考えられ、本手法は水平摩擦面上での弾性解析に対して有効であると考えられる。

(2) 傾斜摩擦面上の弾性体

次に傾斜摩擦面上の弾性体の挙動について解析する．摩擦係数 μ が0.3，傾斜角 θ が 30° の傾斜摩擦面を仮定し，面上を $1(m) \times 1(m)$ の正方形弾性体が初速度0で滑動する場合を考える．さらに，前節と同様に弾性体の大きさは一定で粒子と要素が少ない場合と多い場合に分け解析を行う．図-10, 11に各場合の変位およびエネルギー（片対数）の履歴を示す．変位履歴については前節と同様に中央の粒子の変位履歴と次式に示す剛体に関する理論式を比較した．

$$x = x_0 + \frac{1}{2} g (\sin \theta - \mu \cos \theta) \cos \theta t^2 \quad (22)$$

図-10, 11より水平摩擦面上の弾性解析の場合と同様に粒子および要素が多い場合は式(22)の理論式と一致しないがエネルギー履歴でひずみエネルギーが生じている．したがって，この場合も2章(3)に示した誤差の影響もあるが弾性変形をより忠実に表していると考えられ本手法は傾斜摩擦面上での弾性解析に対して有効であると考えられる．

6. 土の構成則

土砂や乾燥砂の流動解析を行うには構成則として土の構成則を用いる必要がある．ここでは，構成則としてDrucker-Pragerモデルを採用し，モデルと解析手法の概要および要素試験の結果を示す．

(1) Drucker-Pragerモデルの概要

本研究では土の構成則としてDrucker-Pragerモデル⁴⁾を採用する．図-12に応力不偏量 $I_1 - \sqrt{J_2}$ 空間内のモデルの形状を示す．硬化則としてPrager則による複合硬化則，流れ則として非関連流れ則を用いる．以上を数式で表すと次式で表される．

$$f = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k(\varepsilon_p) = 0 \quad (23)$$

$$g = \alpha_g I_1 + \sqrt{J_2} - \text{const} = 0 \quad (24)$$

$$\Delta \varepsilon_{ij}^p = \Delta \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (25)$$

ここで， f は降伏関数， g は塑性ポテンシャル関数であり α ， α_g は内部摩擦角およびダイレイタンシー角により定義される定数である． ε_p は等価塑性ひずみで硬化則と関係をもつ変数であり，式(25)は非関連流れ則を表し $\Delta \varepsilon_{ij}^p$ は塑性ひずみ増分， $\Delta \lambda$ は定数である．

(2) 解析手法の概要

前節の非線形モデルで解析するために本研究ではRMA (Return Mapping Algorithm)⁵⁾を用いた．はじめに弾性剛性テンソルを用いて計算した試行応力下での降伏関数を求めて物体の状態を確認した後，降伏条件を満たすまで応力を更新する．

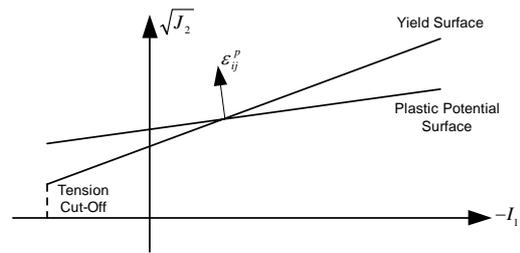
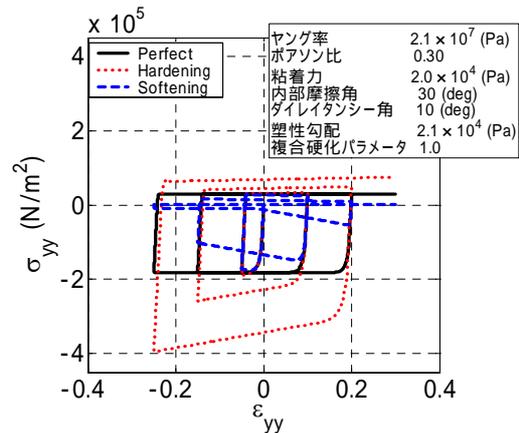
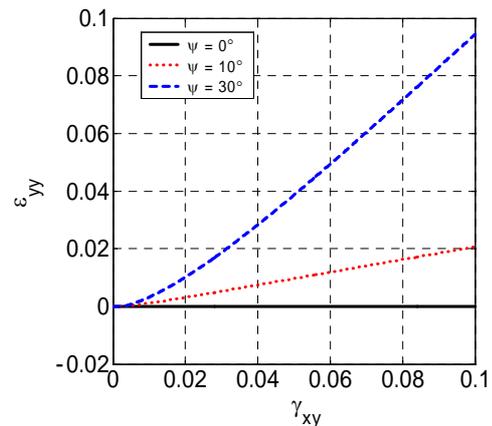


図-12 $I_1 - \sqrt{J_2}$ 空間内のモデルの形状



(a) 一軸圧縮試験



(b) 単純せん断試験

図-13 要素試験結果

(3) 要素試験

以上示したモデルおよび解析手法を用いて要素試験を行うことで，応力 - ひずみ関係に対する精度を確認した．図-13に一軸圧縮試験，単純せん断試験をシミュレートした場合の異なる硬化則に対する σ_{yy} と ε_{yy} の関係および異なるダイレイタンシー角に対する ε_{yy} と γ_{xy} の関係を示す．一軸圧縮試験においては，硬化則ごとに硬化則の定義に沿って異なる挙動と示している．単純せん断試験においてはダイレイタンシー特性が表現されていることが確認できる．

7. 乾燥砂の流動解析

(1) Denlingerらによる乾燥砂の流動実験

解析する対象としてDenlingerら⁶⁾により行われた乾燥砂の流動実験を扱う．図-14に流動実験の概要を示した図を示す．門を引き上げることで斜面上部にある乾燥砂の塊を一定の摩擦係数をもつ斜面へ流下させる．斜面に取り付けた棒の影を調べることで乾燥砂の流動履歴を得る．表-1に実験パラメータを示す．

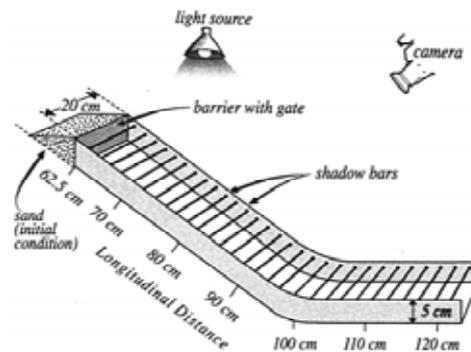


図-14 流動実験の概要⁶⁾

(2) MPMを用いた乾燥砂の流動解析

以上示した解析手法，構成則を用いて乾燥砂の流動解析を行う．表-2に解析に用いたパラメータを示す．実験パラメータとはできるだけ一致させ，示されていないものに関しては乾燥砂を用いた解析に一般的に使われるパラメータを用いた．ただし，本研究では構成則としてDrucker-Pragerモデルを採用したが流動中の砂は大きいひずみを持つためこのモデルが表現できるひずみの範囲を超過していると考えられる．そこで，流動開始と同時に砂粒子が分散した状態になりダイレイタンシー角は0になると考えた．粒子数は334，要素のサイズは $0.1(m) \times 0.1(m)$ を用いた．解析結果および実験結果を図-15，16に示す．解析時間はPentium4 3.0GHz Fortran90で約40分要した．挙動の全体的な傾向および最終的な砂先端の到達位置に対しては概ね実験を再現している．しかし，最終形状での砂上端の位置など実験と一致しない部分もある．原因として，流動中の空気等の巻き込みによる圧縮性等の変化や2章(3)で述べた粒子が要素上を動く際に生じる誤差および膨張しか表せない等の構成則の限界があると考えられる．

表-1 流動実験のパラメータ⁶⁾

斜面の傾斜角	31.4 (deg)
底面摩擦角	29 ± 1.4 (deg)
内部摩擦角	40 ± 1.0 (deg)
密度	1600 (kg/m ³)

表-2 流動解析のパラメータ

斜面の傾斜角	30 (deg)
底面摩擦角	27 (deg)
ヤング係数	2.0×10^6 (Pa)
ポアソン比	0.30
密度	1600 (kg/m ³)
内部摩擦角	40 (deg)
ダイレイタンシー角	0 (deg)
粘着力	10 (Pa)
塑性勾配	0.0 (Pa)
複合硬化パラメータ	0.8

8. まとめ

土砂流動解析ツールの構築に向けて大変形解析にも対応できるMPMを用いて弾性体によるエネルギー等に関する精度検証および摩擦斜面上の乾燥砂の流動解析を行いその適用性を検討した．その結果下記のことになった．

自由落下のシミュレーションから，エネルギーの保存に関してUSAVGによる手法が最も良い精度をもつ．

弾性体を用いた解析から，摩擦斜面上での物体の挙動を解析するために考慮した手法は変位，エネルギー履歴において良い精度をもつ．

Drucker-Pragerモデルを用いてダイレイタンシーを無視することで，乾燥砂の流動解析の結果は既往の実験に対して全体的な傾向および最終到達位置を概ね再現した．

参考文献

- 1) Sulsky, D., S. J., Zhou, and H. L., Schreyer: Application of a particle-in-cell method to solid mechanics, *Computer Physics Communications*, 87, 236-252, 1995.
- 2) Bardenhagen: Energy Conservation Error in the Material Point Method for Solid Mechanics, *Journal of Computational Physics*, 180, 383-403, 2002.
- 3) J. A., Narin: Material Point Method Calculations with Explicit Cracks, *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, vol.4,no.6,pp. 649-663, 2003.
- 4) W. F., Chen and E. Mizuno: Nonlinear Analysis In Soil Mechanics, *ELSEVIER*, 1990.
- 5) T., Belytschko, W. K., Liu and B. Moran: Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures, *JOHN WILEY & SONS, LTD*, 2000.
- 6) R. P., Denlinger and R. M., Iverson: Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain. 2. Numerical predictions and experimental tests, *Journal of Geophysical Research*, vol.106,no.B1,pp. 553-566, 2001.

(2005. 3. 14 受付)

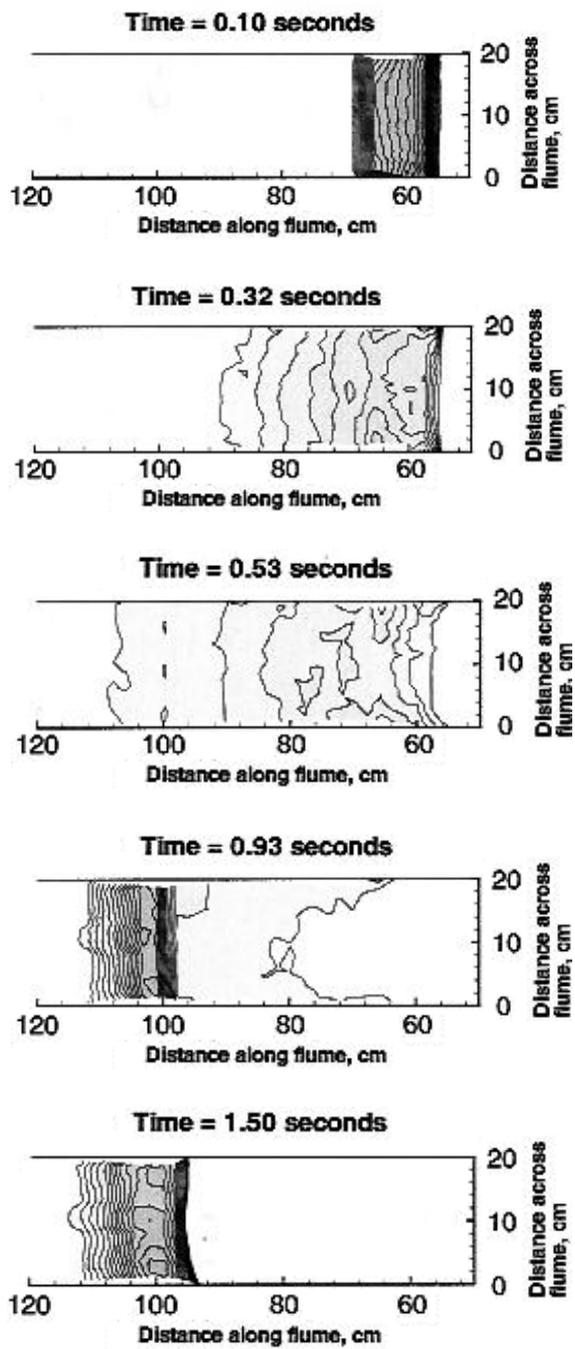


図-15 実験結果(平面図)⁶⁾
(コンターの間隔は 1(mm))

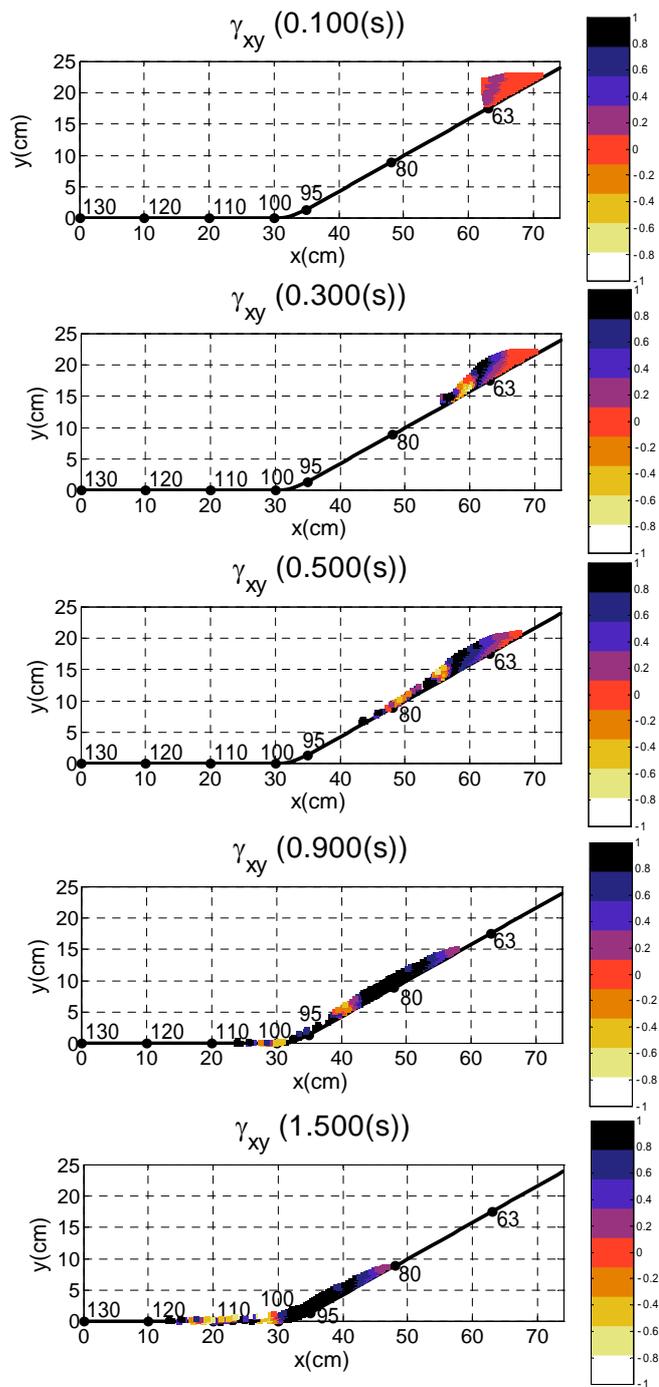


図-16 解析結果(断面図)
(カラーはせん断ひずみ分布, 斜面に沿った数字は実験結果の横軸の長さ(cm)を表す. 788KB AVI画像アニメは[ここをクリック](#))

DRY SAND FLOW ANALYSIS WITH MPM

Keita ABE, Jorgen JOHANSSON and Kazuo KONAGAI

Landslides can range in size from small movements of loose debris to massive collapses of entire summits. For short to medium-length slopes, some measures will be effective for assessing and mitigating landslide hazards. Extremely large slope failures, however, are very difficult to mitigate, and the importance of run-out analysis emerges. For the purpose of developing numerical tools for run-out analysis, we tried to analyze the behavior of a dry sand flow with MPM (Material Point Method), which can treat the large deformation the conventional finite element method cannot treat. We also analyzed the behavior of an elastic block on frictional plane or inclined plane to check the accuracy of methods at energy history etc.