

時刻歴応答解析における地震動の 区間線形化の影響

酒井久和1・吉田望2・澤田純男3

 ¹防災科学技術研究所 地震防災フロンティア研究センター (〒651-0073 兵庫県神戸市中央区脇浜海岸通 1-5-2 ひと未来館4階)
 E-mail:sakai@edm.bosai.go.jp
 ²東北学院大学 工学部教授 (〒985-8537多賀城市中央1-13-1)
 E-mail:yoshidan@tjcc.tohoku-gakuin.ac.jp
 ³京都大学 防災研究所助教授 (〒611-0011京都府宇治市五ヶ庄)
 E-mail:sawada@catfish.dpri.kyoto-u.ac.jp

本研究は、地震応答解析において、入力地震動のデジタルデータ間の補間方法の違いが応答値に及ぼす 影響を検討するものである。補間方法は、区間線形補間と3次スプライン補間の2種類の方法を採用し、1 次元非線形地盤モデルに対する数値解析例を通じて検討を行った。応答値に対する影響は、入力地震動そ のものの周波数特性、地表の加速度応答、地中のひずみ分布等を指標として評価した。解析の結果、数Hz より低振動数側が問題となる構造物に対しては、区間線形補間と3次スプライン補間の補間方法の違いが 構造物の耐震性に及ぼす影響が小さいことが確かめられた。

Key Words : *earthquake response analysis, seismic motion, cubic spline interpolation, piecewise linear interpolation*

1. はじめに

非線形系の地震応答解析を行う場合には、離散化され た時間ステップにおいて,運動方程式を逐次積分してい くことが必要になる.この場合の解析精度に関して、使 用する時間積分法や計算時間間隔の観点から解析誤差を 議論した研究は少なくない^{1)~10)}.これらの研究では、地 震応答解析の時間積分で応答加速度の離散点間の補間方 法が応答値に影響を与えることが示されているが、応答 加速度の離散点間の補間方法が応答結果に影響を与える のであれば、当然、入力加速度の補間方法も応答値に影 響を与える可能性があることと考えられる. 地震応答解 析において、観測記録などのサンプル時間間隔より小さ な計算時間間隔を使用する場合、一般的には、サンプル 時刻以外の未知の入力加速度を区間線形補間を行ってい る場合がほとんどであろう.しかし地震波が時間軸上の 離散点で折れ、その前後で直線的に変化するような部分 線形関数であると考えるのは明らかに不自然であり、実 際の地震波は離散点を挟んで滑らかに変化していると推 定される. そこで、本研究では、一般的に用いられてい る地震記録の区間線形補間を用いた地震応答解析が応答 結果に及ぼす影響を解析例を通じて検討する.

2. 地震動の補間方法

(1) 区間線形補間法

観測点間を線形補間すると、入力加速度時刻歴は次の ように表される.

$$u(t) = \sum_{i=1}^{N} u_i(t)$$
 (1)

ただし,

$$u_{i}(t) = \frac{\overline{u_{i+1} - u_{i}}}{\Delta t} (t - t_{i}) + u_{i} \qquad (t_{i} \le t \le t_{i+1})$$
(2)

$$u_i(t) = 0 \qquad (t < t_i, t_{i+1} < t) \qquad (3)$$

ここに、μは時刻なにおける絶対加速度の観測値、Δ/は サンプル時間間隔である.この式は部分線形関数であり、 観測時刻で加速度は連続しているが、1階微分は連続し



ていない.

(2) 3次スプライン補間法

本研究では、より連続度の高い関数として、3次スプ ライン補間法を採用する.この場合、前述の式(2)の代 わりに時間なとt₄₁の間の加速度は次のように表される.

$$u_{i}(t) = u_{i} + a_{i}(t - t_{i}) + b_{i}(t - t_{i})^{2} + c_{i}(t - t_{i})^{3} \qquad (t_{i} \le t \le t_{i+1})$$
(4)

ただし、係数 a_i 、 b_i 、 c_i は時刻 t_{i+1} で u_i (t)と u_{i+1} (t)が2階の導関 数まで連続であるという条件で決定する.また、 Fd_0 と $t=t_N$ では2階の導関数は0であると設定する.この条件を 満足させ、未知数 b_i について整理すると下式が得られる.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t_s & 2\Delta t_s & \Delta t_s & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t_s & 2\Delta t_s & \Delta t_s & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \Delta t_s & 2\Delta t_s & \Delta t_s \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{N-1} \\ b_N \end{bmatrix}$$

$$= \frac{3}{\Delta t_s} \begin{cases} 0\\ -u_0 + u_2\\ -u_1 + u_3\\ \vdots\\ -u_{N-2} + u_N\\ 0 \end{cases}$$
(5)

式(5)より $b_i(i = 0, 1, 2, \dots, N)$ を求め,次の式(6),(7)に 代入することにより,全ての a_i 、 c_i が求められる.

$$a_{i} = \frac{1}{\Delta t_{s}} (u_{i+2} - u_{i}) - \frac{\Delta t_{s}}{3} (2b_{i} + b_{i+1})$$
(6)

$$c_i = \frac{b_{i+1} - b_i}{3\Delta t_s} \tag{7}$$

この補間法では前述のように、加速度は観測時刻で1 階と2階微分が連続している.本研究では以上の二つの 方法に基づく解析結果を比較する.

3. 解析条件

(1) 地盤モデル

数値解析例で使用する地盤は,層厚 20m の均一の非 液状化層が工学基盤上に堆積しているとする.地盤の復 元力特性は,骨格曲線を双曲線モデルとし,履歴曲線は $h-\gamma$ (減衰定数-せん断ひずみ)曲線に適合するよう 仮想の初期せん断剛性を変化させて,Masing則を適用す る石原ら¹¹⁾のモデルを採用する.また,地盤を層厚 lm で細分化し,集中 20 質点系にモデル化する.地盤モデ ルを図ー1に示す.ただし,図中の ρ は密度, V_{si} は初期 せん断弾性波速度, h_{mx} は減衰定数の最大値, γ は規準 ひずみ, T_0 は弾性周期である.また, $h-\gamma$ 関係は,骨格 曲線の割線剛性 G,初期せん断弾性係数 G_0 を用いて, 次式で計算する¹².

$$h = h_{\max} \left(1 - G / G_0 \right)$$
 (8)

(2) 時間積分法

時刻歴応答解析における時間積分法は、Newmark の β 法(β =1/4)を採用する.非線形系の応答計算は、比較的大きな計算時間間隔に対しても良好な解を与えるために、次の条件に従う方法¹³⁾を採用する.

①予測子,修正子とも Newmark $\mathcal{O}\beta$ 法.

②非線形剛性は初期応力法に基づく.

③非線形不釣合い力を解消するための収束回数4回. ④残った不釣合い力を次のステップに持ち越す.

(3) 入力地震動

解析に用いる地震動は、El Centro (1940) NS波 (ELCT) と神戸海洋気象台 (1997) NS波 (JMAK) と する. 図-2にそれぞれの地震動を示す. ただし、地震 動のサンプル時間間隔はいずれも1/50秒である. 本研究 では、それぞれの地震動に対して、サンプル時刻以外の 加速度を区間線形補間およびスプライン補間の2種類の 関数で補間する. 図-3にEl Centro (1940) NS波を補間



補間方法	ELCT		JMAK	
	最大値	最小値	最大値	最小値
区間線形	342	-263	579	-818
スプライン	345	-270	580	-825

表-1 入力地震動の最大,最小値 (Gal)

した地震動の概念図を示す. ただし, 図中の●は観測記 録を,LINは区間線形補間,SPLはスプライン補間を意 味する.また、参考のため、表-1にそれぞれの地震動 の最大,最小加速度を示す.

4. 解析結果および考察

(1) 補間された地震動の周波数特性

本節ではまず、区間線形補間およびスプライン補間さ れた2種類の地震動の周波数特性を調べる. 図-4、図 -5 にフーリエスペクトル、線形加速度応答スペクトル (減衰定数5%) をそれぞれ示す.

図-4より、ELCT、IMAK については、補間方法の違 いで 7Hz 以上の高周波数領域でフーリエスペクトルに





図-5 補間された地震動の線形加速度応答スペクトル (減衰定数5%)



若干の違いが見られるが、それより低周波数領域ではほ ぼ完全に重なり補間方法による差がない.

一方,線形加速度応答スペクトルについては,図-5 より,JMAK では補間方法の違いによる差異はほとんど ないが,ELCT では 02 秒以下の周期領域で顕著な差が 生じている.ただし,JMAK に関しても短周期領域に着 目し,ELCT と同程度のスケールで図化した場合には, 同様の傾向が見られる.

(2) 加速度の応答波形

本節では、図-1で示した地盤モデルに対して時刻歴 応答解析を行った場合の地表面の応答波形について検討 する.解析は、補間方法の異なる地震動に対して、



1/1000 秒, 1/200 秒, 1/100 秒の 3 種類の計算時間間隔 (Δt) で行った. ELCT, JAMK を入力とした場合につ いて, (a)にスプライン補間したΔ=1/1000 秒のケースの 全解析時刻における地表面の加速度応答波形, (b)~(d) にΔ=1/1000 秒~1/100 秒で補間方法の異なるケースにつ いて,時刻 3.5~6.0 秒,時刻 10.0~12.5 秒の加速度波形 をそれぞれ,図-6,図-7 に示す.

図-6 および図-7 の(b)~(d)において、計算時間間隔 が異なると高周波数成分の応答に違いが見られるが、同 一の計算時間間隔を用いた場合には、補間方法の違いに よる応答加速度の差は微小でほとんど重なっていること が分かる.



(3) 加速度の応答倍率

次に,地表面と基盤との加速度の応答倍率について検 討する. ELCT, JMAK について,2つの補間方法で計算 時間間隔を1/1000秒,1/200秒,1/100秒としたケースに 対する応答倍率をそれぞれ図-8,図-9に示す.ただ し,応答倍率は Parzen のラグ・ウィンドウ(バンド幅 0.2Hz)により平滑化している.

図より、いずれのケースでも、使用する計算時間間隔 に関わらず 10Hz 以下の応答倍率はほぼ同じであるが、 高周波数領域、特に 20Hz 以上の領域で入力地震動をス プライン補間した場合に区間線形補間した場合よりも応 答倍率が大きくなる傾向があることが分かる.

一方,計算時間間隔の影響を見ると,ELCT,JMAK のいずれの地震動に対しても,計算時間間隔が大きくな ると高周波数領域の応答倍率が小さくなり,特に区間線 形補間の場合にこの傾向が顕著であることが分かる.

(4) 地中部の応答

本節では、地中構造物の耐震性に影響を及ぼす地中部 の最大加速度分布と最大せん断ひずみ分布に着目する. ELCT, JMAK を入力とした場合について、地中部の応 答加速度の最大値分布を図-10 に、最大せん断ひずみ 分布を図-11 に示す.図-10(a)より,ELCT の場合の 深度-17m~-19m で SPL と LIN,計算時間間隔の違いに より差が見られるが,計算時間間隔が同じであれば,加 速度分布の大きさは異なるがほぼ同じ形状を示している. 一方,JMAK の場合,図-10(b)より,深度-8m~-18m付 近で,加速度分布は補間方法,計算時間間隔の違いが若 干見られる.しかし,いずれの地震動のケースでも LIN と SPL の差は最大でも数%に止まっている.

次に最大せん断ひずみ分布については、図-11 より、 補間方法、計算時間間隔の差異に関わらず、全深度にわ たってほぼ重なっており、本解析ケースにおいては、補 間方法の違いが地中構造物の耐震性評価に及ぼす影響は 小さいことが分かる.

4. まとめ

地震観測記録を入力地震動とし、地震動のサンプル時間よりも小さな計算時間間隔で地震応答解析する場合には、サンプル時刻間の地震動を何らかの補間を行い解析することになる.本研究では、その補間方法として、一般的に使用されている区間線形補間と、より連続的な補



間法としてスプライン補間の2種類の方法を採用し、応 答結果等に及ぼす影響について検討を行った.採用した 地震動は、El Centro (1940) NS 波、神戸海洋気象台 (1997) NS波である.

検討の結果,線形加速度応答スペクトル(減数定数 5%)において,補間方法の違いで0.1秒以下の周期帯域 に最大で1割程度の差が見られた.また,層厚20mの1 次元の非線形地盤に対する地震応答解析例では,20Hz 以上の高周波数領域で地表面と基盤の加速度応答倍率に, 補間方法の違いによる有意な差が生じた.しかし,数 Hz 以下の地表面と基盤との加速度応答倍率や加速度応 答スペクトルにはほとんど差は無く,また,地中部の最 大加速度分布,最大せん断ひずみ分布にも大きな差は見 られなかった.

したがって、入力地震動の補間方法の差異は、数 Hz より低振動数が問題となるような一般的な土木構造物に 対しては、工学的に影響を与えるものではないが、精密 機器等において、高振動数成分が問題となる様なケース では、補間方法に配慮すべきケースが生じることも考え られる.

参考文献

- Newmark, N.M. : A method of computation for structural dynamics, *Proceedings of the ASCE*, EM3, pp.67-94, 1959.
- 2) 鷲津久一郎, 宮本博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦: 有 限要素法ハンドブックー応用編II-, 培風館, 1983.
- 3) Chopra, A.: Dynamics of structures, Theory and applications to earthquake engineering, second edition, Prentice Hall, 2001.
- 4) 本田利器,澤田純男:非線形動的解析の並列計算のための 非反復時間積分法,応用力学論文集, Vol.3, 2000.
- 5) 吉田裕,魚地征一郎:直接時間積分α-法の非線形解式への 適用に関する基礎的検討,土木学会第48回年次学術講演会 講演概要集,pp.1402-1403,1993.

- 永井亮一: Newmark 法の誤差に関する理論的検討-地震応答 解析の場合に焦点を合わせて-,日本建築学会構造系論文 集,No486, pp.37-42, 1996.
- 7) 神田亮,安達洋,白井伸明,中西三和:サブストラクチャ・オンライン応答実験法に適用する初期応力法に基づく 陰な積分法,日本建築学会構造系論文集,No.473, pp.75-84, 1995.
- 8) 中島正愛,赤澤隆士,阪口理:実験誤差制御機能を有した サブストラクチャ仮動的実験のための数値積分法,日本建 築学会構造系論文報告集,No454,pp61-71,1993.
- 9) 酒井久和,澤田純男,土岐憲三:収束計算を行わない動的 非線形 FEM のための時間積分法,土木学会論文集,No.507, pp.137-147, 1995.
- 10) 清水信行, 渡辺嘉二郎, 嶋田健司, 鎌田美知枝, 山本鎭

男:大次元常微分方程式の直接積分法-積分法の評価と新 しい数値積分法の提案-,日本機械学会論文集,Vol43, No368, pp.1272-1289,1977.

- Ishihara, K., Yoshida, N. and Tsujino, S.: Modeling of stress-strain relations of soils in cyclic loading, *Proceedings of 5th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, pp.373-380, 1985.
- 12) Hardin,B.O. and Dmevich,V.P. : Shear modulus and damping in soils, Measurement and parameter effects, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, Vol.98, No.SM6, pp.603-624, 1972.
- 13) 酒井久和,吉田望,澤田純男:非線形地盤震動解析における時間積分法の誤差,土木学会論文集,No.794,2005.(掲載予定)

(2005年6月16日 受付)