Proc. 28th JSCE Earthquake Engineering Symposium,2005

非線形応答特性値を考慮した入力波の表現手法について

本田 利器[1]・岡元 良輔[2]

[1]正会員 工博 京都大学 防災研究所 (〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)
[2]学生員 京都大学 工学研究科 都市社会工学専攻

入力波形を構造物の非線形応答特性値に基づいて評価する方法として，構造物などの不確定性なども考慮した上で入力波を非線形応答値を座標に有する特徴空間へ写像し，同空間上で比較する方法論を提案する．この空間は非ユークリッド空間となるがカルバックライブラー距離をノルムとして用いることで入力波形を評価することが可能となる．本報告では，この入力波形の評価法を，ウェーブレット変換とフーリエ変換の設計用入力波の表現方法としての適用性の比較に用いた場合について述べる．解析結果は，ウェーブレット表現の優位性を示す結果となった．

Key Words : 設計入力地震動，非線形応答特性値，特徴空間，カルバックライブラー距離

1. はじめに

非線形動的解析に基づく耐震設計において，構造物や地震動の不確定性を考慮した上で適切な設計入力地震動を設定することが重要である．耐震設計の観点から考えると，十分に「強い」と思われる入力地震動で設計を行なう方が望ましい．解析対象が線形系である応答を考える場合であれば，応答スペクトルは有用な指標であった．しかし，構造物の損傷という対象が非線形系の場合では，入力波形の「強さ」を表す指標に関しては様々な研究が行なわれているものの，決定的な単独の指標は確立していない．

本報告では，入力波形を複数の非線形応答特性値を座標とする特徴空間に写像し、同空間上で比較する方法論を提案する．この空間は非ユークリッド空間となるが，カルバックライブラー距離[1)] をノルムとして用いることで，指標間の相関性も考慮に入れた合理的な入力波形の評価が可能となる．また本報告では，この入力波形の評価法を，ウェーブレット変換とフーリエ変換の設計用入力波の表現方法としての適用性の比較に用いた場合について述べる．

2. 入力波形の特徴空間への写像

入力波形の特性を評価する上で，その非線形応答特性値は重要な指標である．しかし，非線形系構造物への影響を定量的に表現できる単独の指標はない．そこで、複数の非線形応答特性値を地震動の強さを表す指標とし、指標間の相関性も考慮に入れた、合理的な入力波形の評価が必要である考えられる。

本報告では，入力波形を「特徴」を座標とする特徴空間に写像し、評価を行なう．本報告において「特徴」は指標とする非線形応答特性値である。特徴空間とはその座標がそれぞれ独立ではない非ユークリッド空間であり，通常のベクトル空間のようなノルムの概念を持たない．そこで，特徴空間におけるノルムとしてカルバックライブラー距離 (KL 距離) を導入する．KL 距離は 2 つの確率分布 p，q の距離を計る計量として

$$D(p,q) = \int p(x) \log \frac{p(x)}{q(x)} \, \mathrm{d}x \tag{1}$$

と定義される．応答特性が異なる波形間では，特徴空間上で KL 距離は大きくなる．また，KL 距離は指標の相関性による影響を受けないので，指標として複数の相関の高い非線形応答特性値を用いる場合でも，合理的に入力波形を取り扱うことができる．

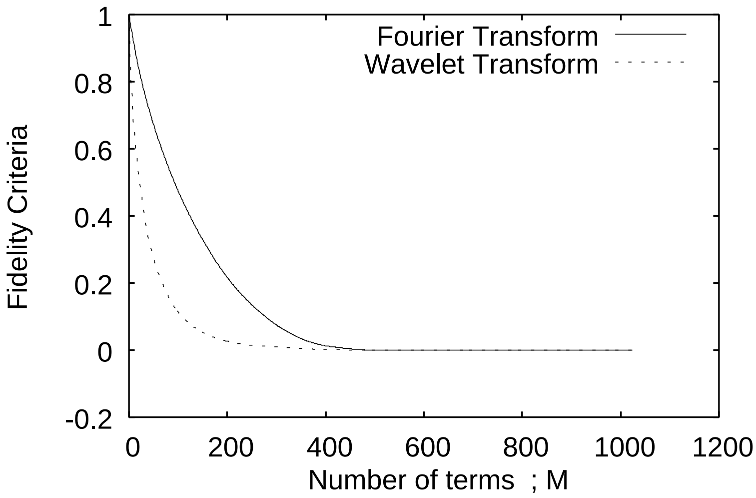
3. 波形表現法の比較への適用

(1) 概要

本章ではウェーブレット変換とフーリエ変換の設計用入力波の表現方法としての適用性を比較する．

時系列信号を $s(t)\quad(t = 1, \cdots, n)$ とすると，フーリエ変換は

$$a_k = \frac{1}{2\pi} \int s(t) e^{-i\omega t} \, \mathrm{d}t \tag{2}$$



図−1 時刻歴波形の形状に基づく忠実度規範と，真値を与える項数の関係

逆変換は

$$s(t) = \int a_k e^{i\omega t}\, \mathrm{d}\omega \tag{3}$$

と定義される．ここで a_k は周波数領域に変換された関数である．フーリエ変換の積分核は $t = -\infty$ から $t = +\infty$ で定義される定常振動であるために，フーリエ変換を行なうと，周波数に関する情報は得られるが，時間に関する情報は，時間的広がりのため消えてしまう．

そこで，この欠点を補うものとして，周波数スケールと時間スケールのふたつのパラメータを持 2 つウェーブレットを用いるウェーブレット変換がある．

離散ウェーブレット変換は

$$a_{j,k} = \int s(t)\psi^*_{j,\,k}(t)\,\mathrm{d}t \tag{4}$$

逆変換は

$$s(t) = \sum_{j,\,k} a_{j,\,k}\psi_{j,\,k}(t) \tag{5}$$

ただし，$*$ は複素共役を表し

$$\psi_{j,k}(t) = 2j/2\psi(2^j t - k) \tag{6}$$

である．ウェーブレット変換は積分核として時間領域にも周波数領域にも局在した関数を用いることで，分解能を時間と周波数に多重化している．ウェーブレット変換を用いることで，時間周波数特性を考慮した波形の解析が可能である．本報告ではウェーブレットとして，解析信号ウェーブレット[2)]を用いる．

(2) 波形の形状による比較

本節では，波形の形状の再現度合を忠実度規範[3)](Fidelity Criteia) として，両者の波形表現法を比較する．その手順として，フーリエ変換，またはウェーブレット変換を用いて，ある波形を時間-周波数領域へと変換する．そして，時間–周波数領域においてその波形が持つ情報を減らした後，逆変換を行ない波形を時間領域に再現する．再現波形が元の波形をどれだけ再現できているかを比較して，両変換の性能を検討する．

時系列信号 $s^i(t) \quad (i = 1, 2, \cdots, N)$ が与えられているとする．これを時間–周波数領域に変換したものを $\hat{s}^i$ とする．忠実度規範 D を以下のように設定した．

$$D = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\int\left\{\sum_k a_k\psi_k(t) - s^i(t)\right\}^2 dt \tag{7}$$

$\psi_k(t)$ は積分核，a_k は $\hat{s}^i$ の項の中から任意の項を別の値に置き換えた時間–周波数領域の信号である．$\hat{s}^i$ の項の中から任意の項を置き換え，他の項は各波形ごとの真値を与えて，a_k を得る．a_k の項が全て $\hat{s}^i$ と同じであれば，$s^i(t)$ と全く同じ波形が再現され，$D = 0$ となる．$\hat{s}^i$ の項の中で，別の値へと置き換える項数を増やせば，元波形の再現性は低下し，D は増加していく．a_k に与えた真値の項数と D の関係を見ることで，フーリエ変換とウェーブレット変換の性能の比較ができる．

ここで，

$$s^i(t) = \sum_k \hat{s}_k\psi_k(t) \tag{8}$$

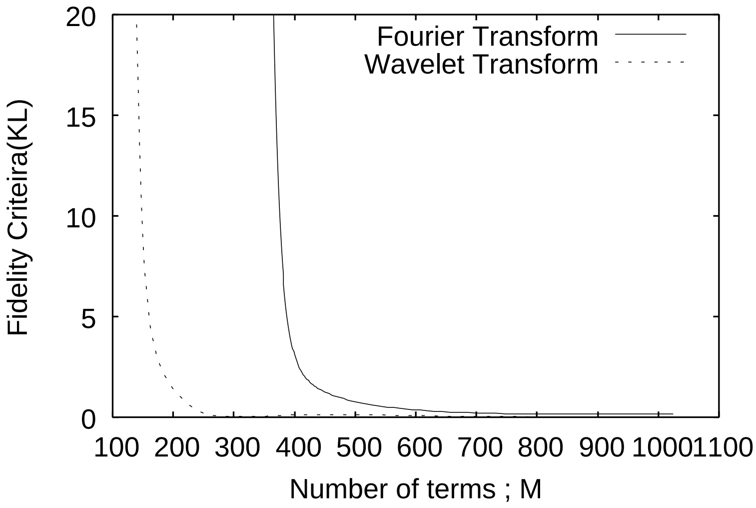
である．式 (8) を式 (7) に代入すると

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\int\left\{\sum_k (a_k - \hat{s}_k)\psi(t)\right\}^2 dt \\ &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_k (a_k - \hat{s}_k)^2 \int |\,\psi(t)\,|^2\, dt \end{aligned} \tag{9}$$

$$\int |\,\psi(t)\,|^2\, dt = 1 \tag{10}$$

なので式 (9) は

$$D = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_k (a_k - \hat{s}_k)^2 \tag{11}$$



図−2 非線形動的解析の応答特性値に基づく忠実度規範と，真値を与える項数の関係

表−1 構造系の諸元

質量	0.010
初期剛性 k_0 [1/sec^2]	1.00
降伏耐力 q_y [m/sec^2]	0.30
粘性減衰係数	0.06324
固有周期 [sec]	0.628

となる．式 (11) において最小二乗法の考え方を用いると，忠実度規範 D を最も小さくさせる a_k の値は N 個の $\hat{s}_k$ の平均値である．ここでは，振幅の大きい項から順に a_k に真値を与え，それ以外の a_k の項は N 個の $\hat{s}_k$ の平均値に置き換えて，検証を行なった．検証を行なうための波形として，2003 年十勝沖地震，K–NET[4]広尾で観測された 8 波形を用いた．なお，波形のデータ数はいずれも 1024 で，エネルギーの合計がいずれの波形も同じになるようにスケーリングを行なった．a_k に真値を与える項数を M として，M と忠実度規範 D との関係を**図–1** に示す．

図–1 において，縦軸は忠実度規範 D，横軸は a_k に真値を与える項数 M である。a_k に真値を与える項数 M が小さくなるにつれて，再現波形と元波形とのずれが大きくなり，忠実度規範 D は大きくなる．フーリエ変換の場合，真値を与える項数 M が $M < 400$ になると，D が増大していくことがわかる．一方で、ウェーブレット変換の場合，$M < 200$ になるまでは D は小さい．以上から，ウェーブレット変換の方がフーリエ変換よりも少ない項数で入力波形を再現できるという結果になった．

(3) 非線形動的解析の応答特性値による比較

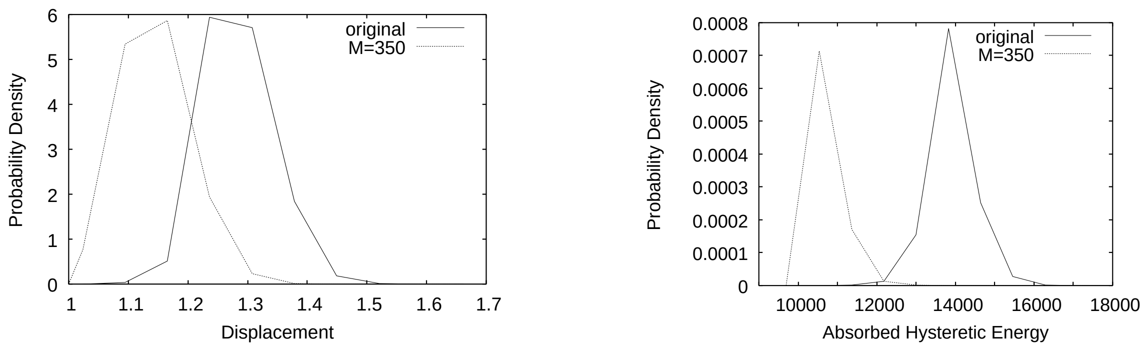
前節では，再現波形が元波形の形状をどれだけ再現できているかを忠実度規範として，ウェーブレット変換とフーリエ変換の性能の比較を行なった．本節ではその比較の方法を拡張し，非線形応答特性値を座標とする特徴空間上において，元波形と再現波形との比較を行なう．この方法によって，ウェーブレット変換とフーリエ変換の非線形動的解析における入力波形の表現法としての適用性を比較する．

a) 解析手法

本節では，非線形応答特性値を座標とする特徴空間における元波形と再現波形の KL 距離を忠実度規範とする．特徴空間内では，応答特性が異なれば KL 距離は大きくなる．元波形と再現波形の KL 距離を求めれば，応答特性がどれだけ再現できているかを比較することができる．前節と同様にして，振幅の大きい項から順に a_k に真値を与え，他の項は N 個の $\hat{s}_k$ の平均値に置き換えて，真値を与える項数 M と KL 距離との関係について検証する．

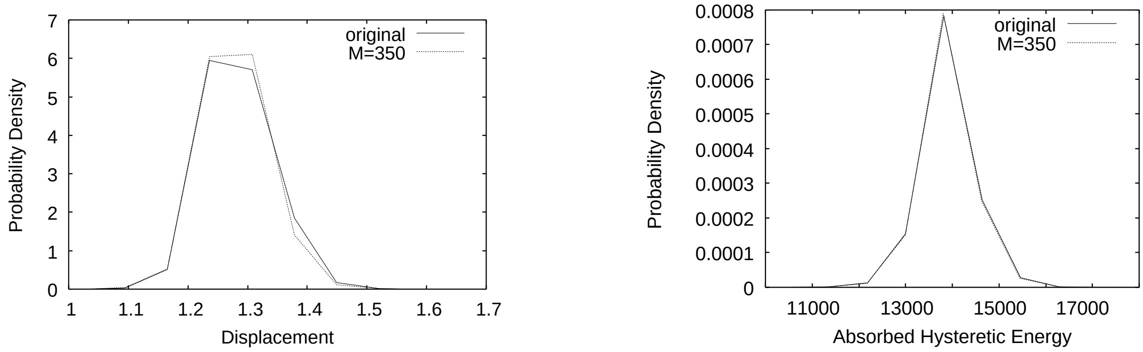
b) 解析条件

非線形動的解析には 1 自由度のバイリニア型モデルを用い，初期剛性 k_0，降伏耐力 q_y に 10% の不確定性を考慮し，それぞれの再現波形について 500 回のモンテカルロシミュレーションを行なった．モデルの諸元は**表–1** に示す．ただし，質量の単位は無次元とする．入力波形として，前節と同様に 2003 年十勝沖地震，K–NET[4]広尾での観測記録 8 波形に対し，エネルギーに関してのスケーリングを行なった 8 波形を用いた．指標とする非線形応答特性値として，最大応答変位，履歴吸収エネルギーの 2 つを選択し，これらを座標とする特徴空間に入力波形を写像し，真値を与える項数 M と KL 距離の変化を調べた．



(a) 最大応答変位　　(b) 履歴吸収エネルギー

図–3 元波形（original）と，フーリエ変換を用い $M = 350$ として合成した再現波形 (M=350) と最大応答変位と履歴吸収エネルギーの確率密度関数の比較.



(a) 最大応答変位　　(b) 履歴吸収エネルギー

図–4 元波形 original）と，ウェーブレット変換を用い $M = 350$ として合成した再現波形 (M=350) と最大応答変位と履歴吸収エネルギーの確率密度関数の比較.

c) 解析結果

a_k に真値を与える項数 M と元波形と再現波形の KL 距離との関係を**図–2** に示す.

図–2 において，横軸は M で，縦軸は KL 距離である．真値を与える項数 M が小さくなるにつれて，再現波形が元波形の応答特性を再現できなくなり，忠実度規範である KL 距離は大きくなる.

フーリエ変換を用いた場合では，M が小さくなるにつれて徐々に忠実度規範である KL 距離が大きくなり，$M < 400$ で KL 距離は急増している．一方で，ウェーブレット変換は $M > 300$ では KL 距離は小さく，$M < 200$ になったところで急増している.

例として，フーリエ変換を用いた場合の $M = 350$ の時の再現波形と元波形の最大応答変位と履歴吸収エネルギーの確率密度関数を**図–3** に示す．フーリエ変換を用いた場合，$M = 350$ の時では元波形と再現波形の応答特性は異なっていることが分かる．また，ウェーブレット変換を用いた場合の $M = 350$ の時の再現波形と元波形の最大応答変位と履歴吸収エネルギーの確率密度関数を**図–4** に示す．a_k に真値を与える項数 M が同じである場合，ウェーブレット変換はフーリエ変換と比べて元波形の応答特性をよく再現していることがわかる.

従って，非線形的解析において，ウェーブレット変換を用いた波形表現の方がフーリエ変換を用いた場合より，少ない情報量で入力波形の応答特性を再現でき，入力波形の表現法として有用であると考えられる.

4. おわりに

本報告では，複数の非線形応答特性値を用いて入力波形を合理的に評価する手法として，入力波形を非線形応答特性値を座標とする特徴空間へ写像して，同空間上で評価を行なうという方法論を提案した.

そして，ウェーブレット変換とフーリエ変換の設計用入力波の表現方法としての適用性の比較に用いた．また，ウェーブレット変換とフーリエ変換による，時刻歴波形の形状による再現性の比較も行なった．いずれの解析結果も，ウェーブレット表現の優位性を示す結果を示した.

謝辞

本検討においては，防災科学技術研究所の強震ネットワーク K-NET [4] の記録を利用させていただきました．記して謝意を示します.

参考文献

1) 堀口 剛 佐野 雅己 : 情報数理物理, 講談社, 2000.
2) 大濱吉礼・本田利器 : 解析信号ウェーブレットを用いた入力地震動の合成, 第 58 回土木学会年次学術講演会概要集, 1-299, 2003 年 9 月 24-26 日, 徳島大学（徳島市）.
3) 有本 卓 : 確率・情報・エントロピー, 森北出版，1994.
4) 防災科学技術研究所：強震ネットワーク K-NET, http://www.k-net.bosai.go.jp/k-net/

(2005 年 6 月 16 日 受付)

REPRESENTATION OF INPUT MOTIONS CONSIDERING NONLINEAR RESPONSE CHARACTERISTICS

Riki HONDA & Ryosuke OKAMOTO

We prersent a method to evaluate input motions by mapping them to the feature space according to the response characteristics, adopting the Kullback-Leibler divergence as the norm. The proposed method makes it possible to evaluate input motions considering plural indices related to structural damage and also uncertainty of the input motion and structural parameters. Using the proposed method, the wavelet transform and Fourier transform are compared in terms of their performance as the input motion representation. Numerical computation results indicate the superiority of the wavelet representation.