

# P- 効果が1自由度系の非線形応答に 与える影響

## 山下典彦<sup>1</sup>·原田隆典<sup>2</sup>

<sup>1</sup>神戸市立工業高等専門学校都市工学科助教授 (〒651-2194 兵庫県神戸市西区学園東町8-3) E-mail:yamasita@kobe-kosen.ac.jp <sup>2</sup>宮崎大学工学部土木環境工学科教授 (〒889-2192 宮崎県宮崎市学園木花台西1-1) E-mail:harada@civil.miyazaki-u.ac.jp

重力に伴う復元力の低下をP- 効果と呼んでおり,水平復元力が弾塑性応答をする場合は重力の影響に より負勾配の復元力特性が生じ,激震による構造物の倒壊の原因の1つとも考えられる.本研究では,P-効果による水平復元力低下の影響を調べるために,P- 効果を考慮した回転1自由度モデルとして大変 形を対象とした厳密モデルおよび微少変形を対象とした近似モデルを想定した.そして,各モデルについ て非線形応答解析を行い,固有周期一定と考えた場合の,絶対加速度応答スペクトルおよび変位応答スペ クトルを求め,P- 効果の抽出を試みた.その結果,P- 効果の影響は非線形モデルにおいては長周期の みならず短周期側にも生じ,入力地震動にも依存することがわかった.

Key Words: P- effect, rocking SDOF model, non-linear response analysis, response spectrum

#### 1.まえがき

重力に伴う復元力の低下を P- 効果<sup>1),2)</sup>と呼んで おり、トップヘビーな構造物の場合には無視できな くなる.特に水平復元力が弾塑性応答をする場合, 重力の影響により負勾配の復元力特性が生じ,激震 による構造物の倒壊の原因の 1 つとも考えられる. アメリカやニュージーランドではじん性のみに期待 した設計となっており、P- 効果の影響を考慮して いる.わが国の橋梁の耐震設計は,塑性域の変形性 能を期待しながらも,残留変位規定や慣性力の下限 値規定によって,ある程度の変形性能とある程度の 耐力を有するような橋脚が得られるようになってお リ,P- 効果の影響が無視できる領域で設計してい る.しかしながら,ひとたび設計外力を超える外乱 が作用した場合には, P- 効果の影響を検討する必 要が生じる.さらに,その破壊過程を詳細に検討し た研究も少ないのが現状で,そのほとんどが微小変 形を扱ったもの<sup>3),4)</sup>であり,大変形を考慮したもの <sup>)</sup>は少ない.本研究では,P- 効果による水平復元 力低下の影響を調べるために, P- 効果を考慮した 1自由度モデル(以下,回転1自由度モデルと呼 ぶ.)を想定し,その際,大変形を対象とした厳密 モデルおよび微小変形を対象とした近似モデルの2 つを考えた.そして,各回転1自由度モデルと最も 基本的な水平振動のみを扱った1自由度モデル(以下,水平1自由度モデルと呼ぶ.)について非線形 応答解析を行い,固有周期一定と考えた場合の,各 モデルの絶対加速度応答スペクトルおよび変位応答 スペクトルを求め,P-効果の抽出を試みた.さら に,重力による復元力の減少を具体的に把握するた めに履歴ループに着目し,P-効果が構造物の非線 形性に与える影響ついて検討を行った.

2.回転1自由度モデルの運動方程式



P- 効果を考慮した回転1自由度モデルを示したもの

が図-1である.図-1(a)に示すような大変形を扱った 回転1自由度厳密モデルおよび図-1(b)に示すよう な微小変形を想定して幾何学的近似( $\cos\phi=1$ ,  $\sin\phi=\phi$ )を行った回転1自由度近似モデルについて 回転軸のモーメントの釣り合いから,運動方程式は 各々次式で表される.

$$\ddot{\phi} + 2\xi \frac{2\pi}{T} \dot{\phi} + \frac{M(\phi)}{mH^2} = -\frac{\ddot{X}}{H} \cos\phi + \frac{g + \ddot{Y}}{H} \sin\phi \qquad (1)$$

$$\ddot{\phi} + 2\xi \frac{2\pi}{T} \dot{\phi} + \frac{M(\phi)}{mH^2} = -\frac{\ddot{X}}{H} + \frac{g + \ddot{Y}}{H} \phi \tag{2}$$

ここに, m は質点の質量,  $\xi$  は減衰定数, T は固 有周期,  $M(\phi)$  は復元力モーメント,  $\phi$  は橋脚の回 転角(橋脚を剛体と仮定しており部材角と等しい), H は橋脚高さ, g は重力加速度,  $\ddot{x} \notin \ddot{y}$  は 1 自由 度モデルの水平および鉛直方向の加速度である.さらに,  $\ddot{x} \notin \ddot{y}$  は水平および鉛直方向の入力地震動 加速度であり,地震動の水平成分に加え,鉛直成分 を考慮できることが,ここで用いる回転1自由度モ デルの特徴である.回転1自由度モデルの非線形復 元力特性は,モデルの回転軸で生じる塑性ヒンジを 想定した回転バネによって評価するものとし,復元 力モーメントと回転角の関係は,完全弾塑性型の復 元力特性を持つものとする.

 $S_{A2} = \alpha S_{A0}$ 

 $- \sqrt{\Lambda} \rightarrow \ddot{X}$ 

(2)非線形

(a)水平1自由度モデル

 $S_{A2}(C_y,T)$ 

 $S_{A0}(T)$  $S_{A4}(C_v,T)$ 

 $S_{A0}(T)$ 

 $S_{A5}(H,T)$ 

 $S_{A0}(T)$   $S_{A6}(C_y, H, T)$ 

 $\begin{array}{c} S_{A0}(T) \\ S_{A9}(H,T) \end{array}$ 

 $S_{A0}(T)$  $S_{A10}(C_y, H, T)$ 

 $S_{A0}(T)$   $S_{A8}(C_v,T)$ 

 $S_{A0}(T)$ 

on-linear

linear

-∕\\\,→ Ẍ́

(1)線形

 $\alpha =$ 

 $\alpha_a$  =

 $\beta_a$ 

 $(\alpha\beta)_{\alpha}$ 

 $\beta_e =$ 

 $(\alpha\beta)_{a} =$ 



#### 応答スペクトル

図-2 に示すような水平1自由度および回転1自 由度近似モデルが,それぞれの*k<sub>H</sub>*,*k<sub>R</sub>*のばねに支 えられ水平力が載荷したときの変位より

$$k_H = \frac{1}{H^2} k_R \tag{3}$$

の関係が得られ,減衰力の項を無視した水平1自由 度モデルの運動方程式は

$$\ddot{x} + \frac{k_H}{m}x = -\ddot{X} \tag{4}$$



図-3 各係数と絶対加速度応答スペクトルの関係

となり,  $x = \phi H$  の関係から回転 1 自由度近似モデ ルの運動方程式に変換できる.

$$\ddot{\phi} + \frac{k_R}{mH^2}\phi = -\frac{\ddot{X}}{H} \tag{5}$$

したがって,式(5)および式(2)を比較すると式(2) の右辺第2項が P- 効果を表現していることが読 み取れる.さらに,式(2)を*x* = *φH*の関係を用いて 書き換えると

$$\ddot{x} + \frac{k_H}{m}x = -\ddot{X} + \frac{g}{H}x \tag{6}$$

となり復元力の項は (*k<sub>H</sub> - mg/H*) x で表現され,復 元力の減少が生じることがわかる.これらの関係は, 回転1自由度厳密モデルにおいても同様である.

また,この復元力の項は,固有周期Tを用いて

$$\left(k_{H} - \frac{mg}{H}\right)x = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^{2} \left(m - \frac{mg}{(2\pi)^{2}}\frac{T^{2}}{H}\right)x$$
(7)

のように書き換えられるので,復元力の減少(P-効果)は,上式右辺のように固有周期の2乗に比例 し,橋脚高さHに反比例することがわかる.建築 物では,固有周期Tが,高さHに正比例するため に,P- 効果は,固有周期に比例して大きくなる. しかし,橋梁等の構造物では,固有周期Tと橋脚高 さHに明確な相関がある場合もあるし,そうでな い場合もあるので,本論文では,P- 効果について 固有周期Tと橋脚高さHを独立なパラメーターと して取り扱うこととする.

ここでは、図-3 に示すような水平1自由度モデルおよび回転1自由度モデルの絶対加速度応答スペクトルを計算し、各固有周期に対して個々の比率をとることで $\alpha$ (非線形係数)、 $\beta$ (P-効果係数)および $\alpha\beta$ (非線形+P-効果係数)の影響を調べる.下添字aは近似、eは厳密モデルを表している. $S_{A0}$ は水平1自由度モデルの線形の絶対加速度応答スペクトル、 $S_{An}$ ( $n=2 \sim 10$ )は各回転1自由度モデルの絶対加速度応答スペクトルであり、両者を比較する際には、回転1自由度モデルの回転運動を水平運動にで知って水平方向最大絶対加速度の式を示すと各々次式のようになる.

$$\ddot{x}_{\max} = \left[ ABS \cdot \left\{ \ddot{X} + \left( -H\sin\phi(\dot{\phi})^2 + H\cos\phi(\ddot{\phi}) \right) \right\} \right]_{\max}$$
(8)

$$\ddot{x}_{\max} = \left\lfloor ABS. \left\{ \ddot{X} + H\ddot{\phi} \right\} \right\rfloor_{\max} \tag{9}$$

線形系に対しては,絶対加速度応答スペクトルから変位応答スペクトルが求められるが,本論文で扱うモデルは非線形系であるため,変位応答スペクトルについても非線形効果と P- 効果を調べるもの

とする.

### 4.数值計算例

非線形応答解析は,線形加速度法により行い微少 時間  $\Delta t = 0.001 \text{ sec}$  ,減衰定数  $\xi = 5\%$  ,橋脚高さ H について 5 ケース(10, 20, 30, 50, 100m),構造物の 降伏震度 C<sub>v</sub> について 4 ケース(0.2, 0.3, 0.5, 1.0)検討 した.構造物の非線形特性は,あらかじめ設定した 固有周期(0.1~5.0sec)を持つ構造物の降伏震度をあ る値に設定して降伏モーメント(降伏力)を求め,曲 げモーメント 回転角関係(力 変位関係)から降伏 角(降伏変位)を設定した.入力地震動としては,神 戸海洋気象台(兵庫県南部地震),日野(鳥取県西部 地震)およびエルセントロ(インペリアル・バレイ地 震)の観測地震記録の NS 成分(水平)を用い, UD 成分(上下)については今回の解析では用いていな い.なお,水平1自由度モデルの非線形復元力特性 についても比較のため,完全弾塑性モデルで表され るものとした.

図-4 は固有周期一定と考えた場合の,水平および回転1自由度モデル(水平)の個々の絶対加速度応 答スペクトルを示したものである.

(a)の非線形モデルにおいては,実線太線が水平 1 自由度モデルの線形応答スペクトルを,他は降伏 震度を変化させた場合の水平1自由度モデルの非線 形応答スペクトルを示している.降伏震度が小さい ほど非線形性が大きくなるので応答スペクトルが小 さくなり,長周期側で線形と非線形の応答スペクト ルが一致している.(b)の近似線形モデルにおいて は,線形であるので橋脚高さに関係なく水平および 回転1自由度近似モデルの応答スペクトルが一致し ている.(c)の近似非線形モデルにおいては,降伏 震度を 0.2 とし橋脚高さを変化させた場合の応答ス ペクトルを示しているが , 橋脚高さに関係なく非線 形応答スペクトルは一致している.(d)の近似線形 (P-)モデルにおいては,橋脚高さを変化させた場 合の応答スペクトルを示しているが,各入力地震動 において2秒以上の長周期側で応答スペクトルに差 が生じている.また,それは橋脚高さが低い程大き くなっている.(e)の近似非線形(P-)モデルにお いては,降伏震度を0.2とし橋脚高さを変化させた 場合の応答スペクトルを示しているが,2~3 秒で 若干異なるものの(d)の近似線形(P-)モデルおよ び(c)の近似非線形モデルを複合させたものとなっ ている.

したがって, P- 効果の影響は絶対加速度応答ス ペクトルにおいては長周期側に生じ,橋脚高さが低 い程大きくなることがわかった.

図-5 は水平および回転1自由度モデル(水平)の



図-4 水平1自由度および回転1自由度近似モデルの絶対加速度応答スペクトル(神戸海洋気象台,日野,エルセントロ)



図-5 絶対加速度応答スペクトルの比率(神戸海洋気象台,日野,エルセントロ)



図-6 回転1自由度近似モデルの変位応答スペクトル(神戸海洋気象台,日野,エルセントロ)

絶対加速度応答スペクトルを計算し,水平1自由度 モデルの絶対加速度応答スペクトルとの比率をとる ことで $\alpha$ (非線形係数), $\beta$ (P-効果係数)および  $\alpha\beta$ (非線形+P-効果係数)を示したものである.

(a)の非線形係数モデルにおいては,水平1自由 度モデルの非線形応答スペクトルと線形応答スペク トルの比率をとったものである.降伏震度が上より 1.0 から 0.2 となっており非線形性が大きいほど非 線形係数が小さくなっていることがわかる.エルセントロについては,降伏震度が1.0の場合の応答が 塑性域に入っていないため線形応答スペクトルと変わらない.さらに,長周期側でこの比率が全ての降 伏震度において1.0に収束している.(b)の非線形 係数(近似)および(c)の非線形係数(厳密)において は,長周期側で応答スペクトルの比率が1.0に収束 しない以外は各降伏震度の非線形係数は(a)の非線



図-7 橋脚高さを変化させた場合の履歴ループ(日野, C=0.2)

形係数と同じである.(d)の P- 効果係数において は,P- 効果を考慮した回転1自由度近似モデルの 線形応答スペクトルと線形応答スペクトルの比率を とることで P- 効果を抽出したものである.これ より,長周期側で橋脚高さが低い程 P- 効果の影 響が大きいことがわかる.これは,回転1自由度近 似モデルの復元力の項が $(k_H - mg/H)x$ と表現され ることから質量が一定の場合は,橋脚高さが低い程 重力の影響が大きくなり,復元力の減少が大きくな ることからも想像がつく.さらに説明を加えると, 固有周期を一定として橋脚高さを変化させた場合, 低い橋脚での質量は高い橋脚での質量よりも大きく なるため,低い橋脚の場合の方が相対的にトップへ ビーな構造物となる.したがって,固有周期を一定 として橋脚高さを変えると,低い場合の方に P-効果が表われることになる.(e)の非線形+P-効果 係数(近似)においては,降伏震度を0.2とし橋脚高 さを変化させた場合の非線形応答スペクトルと線形 応答スペクトルの比率をとったものであるが,非線 形性の影響が大きいだけでなく,(d)の P- 効果係 数と同様に長周期側で橋脚高さが低い程影響が大き いことがわかった.

図-6 は水平および回転1自由度近似モデル(水 平)の個々の変位応答スペクトルを示したものであ る.(a)の近似線形モデルにおいては,線形である ので橋脚高さに関係なく水平および回転1自由度近 似モデルの応答スペクトルが一致している.(b)の 近似非線形モデルにおいては,降伏震度を0.2 とし 橋脚高さを変化させた場合の応答スペクトルを示し ているが,橋脚高さに関係なく非線形応答スペクト ルは一致している.(c)の近似線形(P-)モデルに おいては,橋脚高さを変化させた場合の応答スペク トルを示しているが,各入力地震動において2秒以 上の長周期側で応答スペクトルに差が生じている. また,それは橋脚高さが低い程大きくなっている. (d)の近似非線形(P-)モデルにおいては,降伏震 度を0.2とし橋脚高さを変化させた場合の応答スペ クトルを示しているが,橋脚高さが10m以外につい ては(b)近似非線形の応答スペクトルとほぼ一致す るが,10mの場合は神戸海洋気象台(0.3 秒付近)お よび日野(0.55 秒,0.85 秒)において応答スペクトル が大きくなっている.

したがって, P- 効果の影響は線形の場合, 長周 期側に生じ, 橋脚高さが低い程大きくなることがわ かった.さらに,入力地震動によって違いはあるが 非線形モデルの場合は図-6(d)に示すように長周期 側だけでなく短周期側にも橋脚高さが低い程, P-効果の影響が生じることがわかった.

図-7 は橋脚高さを変化(10,30,100m)させた場合の回 転1自由度近似モデル(復元力モーメントを復元力に変 換)における履歴ループを降伏震度 0.2,固有周期 0.55 秒および 1.65 秒について示したものである.入力地震 動は日野を用い,固有周期は図-6(d)から橋脚高さによ って変位応答スペクトルに差が生じる短周期側の 0.55 秒および殆ど差が生じない 1.65 秒から選定した.太線 が復元力を示し,細線が復元力から重力の影響を減じた ものを示している.これより,P- 効果の影響が生じ ている短周期側の 0.55 秒については,履歴ループ から残留変位が生じていることが読み取れ,特に橋 脚高さが 10m の場合は重力による復元力の減少が大 きいことがわかる.このような橋脚高さ 10m で固有 周期 0.55 秒の短周期の橋脚は道路橋として典型的 なものであることも多いため,短周期で低橋脚を持 つ道路橋の地震時応答挙動に関しては非線形特性, P- 効果並びに入力地震動の影響について十分な検 討が必要であることを示していると思われる.

#### 5.まとめ

神戸海洋気象台,日野およびエルセントロの観測 地震記録の水平成分を回転1自由度モデルの入力地 震動として絶対加速度応答スペクトルおよび変位応 答スペクトルを算出することにより P- 効果の影 響の抽出を試みた.さらに,変位応答スペクトルか ら P- 効果の影響が生じている短周期側の固有周 期と P- 効果が無視できる固有周期について履歴 ループを描くことで P- 効果が構造物の非線形性 に与える影響について検討した.これらの結果を以 下にまとめる.

- 1)今回入力地震動として用いた観測地震記録において, 回転1自由度厳密および近似モデルとの解析結果の 間に殆ど差は生じなかった.
- 2)絶対加速度応答スペクトルにおいては,P- 効果係数 および非線形+P- 効果係数から,短周期側では非線 形効果が大きく P- 効果は無視できるが,長周期 側で橋脚高さが低い程 P- 効果の影響が大きいこ とがわかった.
- 3)変位応答スペクトルにおいては, P- 効果の影響は 線形の場合,長周期側のみに生じ,橋脚高さが低 い程大きくなることがわかった.また,入力地震 動によって違いはあるが非線形モデルの場合は長

周期側だけでなく短周期側にも橋脚高さが低い程, P- 効果の影響が生じることがわかった.

4)P- 効果の影響が大きい場合には,履歴ループから残留変位が生じていることが読み取れ,特に橋脚高さが低い程 P- 効果の影響が大きいことがわかった.

以上のように,P- 効果は非線形モデルにおいて は長周期側のみならず短周期側の変位応答スペクト ルにも影響し,これは入力地震動にも依存すること がわかった.今後は,都市直下地震で観測された地 震波形を用いたパラメトリックスタディを行い,大 変形を考慮した回転1自由度モデルにおいて P-効果が構造物の非線形性に与える影響についてさら に検討を加える必要がある.

謝辞:本研究の数値計算を進める過程で,神戸大学 大学院自然科学研究科学生(元神戸市立工業高等専 門学校専攻科学生)の田中博文氏には大変お世話に なりました.ここに記して謝意を表します.

参考文献

- 1) 秋山宏: エネルギーの釣合に基づく建築物の耐震設計, 技報 堂出版, pp.150-155, 1999.
- 石鍋雄一郎,半貫敏夫,秋山宏:地震下における骨組みの 変形応答に及ぼす P- 効果の影響,日本建築学会構造系論 文集,第559号,pp.79-83,2002.
- 3) 秋山宏:鋼構造剛接骨組の耐震性におよぼす P- 効果の影響,日本建築学会論文報告集,第340号,pp.11-16,1984.
- Bernal, D.:Amplification Factors for Inelastic Dynamic P-Effects in Earthquake Analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 15, pp.635-651, 1987.
- 5) 曽我部博之,小高昭夫:強震を受ける弾塑性質点系の P-効果について,日本建築学会構造系論文集,第 463 号, pp.19-26,1994.

(2003.6.30受付)

## INFLUENCE OF P- EFFECT ON NON-LINEAR RESPONSE OF SDOF MODEL

### Norihiko YAMASHITA, Takanori HARADA

Over the past few decades a considerable number of studies have been made on problem of P- effect on structural performance of lumped mass model subjected to earthquakes. The influence of P- effect is caused by the weight and lateral deformation of the structure. In this study, in order to establish the simple seismic design method considering the large deformation such as P- effect, we investigate the non-linear response characteristics using two types of non-linear model; the horizontal SDOF and rocking SDOF models. We performed non-linear response analysis and calculated ratio of absolute acceleration response spectrum, and we attempted to separate P- effect.