

有効応力解析に基づいた基盤入射波分離問題 における解の安定性の検討

酒井久和¹・澤田純男²

¹防災科学技術研究所 地震防災フロンティア研究センター (〒651-0073 神戸市中央区脇浜海岸通1-5-2)

E-mail:sakai@dem.bosai.go.jp

²京都大学防災研究所助教授 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

E-mail:sawada@catfish.dpri.kyoto-u.ac.jp

筆者らは、基盤における地震観測記録から有効応力解析に基づいて基盤入射波（上昇波成分）を推定する研究を進めている。本報告では、まず、液状化地盤を含む地盤振動系に対して基盤入射波の推定をおこなうため、推定手法に有効応力解析を導入する。つぎに、数値解析例を通じて、観測点の深度が基盤入射波の推定精度に及ぼす影響を検討する。最後に、本手法の観測誤差に対するロバスト性を検討する。その結果、本手法は解の安定性が悪く、観測点と入射波を推定する基盤との距離が離れている場合には急激に解の精度が悪化するが、観測点が基盤にある場合には、観測誤差に対して十分なロバスト性を有することが確かめられた。

Key Words : *backward calculation, effective stress analysis, incident seismic wave, liquefaction, robustness*

1. はじめに

被災地震における構造物の被害解析に際して、対象構造物が地震観測地点以外に位置する場合、得られた観測記録から観測地点の地盤の増幅特性を排除した入射地震動を構造物の位置する地盤振動系に入射することが求められる。この基盤入射地震動は従来より、主に解析コードSHAKE¹⁾を使用した地表観測記録からの地震動の引き戻しや基盤観測記録からの入射波の分離計算により算定されている。近年、SHAKEの欠点を克服するために新たな手法が提案されているが^{2),3)}、いずれも周波数領域での解析に留まっており、非線形挙動が卓越する場合や材料特性の時間的変化が大きい場合には解析精度が低下する⁴⁾。そのため、筆者らは非線形な復元力特性を精度良く再現するために時間領域での基盤入射波推定法を提案しているが⁵⁾、この手法は全応力解析に基づいているため、観測地点が液状化地盤を含む場合には解析精度の悪化が避けられない。そこで本報告では、時間領域における基盤入射波推定法に有効応力解析を導入する。まず、解の安定性について解析例を通じた検証をおこなう。つぎに、2章で計算方法の概要を説明する。さらに、3章で解析誤差の検証および観測深度の影響、観測誤差に対するロバスト性を検討する。

2. 計算方法

(1) 入射波逆算法の概要

ある時刻において過剰間隙水圧の影響を考慮に入れた振動系の運動方程式は次式で与えられる。

$$M\ddot{\mathbf{x}} + C\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{F}_s(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = -M\ddot{\mathbf{z}} \quad (1)$$

ここに、 M 、 C はそれぞれ質量、減衰マトリクス、 $\mathbf{F}_s$ は復元力ベクトルで、 $\mathbf{x}$ は相対変位、 $\mathbf{u}$ は過剰間隙水圧ベクトルの関数である。 $\mathbf{i}$ はその成分が全て1であるベクトル、 $\ddot{\mathbf{z}}$ は基盤入力加速度、 $\cdot$ は時間に関する微分を意味する。

いま、ある質点 k の絶対応答加速度成分 $\ddot{y}_k$ が測定されている場合を想定する。この場合、質点 k に関して次の関係式が成立する。

$$\ddot{z}^n = \ddot{y}_k - \ddot{x}_k \quad (2)$$

ここで、式(2)を式(1)に代入し、未知ベクトルを左辺に移行して整理すると次式が得られる。

$$M' \ddot{\mathbf{x}} + C\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{F}_s(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = -M\ddot{\mathbf{y}}_k \quad (3)$$

ここで、上の式(3)は通常の地震応答解析の運動方程式と同じ形式をしており、これを時間積分することで全ステップの相対加速度ベクトル $\ddot{\mathbf{x}}$ が得られ、式(2)より基盤入射波が算定される。ここに、 M' は次

式で与えられる．

$$M'_{ij} = M_{ij} - \sum_{l=1}^N M_{il} \delta_{jk} \quad (4)$$

ただし， M'_{ij} ， M_{ij} は，それぞれ， $\mathbf{M}'$ ， $\mathbf{M}$ の*i*行*j*列成分， δ_{jk} は Kronecker のデルタ， N は自由度の数である．

(2) 有効応力モデル

本研究では有効応力に基づく構成モデルとして，社本モデル⁶⁾を採用する．ただし，排水条件は非排水とする．

$$d\gamma = \frac{d\tau}{G_0} (1 + \alpha\beta |\Delta\tau / G_0|^{\beta-1}), \quad \alpha = (2/\gamma_{rf})^{\beta-1},$$

$$\gamma_{rf} = \gamma_{rfi} (\sigma'_0 / \sigma'_{0i})^{m_r}, \quad G_0 = G_{0i} (\sigma'_0 / \sigma'_{0i})^m,$$

$$\beta = \frac{2 + \pi h_{\max}}{2 - \pi h_{\max}} \quad (5)$$

ここで， σ'_0 は有効拘束圧， G_0 ， γ_{rf} は σ'_0 における初期せん断弾性係数および規準ひずみで，右下に添え字 *i* は，初期有効拘束圧 σ'_{0i} における値であることを意味する．また， $h_{\max}$ は最大減衰定数， m ， m_r は拘束圧依存性を表す定数 ($m=m_r=0.5$)， $\Delta\tau$ はせん断応力反転からのせん断応力増分を示し， G_0 は骨格曲線で G_0 ，履歴曲線で $2G_0$ とする．

また，過剰間隙水圧は次の式(6)~(8)で求める．

① 有効応力経路が変相線にはじめてあたるまで

$$\frac{u}{\sigma'_{0i}} = \frac{2}{\pi} \text{Arcsin}(R_n^{1/2\alpha_f}), \quad R_n = \sum \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}} \right),$$

$$n_i = 2 \left(\frac{\Delta\tau}{2\sigma'_{0i} C_1} \right)^{1/C}, \quad C_1 = (1/20)^C R_{20} \quad (6)$$

② 有効応力経路が変相線を超えてせん断応力がさらに載荷される場合

$$\Delta u = - \frac{1}{M_f} \frac{|\tau / \sigma'_0| - M_0}{M_f - M_0} |d\tau| \quad (7)$$

③ 有効応力経路が変相線を超えて除荷される場合

$$\frac{\Delta u}{\sigma'_{cr}} = f \left(\sum \frac{\Delta\tau_c}{\sigma'_{0i}} \right) \frac{2}{\pi} \text{Arcsin}(R_{nc}^{1/2\alpha_f}),$$

$$R_{nc} = \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_{cr}} \right)^3, \quad f(\xi) = \left(1 + \frac{2}{3 + \xi^2} \right)^{-1} \quad (8)$$

ここに， R_{20} は繰返し回数 20 回で過剰間隙水圧比が 100%に至るせん断応力比， n_i は R_{20} に対するせん断応力反転後のせん断によって生じた等価な繰返し回数， M_f ， M_0 はそれぞれ，有効応力経路の包絡線，変相線の傾きを示す．また， C は過剰間隙水圧比が 100%に達するせん断応力比と繰返し回数の両対数軸上の勾配， α_f は過剰間隙水圧の上昇度を決定するパラメータ， $\Delta\tau_c$ は有効応力経路が変相線を越えてせん断応力がさらに載荷される状態でのせん断応力の増分である． σ'_{cr} ， τ_{cr} はそれぞれ，応力の反転位置から単調除荷と仮定した場合に反対側の変相線あたるまでの有効応力，せん断応力の差分を表す．

-3m	non-liquefiable layer $\rho=2.0\text{t/m}^3$, $V_{si}=200\text{m/s}$, $h_{\max}=20\%$, $\zeta_A=0.0$, $\zeta_B=1.0$, $\gamma_r=(12.5+8.86D) \times 10^{-6}$, $\alpha_R=2.0$, $\beta_R=0.0004$	
	liquefiable layer $\rho=2.0\text{t/m}^3$, $V_{si}=200\text{m/s}$, $h_{\max}=27\%$, $R_{20}=0.35$, $M_f=0.86$, $M_0=0.64$, $C=-0.25$, $\alpha_f=0.7$, $\gamma_r=\{7.50+2.08(D-3.0)\} \times 10^{-6}$, $\alpha_R=1.0$, $\beta_R=0.0004$	
-13m		
-20m	non-liquefiable layer $\rho=2.0\text{t/m}^3$, $V_{si}=200\text{m/s}$, $h_{\max}=20\%$, $\zeta_A=0.0$, $\zeta_B=1.0$, $\gamma_r=1.5 \times 10^{-4}$, $\alpha_R=2.0$, $\beta_R=0.0004$	
	basement $\rho=2.0\text{t/m}^3$, $V_{si}=350\text{m/s}$	

図-1 解析モデル

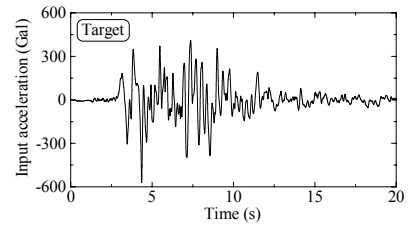


図-2 基盤入射波

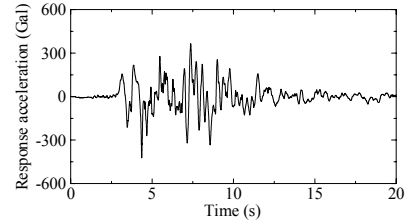


図-3 -20mにおける絶対応答加速度(観測波)

3. 数値解析

(1) 解析条件

数値解析例を通じた入射波の逆算精度の検証は，図-1に示すように，液状化層を含む4つの地層で構成される地盤モデルでおこなう．ただし，図中の ρ は密度， V_{si} は初期せん断波速度， D は地表面からの深さ（正の値）， α_R ， β_R はそれぞれRayleigh減衰の質量項および剛性項に対する比例定数を表す．また，振動モデルは各地層を1mに細分化した集中質点系モデルとする．ただし，非液状化地盤の構成モデルは骨格曲線として福嶋らのモデル⁷⁾，履歴曲線として石原らのモデル⁸⁾を使用する．

ここで，あらかじめ順解析でモデル下端からポートアイランドの基盤波⁹⁾を入射し，-20mにおける絶対応答加速度を求めておく（図-2参照）．順解析で求めた基盤入射波および-20mの絶対応答加速度を図-3に示す．つぎに，図-3の-20mの応答加速度が観測され，振動系の各パラメータも既知であると仮定して，基盤入射波の逆算をおこなう．すなわち，図-2の順解析の入射波が逆算で推定すべき基盤入射波のTargetとなる．ただし，計算時間間隔は順解析，逆算とも1/10,000秒を用いた．

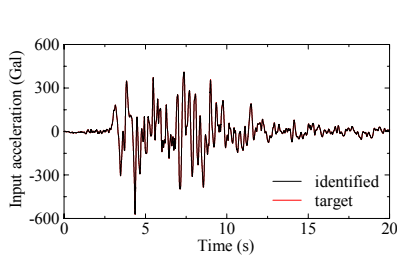


図-4 基盤入射波の推定波形

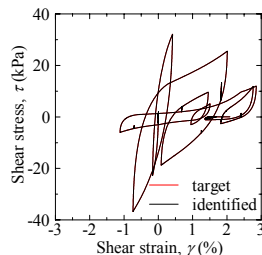


図-5 応力-ひずみ関係

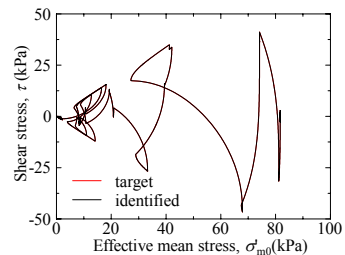


図-6 有効応力経路

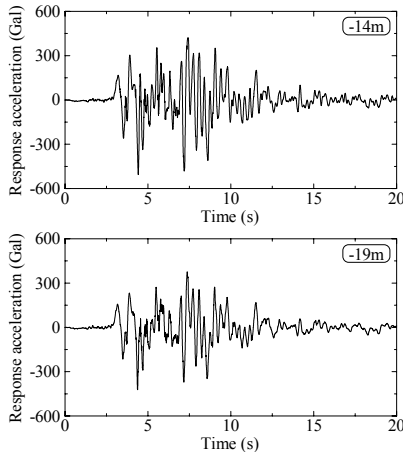


図-7 観測記録 (各深度の絶対応答加速度)

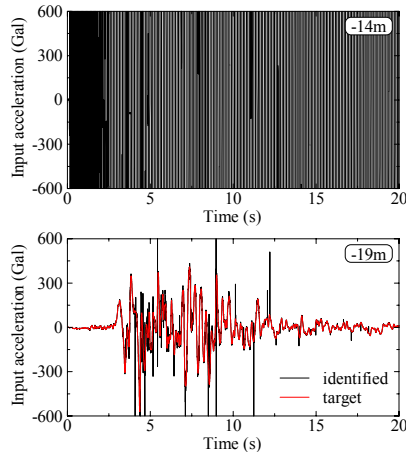


図-8 基盤入射波の推定波形

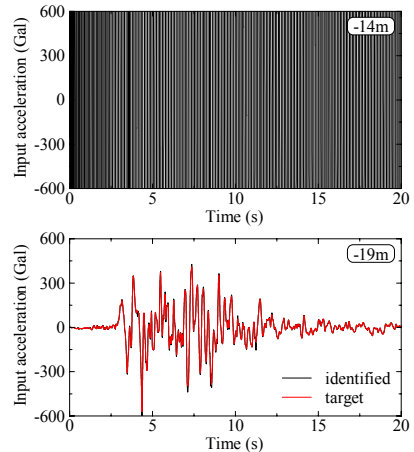


図-9 基盤入射波の推定波形 (20Hz ローパスフィルター処理)

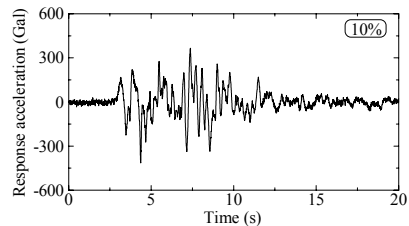
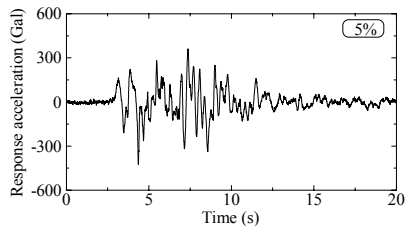
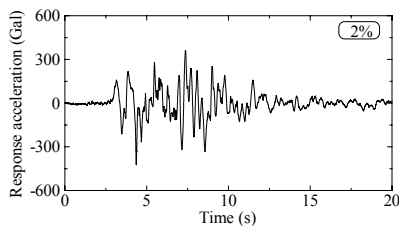


図-10 観測記録 (ノイズ有)

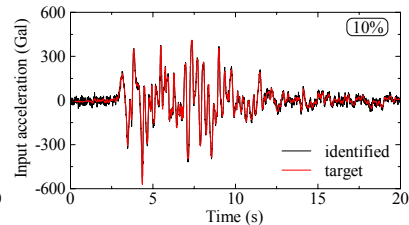
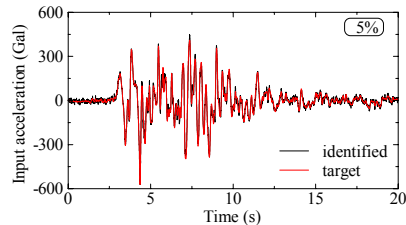
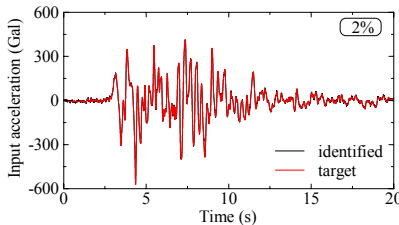


図-11 基盤入射波の推定波形

(2) 解析精度の検証

逆算による基盤入射波の推定波形、液状化層の上から4番目の細分化層における応力-ひずみ関係、有効応力経路をそれぞれ、図-4～図-6に示す。

図-4より本入射波逆算法では、基盤入射波の推定波が Target にほぼ一致しており、非常に高精度な推定がおこなえている。また、図-5、図-6より液状化地盤における応力-ひずみ関係、有効応力経路についても高精度に再現されていることが分かる。

(3) 観測深度の影響

本節では、観測点の深度の影響について検討をおこなう。前節の図-1の地盤モデルにおいて、-14m および-19m の深度の時刻歴応答加速度を順解析で算定し、これを観測記録として基盤入射波(-20m)の逆算をおこなう。図-7に各ケースの観測記録を、図

-8に基盤入射波の推定波形を示す。

図-8より観測点が-14m の場合には、全く基盤入射波の推定がおこなえない。一方、観測点が-19m の場合には、波形の概略については推定できているものの、一部高周波のノイズが載っており、このケースでも高精度の基盤入射波が推定できているとは言い難い。そのため、図-7の推定波形に 20Hz のローパスフィルターを作用させる。フィルター処理した波形を図-9に示す。図より、-14m の観測記録については、フィルター処理しても基盤入射波の推定はおこなえないが、-19m のケースでは精度良い基盤入射波の推定がおこなえていることが分かる。

(4) ロバスト性の検討

本節では、逆算手法の観測誤差に対するロバスト性を検討するため、図-3の観測記録に最大振幅の 2、

5, 10%のホワイトノイズを付加し, それを既知の加速度記録として, 基盤入射波の推定をおこなう. 図-10にノイズを付加した加速度記録を示す. ただし, ホワイトノイズの位相スペクトルは乱数で与えており, 各ケースで異なるものとする. 逆算による基盤入射波の推定波形を図-11に示す.

図-11より, 観測波形に 2%のノイズが含まれる場合, 推定基盤入射波形は Target とほとんど差が見られない. 5%, 10%のノイズの場合においても, 波形には主要動前後で高周波成分のノイズが確認されるが, 構造物の耐震性検討で重要となる主要動においては, 非常に精度良く推定されていることが分かる. ここで, ノイズが 5%の場合よりも 10%の場合に, 入射波の逆算精度が良くなっているが, これはノイズと入射波との位相の影響によるものと考えられる. ちなみに, ノイズ 5%のケースのホワイトノイズ波形を単純に振幅を 2 倍にした場合, 基盤入射波の逆算誤差は拡大することを確認している.

4. まとめ

本報告では, 有効応力解析に基づいて観測記録から基盤入射波を分離する方法を示し, 数値解析例を通じて手法の安定性について検証をおこなった. 結果, 以下のことが確認された.

- ① 観測記録にノイズが含まれない場合, 本手法により推定された基盤入射波は, Target にほぼ一致するほど高精度であり, また, 液状化地盤のせん断応力-ひずみ関係, および, 有効応力経路も非常に精度良く再現されることが確認された.
- ② 観測記録が浅い深度で得られている場合には, 基盤入射波の逆算精度は大幅に悪化することが確かめられた. このため, 現時点では, 本手法は基盤入射波の分離問題にしか適用できない.
- ③ 基盤入射波分離問題における数値計算例では, 観測記録に最大振幅の 10%のホワイトノイズが付加されている場合においても, 精度良い基盤入射波の推定が可能であり, 観測誤差に対して十分なロバスト性を有していることが確かめられた.

謝辞: 本研究を行うにあたり, 清水建設の社本康広博士, 応用地質の吉田望博士, 竹中工務店の吉澤睦博氏, 防災科学研究所の新井洋博士には, 有効応力解析について, 大変貴重なご助言, ご指摘ならびに資料の提供を頂きました. ここに各位に対して記して謝意を表します.

参考文献

- 1) P. B. Schnabel, J. Lysmer and H. B. Seed, SHAKE - A computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, *EERC Report*, vol.72, no.12, University of California, Berkley, 1972.
- 2) 杉戸真太, 会田尚義, 増田民夫: 周波数特性を考慮した等価線形ひずみによる地盤の地震応答解析法に関する一考察, 土木学会論文集, No.493/III-27, pp.49-58, 1994.
- 3) N. Yoshida, S. Kobayashi, I. Suetomi and K. Miura : "Equivalent linear method considering frequency dependent characteristics of stiffness and damping", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 22, No. 3, pp. 205-222, 2002.
- 4) 吉田望: 実用プログラム SHAKE の適用性, 軟弱地盤の地震動増幅シンポジウム発表論文集, 土質工学会, pp.14-31, 1994.
- 5) 酒井久和, 澤田純男, 土岐憲三: 時間領域での基盤入力地震動の推定法に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.577, pp.53-64, 1997.
- 6) 社本康広, 時松孝次, 有泉浩蔵: 一次元有効応力解析の実地盤に対する適用性, 日本建築学会構造系論文報告集, No.433, 1992.
- 7) 福島研一, 岡本晋, 坂下克之, 立石章, 志田智之: 大きなひずみレベルでの動的相互作用問題に適用可能な地盤非線形モデルの提案, 地震工学研究発表会講演論文集, Vol.25, pp.449-452, 1999.
- 8) Ishihara,K., Yoshida,N. and Tsujino,S. : Modeling of stress-strain relations of soils in cyclic loading, *Proc. of 5th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, pp.373-380, 1985.
- 9) 沿岸開発技術センター: 埋立地の液状化対策ハンドブック, 1997.

(2003. 9. 12 受付)

ANALYTICAL STABILITY OF THE INCIDENT SEISMIC WAVE RETRIEVED FROM OBSERVED BASEMENT RECORDS BASED ON AN EFFECTIVE STRESS ANALYSIS

Hisakazu, SAKAI and Sumio SAWADA

We study the analytical stability of the backward calculation of incident seismic wave from observed records at the basement, based on the effective stress analysis. We examine the stability and accuracy of the calculated incident wave by performing several numerical experiments including liquefiable layers. The results show the capability of the backward calculation methodology based on the effective stress analysis, to retrieve the incident waveform, even from a basement record with noise. However, it is difficult to make the deconvolution of the incident wave from the observed record at the upper depth.