

# 短リンクを有する斜張橋の複合非線形地震応答 に現れる飛び移り現象とその解決

吉川博<sup>1</sup>・並川賢治<sup>1</sup>・溝口孝夫<sup>1</sup>・山口宏樹<sup>2</sup>・矢部正明<sup>3</sup>

<sup>1</sup>首都高速道路公団 工務部 設計技術課 (研究当時) (〒100-8930 東京都千代田区霞が関1-4-1)

E-mail:mizoguchi@mex.go.jp

<sup>2</sup>埼玉大学工学部建設工学科教授 (〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保255)

E-mail:hiroki@koz.struct.civil.saitama-u.ac.jp

<sup>3</sup>株式会社長大 構造防災室 技術統括 (〒305-0812 茨城県つくば市東平塚730)

E-mail:yabe-m@chodai.co.jp

主桁と主塔の橋軸方向支持形式として2mという短いタワーリンクを採用した長大斜張橋のレベル2地震動に対する地震応答を求めるために、材料非線形性と幾何学的非線形性を考慮した複合非線形動的解析を実施したが、タワーリンクに関する非線形地震応答に飛び移り現象が生じていた。飛び移り現象は、比例型減衰であるRayleigh型粘性減衰マトリックスを用いたために、軸方向剛性が極端に大きなタワーリンクの減衰効果を過大評価していることが原因で生じたものである。本論文では、実際に生ずるとは考えにくい解析上の現象を避けるためには、要素別剛性比例型粘性減衰マトリックスを用いて軸方向剛性が極端に大きいタワーリンクの減衰を他の構造要素とは独立して適切に設定する必要があることを示した。

**Key Words :** long-span cable-stayed bridge, complex nonlinear dynamic analysis, viscous damping, snap through, short tower link

## 1. はじめに

図-1に示す横浜ベイブリッジは、中央径間長460m、全長860m、主桁は上層が首都高速道路6車線・下層に国道357号6車線を有するダブルデッキトラスの2層構造の

鋼斜張橋であり、1989年9月に上層の首都高速道路が供用開始されている。横浜ベイブリッジでは、リンク支承を用いて温度応力を解放するとともに、地震力に対しては橋の固有周期を長くして免震構造とし、主塔と端橋脚に作用する地震力を軽減したうえに、地震時における主

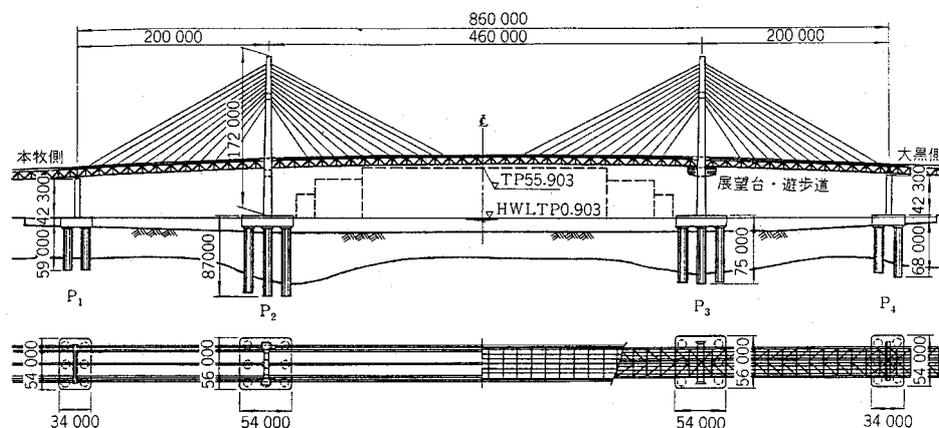


図-1 桁と主塔の橋軸方向支持形式として短リンクが採用されている横浜ベイブリッジ<sup>1)</sup>

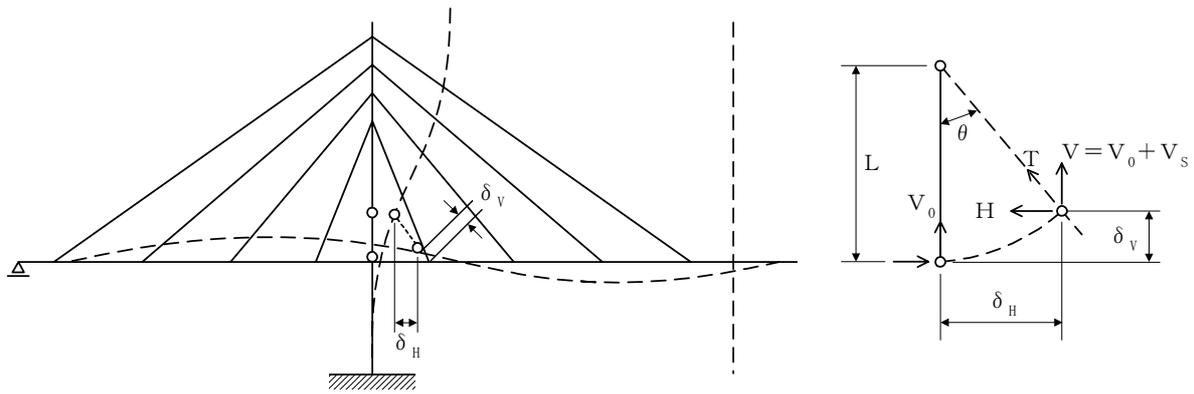


図-2 タワー位置に設置されたリンクに生じる変位<sup>1)</sup>

桁の橋軸方向変位を制御するために長さ2mという短いタワーリンク（以後、短リンクとする。）を用いた支持形式が採用されている<sup>1)</sup>。桁の支持形式として短リンクを採用している横浜ベイブリッジは、橋軸方向にレベル2地震動が作用すると、大きな曲げモーメントが生じる部位の材料非線形性だけでなく、振り子のように運動する短リンクの幾何学的非線形性も顕著となる。このため、横浜ベイブリッジのレベル2地震動に対する非線形地震応答を求めるためには、材料非線形と幾何学的非線形を考慮した複合非線形動的解析が必要となる。

本論文は、横浜ベイブリッジのレベル2地震動に対する非線形地震応答を複合非線形動的解析によって求める際に、短リンクに関する応答に生じた飛び移り現象の原因を解明するとともに、そのような現象を生じさせないための解決策を提案している。後述するように飛び移り現象の原因は、軸方向剛性が大きな短リンクの減衰効果を比例型減衰の一つであるRayleigh型粘性減衰マトリックスによって過大評価していたからである。

材料非線形や幾何学的非線形およびその両方を考慮した複合非線形動的解析では、対象とする構造系の減衰性能をRayleigh型粘性減衰マトリックスでモデル化することが圧倒的が多い。非線形動的解析に用いる粘性減衰力を

Rayleigh型粘性減衰マトリックスでモデル化することの妥当性を検証した研究はほとんどなく、線形域の構造減衰をRayleigh型粘性減衰マトリックスでモデル化しても履歴減衰による減衰効果が卓越する非線形動的解析ではその影響は小さいという判断のもとに慣用的に用いられてきているのが実態である。しかし、横浜ベイブリッジの短リンクのように、対象とする構造系の中に他の部材とは極端にその剛性や質量が大きかったり、小さかったりする部材が存在する場合は、構造全体系の質量マトリックスや剛性マトリックスが特異となって質量や剛性に比例する比例型減衰を用いると対象とする構造系の減衰性状を適切に表すことができなくなることがある。本論文は、このような問題を解決する一方法を提案したものである。

## 2. 短リンクの復元力特性

横浜ベイブリッジでは、図-2に示すようなモデルに基づいて、タワー位置における短リンクの復元力特性を次のようにモデル化している<sup>1)</sup>。主桁に橋軸方向水平力が作用したとき、短リンクは図-2に示すように変形する。リンク軸力 $T$ の鉛直成分 $V$ は初期軸力を $V_0$ とすると、変形によって $V = V_0 + V_s$ に変化する。ここで、 $V_s$ はリンクの回転による鉛直変位 $\delta_V$ に比例する項で次式で表される。

$$V = V_0 + V_s = V_0 + k\delta_V \quad (1)$$

$k$ は、主桁中間支点の鉛直剛性である。リンク長 $L$ の変化は微小であるので、これを無視すると次式が得られる。

$$\delta_V = L(1 - \cos\theta) \quad (2) \quad , \quad \delta_H = L \sin\theta \quad (3)$$

リンクの水平方向の復元力 $H$ は、次式で表される。

$$H = V \tan\theta = V_0 \tan\theta + kL(\tan\theta - \sin\theta) \quad (4)$$

式(4)に式(2)と式(3)を代入すると、

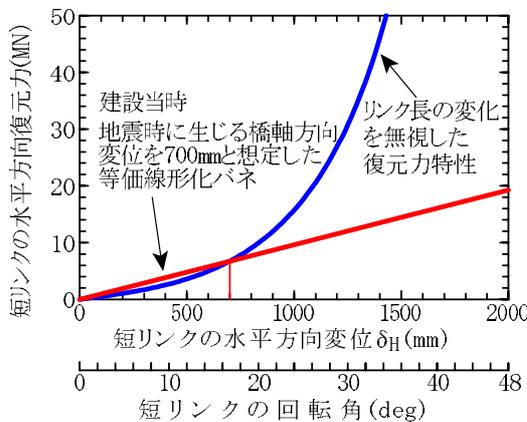
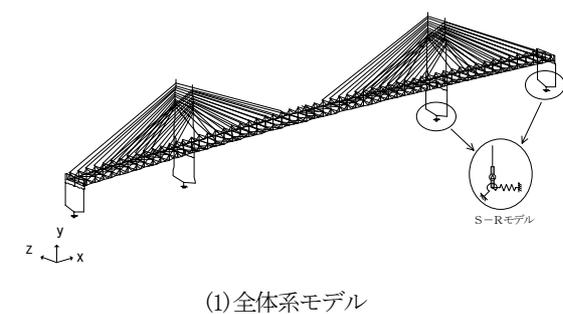
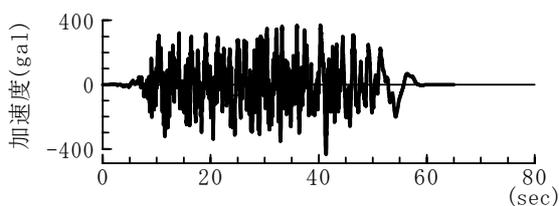


図-3 横浜ベイブリッジのタワーリンク（短リンク）における復元力特性



(1) 全体系モデル



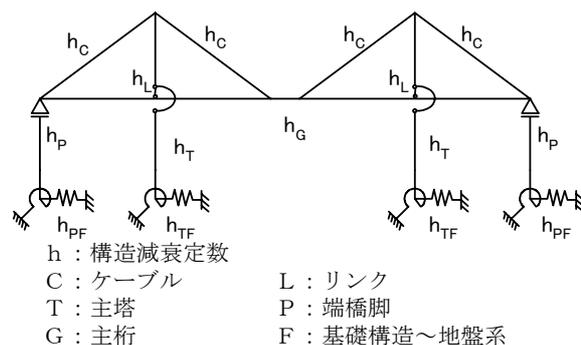
(2) 入力地震動 (標準加速度波形 I-III-1)

図-4 横浜ベイブリッジの動的解析モデルと入力地震動

$$H = \frac{\delta H}{\sqrt{1 - \left(\frac{\delta H}{L}\right)^2}} \left[ \frac{V_0}{L} + k \left( 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\delta H}{L}\right)^2} \right) \right] \quad (5)$$

が得られる。式(4)や式(5)を用いて、水平方向の復元力  $H$  とリンクの回転角  $\theta$  と水平変位  $\delta H$  の関係を求めると図-3のようになる。

建設当時の設計では、図に示すように設計地震動（レベル1地震動）によって短リンクに生じる水平変位  $\delta H = 700\text{mm}$  と原点を結んだ等価線形化バネによって、短リンクをモデル化している。図からもわかるように、短リンクの水平変位  $\delta H$  が小さい領域では、このような簡易モデルによっても、横浜ベイブリッジの地震応答を実用上十分な精度で求めることができる<sup>1)</sup>。1995年兵庫県南部地震以後、橋梁の耐震補強が精力的に進められて来ており、首都高速道路の一般的な高架橋の橋脚を対象とした耐震補強は、ほぼ完了している。今後は、構造形式が複雑な橋梁や長大橋梁の耐震補強が行われつつある。長大橋梁を対象とした耐震補強は、わずかな補強であっても大規模な工事となるため、レベル2地震動に対する地震応答をより実態に近い形で求め、合理的な補強方法を採用する必要がある。例えば、横浜ベイブリッジの橋軸方向からレベル2地震動が作用すると、短リンクに生じる水平変位  $\delta H$  は大きくなり、その非線形性が顕著となると予想される。このため、横浜ベイブリッジのレベル2地震動に対する非線形地震応答をより実態に近い形で求めるためには、材料非線形と幾何学的非線形を同時に考慮した複合非線形動的解析を行う必要がある。



h : 構造減衰定数  
 C : ケーブル                      L : リンク  
 T : 主塔                            P : 端橋脚  
 G : 主桁                            F : 基礎構造～地盤系

構造要素	減衰定数
ケーブル $h_C$	0.01
主塔 $h_T$	0.01
主桁 $h_G$	0.02
タワーリンク	$h_L$
エンドリンク	
端橋脚 $h_P$	0.01
基礎構造～ 地盤系	主塔 $h_{TF}$
	端橋脚 $h_{PF}$
	0.20

図-5 横浜ベイブリッジの各構造要素に与える減衰定数

### 3. 動的解析モデルと粘性減衰力のモデル化

図-4は、横浜ベイブリッジの動的解析モデルと入力地震動である。ケーブルは非抗圧部材、主桁は線形梁要素、主塔と端橋脚は曲げモーメントと曲率の関係を考慮した非線形梁要素でモデル化した。基礎構造と周辺地盤は、その非線形性をフーチング底面位置の水平力-水平変位関係と曲げモーメント-回転角関係で表した非線形弾性バネとしてモデル化した。短リンクやエンドリンクは、線形のトラス要素としてモデル化した。短リンクを線形のトラス要素でモデル化した場合に、図-3に示すような

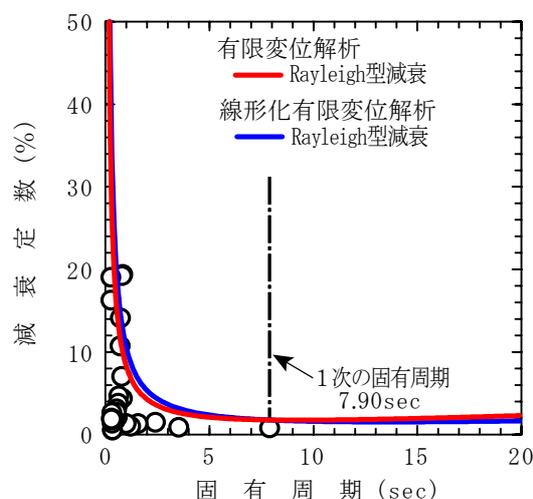


図-6 横浜ベイブリッジのモード減衰定数とそのモデル化

短リンクの復元力特性を動的解析で考慮するためには有限変位解析を行う必要がある。

粘性減衰力は、式(6)で定義されるRayleigh型粘性減衰マトリックス $C_R$ で表した。図-5に示すように各構造要素毎に与えた減衰定数 $h$ と無減衰の実固有値解析より得られる固有振動モードを用いて、ひずみエネルギー比例減衰法<sup>2)</sup>によってモード減衰定数 $h_i$ を求め、そのモード減衰定数 $h_i$ とRayleigh型粘性減衰マトリックス $C_R$ による減衰特性が近似するように係数 $\alpha$ 、 $\beta$ を最小2乗法によって求めた<sup>3)</sup>。

$$C_R = \alpha M + \beta K(t = 0.0) \quad (6)$$

ここに、 $M$ ：質量マトリックス、 $K(t = 0.0)$ ：初期状態における全体剛性マトリックスである。

図-6はモード減衰定数 $h_i$ とRayleigh型粘性減衰マトリックス $C_R$ の減衰特性を比較したものである。図には後述する線形化有限変位理論による材料非線形動的解析に用いるRayleigh型粘性減衰マトリックスの減衰特性も示

している。図より、横浜ベイブリッジの地震応答に寄与する低次の固有振動モードのモード減衰定数 $h_i$ と式(6)に示したRayleigh型粘性減衰マトリックス $C_R$ の減衰特性はほぼ等しいことがわかる。

#### 4. 非線形地震応答に現れる飛び移り現象

図-4に示した動的解析モデルと入力地震動を用いて、複合非線形動的解析を実施した。図-7は、短リンクの取付部の桁と短リンクに生じる非線形地震応答である。図には、それぞれの着目量の応答値が最大値を示す時刻と最小値を示す時刻を示してある。

図より、短リンクに生じる軸力の動的成分 $\Delta N$ は、初期軸力 $N_0 = 9.7MN$ （引張）を大幅に上回る圧縮軸力が生じていることがわかる。同様に、引張軸力も異常に大きな値が得られている。軸力が最大圧縮軸力から最大

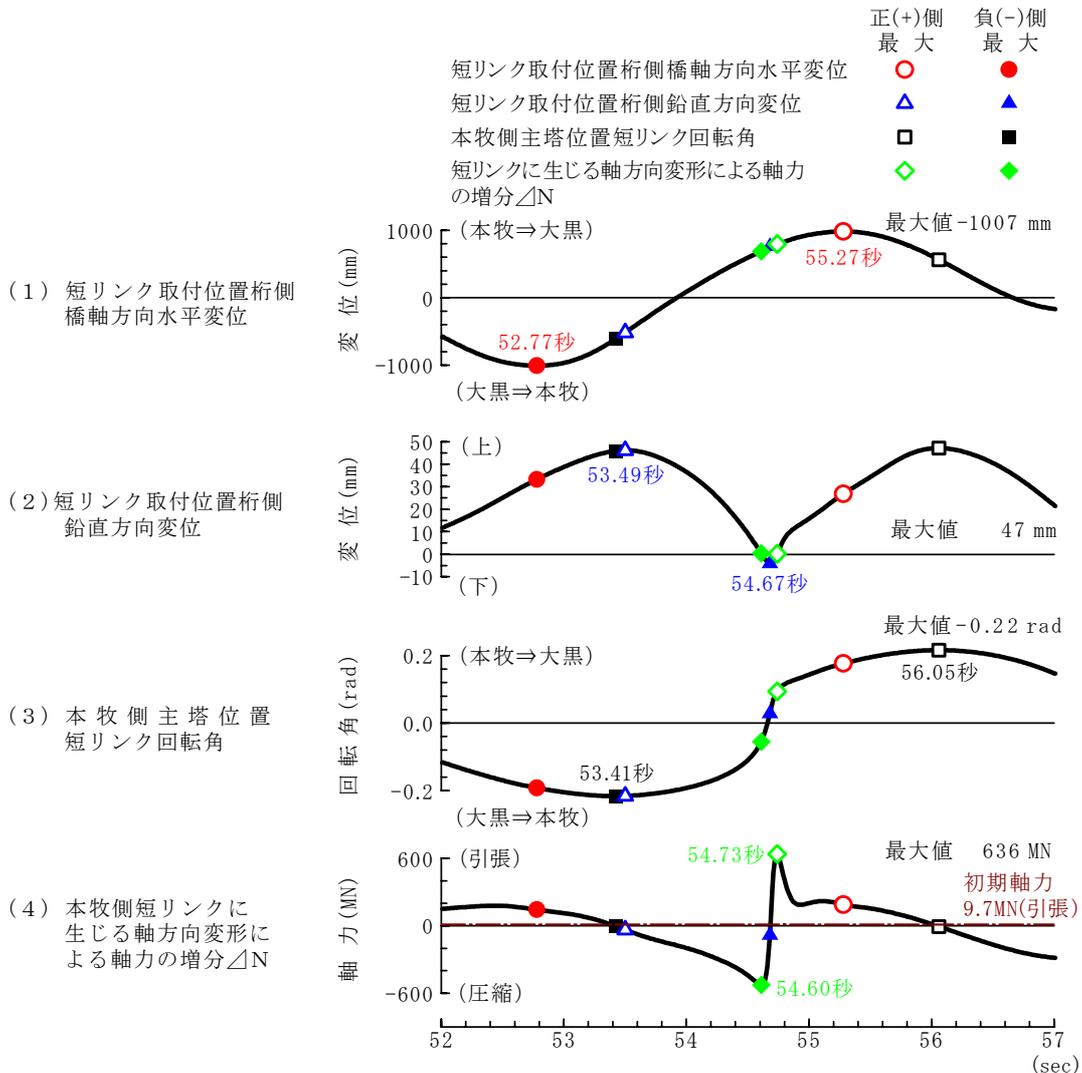


図-7 横浜ベイブリッジの短リンクとその取付位置（桁側）における非線形地震応答（Rayleigh型減衰）

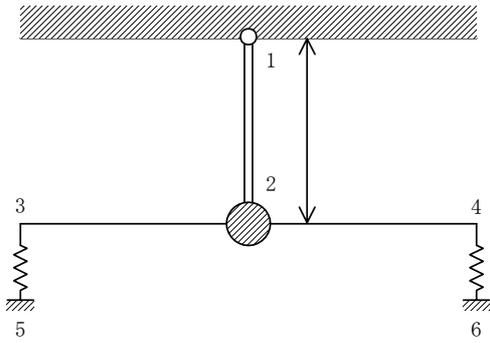
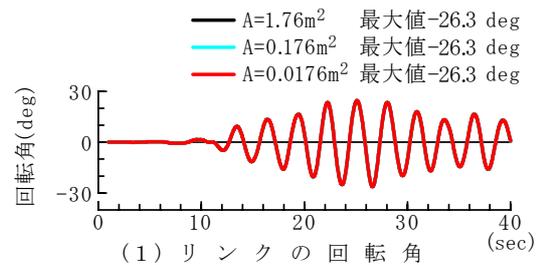


図-8 有限変位解析の検証に用いた振り子系

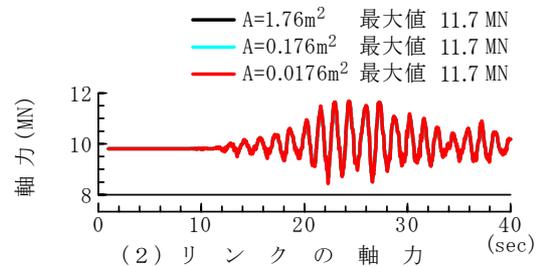
引張軸力に変化する付近の応答に着目すると、短リンクの回転角や軸力は、中立点(=回転角0の点)を境に飛び移り的にその応答の方向が急変していることがわかる。桁と短リンクの取付位置における橋軸方向変位と鉛直方向変位は、横浜ベイブリッジの橋軸方向の1次固有振動モードの固有周期に相当する約8秒の周期で滑らかな応答を示していることから、短リンクの回転角や軸力にみられる飛び移り的な応答の急変や異常に大きな軸力の動的成分は、実際に生じる現象とは異なるものと考えられた。なお、リンクの長さが10mと長いエンドリンクの応答には、このような飛び移り現象は生じていない。

短リンクの非線形地震応答に生じた飛び移り現象の原因を解明するために、振り子系を対象とした有限変位理論による静的解析と動的解析を行った。検討は、汎用構造解析コードABAQUS(以後、解析コードAとする。)と、横浜ベイブリッジの複合非線形動的解析に使用した解析コードRESPIII-T(以後、解析コードBとする。)を用いて行った。ここには示さないが、振り子系を対象とした静的な有限変位問題に対する解析結果は、解析コードA、Bとも理論解に一致することが確認された。

次に、図-8に示す振り子系を対象に有限変位理論による動的解析を実施した。振り子のリンクの断面積や長さは、横浜ベイブリッジの短リンクと同じ諸元を用いている。また、リンクに生じる初期軸力も、横浜ベイブリッジの短リンクと同じになるように質点2の質量を定めている。振り子の両側には、軸方向剛性と曲げ剛性が小さい仮想部材を配置し、その仮想部材を小さな剛性を有する鉛直方向バネで支持している。このようにすることで、振り子の運動を通常の構造解析と同じ変形法によって解析することができる。入力地震動は、有限変位解析が適切に行われるようにという配慮から、図-4(2)に示す標準加速度波形I-III-1の強度を1/3に縮小して用いた。このような問題に関しては、前述した静的問題のような理論解が得られていないので、何らかのパラメトリックな検討が必要となる。図に示すような振り子系の地震応答は、振り子としての幾何学的非線形性が卓越し、リンクの軸方向剛性がその地震応答に与える影響は小さいと予想される。このような観点から、ここではリンクの断面積を

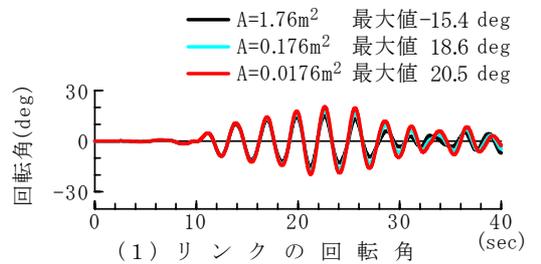


(1) リンクの回転角 (sec)

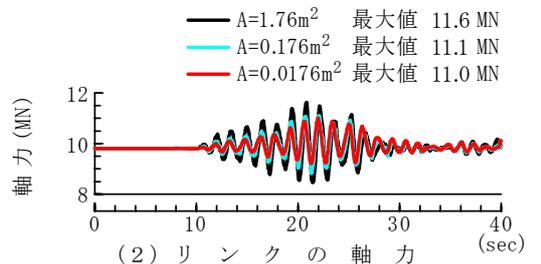


(2) リンクの軸力 (sec)

(a) 解析コードAによる地震応答



(1) リンクの回転角 (sec)



(2) リンクの軸力 (sec)

(b) 解析コードBによる地震応答

図-9 有限変位解析の検証結果(動的解析)

1倍、1/10倍、1/100倍と変化させた解析を行いリンクの断面積が変化しても安定した地震応答が得られるかを確認することにした。

図-9は、解析コードA、Bに対するリンクの地震応答を示したものである。図より、解析コードAによる地震応答は、リンクの断面積を変化させてもその地震応答は変化することなく、振り子としての幾何学的非線形性が卓越した応答性状を示していることがわかる。これに対して、解析コードBによる地震応答は、リンクの断面積とともに、回転角や軸力の応答も変化していることがわかる。本来、振り子としての幾何学的非線形性が卓越し、リンクの軸方向剛性がその地震応答に与える影響は小さい振り子の地震応答にこのような変化が生じているのは、次のような理由による。解析コードBの解析では、式(6)

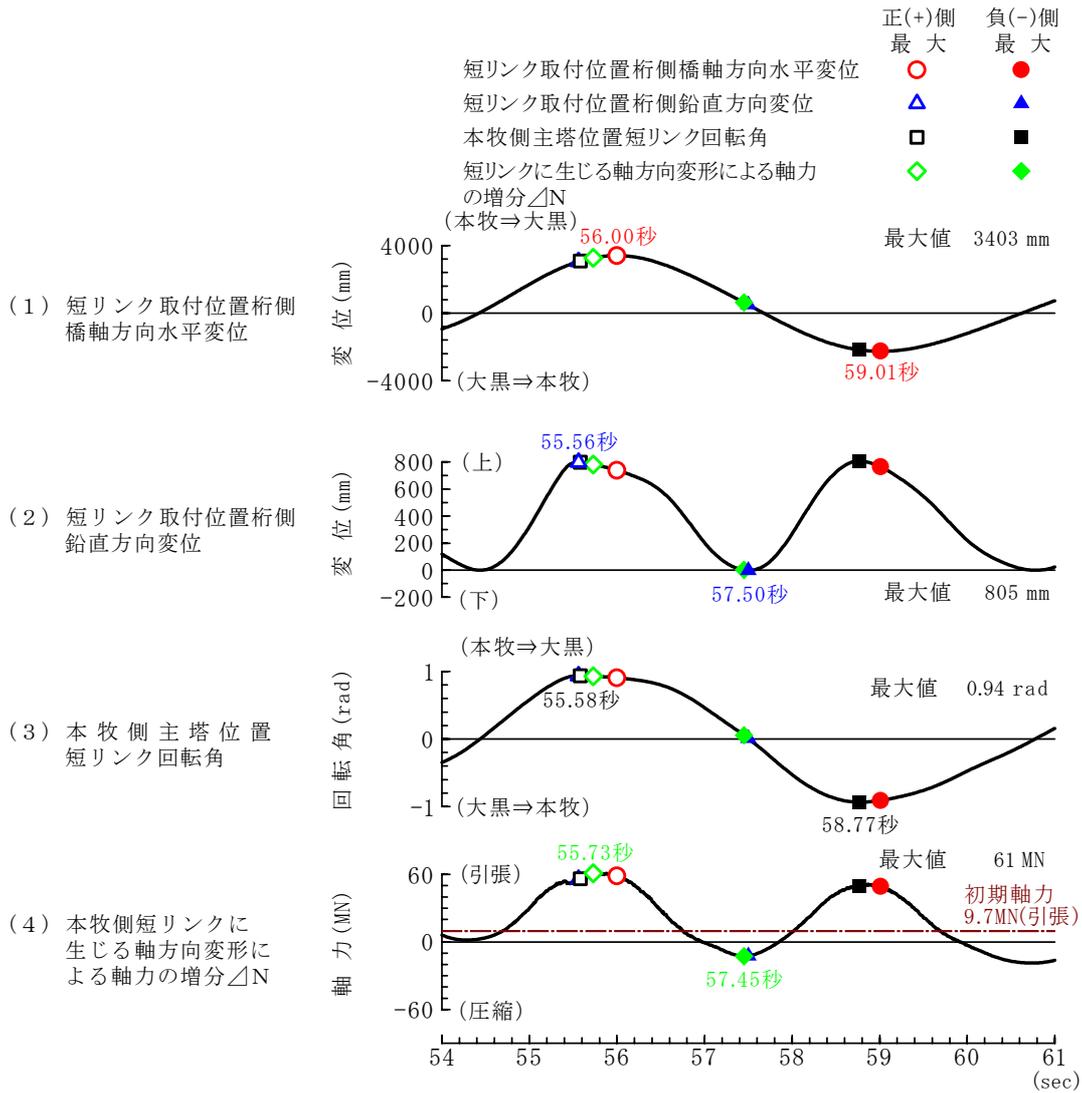


図-10 横浜ベイブリッジの短リンクとその取付位置（桁側）における非線形地震応答（要素別剛性比例型減衰）

で定義されるRayleigh型の粘性減衰マトリックス $C_R$ を用いている。粘性減衰マトリックス $C_R$ は、質量マトリックス $M$ と弾性域における全体剛性マトリックス $K(t=0.0)$ に比例する。図-8に示した系のように、リンクの軸方向剛性が他の要素の剛性に比較して極端に大きい場合は、リンクの断面積の変化にともない軸方向剛性も大きく変化するため、それに比例する減衰性能も大きく変化することになる。具体的には、リンクの断面積が小さくなるとともに、Rayleigh型の粘性減衰マトリックス $C_R$ のリンクの軸方向剛性にかかわる要素の値が小さくなるため減衰性能も小さくなり、その結果、変位等の応答値が大きくなっている。このことは、図-9(b)に示す解析コードBのリンクの回転角の応答で確認することができる。また、リンクの断面積が大きくなるとリンクに生じる軸力が大きくなるのは、減衰力が大きく評価されているため、それに釣り合うべき軸力も大きくなっているからである。

解析コードAは、その理論マニュアル<sup>4)</sup>等から推察すると各部材毎の要素剛性マトリックス $k$ に比例するように減衰マトリックスが作成されており、リンクの減衰を過大評価することはないようである。なお、ここには示さないが、解析コードBと同様な地震応答は、汎用構造解析コードADINAでもみられた。用いた粘性減衰マトリックスは、式(6)で定義されるRayleigh型の粘性減衰マトリックス $C_R$ である。

## 5. 横浜ベイブリッジにみられる飛び移り現象の原因と解決

振り子系を対象とした検討から、図-7に示すような横浜ベイブリッジの短リンクの地震応答にみられる飛び移り現象は、短リンクの減衰効果の過大評価に原因があるように推察される。横浜ベイブリッジを対象に、そのこ

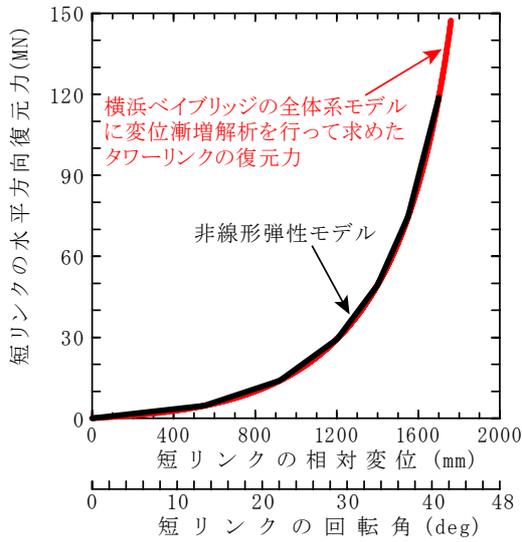


図-11 短リンクの復元力特性の硬化型バネによるモデル化

とを整理すると次のようになる。

横浜ベイブリッジの短リンクは、単純な機構であって摩擦等による減衰が期待できないと同時に軸方向剛性が大きいために、地震時に生じる変形量（軸ひずみ）が小さく、そのひずみにもなう材料減衰の橋梁全体の減衰への寄与は非常に小さいと考えられる。短リンクの減衰が橋梁全体の減衰に与える影響が小さいことは、短リンク要素の減衰定数を他の構造要素とは独立して小さく設定することで、動的解析において考慮することが可能である。しかし、一般に構造物の非線形動的解析においては、Rayleigh型粘性減衰マトリックスを用いる場合が多く、全体剛性マトリックスに定数を乗じた粘性減衰マトリックスとすることから、短リンクの軸方向剛性にかかわる減衰要素が極めて大きく評価されてしまう。このため、図-7に示す横浜ベイブリッジの複合非線形動的解析では、短リンクに過大な減衰力が生じ、それに釣り合うために短リンクに大きな軸力が生じたものと推察される。

上述したように、短リンクを有する横浜ベイブリッジの複合非線形動的解析を適切に行うためには、短リンク要素の減衰定数を他の構造要素とは独立して小さく設定する必要がある。具体的には、式(7)に示すように $k$ 番目の構造要素の剛性マトリックス $\mathbf{k}_k$ に比例する要素別剛性比例型粘性減衰マトリックス $\mathbf{C}_k$ を用いれば短リンクの減衰効果を図-5で与えた減衰定数の大きさに応じた大きさとすることができる。

$$\mathbf{C}_k = \sum_{k=1}^{Nk} \gamma_k \cdot \mathbf{k}_k = \sum_{k=1}^{Nk} \frac{2h_k}{\omega_1} \cdot \mathbf{k}_k \quad (7)$$

ここに、 $\gamma_k$  :  $k$ 番目の構造要素の比例定数、 $h_k$  :  $k$ 番目の構造要素に与える減衰定数、 $\omega_1$  : 構造全体の1次固有振動モードによる固有値である。

図-10は、図-5に示した減衰定数と式(7)に示した要素別剛性比例型粘性減衰マトリックス $\mathbf{C}_k$ を用いて横浜ベ

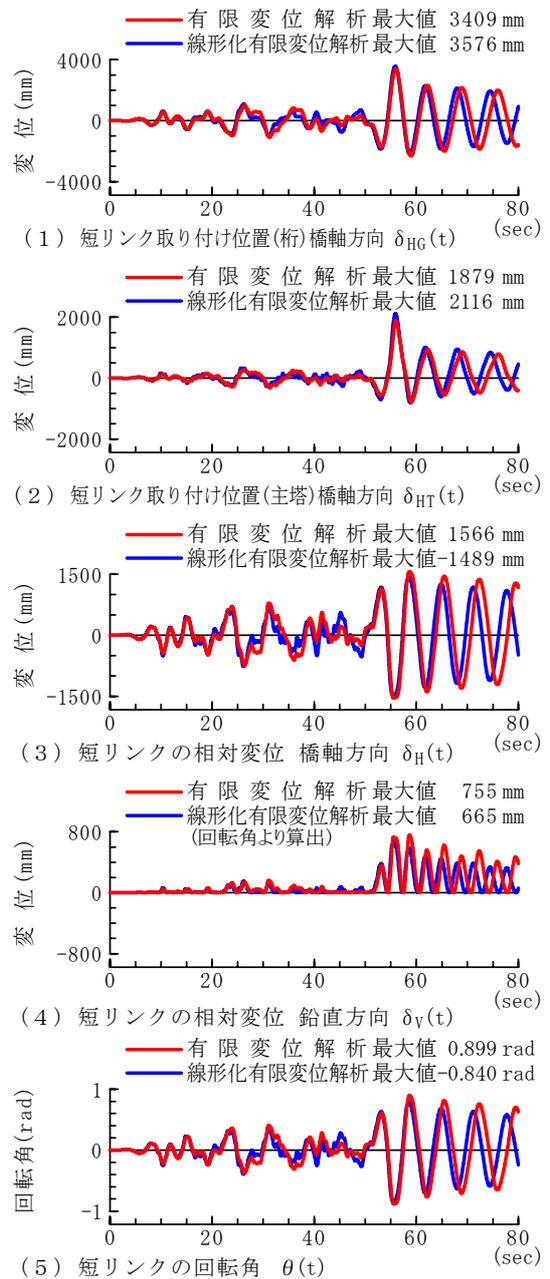


図-12 短リンクの復元力特性を硬化型バネで表した線形化有限変位理論と有限変位理論の比較

イブリッジの複合非線形動的解析を行った結果である。短リンクに生じる回転角や軸力の応答波形には、図-7にみられたような飛び移り現象は生じていないことがわかる。また、過大な軸力も生じておらず、初期軸力を超えるような圧縮軸力も生じていない。注目すべきは、短リンクに生じる回転角と軸力も横浜ベイブリッジの橋軸方向の1次固有振動モードの固有周期に相当する約8秒の周期で滑らかな応答を示しているということである。

以上より、要素別剛性比例型粘性減衰マトリックスを用いることにより、横浜ベイブリッジの複合非線形動的解析に現れた飛び移り現象を解消できることがわかる。

## 6. 複合非線形問題の実用的解法

材料非線形のみを考慮した解析では、剛性マトリックスに変更が生じるのは部材の剛性が変化するときだけであるが、材料非線形と幾何学的非線形を同時に考慮する複合非線形動的解析では、変形が生じたり断面力が変化する度に剛性マトリックスの変更が生じるため、全ての時間ステップで繰返し計算が生じる。横浜ベイブリッジのような長大橋梁を対象に繰返し計算が多い複合非線形動的解析を行うと、コンピューターによる演算には非常に多くの時間を必要とする。このように解析に多くの時間を必要とする複合非線形動的解析は、数多くのケースを検討対象としなければならない長大橋梁の耐震補強検討にとっては、実用的な方法とはいえない。

図-11は、図-4に示す横浜ベイブリッジの橋梁全体系モデルの桁端を橋軸方向へ静的に漸増変位させて求めた、短リンクの復元力特性（赤線）とそれをモデル化した非線形弾性バネの特性（黒線）を比較したものである。漸増変位解析は、有限変位解析によった。図に示す非線形弾性バネ（硬化型バネ）を、図-4に示す動的解析モデルに短リンクの復元力特性として与えて、線形化有限変位理論による材料非線形動的解析を行った。粘性減衰力は式(6)に示したRayleigh型粘性減衰マトリックスを用いている。これと、式(7)に示した要素別剛性比例型粘性減衰マトリックスを用いた有限変位理論による材料非線形動的解析（複合非線形動的解析）結果を比較したものを図-12に示す。図より、有限変位理論による材料非線形動的解析（複合非線形動的解析）と線形化有限変位理論による材料非線形動的解析は、実用上ほぼ等しい解を得ることができることがわかる。

## 7. 結論

横浜ベイブリッジの短リンクのように、その軸方向剛性が大きくかつその幾何学的非線形性が無視できないような構造要素を有する橋梁の複合非線形動的解析を行う場合には、全体剛性マトリックスに比例する粘性減衰力を仮定したRayleigh型粘性減衰マトリックスでは、短リンクの軸方向変形による減衰効果を過大評価し、短リンクに関する応答に飛び移り現象が生じることを示した。このような実際に生ずるとは考えにくい解析上の現象を避けるためには、要素別剛性比例型粘性減衰マトリックスを用いて軸方向剛性が極端に大きい短リンク要素の減衰を他の構造要素とは独立して適切に設定する必要があることを示した。

## 参考文献

- 1) 前田邦夫：短いリンク支承を有する斜張橋の力学特性と実用性に関する研究，東京大学学位論文，1991。
- 2) Ahid D. Nashif, David I. G. Jones, John P. Henderson : VIBRATION DAMPING, pp.168-169, JOHN WILEY & SONS, 1985.
- 3) 臺原直，大月哲，矢部正明：非線形動的解析に用いるRayleigh減衰のモデル化に関する提案，土木学会，第2回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp.371-378、1998。
- 4) ABAQUS, THEORY MANUAL, Version 5.5, pp.2.5.4-1-2.5.4-2, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., 1995.
- 5) 財団法人土木学会鋼構造委員会：鋼構造シリーズ11，ケーブル・スペース構造の基礎と応用，pp. 77-89，社団法人土木学会，1999。

(2003. 7. 4 受付)

## Snap-Through Phenomenon in Complex Nonlinear Seismic Response of Long-Span Cable-Stayed Bridge Having Short Tower Link and Countermeasure

Hiroshi Kikawa, Kenji Namikawa, Takao Mizoguchi, Hiroki Yamaguchi,  
Masaaki Yabe

In order to obtain the seismic response to level 2 earthquake motions exerted on a long-span cable-stayed bridge where the main girder and the main tower are connected by a short tower link, complex nonlinear dynamic analyses were performed in consideration of material nonlinear and geometrical nonlinear responses. The results of the analyses showed that the snap-through phenomenon occurs in the nonlinear seismic response associated with the tower link. The snap-through phenomenon was caused because the damping effect of the tower link was overestimated due to the use of a Rayleigh Damping Matrix. To prevent the snap-through phenomenon, a method of optimizing the viscous damping idealization was proposed. The study also demonstrated that results as good as those of the complex nonlinear dynamic analysis could be obtained by the material nonlinear dynamic analysis based on the linearized finite displacement theory in which the geometrical nonlinearities of the tower link are represented by hardening springs.