

モード展開手法を用いた 不整形地盤における面内波動の分析

秋山伸一¹

¹正会員 工博 佐藤工業株式会社 中央技術研究所 (〒103-8639 東京都中央区日本橋本町4-12-20)

著者は、既に不整形地盤の地震応答のうち面外波動(SH波)を対象としたモード展開手法を提案している。この手法は複雑な地震応答から卓越する波動成分を定量的に識別できる点に特徴がある。本論文では、この手法を面内波動(P波, SV波, Rayleigh波)にも適用できるように拡張している。つぎに、境界要素法から求められる斜面を有する不整形地盤の地震応答の波動成分をモード展開手法を用いて分析する。その結果、斜面で発生する散乱波の主要な成分がRayleigh波であること、さらに、これ以外の固有モードも存在することを明らかにしている。これらの検討から、モード展開手法は、面内波動に対しても卓越する波動成分に精度良く識別でき、不整形地盤の地震応答を定量的に分析する上で有用であることを示している。

Key Words : modal expansion, wave propagation, local site effect, Rayleigh wave, leaking mode

1. はじめに

兵庫県南部地震以降、土木構造物の耐震設計では、地震動レベルに応じた耐震性能の照査が求められるようになった。これに伴い、構造物の地震時挙動を精度良く予測することが必要になるとともに、構造物に入力する地震動についても詳細な検討が必要になりつつある。このような状況を眺めると、地形や地質構造が急激に変化する不整形地盤での地震動特性を定量評価することは、今後の耐震設計にとってさらに重要になると考えられる。

不整形地盤では地盤構造の影響により様々な波動が発生するため、地震応答が複雑になる。このような応答を分析するために、著者はこれまでに面外波動(SH波)を対象としたモード展開手法を提案してきた¹⁾。この手法は複雑な地震応答から卓越する波動成分を定量的に識別できる点に特徴がある。ここでは、この手法を面内波動(P波, SV波, Rayleigh波)にも適用できるように拡張した。

2. 面内波動のモード展開手法

不整形地盤の地表面変位応答を対象として、面内波動のモード展開手法について概要を示す。まず、面内波動の地表面変位応答はいくつかの卓越する波動成分の和によって次式で表されるものとする。

$$u(x) = \sum_{j=1}^n A_j \exp(-i\xi_j x), w(x) = \sum_{j=1}^n B_j \exp(-i\xi_j x) \quad (1)$$

ここに、 $\xi_j = k_j(1 - ih_j)$ 。

本論文では、式(1)に示す卓越した波動成分をモードと呼ぶ。式(1)において、 $u(x)$ と $w(x)$ は、地表面位置 x における水平および鉛直方向の変位を、 i は虚数単位を表す。 n はモードの数を表し、 A_j と B_j は j 番目のモード(j 次モード)の水平方向と鉛直方向の複素振幅を示す。さらに、 ξ_j は複素数で表される j 次モードの波数であり、 h_j は j 次モードの減衰定数を示す。

式(1)によれば、未知量である A_j 、 B_j と ξ_j が明らかになれば、地表面応答を卓越する波動成分、すなわちモードの和で表すことができる。ここではこれらの未知量をモード展開手法に従って設定する。

この方法では、地表面変位応答の波数スペクトルからモードの波数が推定できることに着目し、式(1)に示す応答の波数スペクトルから、 j 次モード近傍における波数スペクトルの偏差平方和を次式で定義する。

$$E_j = \int_{\Delta_j} (\tilde{f}_u \cdot \tilde{f}_u^* + \tilde{f}_w \cdot \tilde{f}_w^*) d\xi \quad (2)$$

ここに、

$$\tilde{f}_u = (\xi - \xi_j) \tilde{u}(\xi) - iA_j, \tilde{f}_w = (\xi - \xi_j) \tilde{w}(\xi) - iB$$

式(2)において、 $\tilde{u}(\xi)$ と $\tilde{w}(\xi)$ は各々、 $u(x)$ と $w(x)$ に対する波数スペクトルである。 ξ は波数であり、 Δ_j は j 次モードの卓越する波数近傍の積分区間を表す。さらに、添字*は複素共役を意味する。ここで最小二乗法に従い、偏差平方和 E_j を最小にするための条件から得られる連立方程式を解くことにより、 j 次モードの未知量が求め

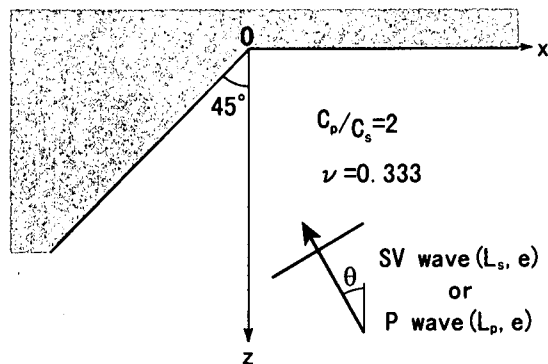


図-1 解析モデル

られる。この操作をすべてのモードに対して行えば、式(1)に示されるすべての未知量が設定される。

さて、一般に数値解析で求められる地表面変位応答は、無限遠方まで続くことはなく、有限区間で打ち切られる。すなわち、このような応答から得られる波数スペクトルには打ち切りによる影響が含まれるため、ここから設定される値は誤差を含む近似値として位置づける。その上で、再び式(1)に戻り、上記の近似値を用いて未知量を設定する手法を導く。式(1)は未知量に対して非線形方程式であるが、先の近似値で Taylor 展開することにより線形方程式に改められる。その結果、地表面変位応答の偏差平方和 E が次式で与えられる。

$$E = \int_L (f_u \cdot f_u^* + f_w \cdot f_w^*) dx, \quad (3)$$

ここに、

$$f_u = u(x) - \sum_{j=1}^n \{A_j - ix(\xi_j - \xi_{oj})A_{oj}\} \exp(-i\xi_{oj}x),$$

$$f_w = w(x) - \sum_{j=1}^n \{B_j - ix(\xi_j - \xi_{oj})B_{oj}\} \exp(-i\xi_{oj}x)$$

式(3)において、 L は地表面変位応答の算出区間を表す。そして、 A_{oj} 、 B_{oj} 、 ξ_{oj} が波数スペクトルより求めた近似値である。以上により、式(3)に最小二乗法を適用することでさらに真値に近い値が求められ、すべてのモードパラメータを設定することができる。

3. 数値解析

まず、境界要素法(BEM)による不整形地盤の波動伝播解析を行い、地表面変位応答を算出する。つぎに、算出された地表面応答から、上記のモード展開手法を用いて卓越する波動成分を抽出する。

解析に用いる地盤モデルを図-1に示す。本解析では地震波動が地形によってどのような影響を受けるかを調べるために、原点から左側に45°の斜面を有する半無限均質の不整形地盤を取り上げる。図中の C_p は P 波速

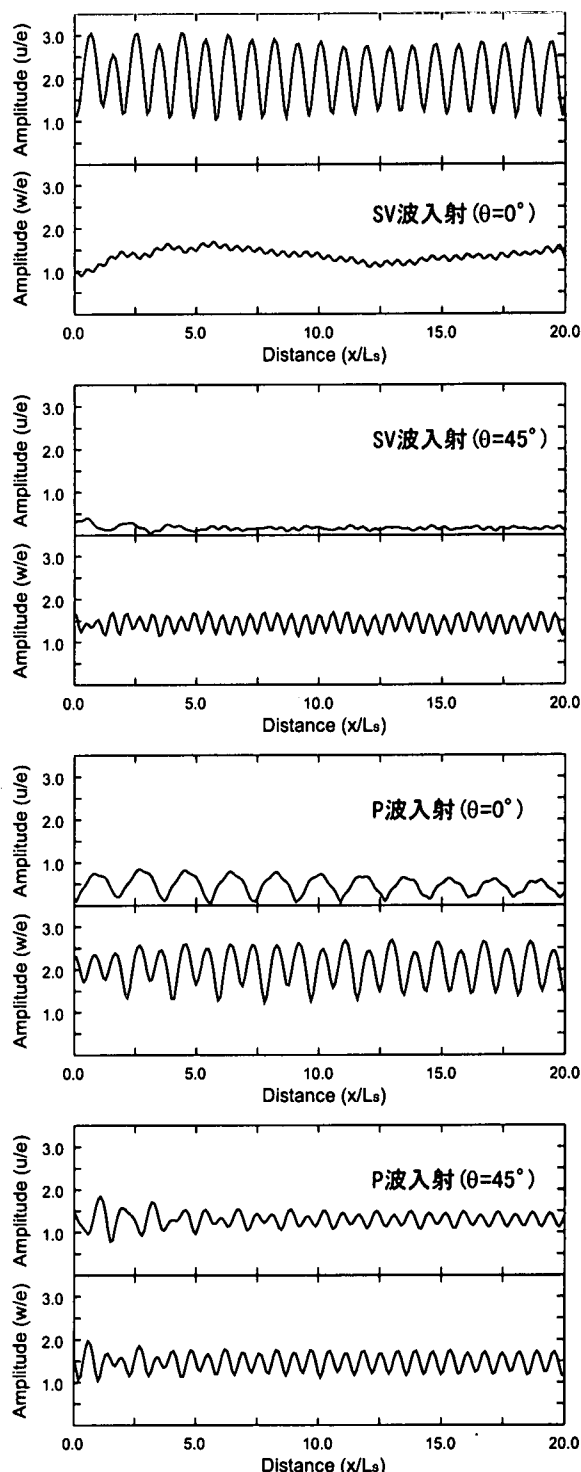


図-2 地表面変位応答 (BEMによる解析結果)

度、 C_s はS波速度、 ν はポアソン比を表す。この地盤に変位振幅 e 、波長 L_s の平面SV波、あるいは、波長 L_p の平面P波が角度 $\theta=0^\circ$ および 45° で下方から入射するときの地表面変位応答をBEMにより求める。ここで、図に示すP波速度とS波速度の関係から、 $L_p=2L_s$ となる。

BEMによって求められる地表面変位応答のうち、地表面が水平となる部分($x>0$)の応答を図-2に示す。図の上段は入射波振幅に対する水平変位の応答倍率、下段は鉛直変位の応答倍率を表す。また、横軸は原点からの距離を表し、SV波の波長 L_s によって無次元化して示す。

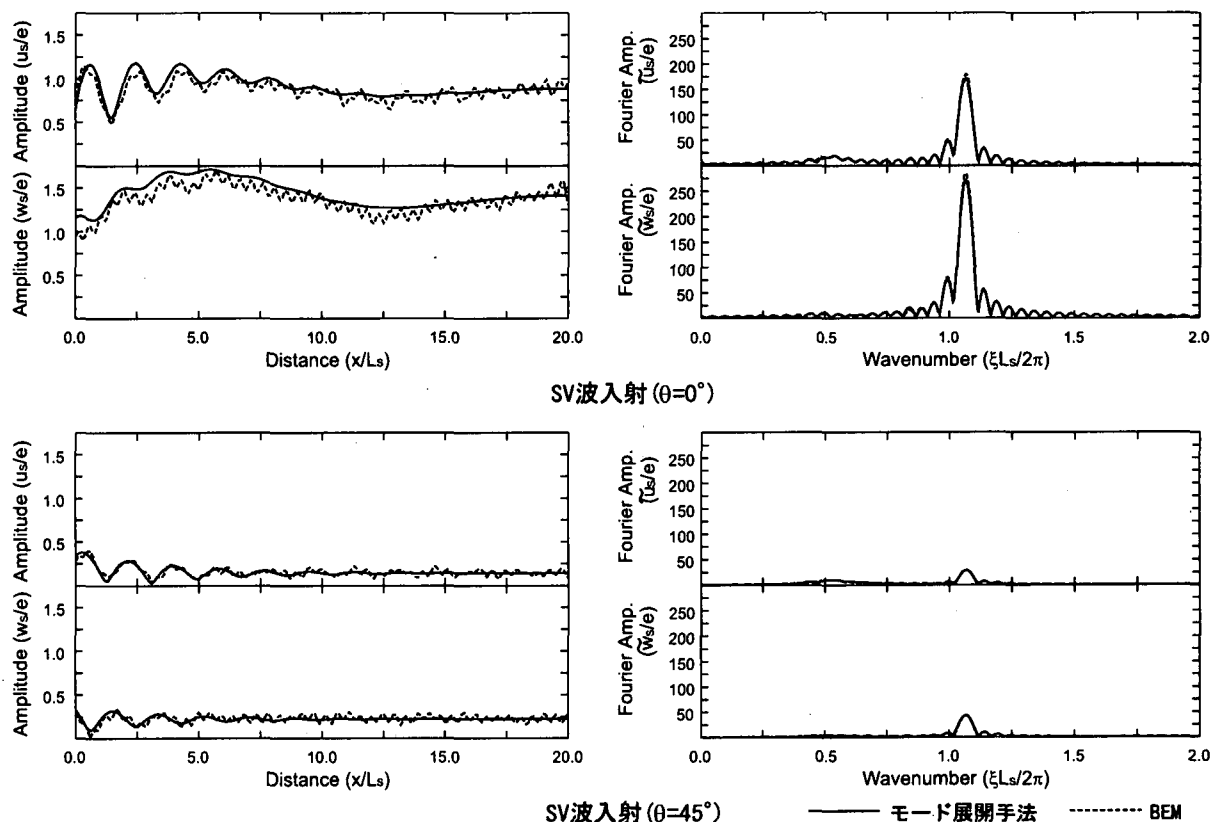


図-3 モード展開手法による解析結果(SV波入射)

図-2 に示す地表面変位応答は、入射波による影響と左側斜面から伝播してくる散乱波の影響を受ける。これらの波動成分は互いに干渉し合う結果、地表面変位応答は場所により大きく異なる。

地表面変位応答を構成する波動成分のうち、入射波成分は解析的に評価することができる。そこで、地表面応答から入射波による影響を除き、散乱波に対してモード展開を行うことにする。図-3 および図-4 には、散乱波に対して行ったモード展開手法の結果を示す。ここで、左側の図は散乱波の地表面変位応答を示し、右側の図はその波数スペクトルを示す。また、これらの図の上段は水平変位成分、下段は鉛直変位成分を示す。

図-3 および図-4 によると、モード展開された波動は波数スペクトルと地表面変位応答の水平成分および鉛直成分ともに、散乱波の応答に良く一致している。これらの結果は、散乱波の波動成分がモード展開手法によって精度良く識別されていることを示している。

4. 散乱波を構成する波動成分について

モード展開手法によって求められる散乱波のモードパラメータを表-1 に示す。表-1 によると、散乱波は2～3つのモードによって構成されている。このうち、SV波入射($\theta=0^\circ$)で発生する2番目のモードは波数がSV波に一致することから、斜面から右側水平に伝播す

るSV波に対応する。同様に、P波入射($\theta=0^\circ$)の3番目のモードは斜面から右側水平に伝播するP波に対応する。

一方、上記のSV波とP波以外のモードは、すべてのケースについて、2種類に分類できる。そのうちのひとつはRayleigh波に対応し、もうひとつはRayleigh波と同じ固有モードの一種であるリーキングモード²⁾に対応すると考えられる。Rayleigh波の固有値は特性方程式の実根として与えられるのに対して、リーキングモードは複素根として与えられる。

これらの固有モードの理論値を表-2 に示す。まず、Rayleigh波は、波数がSV波の波数に比べて若干高く、水平変位と鉛直変位には 90° の位相差がある。さらに、減衰性を持たないため、Rayleigh波は無限遠方まで伝播する。一方、リーキングモードの波数はP波の波数($k_p/k_s=0.5$)に比べて若干高い。また、リーキングモードはRayleigh波とは異なり減衰性を有するため、その影響は無限遠方まで広がることはなく、限られた範囲に留まる。ここで、表-1 と表-2 を対比することにより、モード展開手法によって分析された波動は地盤の固有モードに対応することがわかる。したがって、これらの波動は地盤の固有モードであると判断される。

以上の結果から、斜面で発生する散乱波にはRayleigh波とリーキングモードが存在する。しかもこれらの波動は入射波の種類や入射角に関わらず発生する。ところが、固有モードの励起は入射波の種類や入射角によって異なる。表-1 によると、SV波入射($\theta=0^\circ$)の場合、励起さ

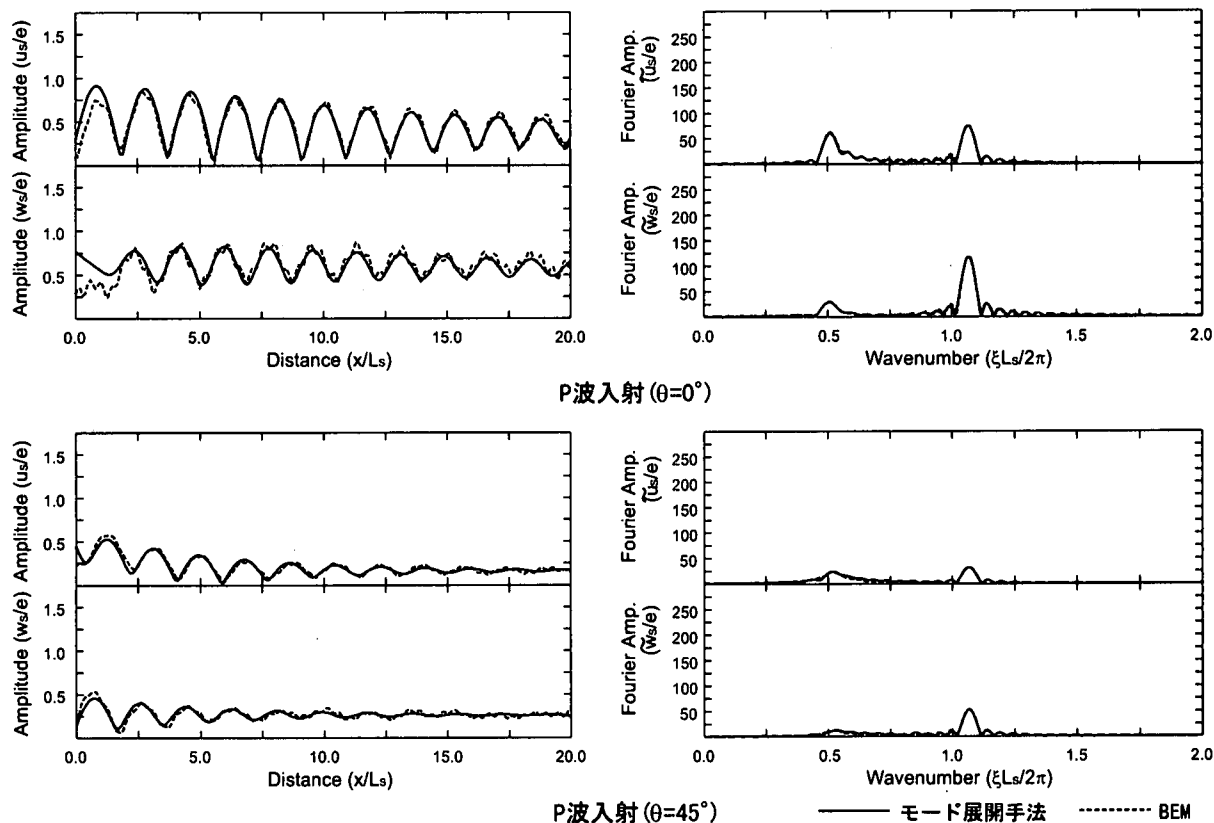


図-4 モード展開手法による解析結果(P波入射)

表-1 モードパラメータ

No.	k_j/k_s	h_j (%)	$ A_j $	$ B_j $	$ \gamma_j $	ϕ_j (°)	種類
SV波入射($\theta=0^\circ$)							
1	1.067	0.038	0.898	1.432	1.594	-89.71	R
2	1.000	1.855	0.303	0.534	1.763	-92.43	SV波
3	0.515	9.459	0.489	0.118	0.241	20.52	L
SV波入射($\theta=45^\circ$)							
1	1.067	0.017	0.140	0.217	1.554	-92.32	R
2	0.522	8.386	0.263	0.150	0.569	29.96	L
P波入射($\theta=0^\circ$)							
1	1.067	0.057	0.396	0.619	1.564	-91.47	R
2	0.530	10.943	0.859	0.321	0.562	35.90	L
3	0.499	2.167	0.574	0.345	0.602	-1.20	P波
P波入射($\theta=45^\circ$)							
1	1.068	0.010	0.167	0.265	1.591	-87.58	R
2	0.522	5.753	0.460	0.222	0.482	19.68	L

R : Rayleigh 波, L : リーキングモード

$$\gamma_j = B_j/A_j, \phi_j = \tan^{-1}(\text{Im}\gamma_j/\text{Re}\gamma_j)$$

表-2 地盤の固有モード (理論値)

	k_j/k_s	h_j (%)	$ \gamma_j $	ϕ_j (°)
Rayleigh 波(R)	1.072	0.000	1.565	-90.00
リーキングモード(L)	0.514	14.333	0.565	22.62

れる Rayleigh 波は大きい。しかし、他のケースを見ると、Rayleigh 波の励起は余り大きくない。また、これらのケースでは Rayleigh 波よりも、むしろリーキングモードの方が相対的に大きい。

上述のように、リーキングモードは減衰性を有するため、その影響範囲は限られる。このような意味で、散乱波を構成する主要な波動は Rayleigh 波であると言える。しかし、リーキングモードは斜面近傍の地震動特性に大きな影響を与えることも考えられる。

5. まとめ

従来、面外波動に適用されてきたモード展開手法を、面内波動にも適用できるように拡張した。この手法を用いて傾斜面を有する不整形地盤で発生する散乱波を調べたところ、Rayleigh 波とリーキングモードが存在することが明らかになった。このうち、Rayleigh 波は散乱波を構成する主要な波動成分となる。一方、リーキングモードは斜面近傍の地震動特性に大きな影響を及ぼすことも考えられる。以上の検討を通して、モード展開手法は面内波動に対しても不整形地盤の地震応答を定量的に分析する上で有効な方法であると言える。

参考文献

- 1) 秋山伸一：傾斜層で発生する波動と Love 波の関連，土木学会論文集，No.459/I-22，pp.129-138，1993.
- 2) Gilbert, F. and S. J. Laster : Excitation and propagation of pulses on an interface, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 52, pp.294-319, 1962.