

EK-WLI 法による地盤の 履歴復元力特性の同定

江川智之¹・澤田勉²・三神厚³

¹学生会員 徳島大学大学院 工学部建設工学専攻科 (〒770-8506 徳島市南常三島 2-1)

²正会員 工博 徳島大学教授 工学部建設工学科 (〒770-8506 徳島市南常三島 2-1)

³正会員 工博 徳島大学助手 工学部建設工学科 (〒770-8506 徳島市南常三島 2-1)

本研究では、拡張カルマンフィルタの重み付きローカルな繰り返し法 (EK-WLI 法) を用いて、地盤の履歴復元力特性を等価線形的に同定する手法を提示するとともに、鉛直アレー観測記録を用いた数値計算により、その妥当性を検討した。特に、EK-WLI 法においてローカルな繰り返しに用いる解析データ数 m が同定値に及ぼす影響、および同定に用いる観測量の数が同定結果に及ぼす影響を検討した。

Key Words : *identification, extended Kalman filter-weighted local iteration*

1. はじめに

近年、地震観測体制が強化され、多くの観測記録が収集されるにつれて、これらの観測記録から地震時の地盤や構造物の動特性を推定しようとする研究が盛んに行なわれている。国内外の研究機関では、地表および地中に組織的に地震計を配置することにより、地震動を同時観測するアレー記録が多数実施されている。その規模も目的に応じ、観測点間の距離が十メートルから数キロメートルに及び、また得られた観測記録のデータベース化も進められている。特に、強震動鉛直アレー観測記録は、深度方向へ鉛直に設置された地震計により観測されるので、土の非線形性に踏み込んだ議論ができ、利用価値が高い。

本研究は、拡張カルマンフィルタの重み付きローカルな繰り返し法 (EK-WLI 法)¹⁾ を用いた等価線形的同定により、地盤の非線形履歴復元力を推定し、解析結果よりその妥当性を検討したものである。系の入出力には、1995年兵庫県南部地震の際に神戸ポートアイランドで得られた鉛直アレー記録を用いた。この記録は、液状化による地盤の非線形挙動を捉えたものであることから強震時に

おける地盤の動特性を知る上で、工学的に貴重である。

地盤の非線形性を表すモデルとして、Hardin-Drnevich モデルや Ramberg-Osgood モデルなどが提案されているが、これらが土の非線形性を正確に表しているとは言い難い。したがって、強震動鉛直アレー観測記録を入出力に用いて、地盤の履歴復元力特性を推定することは重要である。

EK-WLI 法による解析では、適切なパラメータの初期設定を行った上で、各パラメータを変化させて、適切な値が得られるまで計算を繰り返さなければならないため、多大な計算時間を必要とする。これを改善するため、EK-WLI 法における各パラメータが同定結果に及ぼす影響を検討し、適切なパラメータ設定の指針を探る。

EK-WLI 法において同定に用いる観測量は、入力加速度、速度および変位と、応答速度および変位であり、応答の加速度が考慮されていない。実観測で得られるのは絶対加速度記録であるから、応答の加速度も観測量として与える必要があると考えられる。以上のことより、本研究では、観測量の数が同定値に及ぼす影響を検討する。

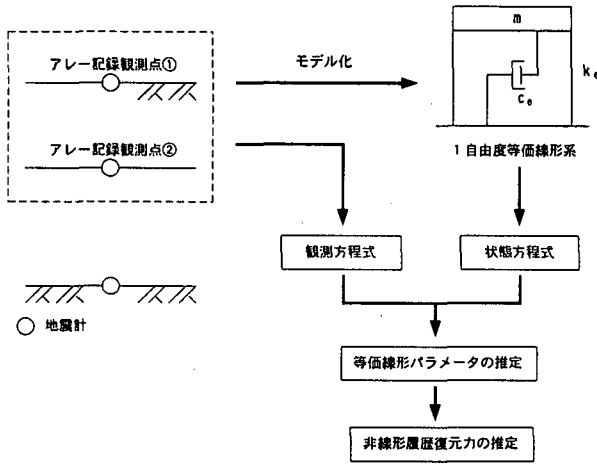


図-1 同定の手順

2. 同定の手順および定式化

(1) 同定の手順

アレー観測記録を用いて地盤の同定を行うにあたり、まず、アレー観測点間の地盤を1自由度等価線形系でモデル化する(図1)。アレー観測記録②番目と①番目の地震計で観測された記録をそれぞれ系に対する入力、出力として取り扱う。次に、同定モデルである1自由度等価線形系をカルマンフィルタに適用するため、運動方程式から状態の推移を表す漸化式として行列表示した状態方程式を導く。また、系の入出力に必要なため、観測方程式を作成する。そして、これら2つの方程式を用いて同定した等価線形パラメータより、地盤の非線形履歴復元力を推定する。

(2) 定式化

図1に示される1自由度等価線形系の運動方程式は次のように表わされる。

$$m\ddot{z}(t) + c_e \dot{z}(t) + k_e z(t) = c_e \dot{z}_0(t) + k_e z_0(t) \quad (1)$$

ここで、 $\ddot{z}(t)$ 、 $\dot{z}(t)$ 、 $z(t)$ ：応答の絶対加速度、絶対速度、絶対変位、 $\dot{z}_0(t)$ 、 $z_0(t)$ ：入力地震動の絶対速度、絶対変位、 m ：質量、 c_e ：等価減衰定数、 k_e ：等価ばね定数である。

ところで、式(1)に含まれる入力速度 $\dot{z}_0(t+1)$ および変位 $z_0(t+1)$ は、観測により得られるものであるから当然ノイズを含む。ノイズは、時刻 $t \rightarrow t+1$ の状態量予測に悪影響を及ぼすため、取り除かなければならない。そこで、加速度記録の段階でノイズを考慮し、応答を求める方法を考える。入力において、水平動の絶対加速度記録 $\ddot{z}_0(t+1)$ が得られているとき、次の加速度差分 $w(t)$ を定義する²⁾。

$$w(t) = \ddot{z}_0(t+1) - \ddot{z}_0(t) \quad (2)$$

この $w(t)$ は、 $\ddot{z}_0(t+1)$ がノイズを含まないときには正

確な加速度差分となるが、ノイズを含む場合には、加速度差分の近似値となる。この加速度差分を用いると、線形加速度法により加速度、速度および変位の時刻 $t \rightarrow t+1$ の推移が次のように表される。

$$\begin{cases} \ddot{z}(t+1) = \{f(t) - c_e a(t) - k_e b(t)\} / A \\ \quad + \left\{ \frac{1}{2} \Delta t c_e + \frac{1}{6} \Delta t^2 k_e \right\} w(t) / A \\ \quad + \Delta t \left\{ c_e \ddot{z}_0(t) + k_e \dot{z}_0(t) + \frac{1}{2} \Delta t k_e \ddot{z}_0(t) \right\} / A \\ \dot{z}(t+1) = a(t) + \frac{1}{2} \Delta t \ddot{z}(t+1) \\ z(t+1) = b(t) + \frac{1}{6} \Delta t^2 \ddot{z}(t+1) \\ \ddot{z}_0(t+1) = \ddot{z}_0(t) + w(t) \\ \dot{z}_0(t+1) = \dot{z}_0(t) + \Delta t \ddot{z}_0(t) + \frac{1}{2} \Delta t w(t) \\ z_0(t+1) = z_0(t) + \Delta t \dot{z}_0(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \ddot{z}_0(t) + \frac{1}{6} \Delta t^2 w(t) \end{cases} \quad (3)$$

ここで、

$$\begin{cases} f(t) = c_e \dot{z}_0(t) + k_e z_0(t) \\ a(t) = \dot{z}(t) + \frac{1}{2} \Delta t \ddot{z}(t) \\ b(t) = z(t) + \Delta t \dot{z}(t) + \frac{1}{3} \Delta t^2 \ddot{z}(t) \\ A = m + \frac{1}{2} \Delta t c_e + \frac{1}{6} \Delta t^2 k_e \end{cases} \quad (4)$$

また、システムノイズ $w(t)$ は次の性質を持つと仮定される²⁾。

$$E[w(t)] = 0 \quad (5)$$

$$E[w(t) \cdot w(t)^T] = Q(t) \quad (6)$$

本研究では、入力地震動も状態方程式に含めるため、状態変数は入出力の加速度、速度、変位と等価ばね定数 k_e および等価減衰係数 c_e となる。

$$X = \{\ddot{z}, \dot{z}, z, k_e, c_e, \ddot{z}_0, \dot{z}_0, z_0\}^T \quad (7)$$

式(7)で表わされる状態量 $X(t)$ は、直接知ることはできないが、その観測値 $Y(t)$ は次のような観測方程式から得られるとする。

$$Y(t) = HX(t) + V(t) \quad (8)$$

ここで、行列 H は観測行列とよばれる。観測記録が、入力の加速度、速度、変位および応答の速度、変位であるとする、 5×8 行列となり、次式で表わされる。

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$V(t)$ は観測ノイズであり、上記の観測記録を用いる場合には、5次元の白色ランダム列となる。

以上のような状態方程式および観測方程式を用いて、

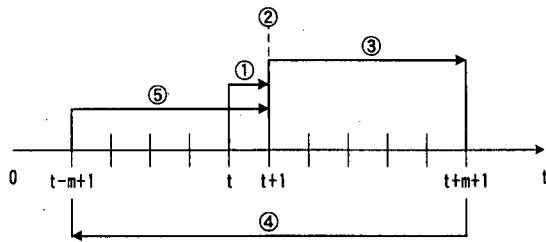


図-2 ローカルな繰り返しの説明

地盤の履歴復元力の同定を行う。

(3) 履歴復元力の推定

履歴復元力は相対変位の関数として表わされるため、ここでは相対加速度 $\ddot{y}(t)$ 、相対速度 $\dot{y}(t)$ および相対変位 $y(t)$ を用いる。これらは前節までで用いた絶対記録により、次式で表わされる。

$$\begin{cases} \ddot{y}(t) = \ddot{z}(t) - \ddot{z}_0(t) \\ \dot{y}(t) = \dot{z}(t) - \dot{z}_0(t) \\ y(t) = z(t) - z_0(t) \end{cases} \quad (10)$$

上記の相対記録を用いると、非線形系の運動方程式は次式で表わされる。

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + Q\{y(t)\} = -m\ddot{z}_0(t) \quad (11)$$

ここで、 c : 粘性減衰係数、 $Q(t)$: 復元力である。また、等価線形系の運動方程式は次のようになる。

$$m\ddot{y}(t) + c_e\dot{y}(t) + k_e y(t) = -m\ddot{z}_0(t) \quad (12)$$

ここで、 k_e : 等価ばね定数、 c_e : 等価減衰係数である。以上より、

$$Q\{y(t)\} = c_e\dot{y}(t) + k_e y(t) - c\dot{y}(t) \quad (13)$$

が得られる。ここで、等価減衰係数 c_e および等価ばね定数 k_e と、相対速度 $\dot{y}(t)$ および相対変位 $y(t)$ の各時刻における値は、EK-WLI 法により同定される。したがって、式(13)より、各時刻における復元力を求めることができる。

3. 拡張カルマンフィルタの重み付きローカルな繰り返し法 (EK-WLI 法)

強震下の地盤は、非線形かつ非定常に応答する。地盤物性を表すパラメータが時間的に変動するので、追従性の良い手法を用いることが必要である。一般のカルマンフィルタによる推定値は、各時刻における観測量を同じ重みで評価するので、対象とする系のパラメータが非定常性を有する場合には追従性が悪いという欠点がある。EK-WLI 法は、状態推定量の誤差共分散行列の減少を修正するために、各時刻でのローカルな繰り返しの重みを導

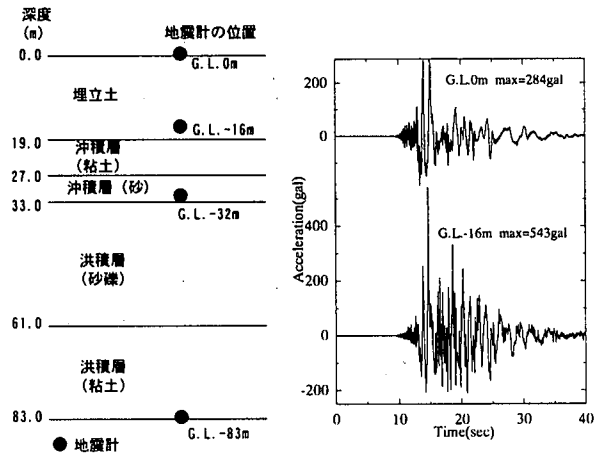


図-3 神戸PIの地盤状況および加速度記録

出したものである。つまり、各時間ステップごとに状態推定量の誤差共分散行列に重みを乗じて、パラメータの非定常性に対する追従性を改善する方法である。以下では、EK-WLI 法の適用法について述べる。

いま、時刻 $t+1$ におけるカルマンフィルタのローカルな繰り返しを考える。時刻 t での最適状態推定量 $\hat{X}(t|t)$ とその誤差共分散行列 $P(t|t)$ が既知であるとき、時刻 $t+1$ での状態推定量は図2のようにして求められる。すなわち、拡張カルマンフィルタを用いて、 $\hat{X}(t|t)$ と $P(t|t)$ から時刻 $t+1$ での状態推定量 $\hat{X}'(t+1|t+1)$ とその誤差共分散行列 $P_1'(t+1|t+1)$ を求める (図2①)。この $P_1'(t+1|t+1)$ に重み r を乗じて誤差共分散行列を $P'(t+1|t+1)$ とする (図2②)。次に、 $\hat{X}'(t+1|t+1)$ と $P'(t+1|t+1)$ より出発して、時刻 $t+1 \rightarrow t+m+1 \rightarrow t-m+1 \rightarrow t+1$ の順に拡張カルマンフィルタを用いて計算し、各時刻での最適状態推定量とその誤差共分散行列を求めていく (図2③, ④, ⑤)。図2の③, ④, ⑤の過程を繰り返し、最終的に時刻 $t+1$ での最適状態推定量 $\hat{X}(t+1|t+1)$ とその誤差共分散行列 $P(t+1|t+1)$ を得る。

4. 数値解析および考察

以上で述べた EK-WLI 法により、兵庫県南部地震時に神戸ポートアイランドで得られた鉛直アレー観測記録を用いて、地盤の履歴復元力の同定を行う。

(1) 鉛直アレー記録

図3に神戸ポートアイランドの地盤状況と兵庫県南部地震時に、それぞれの深さで得られた EW 成分の加速度記録を示す。本研究では、地盤の非線形履歴復元力特性を同定するにあたり、G.L. -16m の記録を入力、G.L. 0m の記録を応答とした。

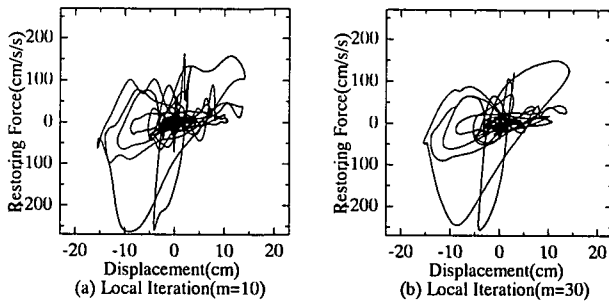


図-4 履歴復元力の同定結果

(2) 地盤の履歴復元力の同定結果

図4に神戸ポートアイランドで得られた鉛直アレー観測記録を用いて得られた履歴復元力の同定結果を示す。図4の(a), (b)は、それぞれローカルな繰り返しに用いるデータ数 m が10, 30の各場合についての図である。図から分かるように履歴復元力は強い非線形性を示すものとなった。 $m=10$ における履歴復元力には波打った部分が見られる。これは、解析データ数が小さいため、ノイズの影響を受けていると考えられる。 m を30と増やすことでノイズの影響を取り除くことができ、履歴復元力は滑らかな曲線になることが分かる。

(3) 観測量の同定精度に及ぼす影響

ここでは、観測量の数が同定精度に及ぼす影響について検討するため、次に設定する観測量の組合せについて同定を行った。

- ① 観測量が5(入力加速度, 速度, 変位および応答速度, 変位)の場合
- ② 観測量が6(入力加速度, 速度, 変位および応答加速度, 速度, 変位)の場合

図5, 図6は、観測量5および6の場合について、質点の相対変位の同定結果を観測記録と対比して示したものである。図5に示す観測量5の場合では、同定値と観測値がほぼ一致しているが、観測量6の場合においては両者が一致しておらず、同定精度が悪いと言える。

一般に、観測量を増やせば同定の精度が上がると考えられているが、図6の観測量6の場合には良い解が得られていない。これは、EK-WLI法のアルゴリズムの予測計算において、収束計算を行っているからである。より多くの観測量が得られたとすれば、状態量の計算アルゴリズムから受ける拘束が多くなるということでもあり、結果的に収束が困難になる可能性を含んでいるからである。

5. まとめ

本研究では、拡張カルマンフィルタの重み付きローカ

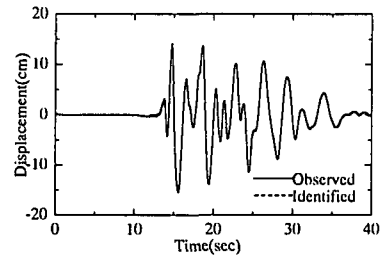


図-5 観測量5の場合

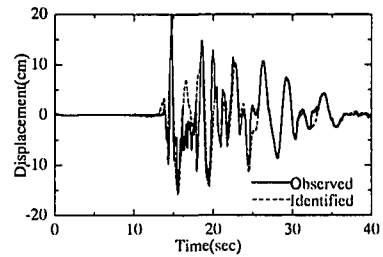


図-6 観測量6の場合

ルな繰り返し法(EK-WLI法)を用いて、地盤の履歴復元力特性を等価線形的に同定する手法を提示するとともに、鉛直アレー観測記録を用いた数値計算により、その妥当性を検討した。本研究で得られた結果を要約すれば以下のようなになる。

- (1) EK-WLI法を用いた等価線形的同定により、地盤の非線形履歴復元力特性を推定することは可能である。
- (2) EK-WLI法の各パラメータを適切に与えることにより、土の非線形に対する追従性が改善され、地盤の履歴復元力を精度よく推定することができる。
- (3) EK-WLI法において、観測量が6の場合では、観測量が5の場合に比べ同定精度が悪くなることが示された。

今後の研究課題として以下のことが挙げられる。

- (1) 履歴復元力の推定の精度をさらに向上させる。
- (2) 本手法による解析では、観測量として入力加速度, 速度, 変位および応答速度, 変位を与えたが、変位記録には積分による誤差が多く含まれている可能性がある。そこで、誤差が少ないと考えられる加速度および速度記録から履歴復元力特性を推定する手法を開発する。

参考文献

- 1) 須藤・星谷: 拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案, 土木学会論文集, No.437/I-17, pp.203-211, 1991.
- 2) 澤田・平尾・島・成行・山村: 拡張カルマンフィルタによる線形多自由度系の部分同定における入力ノイズ処理法, 土木学会論文集, No.570/I-40, pp.175-186, 1997.