

水平 2 方向加振に対応した 積層ゴム支承の復元力特性のモデル化

吉田純司¹・武貞聡²・阿部雅人³・藤野陽三⁴

¹ 学生員 東京大学大学院 工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

² 学生員 東京大学大学院 工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

³ 正会員 Ph.D. 東京大学助教授 工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

⁴ フェロー Ph.D. 東京大学教授 工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

近年、水平 2 方向免震を採用している免震橋が増加してきている。現在、免震橋は、動的応答解析による免震効果の確認が義務づけられているが、その精度は免震支承のモデルによるところが大きい。しかし、既往のモデルを水平 2 方向の地震入力に適用することは、困難である。そこで本研究では水平 2 方向に対応でき、かつ積層ゴム支承の特性を適切に表現できる復元力モデルの構築を目的とした。まず、Ozdemir の 1 次元弾塑性モデルを拡張し、ハードニング、粘性、剛性低下を表現できるようにした水平 1 方向モデルを提案した。次いで、Ozdemir の 3 次元弾塑性構成モデルをベースに水平 2 方向モデルを導いた。さらに、このモデルの妥当性を既往の高減衰積層ゴム支承の水平 2 方向載荷実験結果と比較することにより検証した。

Key Words: base-isolated bearings, Ozdemir's model, bi-axial model, parameter identification

1. はじめに

1995 年兵庫県南部地震以後、免震用積層ゴム支承を利用した免震橋が普及定着してきている。免震橋は、動力学的効果を積極的に利用している構造であり、性能評価には構造全体の動的応答解析による応答予測が必要となるが、その精度は積層ゴム支承の復元力モデルによるところが大きい。

しかし、既往のモデル^{1,2)}では、広い振幅領域における復元力を精度よく再現できていないとされ、さらに水平 2 方向の地震入力に対しての適用は困難となる³⁾。特に、近年 2 方向免震を採用する橋梁が増加していることを考えると、幅広い振幅領域における復元力特性を精緻に再現し、かつ水平 2 方向の加振にも対応した積層ゴム支承の復元力モデルが必要である。

そこで、本研究では、広い振幅領域において積層ゴム支承の水平 1 方向復元力特性を精緻に再現でき、かつ水平 2 方向にも拡張可能な復元力モデルの構築を目的とした。

まず、積層ゴム支承の水平 1 方向載荷実験結果⁴⁾に基づいて弾塑性モデルを拡張し、その復元力特性を精緻に再現できる水平 1 方向モデルを提案した。

次に、既往の 3 次元弾塑性構成モデルをベースとして、2 軸モデルを導き、水平 1 方向の場合と同様の拡張を行って、水平 2 方向モデルを構築した。さらに、既往の高減衰積層ゴム支承の水平 2 方向載荷実験結果と比較することで、モデルを検証した。

2. 水平 1 方向モデル

(1) Ozdemir モデル

H.Ozdemir⁵⁾は、弾塑性的性質を持つエネルギー吸収装置の変位-荷重関係を表現するモデルとして、次のような微分方程式で示されるモデルを提案した。

$$\dot{F} = \frac{Y}{U_0} \left\{ \dot{U} - \left| \dot{U} \left(\frac{F-S}{Y} \right)^n \right| \right\} \quad (1a)$$

$$\frac{S}{Y} = \alpha \left(\frac{U}{U_0} - \frac{F}{Y} \right) \quad (1b)$$

ここに、 F : 荷重、 U : 変位、 Y : 降伏荷重、 U_0 : 降伏変位、 S : 背荷重、 α : 2 次勾配に関するパラメータ、 n : 弾性から塑性への遷移点の滑らかさに関するパラメータ、である。このモデルは、式(1)の微分方程式を数値的に解くことで、容易に弾塑性の変位-荷重関係を得ることができる。

(2) Ozdemir モデルの拡張

著者らが行った積層ゴム支承の準静的載荷実験結果⁴⁾に基づき、その変位-復元力関係をモデル化するため、式(1)に以下に示す(a)~(c)の修正を加えた。

(a) 粘性の導入

積層ゴム支承の有する粘性を近似するために Ozdemir モデルに Maxwell モデルを並列に付加した。モデルの概念図を図.1 に示す。

(b) 等方硬化の導入

大振幅領域で現れるハードニング現象をモデル化するために、次式で示される等方硬化則を導入した。

$$Y = Y_0 \left(1 + \gamma \left| \frac{U}{U_0} \right|^p \right) \quad (2)$$

ここに Y_0 は初期降伏荷重であり、 γ および p はパラメータである。ただし降伏変位 U_0 は一定とし、剛性 $K \equiv Y/U_0$ が降伏荷重 Y に対応して変化するものとした。

(c) 剛性低下の導入

変位の増大による剛性の低下を表現するために、式(1)の定数 α を、最大変位の関数として以下のように修正した。

$$\alpha = \alpha_0 - \beta \left| \frac{U_{\max}}{U_0} \right|^q \quad (3)$$

ここに $U_{\max}$ は、過去に経験した最大変位である。

以上の(a)~(c)を導入したモデルの数学的記述を以下にまとめて示す。

$$F = F_1 + F_2 \quad (4a)$$

$$\dot{F}_1 = \frac{Y}{U_0} \left\{ \dot{U} - \left| \dot{U} \left(\frac{F - S}{Y} \right)^n \right| \right\} \quad (4b)$$

$$F_2 = \eta \dot{U}_d = k U_s \quad (4c)$$

$$U = U_s + U_d \quad (4d)$$

$$Y = Y_0 \left(1 + \gamma \left| \frac{U}{U_0} \right|^p \right) \quad (4e)$$

$$\frac{S}{Y} = \left(\alpha_0 - \beta \left| \frac{U_{\max}}{U_0} \right|^q \right) \left(\frac{U}{U_0} - \frac{F}{Y} \right) \quad (4f)$$

ここで未知パラメータは、 U_0 、 n 、 η 、 k 、 Y_0 、 α_0 、 β 、 γ 、 p および q の 10 個である。

式(4)に含まれる 10 個のパラメータは、载荷実験結果との差の 2 乗が最小になるように、シンプレックス法⁶⁾を用いて同定した。なお、シンプレックス法は、最小 2 乗法の直接探索法の 1 つであり、ニュートン法等と比較すると収束は遅いものの、安定しており式(4)のようなべき乗を含む関数に対しても発散しにくいという利点がある。

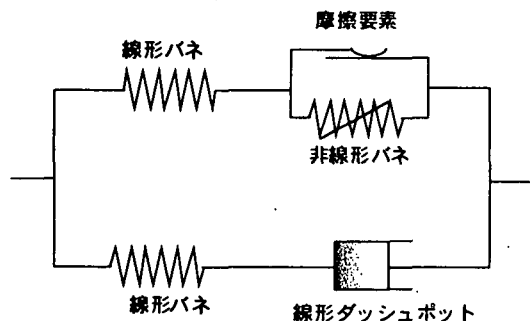


図.1 モデルの概念図

(3) 载荷実験結果との比較

ここでは、積層ゴム支承の载荷試験結果と、同定したパラメータを代入したモデルによる解析結果とを比較し、モデルの妥当性を検討する。図.2~図.4

に 3 種類の積層ゴム支承について、载荷実験結果と解析の比較を示す。

図.2 から図.4 をみると、どの積層ゴム支承についても本モデルにより、その復元力特性を精緻に再現できていることがわかる。

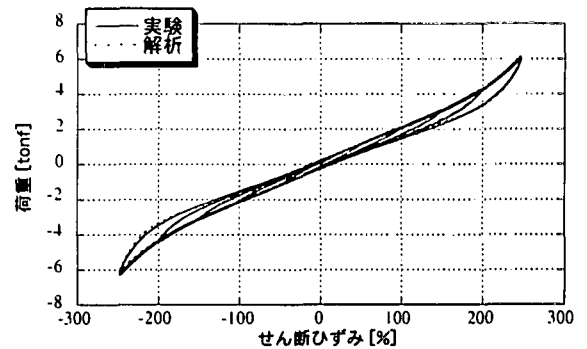


図.2 天然ゴム支承の復元力特性の比較

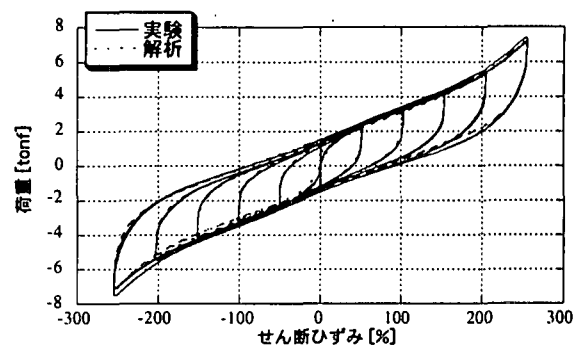


図.3 鉛プラグ入り積層ゴム支承の復元力特性の比較

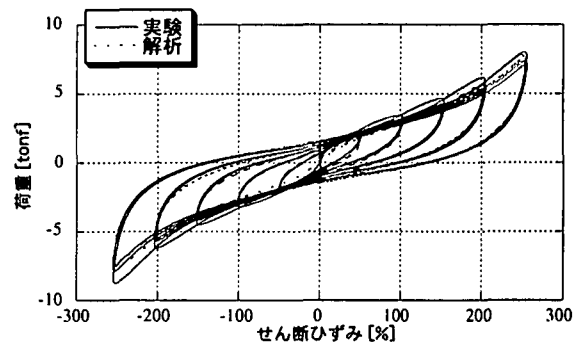


図.4 高減衰積層ゴム支承の復元力特性の比較

3. 水平 2 方向モデル

(1) Graesser の構成モデル

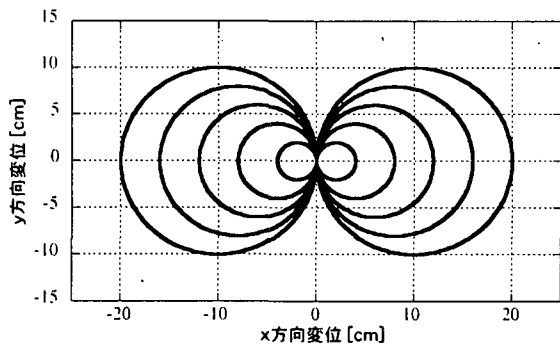
E.J.Graesser 他⁷⁾は、2.(1)に記載した Ozdemir モデルを拡張し、次式に示される 3 次元弾塑性構成モデルを導いている。

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (5a)$$

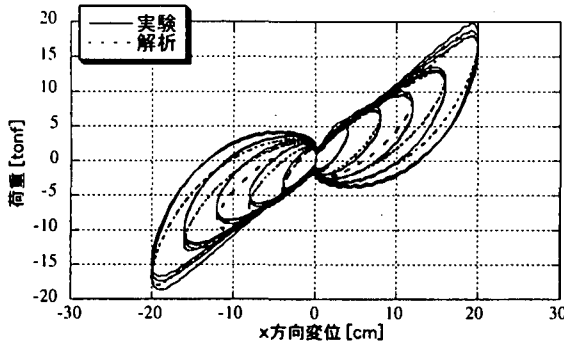
$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} \quad (5b)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = (3K_2)^{1/2} (3J_2^0)^{(n-1)/2} \Delta_{ij} \quad (5c)$$

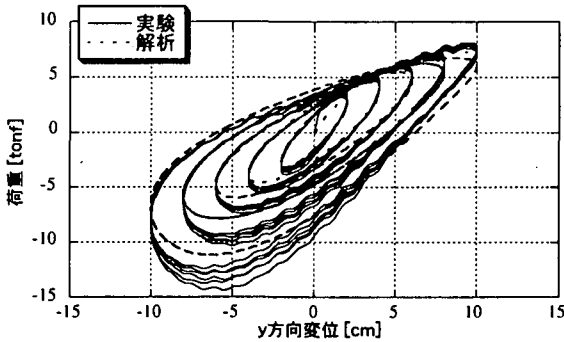
$$\dot{b}_{ij} = \frac{2}{3} E \alpha (3K_2)^{1/2} (3J_2^0)^{(n-1)/2} \Delta_{ij} \quad (5d)$$



(a) 入力変位経路

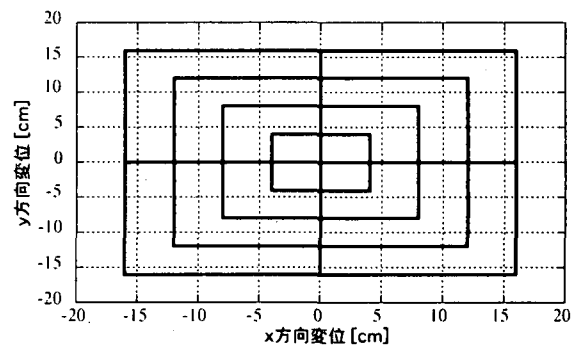


(b) x 方向の変位-荷重関係

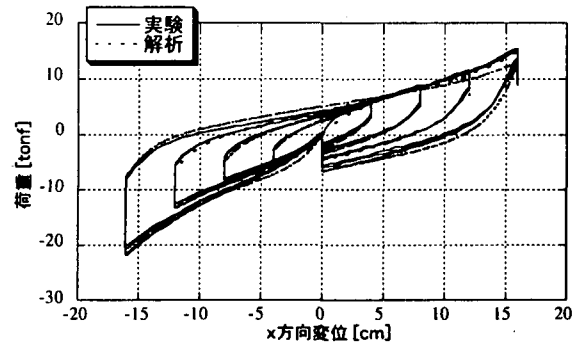


(c) y 方向の変位-荷重関係

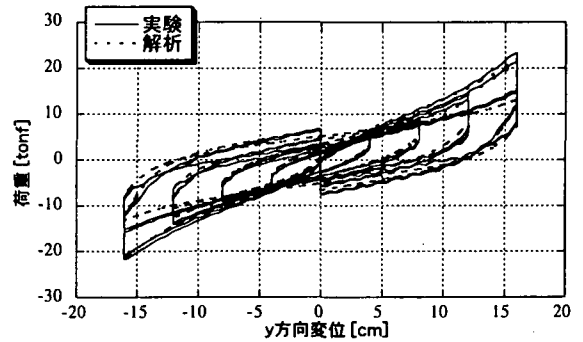
図.5 8 の字型 2 方向載荷実験結果とモデルの比較



(a) 入力変位経路



(b) x 方向の変位-荷重関係



(c) y 方向の変位-荷重関係

図.6 矩形型 2 方向載荷実験結果とモデルの比較

ここに,

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (6a)$$

$$b_{ij} = \beta_{ij} - \frac{1}{3} \beta_{kk} \delta_{ij} \quad (6b)$$

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (6c)$$

$$J_2^0 = \frac{1}{2\sigma_y^2} (S_{ij} - b_{ij})(S_{ij} - b_{ij}) \quad (6d)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \dot{e}_{ij} \dot{e}_{ij} \quad (6e)$$

であり, また, ε_{ij} : ひずみテンソル, σ_{ij} : Cauchy 応力テンソル, b_{ij} : 背応力テンソル, E : ヤング率, ν : ポアソン比, σ_y : 降伏応力, α : 2 次勾配に関係するパラメータである. 式(5)は, 基本的に古典塑性論に従っており, Mises 型の降伏条件と Prager の線形移動硬化則を有する.

(2) 構成モデルの縮体

式(5)を水平 2 方向に対応した型に縮体する. 以後この縮体したものを縮体 2 軸モデルと呼ぶ.

縮体 2 軸モデルを導出するために, 特にポアソン比の影響を受けない 2 つのせん断成分のみが存在する場合を考え, 式(5)に代入する. 次に, $\sigma_y / \sqrt{3} \rightarrow Y$, $\sigma_{12} = \sigma_{21} \rightarrow F_x$, $\sigma_{13} = \sigma_{31} \rightarrow F_y$, $b_{12} = b_{21} \rightarrow S_x$, $b_{13} = b_{31} \rightarrow S_y$, $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} \rightarrow U_x$, $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{31} \rightarrow U_y$ のように置換し, さらに $E = Y / U_0$ とすると次式の縮体 2 軸モデルが導かれる.

$$\frac{\dot{F}_x}{Y} = \frac{\dot{U}_x}{U_0} - \frac{\sqrt{\dot{U}_x^2 + \dot{U}_y^2}}{U_0} \left| \frac{\sqrt{(F_x - S_x)^2 + (F_y - S_y)^2}}{Y} \right|^{n-1} \frac{F_x - S_x}{Y} \quad (7a)$$

$$\frac{S_y}{Y} = \left(\frac{U_y}{U_0} - \frac{F_y}{Y} \right) \quad (7b)$$

$$\frac{\dot{F}_y}{Y} = \frac{\dot{U}_y}{U_0} - \frac{\sqrt{\dot{U}_x^2 + \dot{U}_y^2}}{U_0} \left| \frac{\sqrt{(F_x - S_x)^2 + (F_y - S_y)^2}}{Y} \right|^{n-1} \frac{F_y - S_y}{Y} \quad (7c)$$

$$\frac{S_x}{Y} = \left(\frac{U_x}{U_0} - \frac{F_x}{Y} \right) \quad (7d)$$

(3) 縮体 2 軸モデルの拡張

積層ゴム支承の水平 2 方向復元力特性を再現するために、式(7)で表される縮体 2 軸モデルを 3.(2)と同様に拡張した。拡張した式を以下に示す。

$$F_x = F_{x1} + F_{x2} \quad (8a)$$

$$F_y = F_{y1} + F_{y2} \quad (8b)$$

$$\frac{\dot{F}_{x1}}{Y} = \frac{\dot{U}_x}{U_0} - \frac{\sqrt{\dot{U}_x^2 + \dot{U}_y^2}}{U_0} \left| \frac{\sqrt{(F_{x1} - S_x)^2 + (F_{y1} - S_y)^2}}{Y} \right|^{n-1} \frac{F_{x1} - S_x}{Y} \quad (8c)$$

$$\frac{\dot{F}_{y1}}{Y} = \frac{\dot{U}_y}{U_0} - \frac{\sqrt{\dot{U}_x^2 + \dot{U}_y^2}}{U_0} \left| \frac{\sqrt{(F_{x1} - S_x)^2 + (F_{y1} - S_y)^2}}{Y} \right|^{n-1} \frac{F_{y1} - S_y}{Y} \quad (8d)$$

$$F_{x2} = \eta \dot{U}_{xd} = k U_{xs} \quad (8e)$$

$$F_{y2} = \eta \dot{U}_{yd} = k U_{ys} \quad (8f)$$

$$\frac{S_x}{Y} = \left(\frac{U_x}{U_0} - \frac{F_x}{Y} \right) \left(\alpha_0 - \beta \left| \frac{U_{\max}}{U_0} \right|^q \right) \quad (8g)$$

$$\frac{S_y}{Y} = \left(\frac{U_y}{U_0} - \frac{F_y}{Y} \right) \left(\alpha_0 - \beta \left| \frac{U_{\max}}{U_0} \right|^q \right) \quad (8h)$$

$$Y = Y_0 \left\{ 1 + \gamma \left(\frac{\sqrt{U_x^2 + U_y^2}}{U_0} \right)^p \right\} \quad (8i)$$

ここに、 F_x : x 方向の荷重、 F_y : y 方向の荷重、 U_x : x 方向の変位、 U_y : y 方向の変位であり、 U_0 , n , η , k , Y_0 , α_0 , β , γ , p および q は未知パラメータである。また、 $U_{\max}$ は、 $\sqrt{U_x^2 + U_y^2}$ の過去に経験した最大値である。

なお、式(8)に含まれる 10 個の未知パラメータは、式(4)の水平 1 方向モデルと同一であり、水平 1 方向モデルで同定した値を利用することができる。

(4) 既往の実験結果との比較

式(8)で示されている水平 2 方向モデルを検証するために、高減衰積層ゴム支承の載荷実験結果⁸⁾との比較を行った。比較した結果を図.5 ならびに図.6 に示す。図.5 および図.6 をみると、本水平 2 方向モデルにより高減衰積層ゴム支承の水平 2 方向復元力特性を精度よく再現できることがわかった。

4. まとめ

本研究では、積層ゴム支承の水平 2 方向加振に対応した精緻な復元力モデルの確立を目指した。主たる知見は以下の通りである。

- 1) 広い振幅範囲における 3 種類の積層ゴム支承の復元力特性を精緻に再現できる水平 1 方向モデルを提案した。
- 2) 3 次元弾塑性構成モデルをベースとし、水平 2 方向の加振を受ける積層ゴム支承の復元力特性に対応した水平 2 方向モデルを提案した。さらに既往の実験結果と比較しモデルを検証した。

今後の課題は、積層ゴム支承の粘性・速度依存性を把握する詳細な動的載荷実験を行い、それをモデル化することでモデルの精緻化を計ることである。

謝辞： 積層ゴムの水平 1 方向載荷実験で利用した供試体の設計、製作では、(株)ブリヂストンの須藤氏、オイレス工業(株)の横川氏、川口金属(株)の鶴野氏、横浜ゴム(株)の遠藤氏に協力して頂いた。また、本研究で利用した高減衰積層ゴム支承の水平 2 方向載荷実験結果⁸⁾は、(株)大林組の杉山氏に提供して頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 鈴木重信：建築免震用高減衰積層ゴムに関する研究，学位論文，東京大学工学部，1995。
- 2) 菊池優，猿田正明，田村和夫：建築免震用積層ゴムの復元力特性に関する研究，構造工学論文集，Vol.40B，pp.177-188，1994。
- 3) 八坂厚彦，飯塚真巨，竹中康雄，藤本信夫，前田祥三：建築の免震防振構法の開発（その 12 弾塑性ダンパー及び高減衰積層ゴムの水平 2 方向加力実験），日本建築学会学術講演梗概集，1987。
- 4) 藤野陽三，阿部雅人，吉田純司：微小変形領域における高減衰積層ゴム支承の復元力特性，土木学会第 55 回年次学術講演会，1999(投稿中)。
- 5) H.Ozdemir: "Nonlinear transient dynamic analysis of yielding structure", Ph.D Dissertation, University of California, Berkeley, 1973.
- 6) 佐藤郁郎：最小 2 乗法その理論と実際 観測データの非線形解析，山海堂，1997。
- 7) E.J.Graesser, and F.A.Cozzarelli: "A Multi-dimensional Hysteretic Model for Energy Absorbing Devices", Technical Report NCEER-91-0006, State University of New York at Buffalo, 1991.
- 8) 大林組技術研究所：高減衰積層ゴム支承の 2 方向繰返し加力試験データ，1997。